

## کلید اولیه از مون کارشناسي ارشد نا پيوسته سال 1394

### کلید اولیه از مون کارشناسي ارشد نا پيوسته سال 1394

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون کارشناسي ارشد سال 1394 می رساند، کلید اولیه سوالات بر روی سایت سازمان سنجش قرار گرفته است. این کلید اولیه غیر قابل استناد است پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظرات کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می توانید حداکثر تا تاریخ 4/12/93 با مراجعه به سایت سازمان سنجش [www.sanjesh.org](http://www.sanjesh.org) از طریق سیستم ارسال و درخواست نسبت به تکمیل فرمی که برای دریافت این نظرات آماده گردیده است اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق اینترنت دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر رسیدگی نخواهد شد.

کد رشته امتحانی	نام رشته امتحانی	نوع دفترچه
1264	مجموعه مهندسي عمران	C

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	4	31	1	61	1	91	3	121	4
2	2	32	2	62	3	92	4	122	4
3	3	33	3	63	3	93	1	123	3
4	4	34	4	64	1	94	4	124	4
5	1	35	4	65	1	95	1	125	1
6	1	36	1	66	2	96	4	126	1
7	3	37	4	67	3	97	2	127	3
8	2	38	2	68	1	98	2	128	2
9	4	39	3	69	2	99	4	129	2
10	3	40	3	70	3	100	1	130	3
11	3	41	1	71	2	101	4	131	2
12	1	42	2	72	4	102	2	132	3
13	4	43	1	73	1	103	3	133	1
14	1	44	3	74	4	104	3	134	3
15	3	45	2	75	3	105	1	135	4
16	1	46	3	76	1	106	2		
17	3	47	2	77	3	107	4		
18	2	48	2	78	3	108	1		
19	3	49	3	79	4	109	2		
20	3	50	1	80	2	110	4		
21	4	51	4	81	3	111	1		
22	1	52	3	82	1	112	3		
23	4	53	2	83	1	113	3		
24	4	54	2	84	2	114	3		
25	3	55	4	85	1	115	1		
26	2	56	3	86	4	116	4		
27	4	57	4	87	2	117	2		
28	1	58	4	88	1	118	2		
29	1	59	2	89	4	119	4		
30	3	60	2	90	3	120	3		

خروج

پاسخ تشریحی توسط: محمد رضائی زاده

16. گزینه 1 درست است.
17. گزینه 3 درست است.
18. گزینه 2 درست است.
19. گزینه 3 درست است.
20. گزینه 3 درست است.
21. گزینه 4 درست است.
22. گزینه 1 درست است.
23. گزینه 4 درست است.
24. گزینه 4 درست است.
25. گزینه 2 درست است.
26. گزینه 2 درست است.
27. گزینه 4 درست است.
28. گزینه 1 درست است.
29. گزینه 1 درست است.
30. گزینه 1 درست است.

### پاسخ تشریحی توسط: استاد امیر انصاری

31. گزینه 1 درست است.

$$f(x) = \cos^2 x \rightarrow f'(x) = -2 \cos x \sin x = -\sin 2x$$

$$f^{(101)}(x) = f^{(100)}(x) = -2^{100} (\sin 2x)$$

چون باقیمانده 100 بر 4 برابر صفر است مشتق 100 ام تابع  $\sin 2x$  همان  $\sin 2x$  خواهد بود.

$$f^{(101)}\left(\frac{\pi}{4}\right) = f^{(100)}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2^{100} \sin \frac{\pi}{2} = -2^{100}$$

32. گزینه 2 درست است.

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x e^{x^2} + \frac{7x^3}{6}}{\sin^2 x \sin(x^3)}$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) - x \left(1 + x^2 + \frac{(x^2)^2}{2!}\right) + \frac{7}{6}x^3}{x^2(x^3)}$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{2}x^5}{x^5} = \frac{-59}{120}$$

33. گزینه 3 درست است.

$$I = \int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^5 + \sqrt{1+x^{10}}} \times \frac{(1+x^5) - \sqrt{1+x^{10}}}{(1+x^5) - \sqrt{1+x^{10}}}$$

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1+x^5 - \sqrt{1+x^{10}}}{(1+x^5)^2 - (1+x^{10})} dx = \int_{-1}^1 \frac{1+x^5 - \sqrt{1+x^{10}}}{1+2x^5+x^{10} - 1 - x^{10}} dx$$

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1+x^5 - \sqrt{1+x^{10}}}{2x^5} dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} dx + \int_{-1}^1 \frac{1 - \sqrt{1+x^{10}}}{2x^5} dx$$

$$I_1 = \int_{-1}^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} x \Big|_{-1}^1 = 1$$

$$I_2 = \int_{-1}^1 \frac{1 - \sqrt{1+x^{10}}}{2x^5} dx = 0$$

در انتگرال  $I_2$  تابع داخل انتگرال یک تابع فرد است و چون بازه انتگرال متقارن است حاصل آن صفر می‌شود. دقت داشته باشید که  $x=0$  در انتگرال اصلی باعث ناسره شدن انتگرال نمی‌شود لذا می‌توان حاصل  $I_2$  را به طور قطعی صفر در نظر گرفت.

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 0 = 1$$

34. گزینه 4 درست است.

$$z^3 = \bar{z}^2 \rightarrow (re^{i\theta})^3 = (re^{-i\theta})^2$$

$$r^3 e^{3\theta i} = r^2 e^{-2\theta i} \rightarrow \frac{e^{3\theta i}}{e^{-2\theta i}} = \frac{r^2}{r^3}$$

$$e^{5\theta i} = \frac{1}{r} \Rightarrow e^{5\theta i} = \frac{1}{r} e^0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{r} = 1 \\ 5\theta = 0 + 2k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 1 \\ \theta = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

چون عدد مختلط به فرم  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  تعریف می‌شود به ازای 5 مقدار متوالی برای  $k$  به 5 جواب متمایز می‌رسیم و جایگزین کردن مقادیر دیگر  $k$  به خاطر حضور  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$  در  $z$  به جواب تکراری منجر می‌شود، لذا معادله 5 جواب دارد. و البته  $z=0$  نیز ریشه معادله اصلی بوده و در نتیجه معادله 6 ریشه متمایز دارد.

35. گزینه 4 درست است.

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n(n+1))^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n(n+1)} \right)^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{-1}{n+1} \right)^2$$

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)^2} \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{\pi^2}{6} \Rightarrow 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$



$$I = \frac{\pi^2}{6} + \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$I = \frac{2\pi^2}{6} - 1 - 2 \left( 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \right)$$

$$I = \frac{\pi^2}{3} - 1 - 2(1-0) = \frac{\pi^2}{3} - 3$$

36. گزینه 1 درست است.

برای آن که نقطه  $(3, 1, 2)$  روی منحنی  $\mathbf{r}_1 = (t - t^3 + 3, 1 - t + 2t^2, 2 + t)$  واقع باشد باید در نظر گرفته شود که بردار مماس بر این منحنی به صورت زیر است:

$$\mathbf{r}'_1 = (1 - 3t^2, -1 + 4t, 1) \xrightarrow{t=0} \mathbf{r}'_1 = (1, -1, 1)$$

برای آن که نقطه  $(3, 1, 2)$  روی منحنی  $\mathbf{r}_2 = (t^3 - 2t + 4, t, 2)$  واقع باشد باید در نظر گرفته شود که بردار مماس بر این منحنی به صورت زیر است:

$$\mathbf{r}'_2 = (3t^2 - 2, 1, 0) \xrightarrow{t=1} \mathbf{r}'_2 = (1, 1, 0)$$

بردار  $\mathbf{r}'_1 \times \mathbf{r}'_2$  (ضرب خارجی بردارهای  $\mathbf{r}'_1$  و  $\mathbf{r}'_2$ ) بردار نرمال صفحه مماس خواهد بود.

$$\mathbf{N} = \mathbf{r}'_1 \times \mathbf{r}'_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$$

لذا معادله صفحه مذکور در نقطه  $(3, 1, 2)$  به صورت زیر است.

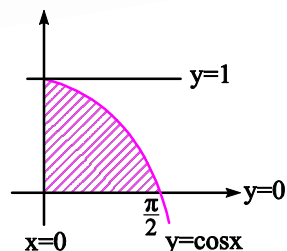
$$-1(x-3) + 1(y-1) + 2(z-2) = 0$$

$$-x + 3 + y - 1 + 2z - 4 = 0$$

$$-x + y + 2z - 2 = 0$$

37. گزینه 4 درست است.

$$I = \int_0^1 \int_0^{\cos^{-1} y} \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} dx dy$$



$$D \text{ ناحیه } \begin{cases} x=0 & , & x = \cos^{-1} y \Rightarrow y = \cos x \\ y=0 & , & y = 1 \end{cases}$$

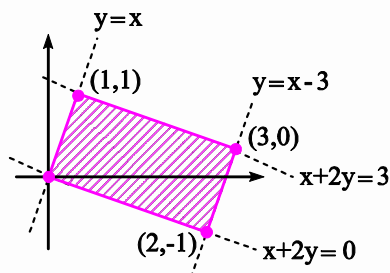
$$I = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos x} \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} dy dx$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \left( y \Big|_0^{\cos x} \right) \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$$

$$I = \frac{(1 + \sin x)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\sqrt{1 + \sin x} \bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$I = 2(\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2} - 2$$

38. گزینه 2 درست است.

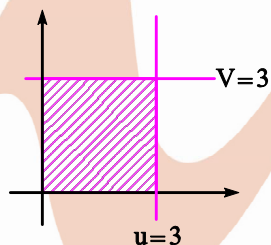


$$I = \iint_R (x+2y)^2 e^{(x-y)} dA$$

با استفاده از تغییر متغیرهای  $u = x+2y$  و  $v = x-y$  داریم:

$$J = \frac{1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-1}{3}$$

دستگاه



$$x+2y=0 \rightarrow u=0$$

$$x+2y=3 \rightarrow u=3$$

$$y=x \rightarrow x-y=0 \rightarrow v=0$$

$$y=x-3 \rightarrow x-y=3 \rightarrow v=3$$

$$I = \iint_{R'} u^2 e^v \times \left| \frac{-1}{3} \right| du dv = \frac{1}{3} \int_0^3 \int_0^3 u^2 e^v du dv$$

$$I = \frac{1}{3} \left( \frac{u^3}{3} \bigg|_0^3 \right) \left( e^v \bigg|_0^3 \right) = \frac{1}{3} (9) (e^3 - 1) = 3(e^3 - 1)$$

39. گزینه 3 درست است.

$$I = \iiint_{\Gamma} \frac{e^{x^2} + 3e^{y^3}}{e^{x^2} + 6e^{y^3} + e^{z^2}} dx dy dz$$

$$\Gamma: x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$$

چون ناحیه داخل کره به مرکز مبدا مختصات و شعاع  $\sqrt{3}$  است با تبدیل  $x \in z$  حاصل انتگرال تغییر نمی‌کند.

$$I = \iiint_{\Gamma} \frac{e^{z^2} + 3e^{y^3}}{e^{z^2} + 6e^{y^3} + e^{x^2}} dx dy dz$$

با جمع دو انتگرال داریم:

$$I + I = \iiint_{\Gamma} \frac{e^{x^2} + 6e^{y^3} + e^{z^2}}{e^{x^2} + 6e^{y^3} + e^{z^2}} dx dy dz$$

$$2I = \iiint_{\Gamma} dx dy dz \Rightarrow 2I = (\text{حجم ناحیه } \Gamma)$$

$$2I = \frac{4}{3} \pi (\sqrt{3})^3 \Rightarrow I = \frac{2}{3} \pi (3\sqrt{3}) = 2\pi\sqrt{3}$$

40. گزینه 3 درست است.

صفحه‌ای که مستطیل داخل آن قرار دارد را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} A(0,0,0) \\ B(1,0,0) \\ C(0,3,3) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{AB} = \hat{i} \\ \vec{AC} = 3\hat{j} + 3\hat{k} \end{array} \right.$$

$$\text{نرمال صفحه: } \vec{N} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -3\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\text{صفحه: } 0 \times (x-0) - 3(y-0) + 3(z-0) = 0 \Rightarrow y - z = 0$$

$$I = \iint_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_s (\vec{V} \times \vec{F}) \cdot \vec{n} ds$$

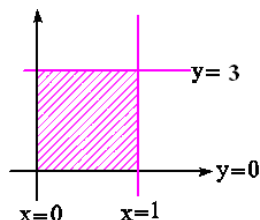
$$\vec{V} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 4xy^3 & xy^2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V} \times \vec{F} = +\hat{i}(2xy-0) - \hat{j}(y^2-0) + \hat{k}(4y^3-0)$$

$$g: y-z=0 \rightarrow \vec{n} = \frac{\vec{V}g}{|\vec{V}g|} = \frac{\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{1+1}}$$

$$y-z=0 \rightarrow z=y \xrightarrow{ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy} ds = \sqrt{1+0+1} dx dy$$

$$I = \iint_s (\vec{V} \times \vec{F}) \cdot \vec{n} ds = \iint_D (2xy\hat{i} - y^2\hat{j} + 4y^3\hat{k}) \cdot \frac{\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} dx dy$$



$$I = \iint_D (-y^2 - 4y^3) dx dy$$

$$D \begin{cases} x=0 & , & x=1 \\ y=0 & , & y=3 \end{cases}$$

$$I = \int_0^1 \int_0^3 (-y^2 - 4y^3) dy dx = \left( -\frac{y^3}{3} - y^4 \right) \bigg|_0^3 \bigg|_0^1$$

$$I = -((9+81) - (0+0))(1) = -90$$

$$|I| = 90$$

41. گزینه 1 درست است.

$$y' = 1 + \frac{1}{\sin(x-y+1)}$$

$$u = x - y + 1 \xrightarrow{\frac{d}{dx}} u' = 1 - y' \rightarrow y' = 1 - u'$$

$$1 - u' = 1 + \frac{1}{\sin u} \Rightarrow -u' = \frac{1}{\sin u}$$

$$-\frac{du}{dx} = \frac{1}{\sin u} \rightarrow -\sin u du = dx$$

$$\int -\sin u du = \int dx \rightarrow \cos u = x + c$$

$$\cos(x - y + 1) = x + c$$

42. گزینه 2 درست است.

$$y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x}{\sin x}$$

$$y'' - 2y' + 2y = 0 \rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0$$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i \begin{cases} y_1 = e^x \sin x \\ y_2 = e^x \cos x \end{cases}$$

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} : \text{رونسکین پایه جوابها}$$

$$W = \begin{vmatrix} e^x \sin x & e^x \cos x \\ e^x \sin x + e^x \cos x & e^x \cos x - e^x \sin x \end{vmatrix}$$

$$W = e^{2x} \sin x \cos x - e^{2x} \sin^2 x - e^{2x} \sin x \cos x - e^{2x} \cos^2 x = -e^{2x}$$

$$y_p = -y_1 \int \frac{y_2 R}{W} dx + y_2 \int \frac{y_1 R}{W} dx$$

که در فرمول لاگرانژ منظور از R طرف ثانی معادله دیفرانسیل است.

$$y_p = -e^x \sin x \int \frac{e^x \cos x \frac{e^x}{\sin x}}{-e^{2x}} dx + e^x \cos x \int \frac{e^x \sin x \frac{e^x}{\sin x}}{-e^{2x}} dx$$

$$y_p = -e^x \sin x \int -\cot x dx + e^x \cos x \int -dx$$

$$y_p = e^x \sin x \ln|\sin x| - x e^x \cos x$$

43. گزینه 1 درست است.

$$4yy'' - (2y')^2 - 9xy^2 = 0$$

$$\frac{4yy'' - 4y'^2}{y^2} = 9x \Rightarrow \left( \frac{4y'}{y} \right)' = 9x$$

$$\frac{4y'}{y} = 9\frac{x^2}{2} + c$$

$$\frac{4}{y} dy = \left( \frac{9}{2}x^2 + c \right) dx$$

$$4 \ln y = \frac{9}{2} \times \frac{x^3}{3} + cx + k$$

$$4 \ln y = \frac{3}{2}x^3 + cx + k$$

$$y(0) = 1 \rightarrow 0 = 0 + 0 + k \Rightarrow k = 0$$

$$4 \ln y = \frac{3}{2}x^3 + cx$$

$$y(1) = e^{\frac{11}{8}} \rightarrow 4 \ln e^{\frac{11}{8}} = \frac{3}{2} + c \Rightarrow \frac{11}{2} = \frac{3}{2} + c \Rightarrow c = 4$$

$$4 \ln y = \frac{3}{2}x^3 + 4x$$

$$x = 2 \rightarrow 4 \ln y = 20 \rightarrow \ln y = 5 \rightarrow y = e^5$$

44. گزینه 3 درست است.

چون نقطه  $x_0 = 0$  یک نقطه عادی برای معادله دیفرانسیل  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  است داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} P(x) = L & \text{موجود است} \\ \lim_{x \rightarrow 0} q(x) = k & \text{موجود است} \end{cases}$$

معادله مشخصه در روش فروبینوس به صورت زیر است.

$$r^2 + (A-1)r + B = 0$$

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} xP(x) = 0 \times L = 0$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} x^2q(x) = 0 \times k = 0$$

$$r^2 + (0-1)r + 0 = 0 \rightarrow r^2 - r = 0$$

$$r(r-1) = 0 \begin{cases} r = 0 \\ r = 1 \end{cases}$$

45. گزینه 2 درست است.

$$y'' + y' - 2y = 6u_2(t)$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

$$L(y'' + y' - 2y) = 6Lu_2(t)$$

$$s^2F(s) - sf(0) - f'(0) + sF(s) - f(0) - 2F(s) = 6\frac{e^{-2s}}{s}$$

$$s^2F(s) - s - 1 + sF(s) - 1 - 2F(s) = 6\frac{e^{-2s}}{s}$$

از طرفین معادله دیفرانسیل تبدیل لاپلاس می‌گیریم

$$(s^2 + s - 2)F(s) = 6 \frac{e^{-2s}}{s} + s + 2$$

$$F(s) = 6e^{-2s} \frac{1}{s(s-1)(s+2)} + \frac{s}{(s-1)(s+2)} + \frac{2}{(s-1)(s+2)}$$

$$F(s) = 6e^{-2s} \left( \frac{-1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) + \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + 2 \left( \frac{1}{3} + \frac{-1}{3} \right)$$

$$f(t) = 6u_2(t) \left( \frac{-1}{2}(t-2) + \frac{1}{3}(e^{t-2}) + \frac{1}{6}e^{-2(t-2)} \right) + \frac{1}{3}e^t + \frac{2}{3}e^{-2t} + \frac{2}{3}e^t - \frac{2}{3}e^{-2t}$$

$$f(3) = 6 \left( \frac{-1}{2} + \frac{1}{3}e + \frac{1}{6}e^{-2} \right) + \frac{1}{3}e^3 + \frac{2}{3}e^{-6} + \frac{2}{3}e^3 - \frac{2}{3}e^{-6}$$

$$f(3) = -3 + 2e + e^{-2} + e^3$$

### پاسخ تشریحی توسط: راضیه سیستانی‌نژاد

46. گزینه 3 درست است.

طبق روابط حاکم بر حالت تنش مسطح می‌توان نوشت:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \quad , \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x)$$

$$\rightarrow \frac{1}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{1-\nu} \quad , \quad \epsilon_2 = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\epsilon_z = \frac{-\nu}{1-\nu}(\epsilon_x + \epsilon_y) = -\frac{0.25}{1-0.25}(0.0006 - 0.0012) = 0.0002$$

47. گزینه 2 درست است.

$$\epsilon_A = \epsilon_x + \epsilon_y = 0$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad , \quad \epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\epsilon_x + \epsilon_y = \frac{1-\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \rightarrow \sigma_x + \sigma_y = 0$$

48. گزینه 2 درست است.

$$J = \frac{4A_m^2}{\int \frac{ds}{t}} \quad , \quad A_{m1} = A_{m2} = \pi R^2$$

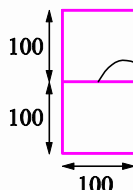
$$\text{1 میله} \rightarrow \int \frac{ds}{t} = \frac{\pi R}{1.5t} + \frac{\pi R}{\frac{t}{2}} = \frac{8\pi R}{3t}$$

$$\text{2 میله} \rightarrow \int \frac{ds}{t} = \frac{2\pi R}{t}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{GJ_1}{L}}{\frac{GJ_2}{L}} = \frac{J_1}{J_2} = \frac{\frac{2\pi R}{8\pi R}}{\frac{t}{3t}} = \frac{3}{4}$$

49. گزینه 3 درست است.

در مقطع 2، چسب تحت برش قرار نمی گیرد. در مقطع 1، می توان نوشت:



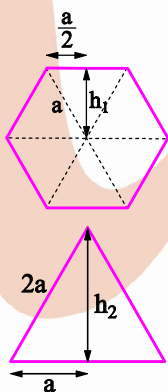
$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{P}{A} = \frac{3}{2} \frac{P}{100 \times 200} = \frac{3P}{40000}$$

50. گزینه 1 درست است.

$$k_1 = k_2 \rightarrow J_1 = J_2, \quad J = \frac{4A_m^2}{\int \frac{ds}{t}}$$

$$\tau = \frac{T}{2A_m t} = \tau_{\text{all}} \rightarrow T = 2A_m t \tau_{\text{all}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{A_{m1}}{A_{m2}} \frac{t_1}{t_2}$$



$$h_1 = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$A_{m1} = 6 \times \left( \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$h_2 = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3} a$$

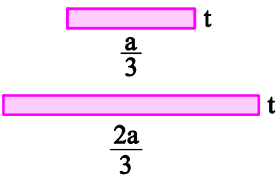
$$A_{m2} = \frac{1}{2} \times 2a \times \sqrt{3} a = \sqrt{3} a^2$$

$$J_1 = J_2 \rightarrow \frac{4 \times \frac{27a^4}{4}}{\frac{6a}{t_1}} = \frac{4 \times 3a^4}{\frac{6a}{t_2}} \rightarrow t_2 = \frac{9}{4} t_1$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2}{\sqrt{3} a^2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$$



51. گزینه 4 درست است.



$$M_B = \frac{PL}{3} \quad \text{مقطع B}$$

$$M_A = \frac{2PL}{3} \quad \text{مقطع A}$$

$$s = \frac{bt^2}{6}$$

$$\sigma = \frac{M}{S} \rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{S_B}{S_A} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 1$$

52. گزینه 3 درست است.

$$\varepsilon_x = 0 \rightarrow \frac{1}{E} \left( \sigma_x - \nu \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \nu \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) + \alpha \Delta T = 0 \rightarrow \sigma_x = -E \alpha \Delta T$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x) + \alpha \Delta T = (1 + \nu) \alpha \Delta T$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon_y = (1 + \nu) \alpha \Delta T \rightarrow \Delta R = (1 + \nu) \alpha \Delta T R_0$$

$$(1 + \nu) = \frac{E}{2G} \rightarrow \Delta R = \frac{E}{2G} \alpha \Delta T R_0$$

53. گزینه 2 درست است.

ابتدا محاسبه می‌کنیم که آیا جابجایی غلاف لوله‌ای بیش‌تر از 2cm است یا خیر. اگر این مقدار کم‌تر از 2cm باشد، نیرویی به هسته نخواهد رسید.

$$\Delta_1 = \frac{PL}{(AE)_1} = \frac{10 \times 400}{1000} = 4 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$$

$$2 \text{ cm} = \frac{F \times 400}{1000} \rightarrow F = 5 \text{ kg}$$

نیروی باقیمانده بین غلاف و هسته توزیع می‌شود.

$$P = 10 - 5 = 5 \text{ kg}$$

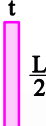
$$k_1 = \frac{(AE)_1}{L} = \frac{1000}{400}, \quad k_2 = \frac{(AE)_2}{L} = \frac{500}{400}$$


$$F_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} P = \frac{1000}{1500} \times 5 = \frac{10}{3}$$

$$F_2 = \frac{500}{1500} \times 5 = \frac{5}{3}$$

$$P_1 = 5 + \frac{10}{3} = \frac{25}{3}, \quad P_2 = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{5}$$

54. گزینه 2 درست است.

سطح مقطع در D:   $M_D = \frac{1}{4} W \times \left( \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} \right) = \frac{WL}{24}$

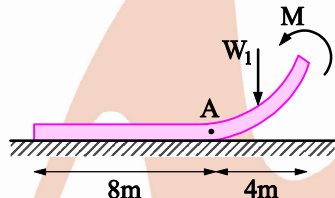
سطح مقطع در A:   $M_A = W \times \left( \frac{1}{3} \times L \right) = \frac{WL}{3}$

$$S = \frac{th^2}{6} \rightarrow \frac{S_D}{S_A} = \left( \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{M_A}{M_D} \frac{S_D}{S_A} = \frac{24}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^2 = 2 \rightarrow \sigma_A = 2\sigma_0$$

دقت شود که وزن ورق تا نقطه‌ی D،  $\frac{1}{4}$  کل وزن ورق است.

55. گزینه 4 درست است.



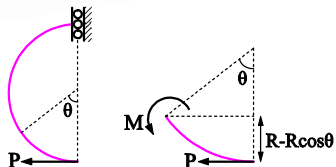
$$W_1 = \frac{4}{12} \times 180 = 60 \text{ kg}$$

$$\rho_A = \infty, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_A}{EI} \rightarrow M_A = 0$$

$$M_A = M - W_1 \times 2 = 0 \rightarrow M = 60 \times 2 = 120 \text{ kg.m}$$

56. گزینه 3 درست است.

از روش کار حقیقی استفاده می‌کنیم.



$$M = PR(1 - \cos \theta)$$

$$dx = R d\theta$$

$$\frac{1}{2} P \Delta_1 = \int \frac{M^2 dx}{2EI} \rightarrow P \Delta_1 = \frac{1}{EI} \int_0^\pi P^2 R^2 (1 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta) R d\theta$$

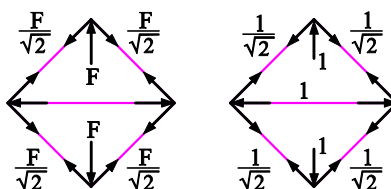
$$\Delta_1 = \frac{PR^3}{EI} \int_0^\pi \left( \frac{3}{2} - 2 \cos \theta + \frac{1}{2} \cos 2\theta \right) d\theta = \frac{3\pi R^3 P}{2EI}$$

$$\Delta = 2\Delta_1 = \frac{3\pi R^3 P}{EI}$$

توجه  $\rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$

57. گزینه 4 درست است.

فرض می‌کنیم مقدار نیروی عضو  $F: BD$  باشد. با توجه به افزایش حرارت این عضو نیروی  $F$  فشاری است.



$$L\Delta_{BD} = \sum \frac{FfL}{AE} + \sum fL\alpha\Delta T$$

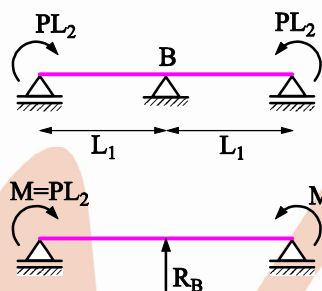
$$(I) \quad \Delta_{BD} = \alpha(\sqrt{2}L)\sqrt{2}\Delta T - \frac{F \times \sqrt{2}L}{AE} = 2\alpha L\Delta T - \frac{\sqrt{2}FL}{AE}$$

$$(II) \quad \Delta_{BD} = 4 \times \frac{\frac{F}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times L}{AE} + \frac{F \times 1 \times \sqrt{2}L}{AE} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times L\alpha(-2\sqrt{2}\Delta T)$$

$$(I), (II) \rightarrow F = \frac{2}{1 + \sqrt{2}} AE\alpha\Delta T \times \frac{(1 - \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})}$$

$$F = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{1 - 2} AE\alpha\Delta T = -2(1 - \sqrt{2}) AE\alpha\Delta T \text{ (فشاری)}$$

58. گزینه 4 درست است.

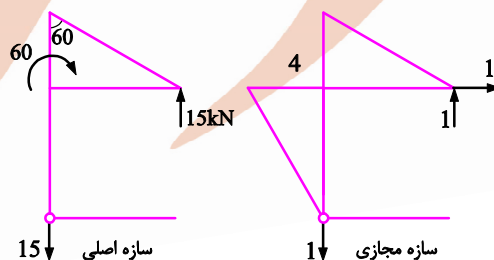


$$\Delta_B = 0 \rightarrow \frac{M(2L_1)^2}{8EI} = \frac{R_B(2L_1)^3}{48EI}$$

$$M = PL_2, R_B = P$$

$$\rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 3$$

59. گزینه 2 درست است.



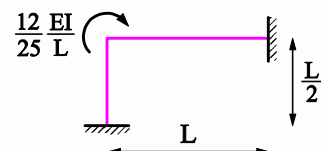
$$1. \Delta_{Bx} = \int \frac{M_m dx}{EI} + \int m \alpha \frac{\Delta T}{h} dx \quad \Delta T = T_1 - T_2 = 0.5T_0 - 2T_0$$

$$\Delta_{Bx} = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \times 60 \times 4 \times \frac{2}{3} \times 4 \right) + \frac{-1.5T_0}{h} \alpha \int \frac{1}{2} \times 4 \times 4 dx$$

$$\Delta_{Bx} = \frac{320}{EI} - \frac{12T_0 \alpha}{h}$$

60. گزینه 2 درست است.

$\theta_c = 0$  برای مینیمم شدن انرژی

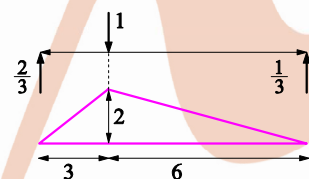


$$\theta_B = \frac{M}{\sum K} \quad \sum K = \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{\frac{L}{2}} = \frac{12EI}{L}$$

$$\theta_B = \frac{\frac{12EI}{25L}}{\frac{12EI}{L}} = \frac{1}{25} = 0.04$$

61. گزینه 1 درست است.

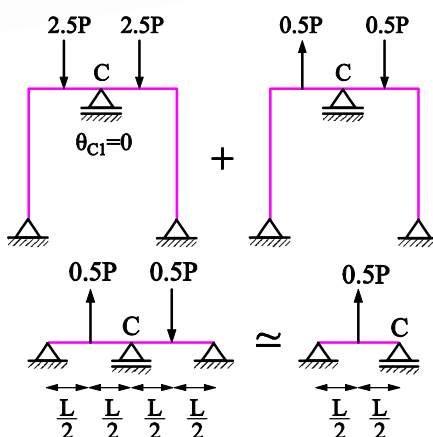
$$1. \Delta = \int m \frac{\Delta \epsilon}{h} dx = \int m \frac{0.2 - (-0.2)}{h} dx = \frac{0.4}{h} \int m dx$$



$$\int m dx = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 = 9$$

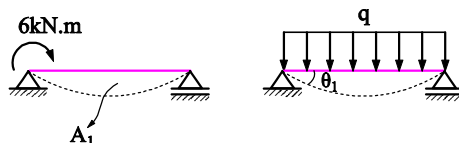
$$1. \Delta = \frac{0.4 \times 9}{h} = \frac{3.6}{h}$$

62. گزینه 3 درست است.



$$\theta_c = \frac{0.5PL^2}{16EI} = \frac{PL^2}{32EI}$$

63. گزینه 3 درست است.



قانون بتی و ماکسول  $\rightarrow M \times \theta_1 = q \times A_1$

$$\theta = \frac{qL^3}{24EI} \rightarrow 6 \times \frac{q \times 4^3}{24EI} = q \times A_1 \rightarrow A_1 = \frac{6 \times 4^3}{24EI}$$

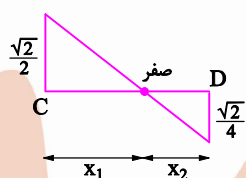
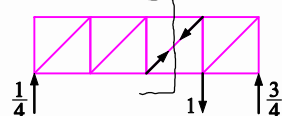
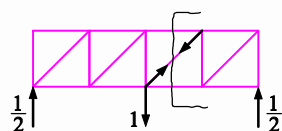
$$4 \times \frac{q \times 6^3}{24EI} = q \times A_2 \rightarrow A_2 = \frac{4 \times 6^3}{24EI}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4 \times 6^3}{6 \times 4^3} = \left(\frac{6}{4}\right)^2 = 2.25$$

64. گزینه 1 درست است.

خط تاثیر نیروی عضو CI در فاصله CD را رسم می‌کنیم. همه زوایای  $45^\circ$  هستند.

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

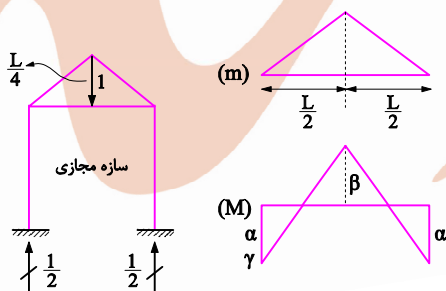


$$F_{CI} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow F_{CI} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{CI} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{4} \rightarrow F_{CI} = \frac{-\sqrt{2}}{4}$$

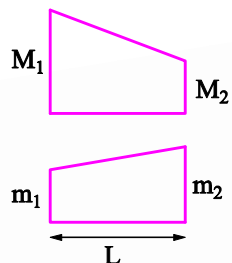
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = 2 \\ x_1 + x_2 = L \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = \frac{2}{3}L \\ x_2 = \frac{L}{3} \end{array}$$

65. گزینه 1 درست است.



$$1. \Delta = \int \frac{M \bar{m} dx}{EI}$$

$$\Delta = \frac{L}{6EI} \left[ 2 \times \frac{L}{4} \times \beta - \alpha \times \frac{L}{4} + 2 \times \frac{L}{4} \times \beta - \gamma \frac{L}{4} \right] = \frac{L^2}{48EI} [4\beta - \alpha - \gamma]$$



$$\int \frac{Mm dx}{EI} = \frac{L}{6EI} [2M_1m_1 + 2M_2m_2 + M_1m_2 + M_2m_1]$$

### پاسخ تشریحی توسط: استاد علیرضا سعیدی

66. گزینه 2 درست است.

از آنجائی که خاک اشباع می‌باشد  $B=1$  و با توجه به نمودار مقدار  $A$  از روی نمودار به دست می‌آید (داوطلبین باید توجه داشته باشند که نیازی به محاسبه  $\log(4)$  نمی‌باشد زیرا محور  $x$  ها به صورت  $\log$  عددگذاری شده است پس برای  $OCR = 4$  مقدار  $A = -0.1$  می‌باشد پس:

$$\Delta U = 8 \times B + 12 \times A = 8 \times 1 + 12 \times (-0.1) = 8 - 1.2 = 6.8 \text{ KPa}$$

67. گزینه 3 درست است.

$$\omega = \%10$$

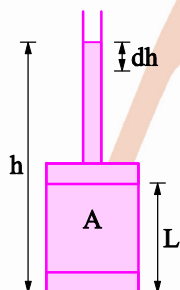
$$\omega_w + \omega_s = 5.5 \text{ kg}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_w}{\omega_s} = \frac{10}{100} \Rightarrow \omega_w = 0.1 \omega_s \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.1 \omega_s + \omega_s = 5.5 \text{ Kg} \Rightarrow \omega_s = \frac{5.5}{1.1} = 5 \text{ Kg} \Rightarrow \omega_w = 0.1 \times 5 = 0.5 \text{ Kg}$$

$$\omega = \%12.5 \Rightarrow \frac{\omega_w + \Delta \omega}{\omega_s} = \frac{12.5}{100} \Rightarrow \frac{0.5 + \Delta \omega}{5} = \frac{12.5}{100}$$

$$\Rightarrow 0.5 + \Delta \omega = \frac{62.5}{100} \Rightarrow \Delta \omega = 0.625 - 0.5 = 0.125 \text{ Kg} = 125 \text{ gr}$$

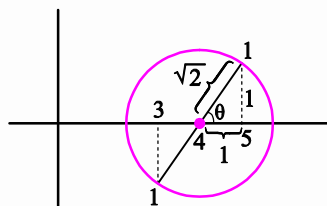
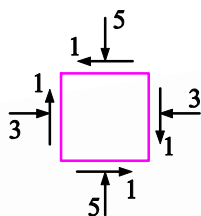
68. گزینه 1 درست است.



$$K_i A = K \cdot A \cdot \frac{h}{L} = a \cdot \frac{dh}{dt} \Rightarrow K \frac{(60)}{30} \times 750 = \frac{250}{150}$$

$$\Rightarrow K = \frac{10}{150 \times 60} = \frac{1}{150} = \frac{1}{900} = 1.1 \times 10^{-3}$$

69. گزینه 1 درست است.

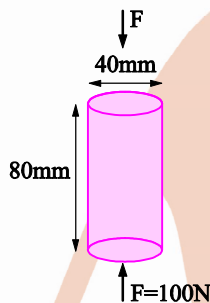


$$F_{\max} = 4 \pm \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{\max} = 5.4142 \text{ kN} \\ F_{\min} = 2.5857 \text{ kN} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{5.414}{10^{-2}} \\ \sigma_{\max} = 541.42 \\ \sigma_{\min} = 258.57 \end{cases}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{1} = 1$$

70. گزینه 3 درست است.

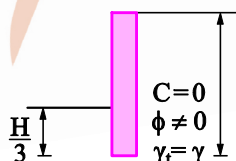


$$q_u = \frac{100 \text{ N}}{\pi \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100}} = \frac{100 \text{ Pa}}{4\pi \times 10^{-4}} = \frac{10^6}{12} \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow q_u = \frac{10^3}{12} \text{ KPa} \Rightarrow C_u = \frac{1000}{24} \text{ KPa}$$

$$\Rightarrow C_u = 39.8 \text{ KPa}$$

71. گزینه 2 درست است.



$$\frac{FP}{FA} = \frac{\frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{3} \right)^2 \text{ KP}}{\frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot K} = \frac{\text{KP}}{9Ka}$$

همانطور که می‌دانیم تغییر مکان لازم جهت بسیج شدن نیروی مقاوم بیش‌تر از محرک می‌باشد یعنی با فرض بسیج شدن نیروی محرک کل نیروی مقاوم با توجه به شکل بسیج نمی‌شود. لذا گزینه 2 صحیح است.

72. گزینه 4 درست است.

$$H_{cr} = \frac{2C_u}{\gamma \sqrt{Ka}} \xrightarrow{\phi=0 \Rightarrow K_a=1} H_{cr} = \frac{2 \times 80}{20} = 8 \text{ m}$$

$$H_{cr} = \frac{2C_u}{\gamma' \sqrt{Ka}} \rightarrow H_{cr} = \frac{2 \times 80}{12} = \frac{80}{6} ; 13$$

عمق ترک حدوداً 5 متر افزایش می‌یابد.



73. گزینه 1 درست است.

(الف)

$$\sigma'_A = \sigma_A - U_A = (3 \times 17.5 + 2 \times 18.7 + 1 \times 18) - 70 = (52.5 + 37.4 + 18) - 70 = 37.9$$

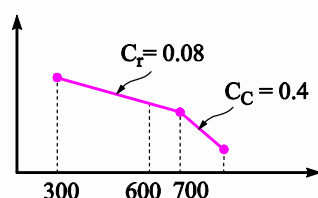
(ب)

$$\sigma'_A = \sigma_A - U_A = (3 \times 17.5 + 3 \times 18) - 70 = (52.5 + 54) - 50 = 56.5$$

$$\Rightarrow \Delta \sigma'_A = 56.5 - 37.9 = 18.6 \text{ KPa}$$

منظور طراح آن است که با پمپاژ منطقه وسیعی را تحت تأثیر قرار می‌دهیم حتی آن سطحی که لایه آرتزین به آن وصل می‌باشد.

74. گزینه 4 درست است.



$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_r \log \left( \frac{\sigma'_f}{\sigma'_0} \right)$$

$$G_s \cdot \omega = e_0 \times sr \xrightarrow{\text{اشباع}} 2.7 \times \frac{50}{100} = e_0 \Rightarrow e_0 = 1.35$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{200}{1 + 1/35} \times \frac{8}{100} \times \log \left( \frac{600}{300} \right) = \frac{16}{2.35} \log 2 ; 20 \text{ mm}$$

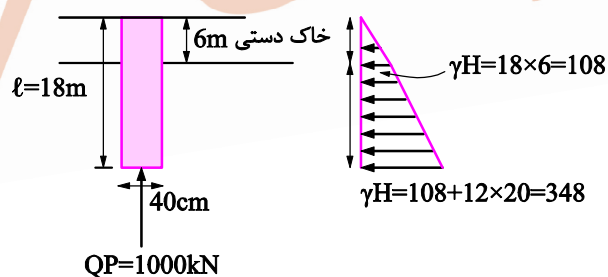
لازم به ذکر می‌باشد 0.3 ; log 2 در درس طراحی داده شده است.

75. گزینه 3 درست است.

$$\Delta H = \frac{H_0}{1 + e_0} C_c \log \left( \frac{\sigma'_f}{\sigma'_0} \right) = \frac{200}{1 + 0.6} \times 0.4 \times \log \left( \frac{190(2 \times 17.5 + 2 \times 9 + 1 \times 10)}{63} \right) = \frac{83}{1.6} \log(4) = \frac{86}{1.6} \times 2 \times 0.3 = \frac{80 \times 0.6}{1.6} = 30 \text{ cm}$$

76. گزینه 1 درست است.

77. گزینه 3 درست است.



$$Q_{s \text{ دستی خاک}} = \left( \frac{108 \times 6}{2} = 54 \times 6 = 324 \right) \times \frac{4}{10} \times 3 \times \frac{40}{100} = 155.5$$

$$Q_{s \text{ ماسه}} = \left( \frac{(108 + 348) \times 12}{2} = 2736 \right) \times \frac{6}{10} \times 3 \times \frac{40}{100} = 1969.9$$

$$\text{اصطکاک جدار} = 1969.9 - 155.5 = 1814.4$$

$$Q_{\text{کل}} = 1814.4 + 1000 ; 2815$$

78. گزینه 3 درست است.

خاک یک: بدون محوری ندارد پس:

$$q_u = 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_{\gamma 1} = 0.5 \gamma \cdot 6 \cdot N_{\gamma 1} = 3 \gamma N_{\gamma 1}$$

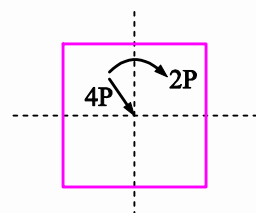
$$q_{\text{تنش زیر پی}} = \frac{4P}{36} = \frac{P}{9} \Rightarrow \frac{q_u}{3} = \frac{P}{9} = \frac{3 \gamma N_{\gamma 1}}{3} = \frac{P}{9} \Rightarrow \gamma N_{\gamma 1} = \frac{P}{9} \Rightarrow \boxed{N_{\gamma 1} = \frac{P}{9 \gamma}}$$

خاک دو:

$$e = \frac{2P}{4P} = 0.5 \Rightarrow B' = 6 - 2 \times 0.5 = 5$$

$$q_u = 0.5 \gamma \times 5 \times N_{\gamma 2} = 2.5 \gamma N_{\gamma 2}$$

$$\Rightarrow q_{\text{all}} = \frac{2.5}{3} \gamma N_{\gamma 2}$$



$$q_{\text{تنش زیر پی}} = \frac{4P}{36} + \frac{2P \times 3}{\frac{6 \times 6^3}{12}} = \frac{P}{9} + \frac{12P}{6 \times 36} = \frac{P}{9} + \frac{P}{18} = \frac{3P}{18} = \frac{P}{6}$$

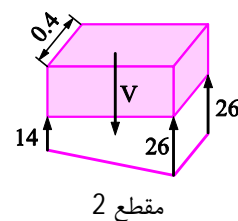
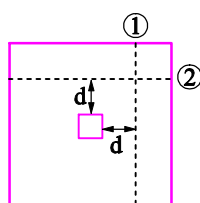
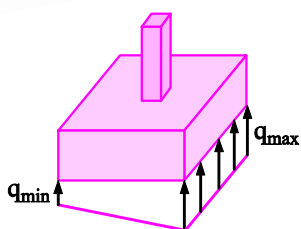
$$\Rightarrow q_{\text{all}} = \frac{2.5}{3} \gamma N_{\gamma 2} = \frac{P}{6} \Rightarrow \boxed{N_{\gamma 2} = \frac{P}{5 \gamma}}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{\gamma 2}}{N_{\gamma 1}} = \frac{\frac{P}{5 \gamma}}{\frac{P}{9 \gamma}} = \frac{9}{5} = 1.8$$

79. گزینه 4 درست است.

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{1(2a+b)}{3(a+b)} = \frac{5(2 \times 1+b)}{3(1+b)} \\ x_c: \text{از طرف} &= \frac{50 \times 4.75 + 75 \times 0.25}{125} = 2.05 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2.05 = \frac{10+5b}{3+3b} \Rightarrow b = 3.4$$

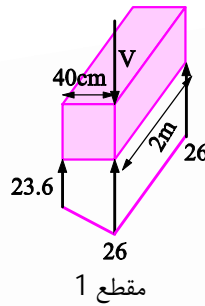
80. گزینه 1 درست است.



$$V_2 = \frac{(26+14) \times 2}{2} \times 0.4 = 16$$

$$V_1 = \frac{(26+23.6)}{2} \times 0.4 \times 2 = 20$$

$$\begin{cases} q_{\max} = \frac{80}{4} + \frac{8 \times 1}{\frac{16}{12}} = 26 \text{ KPa} \\ q_{\min} = \frac{80}{4} - \frac{8}{\frac{16}{12}} = 14 \text{ KPa} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{20}{16} = 1.25$$

81. گزینه 2 درست است.

وظیفه کلاف جلوگیری از نشست غیریکنواخت می باشد.

82. گزینه 1 درست است.

همان طور که می دانیم میزان نشست لازم برای بسیج شدن مقاومت نوک خیلی بیش تر از جدار شمع می باشد لذا گزینه 2 و 4 غلط می باشد.

83. گزینه 1 درست است.

همان طور که می دانیم آزمایش برش مستقیم و بارگذاری صفحه به صورت پیوسته انجام نمی شود و آزمایش SPT نیز برای هر 3 متر انجام می شود.

84. گزینه 2 درست است.

$$F.S = \frac{\gamma'}{\gamma_{\text{sat}}} \frac{\tan}{\tan \beta} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\tan \phi}{\tan 30} \Rightarrow \tan \phi = 1 \Rightarrow \phi = 45^\circ$$

85. گزینه 1 درست است.

## پاسخ تشریحی توسط: استاد مرتضی صفری فرد

صحبتی با دانشجویان عزیز:

اخیراً مشاهده می‌شود که اساتید عزیز در مؤسسات دیگر در ضمن حل تشریحی سوالات کنکور علاقه زیادی به ارجاع دادن سؤال‌های کنکور به مثال‌های موجود در جزوات، کتب و آزمون‌هایشان دارند. اگر مؤسسه پارسه از ارائه چنین تشابهاتی بین سؤال‌های کنکور و سؤال‌های موجود در آزمون‌ها و کتب خود خودداری می‌کند به این دلیل است که پارسه اعتقاد دارد در کتب و آزمون‌های آزمایشی «باید» سؤال‌هایی مشابه با سؤال‌های کنکور حل شود و این، شرط لازم می‌باشد (مگر قرار است در کلاس‌ها، کتب و آزمون‌های آزمایشی کاری غیر از این انجام شود؟!!!!)

بنابراین این نوع ارجاع‌دادن‌ها این موضوع را به ذهن متبادر می‌کند که گویا این دوستان به آنچه در کتب و آزمون‌هایشان وجود دارد اعتماد صددرصدی ندارند.

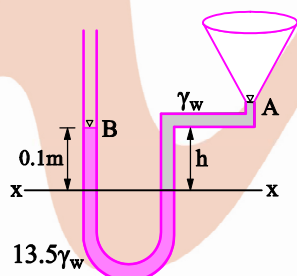
ذکر یک مثال که صرفاً جنبه شوخی دارد خالی از لطف نیست. فرض کنید شما می‌خواهید خودروی خود را بفروشید. آیا در آگهی‌های خود به این مطلب اشاره می‌کنید که خودروی من فرمان دارد، لاستیک دارد، موتور دارد و ... در انتها لازم به ذکر است که 99 درصد سؤال‌های کنکور هر سال، در کنکورهای سال‌های قبل تکرار شده است، لذا اشاره به این که سؤال‌های کنکور، در فلان کتاب وجود دارد، امری است بدیهی...

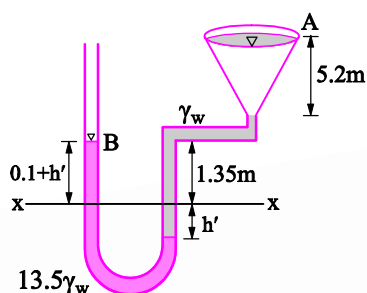
86. گزینه 4 درست است.

حالت اول: معادله مانومتری بین A و B:

$$P_A + \gamma_w \times h - 13.5 \gamma_w = 0.1 = P_B \xrightarrow{P_B = P_C = 0}$$

$$h = 1.35 \text{ m}$$





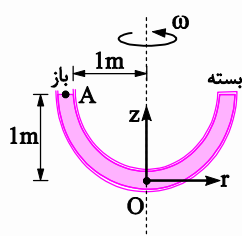
حالت دوم: با ریختن آب در مخروط، جیوه در شاخه سمت راست مانومتر به اندازه  $h'$  پایین و در شاخه سمت چپ به اندازه  $h'$  بالا می‌رود. مجدداً با نوشتن معادله مانومتری بین A و B داریم:

$$P_A + \gamma_w \times (5.2 + 1.35 + h') - 13.5\gamma_w (h' + 0.1 + h') = P_B$$

$$\xrightarrow{P_A = P_B = 0} h' = 0.2\text{m}$$

بنابراین اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه مانومتر برابر است با 50 cm

87. گزینه 2 درست است.



$$\omega = 30 \times \frac{2\pi}{60} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$P_o - \frac{1}{2} \rho r_o^2 \omega^2 + \gamma z_o = P_A - \frac{1}{2} \rho r_A^2 \omega^2 + \gamma z_A$$

با قراردادن  $P_A = 0$  و  $r_A = z_A = 1$ ,  $z_o = 0$ ,  $r_o = 0$  خواهیم داشت:

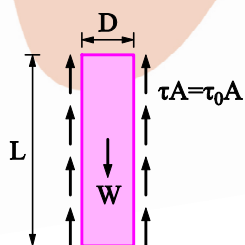
$$P_o = -\frac{1}{2} \rho \omega^2 + \gamma \xrightarrow{\omega = \pi} P_o = \gamma \left[ 1 - \frac{\pi^2}{2g} \right]$$

88. گزینه 1 درست است.

اگر اتصال کره به سطح شیبدار در یک نقطه باشد، نیروی قائم وارد از طرف سیال به کره، همان نیروی شناوری می‌باشد که رو به بالا می‌باشد. در ضمن نیروهای افقی وارد بر کره، یکدیگر را خنثی می‌کنند.

89. گزینه 4 درست است.

از آن جا که سیال حرکت نمی‌کند،  $\frac{du}{dy} = 0$  می‌باشد. دیگرام آزاد نیروهای وارد بر سیال را رسم می‌کنیم و شرط تعادل را برای آن می‌نویسیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = \tau A \Rightarrow \gamma_0 V = \tau_0 A \Rightarrow$$

$$\gamma_0 \left( \frac{\pi D^2}{4} L \right) = \tau_0 (\pi D L) \Rightarrow D = \frac{4\tau_0}{\gamma_0}$$

90. گزینه 3 درست است.

$$\text{معادله خطوط جریان: } \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{xt} = \frac{dy}{3t} \Rightarrow dy = 3 \frac{dx}{x} \Rightarrow y = 3 \ln x + c$$

با اعمال شرط  $x = 1$  و  $y = 0$  ثابت  $c$  برابر صفر می‌شود. لازم به ذکر است که نقطه  $A(1, 0)$  فقط در گزینه 3 صدق می‌کند.

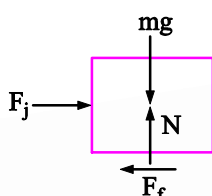
91. گزینه 3 درست است.

$$Re_m = Re_p \Rightarrow \frac{V_m L_m}{\nu_m} = \frac{V_p L_p}{\nu_p} \Rightarrow \frac{V_p}{V_m} = \frac{L_m}{L_p} \frac{\nu_p}{\nu_m} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{1.5} = \frac{1}{150}$$

$$\frac{F_p}{F_m} = \left( \frac{\rho_p}{\rho_m} \right) \left( \frac{V_p}{V_m} \right)^2 \left( \frac{L_p}{L_m} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_p}{60} = (900) \left( \frac{1}{150} \right)^2 (100)^2 \Rightarrow F_p = 24 \text{ kN}$$

92. گزینه 4 درست است.

هنگامی که بلوک به سرعت نهایی (سرعت حدی) خود می‌رسد، شتاب حرکتش صفر شده و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر خواهد شد.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_j = F_f \Rightarrow \rho A V_r^2 = \mu N$$

سرعت نسبی جت و جسم می‌باشد پس:

$$\rho A (V_j - V)^2 = \mu N \xrightarrow[V_j = \frac{Q}{A}]{N = mg} \rho A \left( \frac{Q}{A} - V \right)^2 = \mu mg$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{A} - \sqrt{\frac{\mu mg}{\rho A}}$$

93. گزینه 1 درست است.

مقطع قبل و بعد از توربین را به ترتیب 1 و 2 می‌نامیم. معادله انرژی بین 1 و 2:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - h_T = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

با فرض یکسان بودن قطر لوله قبل و بعد از توربین،  $V_1 = V_2$  خواهد شد. با صرف نظر از تلفات در توربین ( $h_L = 0$ ) و با توجه

به این که  $HGL = \frac{P}{\gamma} + z$  می‌باشد خواهیم داشت:

$$HGL_1 - h_T = HGL_2 \Rightarrow h_T = 2200 - 2180 \Rightarrow h_T = 20 \text{ m}$$

اگر خروجی لوله را نقطه 3 بنامیم، با نوشتن معادله انرژی بین 2 و 3 داریم:

$$HGL_2 = HGL_3 + h_f \Rightarrow h_f = 8 \Rightarrow f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 8 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{8 \times 0.2 \times 2 \times 10}{0.02 \times 100}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{توان توربین: } P_T = \gamma Q h_T = 10^4 \times \left( \frac{\pi \times 0.2^2}{4} \times 4 \right) \times 20 = 8\pi \text{ kW}$$

94. گزینه 4 درست است.

اگر جریان تراکم‌ناپذیر باشد باید  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$  باشد.

$$\text{گزینه 1: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{5(x+y) - 5x}{(x+y)^2} - \frac{5(x+y) - 5y}{(x+y)^2} = \frac{5y - 5x}{(x+y)^2} \neq 0$$

$$\text{گزینه 2: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{5y + 5x}{(x+y)^2} \neq 0$$

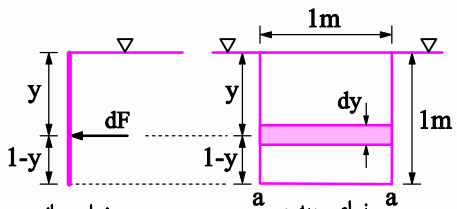
$$\text{گزینه 3: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{10(x^2 + y^2) - 20x^2}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{10(x^2 + y^2) - 20y^2}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{20y^2 - 20x^2}{(x^2 + y^2)^2} \neq 0$$

$$\text{گزینه 4: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

95. هیچ کدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\frac{dP}{dy} = \gamma \Rightarrow P = \int \gamma dy = \int (12 + 0.6y) dy \Rightarrow P = 12y + 0.3y^2 + c$$

از آن جا که در  $y = 0$ ،  $P = 0$  است، پس  $c = 0$  می‌باشد و توزیع فشار در سیال به صورت  $P = 12y + 0.3y^2$  می‌باشد.  
لنگر ناشی از نیروی وارد بر المان، حول  $aa$  برابر است با:

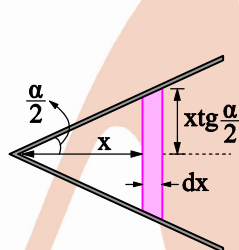


$$dM = dF \times (1 - y)$$

$$M = \int dF \times (1 - y) \xrightarrow{dF = P dA} M = \int P(1 - y) dA \xrightarrow{dA = 1 \times dy}$$

$$M = \int_0^1 (12y + 0.3y^2)(1 - y) dy = 2.025 \text{ kN.m}$$

96. گزینه 4 درست است.



المان حجمی از سیال بالارفته بین دو صفحه را در نظر می‌گیریم (به ابعاد  $(2x \tan \frac{\alpha}{2} \times dx \times h)$ ). وزن المان توسط نیروی کششی سطحی وارد بر آن خنثی می‌شود با فرض زاویه تماس صفر خواهیم داشت:

$$W = F_\sigma \Rightarrow \gamma \nabla = \sigma L \Rightarrow \gamma \left( 2x \tan \frac{\alpha}{2} \times dx \times h \right) = \sigma (2dx) \Rightarrow h = \frac{\sigma}{x \gamma \tan \frac{\alpha}{2}}$$

97. گزینه 2 درست است.

$$h_{f1} + h_{f2} = h_f \Rightarrow f \frac{L}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + f \frac{L}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = f \frac{2L}{D} \frac{V^2}{2g} \xrightarrow{v = \frac{Q}{A}}$$

$$\frac{Q^2}{D_1^5} + \frac{Q^2}{D_2^5} = 2 \frac{Q^2}{D^5} \Rightarrow D = \left[ \frac{2D_1^5 D_2^5}{D_1^5 + D_2^5} \right]^{\frac{1}{5}}$$

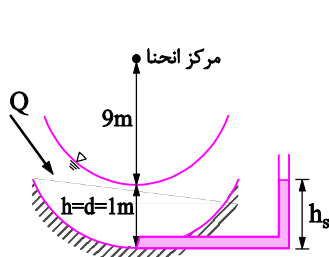
98. گزینه 2 درست است.

از آن جا که در مولفه‌های سرعت  $x$  و  $z$  وجود دارد، جریان دو بعدی می‌باشد. به علت وجود زمان ( $t$ ) جریان از نوع غیردائمی می‌باشد. همچنین از آن جا که مولفه‌های سرعت، ثابت (یکنواخت) نمی‌باشند، جریان از نوع غیریکنواخت می‌باشد.

توجه: براساس متون اصلی سیالات، تعداد بعد یک جریان برابر است با تعداد مؤلفه‌های مکانی ظاهر شده در بردار سرعت. از آن جا که در این سوال مولفه‌های مکانی  $x$  و  $z$  ظاهر شده‌اند، جریان از نوع دوبعدی است. تعداد جهت یک جریان برابر است با تعداد

مولفه‌های غیرصفر بردار سرعت. از آن جا که در این سوال مولفه‌های  $u$  و  $v$  وجود دارند، این بردار سرعت نشان دهنده یک جریان دوجهته می‌باشد.

99. گزینه 4 درست است.



$$V = \frac{Q}{A} = \frac{8}{4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h_s = h + d \frac{a_n}{g} \xrightarrow{\frac{a_n}{r} = \frac{V^2}{d=h}} h_s = h + h \frac{V^2}{rg} \Rightarrow$$

$$h_s - h = h \frac{V^2}{rg} \Rightarrow h_s - h = 1 \times \frac{4}{(9+0.5)(10)} \approx 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

100. گزینه 1 درست است.

$$\left. \begin{array}{l} C+V=3 \\ C-V=1 \end{array} \right\} \Rightarrow V=1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow Q=AV=(3 \times 1)(1)=3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

توجه شود که با توجه به معادلات فوق،  $C=2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  خواهد شد. از طرفی باید داشته باشیم  $C=\sqrt{gy}$  و با توجه به  $C=2$ ، عمق جریان برابر  $0.4 \text{ m}$  خواهد شد که با عمق داده شده در صورت سوال هم‌خوانی ندارد. بنابراین جواب صحیح این سوال به صورت زیر می‌باشد:

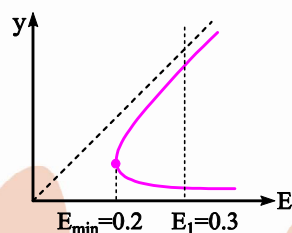
$$Q=AV=(by)(V)=(3 \times 0.4)(1)=1.2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

101. گزینه 4 درست است.

بیش‌ترین  $\Delta z$  برای جلوگیری از انسداد برابر است با:

$$\Delta z_c = E_1 - E_{\min} = 0.1 \text{ m}$$

از آن جا که  $\Delta z$  در این سوال بیش‌تر از  $\Delta z_c$  می‌باشد پس انسداد رخ می‌دهد. برای تشخیص کاهش و یا افزایش عمق بر روی برآمدگی باید وضعیت جریان از لحاظ زیر بحرانی مافوق بحرانی بودن تعیین شود.



$$y_c = \frac{2}{3} E_{\min} = \frac{2}{3} \times 0.2 \Rightarrow y_c = 0.13 \text{ m}$$

از آن جا که عمق جریان قبل از برآمدگی ( $y=0.25 \text{ m}$ ) بیش‌تر از  $y_c=0.13 \text{ m}$  است، پس وضعیت جریان قبل از برآمدگی، زیربحرانی می‌باشد، بنابراین در اثر انسداد عمق جریان در محل برآمدگی کاهش می‌یابد و برابر با عمق بحرانی خواهد بود.

102. گزینه 2 درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \\ y > y_c \Rightarrow Fr < 1 \\ S_f > S_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dy}{dx} < 0 \Rightarrow \text{پروفیل نزولی}$$

در گزینه‌ها فقط  $M_2$  نزولی می‌باشد.



103. گزینه 3 درست است.

از آن جا که عرض جریان بسیار بیش تر از عمق جریان می باشد، می توان کانال را عریض در نظر گرفت.

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{1}{n} y^{\frac{5}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} \\ q &= \frac{Q}{b} = \frac{65}{65} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{1}{0.012} \times 1 \times S_f^{\frac{1}{2}} \Rightarrow S_f = 144 \times 10^{-6}$$

$$\tau_w = \gamma \cdot R \cdot S_f \xrightarrow{R=y=1\text{m}} \tau_w = 10^4 \times 1 \times (144 \times 10^{-6}) = 1.44 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

104. گزینه 3 درست است.

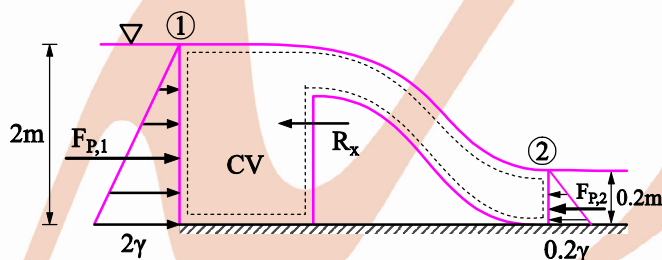
$$R = \frac{by}{b+2y} = \frac{4 \times 2}{4+2 \times 2} = 1\text{m}$$

$$q = \frac{1}{n} y R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} \Rightarrow Vy = \frac{1}{n} y R^{\frac{2}{3}} S_f^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2 \times 2 = \frac{1}{0.02} \times 2 \times 1 \times S_f^{\frac{1}{2}} \Rightarrow S_f = 0.0016$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{2}{\sqrt{20}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} = \frac{0.006 - 0.0016}{1 - 0.2} = 0.0055$$

105. گزینه 1 درست است.



$$\dot{m} = \rho A_2 V_2 = 1000 \times (0.02 \times 1) (10) = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = \frac{(0.2 \times 1) (10)}{(2 \times 1)} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_{P,1} = \frac{2\gamma \times 2}{2} \times 1 = 20000 \text{ N}$$

$$F_{P,2} = \frac{0.2\gamma \times 0.2}{2} \times 1 = 200 \text{ N}$$

$$\sum F_x = (\dot{m} V_x)_{\text{out}} - (\dot{m} V_x)_{\text{in}}$$

$$F_{P,1} - F_{P,2} - R_x = \dot{m} [V_2 - V_1]$$

$$\Rightarrow R_x = 20000 - 200 - R_x = 2000(10 - 1) \Rightarrow R_x = 1.8 \text{ kN}$$

لازم به ذکر است که  $R_x$  را می توان با استفاده از مفهوم نیروی مخصوص نیز به دست آورد:

$$\frac{F_{\text{ext}}}{\gamma} = F_1 - F_2, \quad F = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{gy}$$

حل تشریحی درس طراحی به زودی در سایت پارسه قرار می‌گیرد.

طراحی (سازه‌های فولادی 1 و 2 - سازه‌های بتنی 1 و 2 - راهسازی و روسازی راه)

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 106. گزینه 2 درست است. | 116. گزینه 4 درست است. | 126. گزینه 1 درست است. |
| 107. گزینه 4 درست است. | 117. گزینه 2 درست است. | 127. گزینه 3 درست است. |
| 108. گزینه 1 درست است. | 118. گزینه 2 درست است. | 128. گزینه 2 درست است. |
| 109. گزینه 2 درست است. | 119. گزینه 4 درست است. | 129. گزینه 2 درست است. |
| 110. گزینه 4 درست است. | 120. گزینه 3 درست است. | 130. گزینه 3 درست است. |
| 111. گزینه 1 درست است. | 121. گزینه 4 درست است. | 131. گزینه 2 درست است. |
| 112. گزینه 3 درست است. | 122. گزینه 4 درست است. | 132. گزینه 3 درست است. |
| 113. گزینه 3 درست است. | 123. گزینه 3 درست است. | 133. گزینه 1 درست است. |
| 114. گزینه 3 درست است. | 124. گزینه 4 درست است. | 134. گزینه 3 درست است. |
| 115. گزینه 1 درست است. | 125. گزینه 1 درست است. | 135. گزینه 4 درست است. |