

حل سوالات تحلیل سازه ها آزمون  
کارشناسی ارشد مهندسی عمران ۱۴۰۴



**دکتر رامین منصوری**

مدرس و مولف کتاب تحلیل سازه ها آزمون ارشد، دکتری و نظام مهندسی



سبزه سازه

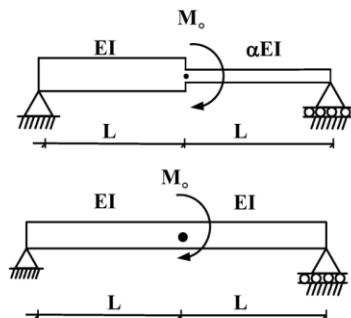


dr\_aminmansouri1370



dr\_aminmansouri

۴۹- از بین دو تیر رسم شده، تیر بالایی دارای مقطع متغیر است. ضریب  $\alpha$  کدام باشد تا شیب تیر بالایی در نقطه وسط، دوبرابر شیب تیر پایینی در نقطه متناظر آن باشد؟



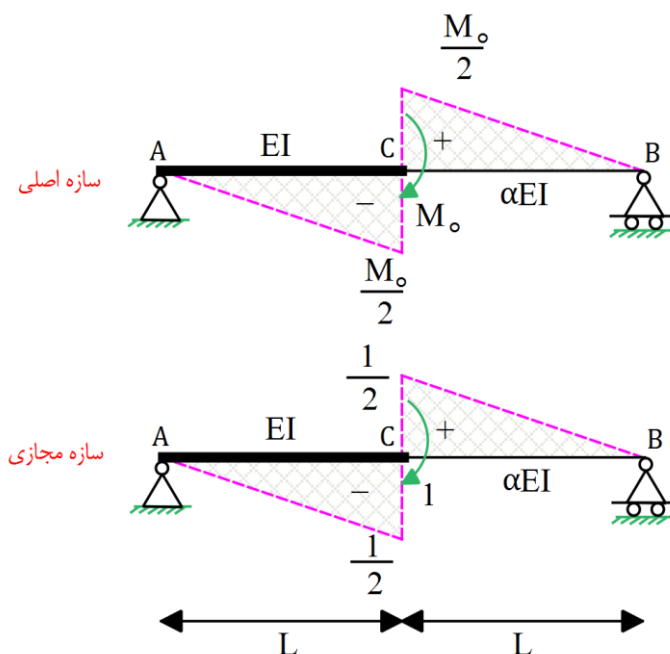
- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{1}{6}$

سطح سوال آسان

حل سوال ۴۹:

طبق روش کار مجازی و روابط حفظی شیب در تیرهای دو سر مفصل داریم:

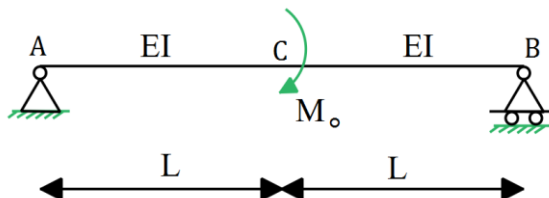
تحلیل تیر بالایی: طبق روش کار مجازی و با ترسیم نمودار لنگر در سازه اصلی و مجازی داریم:





$$(\theta_C)_{top} = \frac{M_o}{2} * \frac{1}{2} * L \frac{1}{3EI} + \frac{M_o}{2} * \frac{1}{2} * L \frac{1}{3\alpha EI} = \frac{M_o L}{12EI} + \frac{M_o L}{12\alpha EI}$$

تحلیل تیر پایینی: طبق روابط حفظی شیب در تیرهای دو سر مفصل داریم:



$$(\theta_C)_{bot} = \frac{M_o * 2L}{12EI} = \frac{M_o L}{6EI}$$

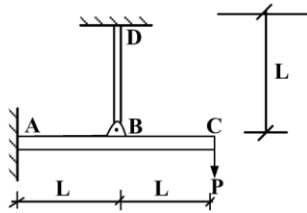
در نهایت طبق صورت سوال داریم:

$$(\theta_C)_{top} = 2(\theta_C)_{bot} \rightarrow \frac{M_o L}{12EI} + \frac{M_o L}{12\alpha EI} = 2 * \frac{M_o L}{6EI}$$

$$\rightarrow \frac{M_o L}{12\alpha EI} = \frac{M_o L}{4EI} \rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

پاسخ سوال گزینه (۲)

۵۰- جابه‌جایی نقطه B، بر حسب P کدام است؟ (برای تمامی اعضا می‌دانیم که  $EA = 10$ ,  $EI = 2$ ,  $L = 1$ )

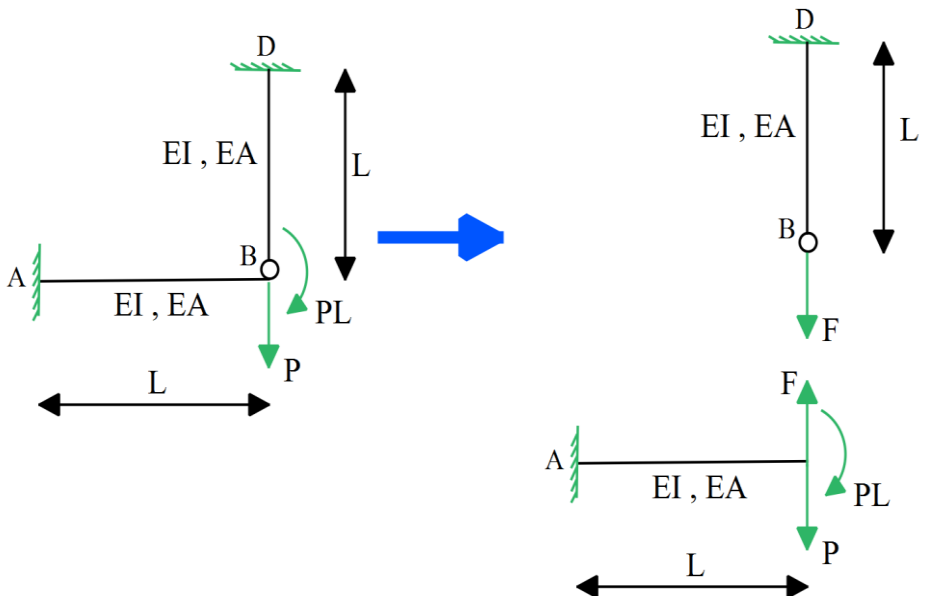


- (۱)  $\frac{15}{2}$   
(۲)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $\frac{25}{16}$   
(۴)  $\frac{5}{32}$

سطح سوال آسان

حل سوال ۵۰:

طبق روابط حفظی خیز در تیرهای طره ای داریم: با زدن مقطع در نقطه B و انتقال نیروی قائم و لنگر خمشی ناشی از عضو طره ای BC به نقطه B و همچنین با توجه به نوشتن معادله سازگاری برابری مقدار جابه‌جایی قائم نقطه B با تغییر طول عضو BD داریم:





$$EI = 2$$

$$EA = 10$$

$$L = 1$$

$$\Delta_{By} = \Delta L_{BD}$$

$$\rightarrow \frac{(P - F) * L^3}{3EI} + \frac{PL * L^2}{2EI} = \frac{FL}{EA} \rightarrow \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{2EI} = \frac{FL^3}{3EI} + \frac{FL}{EA}$$

$$\rightarrow \frac{5 * P * 1^3}{6 * 2} = \frac{F * 1^3}{3 * 2} + \frac{F * 1}{10}$$

$$\rightarrow \frac{5P}{12} = \frac{4F}{15} \rightarrow F = \frac{25P}{16}$$

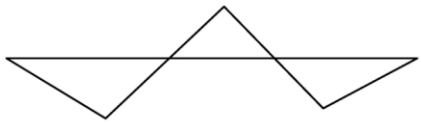
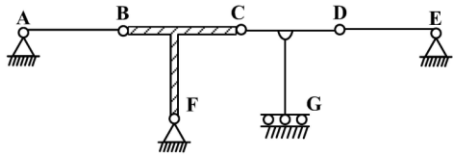
در نهایت مقدار جابه جایی قائم نقطه B برابر تغییر طول عضو BD می باشد. بنابراین:

$$\Delta_{By} = \Delta L_{BD} = \frac{FL}{EA} = \frac{\frac{25P}{16} * L}{EA} = \frac{\frac{25P}{16} * 1}{10} = \frac{5}{32}P$$

پاسخ سوال گزینه (۴)

۵۱- خط اثر داده شده، مربوط به کدام مورد است؟

- (۱)  $M_A$
- (۲)  $G_y$
- (۳)  $F_x$
- (۴)  $V_c$



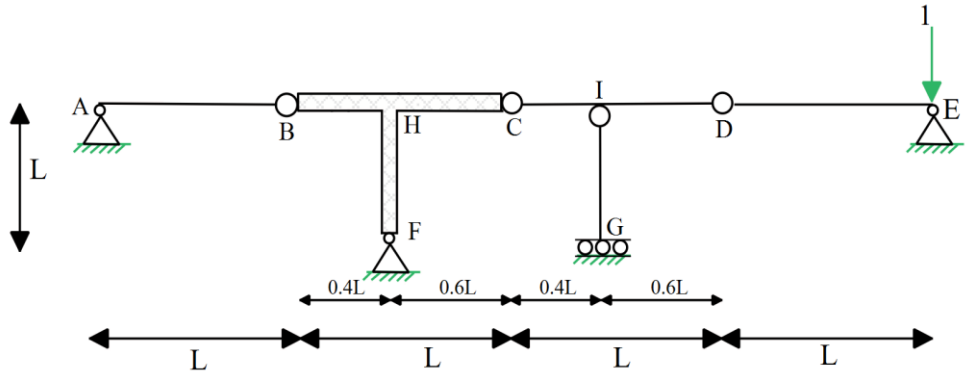
سطح سوال متوسط و مفهومی

حل سوال ۵۱:

طبق روش خط تاثیر با اعمال بار واحد بر روی کل نقاط قسمت فوقانی سازه خط تاثیر سازه را ترسیم می کنیم:

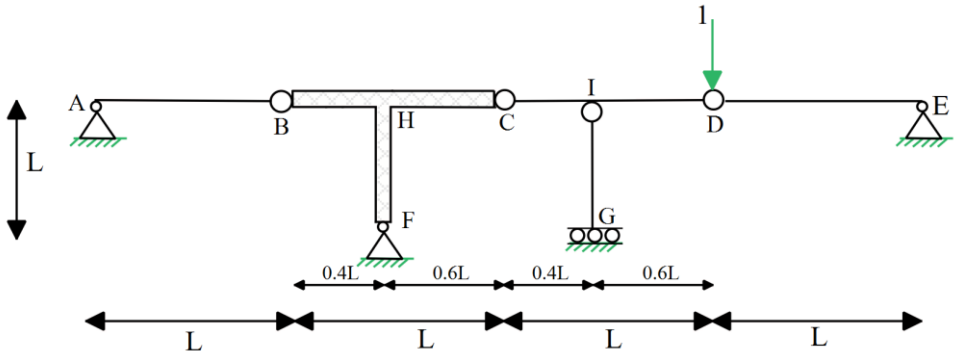
نکته: واکنش تکیه گاهی  $M_A$  در سازه نداریم و گزینه یک صحیح نبوده لذا این گزینه را حذف می کنیم.

با اعمال بار واحد بر روی نقطه E واکنش های  $F_x$  و  $V_c$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم: با فرض مفصلی بودن گره I داریم: مفصل خمشی گره I به صورت غیر وصل می باشد با در نظر گرفتن طول برای کل اعضای AB و BC و CD و DE و FH و همچنین دو طول غیر برابر برای عضوهای BH و HC و CI و ID داریم:



$$G_y = V_C = F_x = 0$$

با اعمال بار واحد بر روی نقطه D واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:

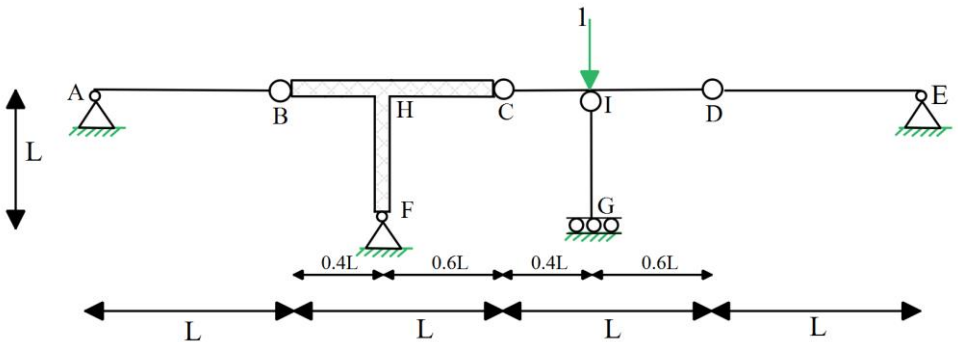


$$G_y = 2.5 \uparrow$$

$$V_C = 1.5 \downarrow$$

$$F_x = 0.9 \leftarrow$$

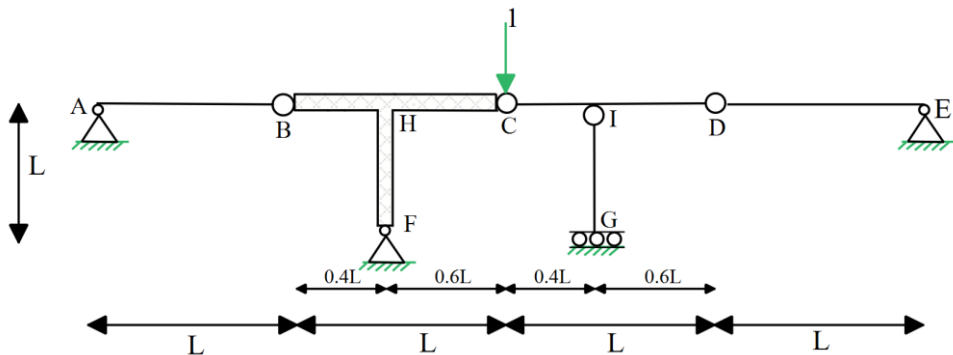
با اعمال بار واحد بر روی نقطه I واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:



$$G_y = 1 \uparrow , \quad V_C = F_x = 0$$



با اعمال بار واحد بر روی نقطه C واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:

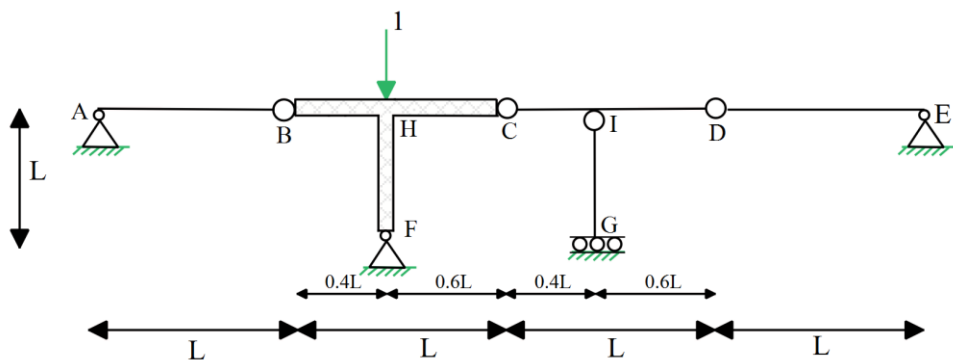


$$G_y = 0$$

$$V_C = 1 \uparrow$$

$$F_x = 0.6 \rightarrow$$

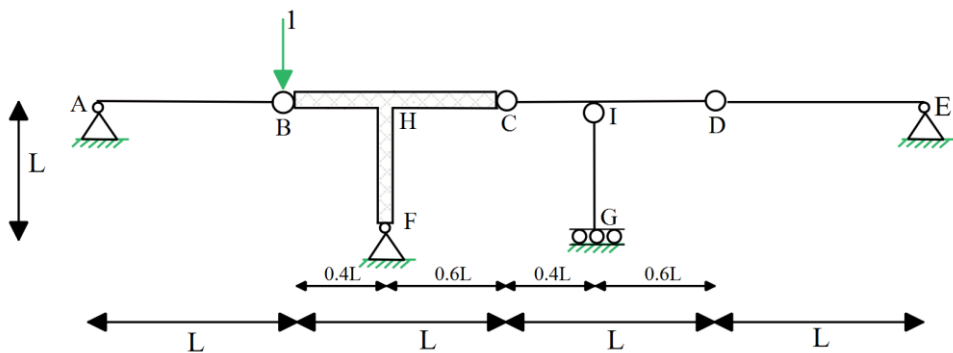
با اعمال بار واحد بر روی نقطه H واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:



$$G_y = V_C = F_x = 0$$



با اعمال بار واحد بر روی نقطه B واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:

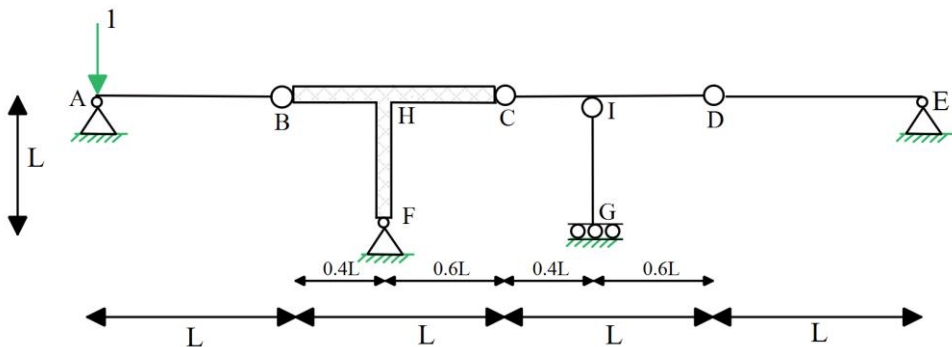


$$G_y = 0$$

$$V_C = 0$$

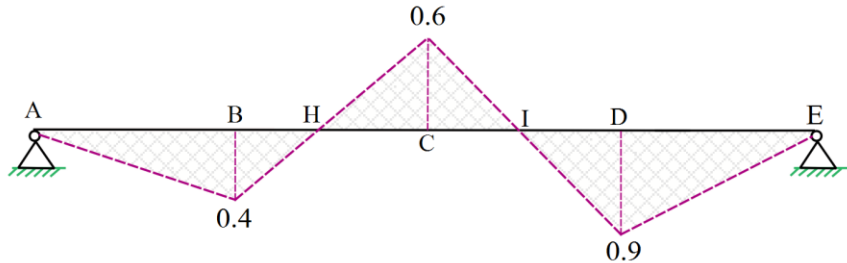
$$F_x = 0.4 \leftarrow$$

با اعمال بار واحد بر روی نقطه A واکنش های  $F_x$  و  $V_C$  و  $G_y$  را محاسبه می کنیم:



$$G_y = V_C = F_x = 0$$

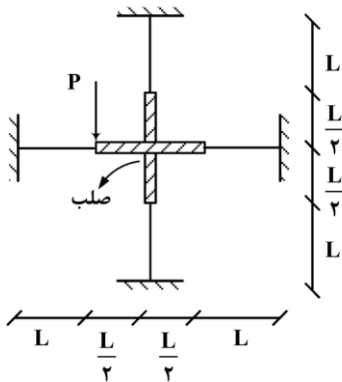
در نهایت می‌توان فهمید که خط تاثیر داده شده مربوط به واکنش  $F_x$  در سازه می‌باشد.



**تذکر:** به نظر می‌رسد طراح محترم خط تاثیر  $F_x$  را در صورت سوال به صورت برعکس ارائه داده است و مقدار ارتفاع خط تاثیر در نقاط B و D بدست آمده در شکل بالا برعکس شکل خط اثر داده شده در صورت تست می‌باشد.

**پاسخ سوال گزینه (۳)**

۵۲- در سازه زیر، سختی خمشی کلیه اعضای انعطاف‌پذیر برابر با EI است. جابه‌جایی قائم نقطه اثر بار P بر حسب  $\frac{PL^2}{EI}$ ،



کدام مورد است؟

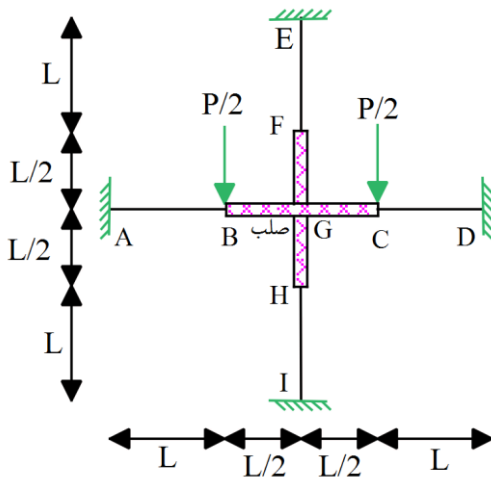
- (۱)  $\frac{1}{384}$
- (۲)  $\frac{1}{208}$
- (۳)  $\frac{1}{120}$
- (۴)  $\frac{1}{48}$

سطح سوال سخت و چالشی

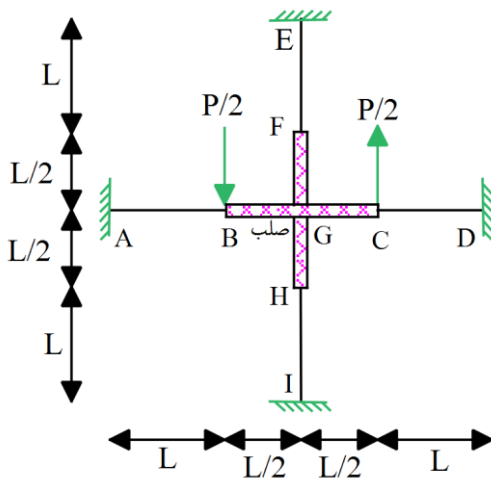
**حل سوال ۵۲:**



سازه در هر دو جهت X و Y متقارن بوده و تحت بارگذاری کلی در راستای Y قرار دارد. بنابراین باید سازه را به دو سازه تحت بارگذاری متقارن و پاد متقارن تبدیل کرده و خیز قائم محل اثر بار P را محاسبه کنیم:

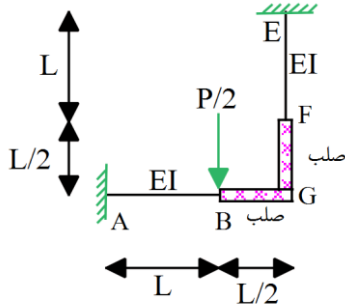


سازه تحت بارگذاری متقارن

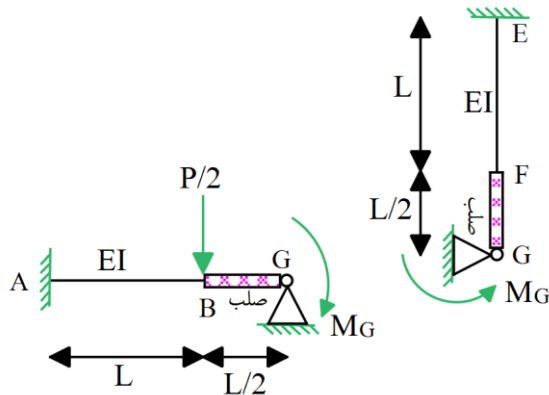


سازه تحت بارگذاری پاد متقارن

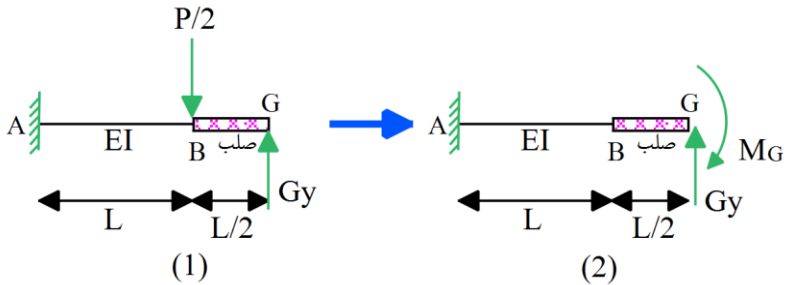
در سازه تحت بارگذاری متقارن مقدار خیز قائم محل اثر بار صفر بوده و نقطه B مانند تکیه گاه گیردار عمل می کند. لذا فقط سازه تحت بارگذاری پاد متقارن را تحلیل کرده و جابه جایی محل اثر بار P را محاسبه می کنیم: سازه نیمه به صورت زیر می باشد: با آزاد کردن لنگر نقطه G و استفاده از روش سازگاری برابری شیب در این نقطه مقدار لنگر نقطه G را محاسبه می کنیم:



سازه تحت بارگذاری پاد متقارن



$$\sim^+ \theta_{GL} = \theta_{GR}$$



تحلیل سازه (۱):

$$\downarrow^+ \Delta_{Gy} = 0$$

$$\frac{P}{2} * \frac{L^3}{3EI} + \frac{P}{2} * \frac{L^2}{2EI} * \frac{L}{2} = \frac{G_y * L^3}{3 * EI} + \frac{G_y * L^2}{2 * EI} * \frac{L}{2} + \frac{\frac{G_y L}{2} * L^2}{2 * EI} + \frac{\frac{G_y L}{2} * L}{EI} * \frac{L}{2}$$

$$\rightarrow \frac{7PL^3}{24EI} = \frac{13G_y L^3}{12EI} \rightarrow G_y = \frac{7P}{26}$$

تحلیل سازه (۲):

$$\downarrow^+ \Delta_{Gy} = 0$$

$$\frac{M_G * L^2}{2EI} + \frac{M_G * L}{EI} * \frac{L}{2} = \frac{G_y * L^3}{3 * EI} + \frac{G_y * L^2}{2 * EI} * \frac{L}{2} + \frac{\frac{G_y L}{2} * L^2}{2 * EI} + \frac{\frac{G_y L}{2} * L}{EI} * \frac{L}{2}$$

$$\rightarrow \frac{M_G L}{EI} = \frac{13G_y L^3}{12EI} \rightarrow G_y = \frac{12M_G}{13L}$$

در ادامه با برابری شیب نقطه G داریم:

$$\curvearrowright^+ \theta_{G^L} = \theta_{G^R}$$

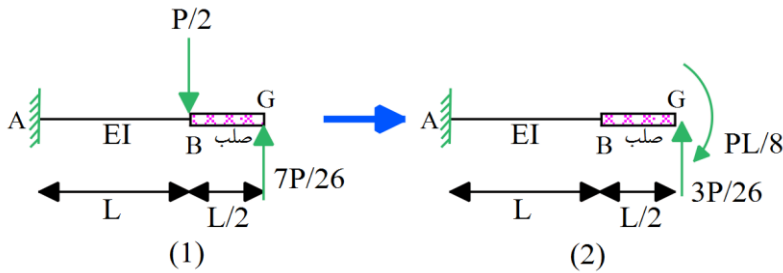
$$\frac{P}{2} * \frac{L^2}{EI} - \frac{7P}{26} * \frac{L^2}{2EI} - \frac{7PL}{52} * \frac{L}{EI} + \frac{M_G L}{EI} - \frac{12M_G}{13L} * \frac{L^2}{2EI} + \frac{12M_G}{26} * \frac{L}{EI} = \frac{M_G L}{EI} -$$



$$\frac{\frac{12M_G}{13L}L^2}{2EI} + \frac{\frac{12M_G}{26}L}{EI}$$

$$\rightarrow M_G = \frac{PL}{8} \rightarrow G_y = \frac{12 * \frac{PL}{8}}{13L} = \frac{3P}{26}$$

در نهایت طبق اصل جمع آثار قوا مقدار خیز محل اثر بار را در سازه‌های (۱) و (۲) محاسبه می‌کنیم:



$$\downarrow^+ (\Delta_{By})_1 = \frac{\left(\frac{P}{2} - \frac{7P}{26}\right) * L^3}{3EI} - \frac{\frac{7PL}{52} * L^2}{2EI} = + \frac{PL^3}{104EI} \downarrow$$

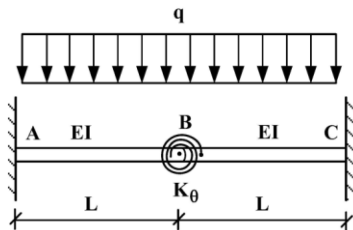
$$\downarrow^+ (\Delta_{By})_2 = \frac{\left(\frac{PL}{8} - \frac{3PL}{52}\right) * L^2}{2EI} - \frac{\frac{3P}{26} * L^3}{3EI} = - \frac{PL^3}{208EI} \uparrow$$

$$\downarrow^+ \Delta_{By} = (\Delta_{By})_1 - (\Delta_{By})_2 = \frac{PL^3}{104EI} - \frac{PL^3}{208EI} = + \frac{PL^3}{208EI} \downarrow$$

پاسخ سوال گزینه (۲)

۵۳- در سازه داده شده، دو تیر AB و BC در نقطه B به هم مفصل شده‌اند. اگر سختی دورانی فنر  $K_\theta$  برابر با  $\frac{EI}{L}$

باشد، میزان لنگر ایجادشده در آن فنر برحسب  $qL^2$ ، کدام مورد است؟



$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۲)$$

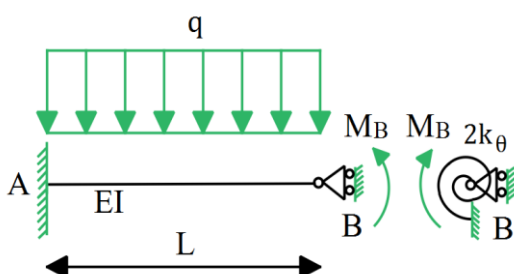
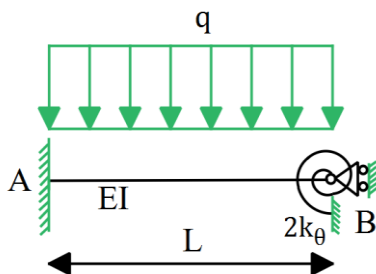
$$\frac{1}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{۱۲} \quad (۴)$$

سطح سوال آسان

حل سوال ۵۳:

سازه متقارن بوده و تحت بارگذاری متقارن مستقیم قرار دارد. لذا در سازه نیمه سختی فنر دورانی دو برابر می شود. بنابراین با آزاد کردن لنگر در فنر دورانی و نوشتن معادله سازگاری برابری شیب نقطه B با شیب فنر دورانی داریم:

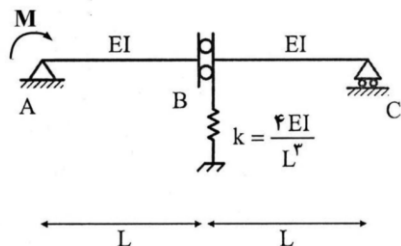


$$\theta_B^+ = \theta_{\text{فنر}}$$

$$\rightarrow \frac{q * L^3}{6EI} - \frac{M_B * L}{EI} = \frac{M_B}{2 * \frac{EI}{L}} \rightarrow \frac{qL^3}{6EI} = \frac{3M_B L}{2EI} \rightarrow M_B = M_{\text{فنر}} = \frac{1}{9} qL^2$$

پاسخ سوال گزینه (۳)

۵۴- دوران گره C، چه مضربی از  $\frac{ML}{EI}$  خواهد بود؟



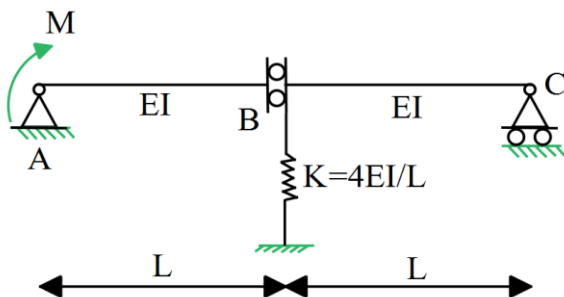
- (۱)  $\frac{1}{12}$   
 (۲)  $\frac{1}{8}$   
 (۳)  $\frac{1}{4}$   
 (۴) صفر

سطح سوال آسان

حل سوال ۵۴:

طبق روش کار مجازی با اعمال لنگر واحد به گره C به راحتی می‌توانیم مقدار دوران گره C را محاسبه کنیم:

تحلیل سازه اصلی:



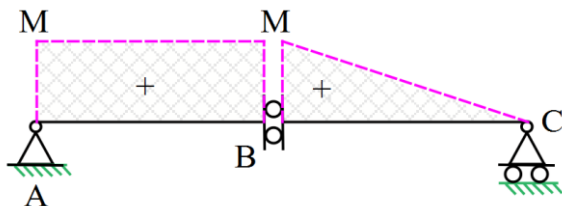
در عضو AB داریم:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_B = M \quad \text{پاد ساعتگرد}$$

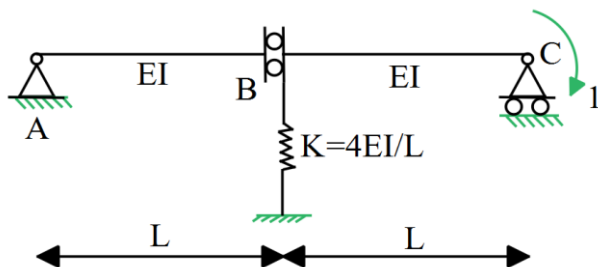
در عضو BC داریم:

$$\sum^+ M_C = 0 \rightarrow F_{\text{فنر}} = \frac{M}{L} \downarrow$$

ترسیم نمودار لنگر خمشی در سازه اصلی:



تحلیل سازه مجازی:



در عضو AB داریم:

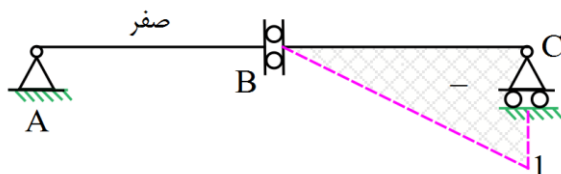
$$\sum^+ F_y = 0 \rightarrow A_y = 0$$

$$\sum^+ M_B = 0 \rightarrow M_B = A_y * L = 0$$

در عضو BC داریم:

$$\sum^+ M_C = 0 \rightarrow F_{\text{فنر}} = \frac{1}{L} \downarrow$$

ترسیم نمودار لنگر خمشی در سازه مجازی:

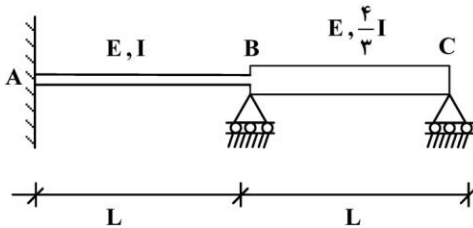


$$\theta_c = \int \frac{M\bar{m}}{EI} dx \sum \frac{F\bar{f}}{k_\Delta}$$

$$\theta_c = -\frac{M * 1 * L}{6EI} + \frac{\frac{M}{L} * \frac{1}{L}}{\frac{4EI}{L^3}} = \frac{1}{12} \frac{ML}{EI}$$

پاسخ سوال گزینه (۱)

۵۵- تیر پیوسته با مقطع غیریکنواخت مطابق شکل، مفروض است. اگر در تکیه‌گاه A دوران ساعت‌گردی به اندازه  $\theta$  و در تکیه‌گاه B نشست به اندازه  $\delta = \frac{L}{\Delta} \theta$  رخ دهد، لنگر خمشی در مقطع A، چه مضربی از  $\frac{EI\theta}{L}$  خواهد بود و تقعر تیر در آن‌جا به کدام جهت در می‌آید؟



(۱)  $\frac{12}{5}$  و پایین

(۲)  $\frac{12}{5}$  و بالا

(۳)  $\frac{14}{5}$  و پایین

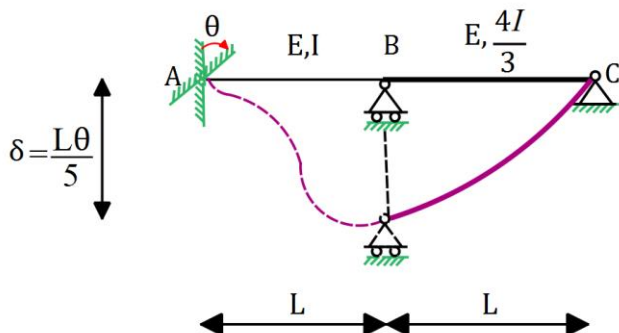
(۴)  $\frac{14}{5}$  و بالا

سطح سوال متوسط و مفهومی

حل سوال ۵۵:

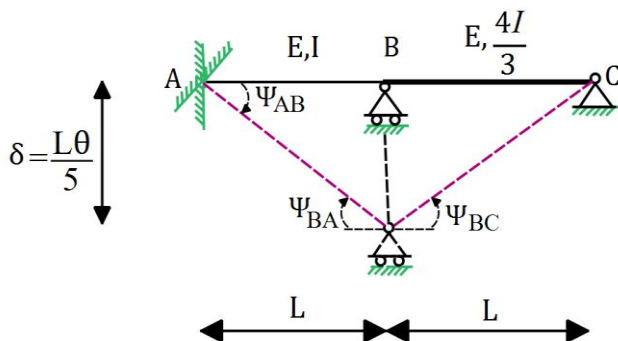
طبق روش شیب افت مقدار لنگر در تکیه‌گاه گیردار نقطه A را محاسبه می‌کنیم:

در ابتدا تغییرشکل سازه را با توجه به نشست رو به پایین تکیه‌گاه B و دوران ساعتگرد تکیه‌گاه گیردار نقطه A رسم می‌کنیم:



**تذکر:** از تغییرشکل سازه در شکل بالا می‌توان فهمید با توجه به چرخش ساعتگرد تکیه‌گاه گیردار نقطه A و تغیر نقطه A رو به بالا می‌باشد.

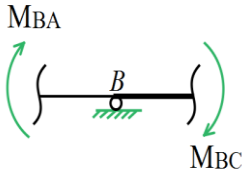
چرخش اعضای سازه به صورت زیر می‌باشد:



$$\psi_{AB} = \psi_{BA} = +\frac{\delta}{L} = +\frac{\frac{L\theta}{5}}{L} = +\frac{\theta}{5}$$

$$\psi_{BC} = -\frac{\delta}{L} = -\frac{\frac{L\theta}{5}}{L} = -\frac{\theta}{5}$$

اما در ادامه با نوشتن معادله تعادل لنگرها در گره B داریم:



$$M_{BC} = \frac{3 * \frac{4EI}{3}}{L} (\theta_B - \Psi_{BC}) + FEM'_{BC} = \frac{3 * \frac{4EI}{3}}{L} \left( \theta_B - \left( -\frac{\theta}{5} \right) \right)$$

$$= \frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{4EI\theta}{5L}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A - 3\Psi_{BA}) + FEM_{BA}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} \left( 2\theta_B + \theta - 3 * \frac{\theta}{5} \right) = \frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{4EI\theta}{5L}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0 \rightarrow \frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{4EI\theta}{5L} + \frac{4EI}{L} \theta_B + \frac{4EI\theta}{5L} = 0$$

$$\rightarrow \frac{8EI}{L} \theta_B = -\frac{8EI\theta}{5L} \rightarrow \theta_B = -\frac{\theta}{5}$$

در نهایت لنگر خمشی در تکیه گاه گیردار A را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$M_{AB} = M_A = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\Psi_{AB})$$

$$M_{AB} = M_A = \frac{2EI}{L} * \left( 2 * \theta + \left( -\frac{\theta}{5} \right) - 3 * \frac{\theta}{5} \right) = \frac{12EI\theta}{5L}$$

لنگر در تکیه گاه گیردار A ساعتگرد می باشد و تقعر نقطه A با توجه به تغییر شکل آن تحت چرخش ساعتگرد رو به بالا می باشد.

پاسخ سوال گزینه (۲)



این پاسخنانه به رسم ادب تقدیم می گردد به روح مرحوم مهندس  
و استاد ارجمند پیمان رجائیان عزیز و گرمی نثار روح این عزیز سفر  
کرده فاتحه بخوانید و صلوات بفرستید.

ممنونم و سپاس از لطف و محبت شما عزیزانم. روح پیمان عزیز شاد  
و یادش تا ابد گرمی باد.



با احترام

رامین منصوری



گروه صنعتی سبز سازه

تحلیل سازه‌ها

# تحلیل سازه‌ها



بررسی پایداری و محاسبه درجه نامعینی سازه‌ها

تحلیل سازه‌های معین و رسم خط تاثیر آن‌ها

محاسبه تغییر شکل‌های خمشی در سازه‌ها

تحلیل سازه‌های نامعین و رسم خط تاثیر آن‌ها

نویسنده: دکتر رامین منصوری

گروه صنعتی سبز سازه