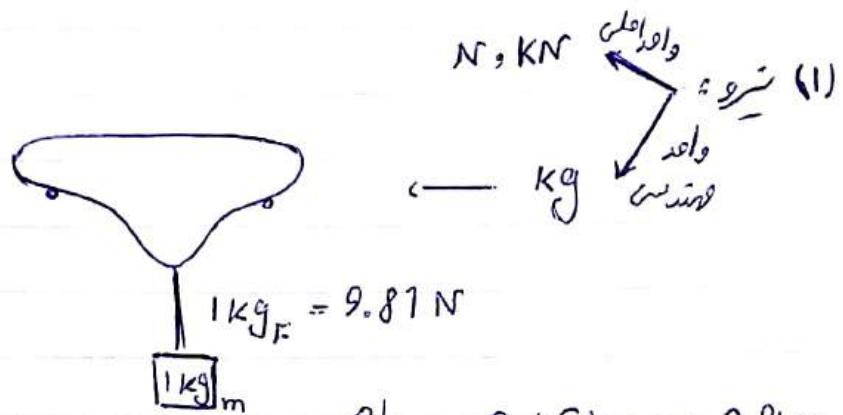


(۱۱) - قسم 20 (۲) مصالح قسم ۱۴ و ۶ ✓ (۳) فروع قسم ۴ - ۴ و ۱۲



$e b_f = 0.454 \text{ kg} \times 9.81 \text{ N}$

$$M = r \times F$$

$$kN \cdot m$$

сбф. инех

$C_{bf} \cdot f_{oot}$

$$kg_f \cdot Gm$$

(۲) تمام نیرو

(وقت در غنای خود)

اولیٰ عنہ
تم یا معنی

(۱) اگر اولیٰ بعد از مضایقہ و آرمیکہ را در تفریق کیم و اگر بعد از مضایقہ

(10VY(9,rto

یک سیر اعدا و صرفه کرد و بقیه را صرفه نمودیم اما اگر بیشتر از این بود
مقدور می گوییم به عدد سوم اضافه کرده و بقیه را صرفه کنیم

$= 10577$

$$\approx 1.5 \text{ V}$$

Subject _____

Date _____

② اگر عدد اول عددی صحیح را $\div$ بود ، عدد اول بعد از 1 مد نظر است و بقیه ی افعال همچون مرحله اول است

$$200 \times$$

$$300 \times$$

$$\xrightarrow{\text{مثال}} 0.6666 \approx 0.66\%$$

$$200 \times$$

حالت اول $\textcircled{1.533281} \approx 1.533$

$$\xrightarrow{\quad} 0.1738(8) \approx 0.1739$$

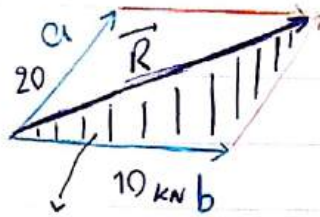
به صورت اعشاری

دقت گرفته می شود

نیرو: کمیتی برداری، دارای نقطه اثر و خط اثر، از قانون جمع متوازن (افزایندگی) پیروی می‌کند و جهت دارد.



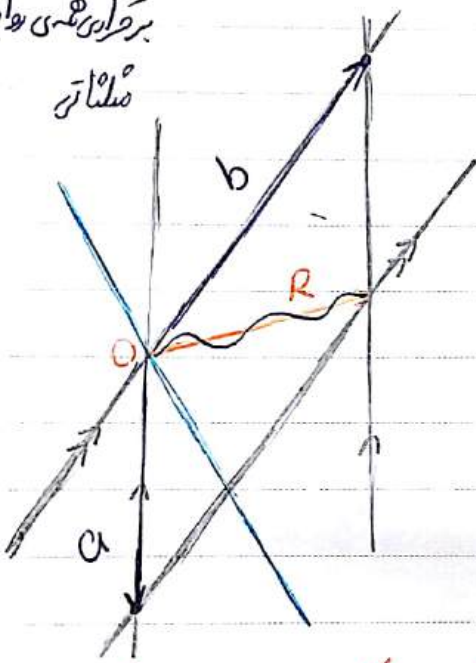
طول بردار نیرو متناسب با بزرگی آن است.



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$30 \neq 10 + 20$$

برقرار می‌شود روابط
مشتقات



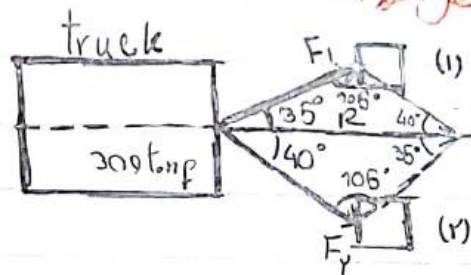
یعنی اگر جال a و b برآیند R را ————— برآیند گیریم
قراردادیم هیچ تغییری در ویژگی‌های آن ایجاد نمی‌کند.

اگر بردار را در یک جهت و راستا تجزیه کنیم، بردار اولیه آن راستا خنثی می‌شود.

برای برآیندگیری بردارها، باید نقطه اثر آنها مشترک باشد.

یک مهندس معدن تصمیم دارد با استفاده از دو عضو بلندوزن یک تیرا که معیوب و در حال تغییرگاه است، تعویض کند. اگر برای جابجایی کامیون به 300 m ^{tan} نیاز داشته باشد، کامیون نیاز دارد. مطابق با شکل زیر الف) نیروی ولد بر کابل‌ها را محاسبه کنید. (ب) این مهندس ناظر چنین حمل کامیون صورت گرفته کابل شماره ۲ آسیب دیده است. تراشیدن α را طوری محاسبه کنید که نیروی

وادی سراج کابل به عنوان یک کابل بر سر دو کامیون میزنیم و میخیزیم و مستقل نمیشود



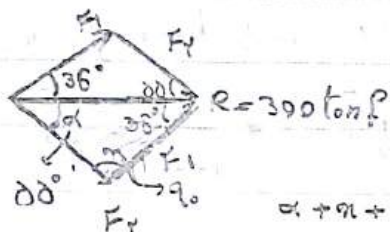
$$R = 300 \text{ tonf} \quad \frac{300 \text{ tonf}}{\sin 1.5^\circ} = \frac{F_1}{\sin 6^\circ} \quad (الف)$$

$$F_1 = \frac{300 \times \sin 6^\circ}{\sin 1.5^\circ} \text{ tonf} = 1199.4 \text{ tonf}$$

$$\frac{300 \text{ tonf}}{\sin 1.5^\circ} = \frac{F_2}{\sin 3^\circ}$$

$$F_2 = \frac{300 \text{ tonf} \times \sin 1.5^\circ}{\sin 3^\circ} = 177 \text{ tonf}$$

تعداد رشته ها کابل مورد نیاز
✓ هر رشته کابل تحمل ۲۴ تن را دارد.



$$\alpha + \alpha + 36^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 145 - \alpha$$

$$\frac{R}{\sin(145 - \alpha)} = \frac{F_2}{\sin 36^\circ}$$

$$F_2 = \frac{300 \times \sin 36^\circ}{\sin(145 - \alpha)}$$

$$-1 \leq \sin h \leq 1$$

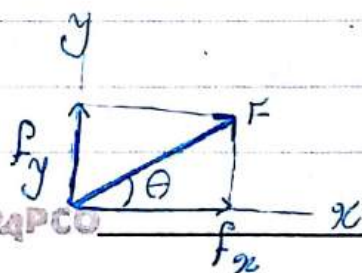
$$\sin \frac{\pi}{2} = \max = 1$$

$$145 - \alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 55^\circ$$

$$(F_2)' = \left(\frac{300 \sin 36^\circ}{\sin(145 - \alpha)} \right)' = 0 \rightarrow 300 \sin 36^\circ \times \left(\frac{-\cos(145 - \alpha)}{\sin^2(145 - \alpha)} \right) = 0$$

$$\rightarrow \cos(145 - \alpha) = 0 \rightarrow 145 - \alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 55^\circ$$

$$F_{1 \max} = \frac{300 \times \sin 36^\circ}{\sin 9^\circ} \text{ tonf} = 901.4 \text{ tonf}$$



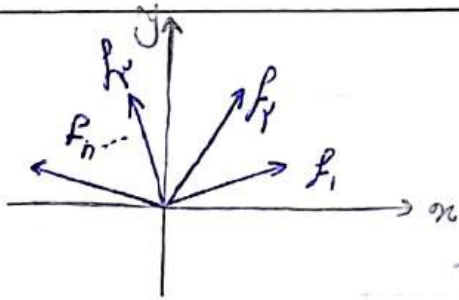
یکه از هم ترین تجزیه ها و تجزیه بردار در دو محور عمود بر هم است. یکبار برد

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F = F \cos \theta \hat{i} + F \sin \theta \hat{j}$$

$$F_y = F \sin \theta$$

$$R = (F_x^2 + F_y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$



$$F_1 = F \cos \theta_1 \hat{i} + F \sin \theta_1 \hat{j}$$

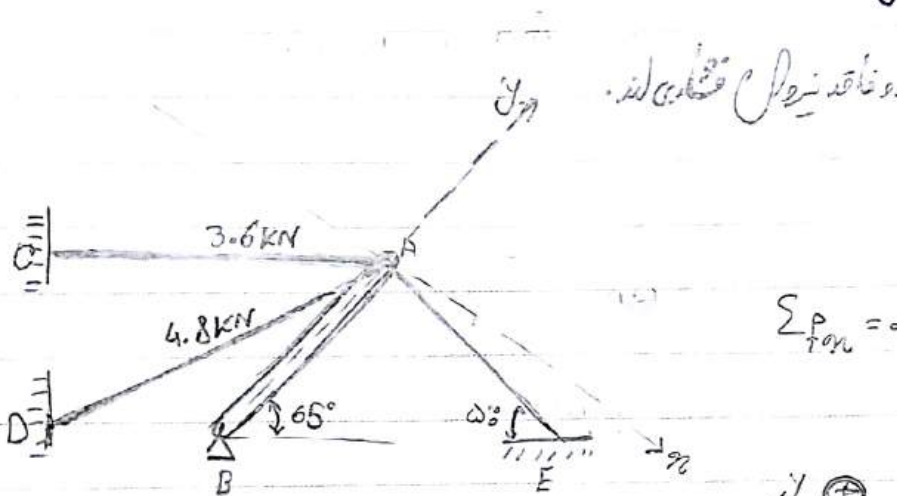
$$F_2 = F \cos \theta_2 \hat{i} + F \sin \theta_2 \hat{j}$$

$$F_n = F_n \cos \theta_n \hat{i} + F_n \sin \theta_n \hat{j}$$

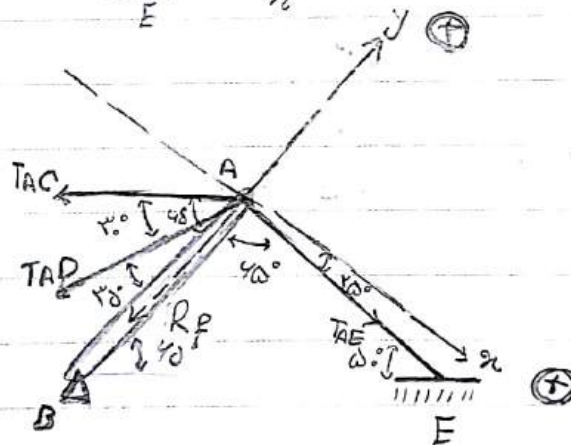
$$\oplus \quad R = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

کابل ها فقط نیرو کششی دارند و فاقد نیروی فشاری اند.

سوال ۴۲ بیرجانبون :



$$\sum F_{ox} = 0$$



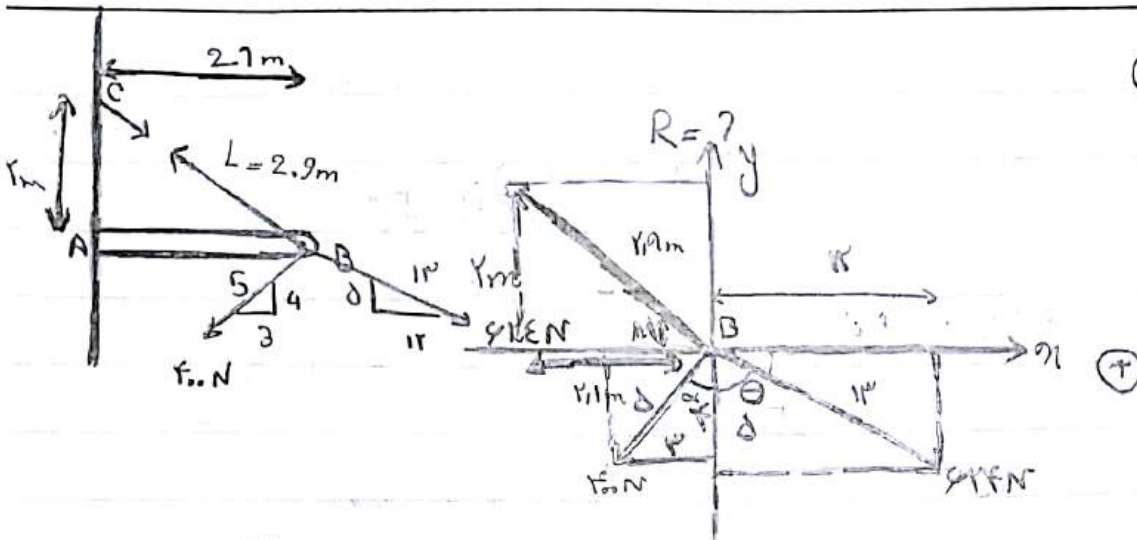
$$(الف) R_x = 0$$

$$T_{AE} \sin 45 - T_{AC} \sin 65 - T_{AD} \sin 25 = 0$$

$$T_{AE} = \frac{T_{AC} \sin 65 + T_{AD} \sin 25}{\sin 45} \Rightarrow$$

$$(ج) -T_{AE} \cos 45 - T_{AD} \cos 25 - T_{AC} \cos 65 = -R_y \hat{j}$$

$$T_{AE} = T_{AC} + T_{AD} \frac{\sin 25}{\sin 45}$$



سؤال ٢-٣٥

$$R_x = 414 N \sin \theta - F_0 N \sin \alpha - T_{BC} \times \cos \theta \Rightarrow$$

$$414 N \times \frac{11}{13} - F_0 N \times \frac{3}{5} - \Delta N_0 \times \frac{11}{13} = R_x \Rightarrow R_x = 874 - 120 - 110 = 644 - 440 = 204 N \hat{i}$$

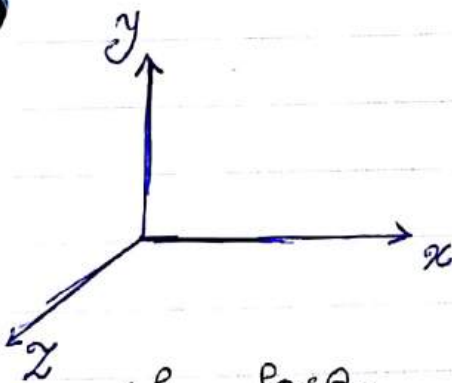
$$R_y = -414 \times \frac{5}{13} - F_0 \times \frac{4}{5} + \Delta N_0 \times \frac{4}{13} = 120 - 110 + F_0 N =$$

$$10 - 110 = 100 N \hat{j}$$

$$(R = \vec{F}(F_0 N) + \vec{F}(414 N) + T_{BC})$$

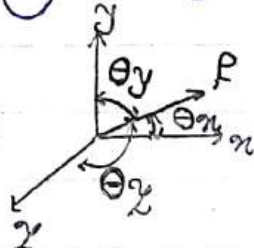
$$R = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} = -100 N \hat{i} + 100 N \hat{j}$$

$$R = \sqrt{(-100)^2 + (100)^2} = \sqrt{10000 + 10000} = \sqrt{20000} = 141.4 N$$



نريد دقة ٣ بعدية

بالنسبة لـ $\theta_x, \theta_y, \theta_z$



$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta_x \\ F_y = F \cos \theta_y \\ F_z = F \cos \theta_z \end{cases}$$

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

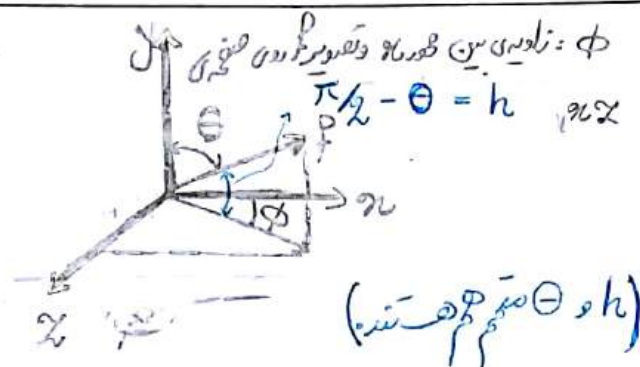
$$\vec{F} = F \cos \theta_x \hat{i} + F \cos \theta_y \hat{j} + F \cos \theta_z \hat{k}$$



Subject

Date

حالت هم
زاویه بردار با این محور مختصات
آن می افق

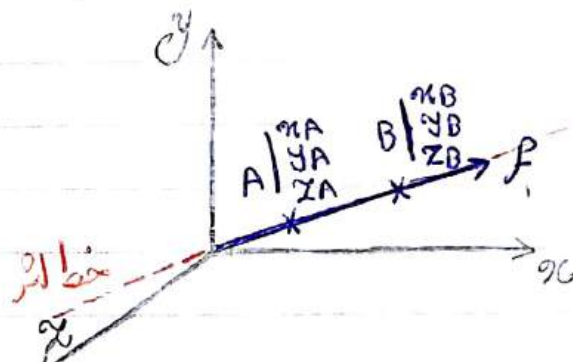


$$F = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$\begin{cases} F_x = F \sin \theta \cos \phi \\ F_y = F \cos \theta \\ F_z = F \sin \theta \sin \phi \end{cases} \rightarrow F = F \sin \theta \cos \phi \hat{i} + F \cos \theta \hat{j} + F \sin \theta \sin \phi \hat{k}$$

برای تجزیه F به سه می افقی (اینجا می افقی) اصل بردار را به سه می افقی تصویر کنید (با تجزیه) سپس به سه محور مختصات بیندازید

حالت هم
نیروی به مادانه به هیچ زاویه ای
اما مشتقات نقطه را به نیرو (خط اثر نیرو) داده شده است



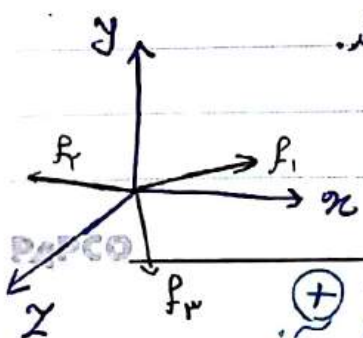
$$\begin{cases} \vec{AB} = (x_B - x_A) \hat{i} + (y_B - y_A) \hat{j} + (z_B - z_A) \hat{k} \\ e_{AB} = \frac{\vec{AB}}{AB} \\ e_{AB} = \lambda \hat{r} \rightarrow \lambda = F \text{ بردار } F \\ \vec{F} = |F| \lambda \hat{r} = |F| \frac{\vec{AB}}{AB} \end{cases}$$

اگر بردار در یک راستا باشند، بردار یک برابری دارند

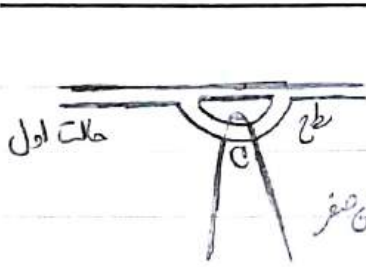
نکته: در صورتی می توانند از چند نیرو برآیند گرفت که نقطه اثر مشترک داشته باشند

$$F_1 = F_{1x} \hat{i} + F_{1y} \hat{j} + F_{1z} \hat{k}$$

$$F_n = F_{nx} \hat{i} + F_{ny} \hat{j} + F_{nz} \hat{k}$$

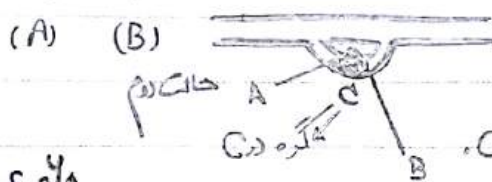


$$\oplus R = (F_{1x} + \dots + F_{nx}) \hat{i} + (F_{1y} + \dots + F_{ny}) \hat{j} + (F_{1z} + \dots + F_{nz}) \hat{k}$$



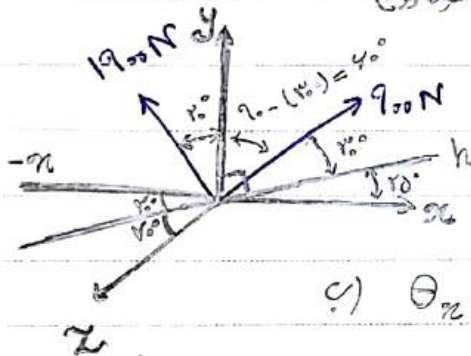
اگر سطح آصطکان نداشت بزرگی A و B یکسان است. حالت اول

اگر گره در خود کتاب بر سطح (C) یک جهت گال کتاب AC یا AB کنترالی صفر



است و دیگری تنها نیرو بر سطح (C) وارد می کند

نکته: فصل ۲



$$F_{900N} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k} \rightarrow \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$$

$$F_{(900N)} = 900 \left(\frac{\cos 30^\circ \cos 20^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \sin 20^\circ \right)$$

$$\cos \theta_x = \frac{F_x}{F} \quad \cos \theta_y = \frac{F_y}{F} \quad \cos \theta_z = \frac{F_z}{F}$$

$$F_{(900N)} = \left(900 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + 900 \sin 30^\circ - 900 \cos 30^\circ \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right)$$

$$1900N = F_{(900N)} = 1900N \left(-\sin 20^\circ \cos 30^\circ \hat{i} + \cos 30^\circ \hat{j} + \sin 20^\circ \cos 30^\circ \hat{k} \right)$$

$$F_{(900N)} = \left(900 \times 0.1848 \times 0.906 + 900 \times \frac{1}{2} - 900 \times 0.1848 \times 0.423 \right) = (706 + 450.913)$$

$$\cos \theta_x = \frac{706}{1900} = \frac{353}{950} \quad \cos \theta_y = \frac{450}{1900} \quad \cos \theta_z = \frac{-330}{1900} = -\frac{33}{190} = -\frac{11}{63}$$

$$\cos \theta_y = \frac{1}{2} \quad \theta_y = \frac{\pi}{3} = 60^\circ \quad \cos \theta_x = \frac{353}{950} \quad \theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{353}{950}\right)$$

$$\theta_z = \cos^{-1}\left(-\frac{11}{63}\right)$$

$$\cos \theta_x = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos \theta_y = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos \theta_z = \frac{F_z}{F}$$

$$\vec{B} = (115 \text{ و } 0 \text{ و } 10)$$

$$\vec{G} = (0 \text{ و } 0.17 \text{ و } 0)$$

کتاب تو ترجمه داره با اعداد متفاوت در
نقال
کتاب ترجمه واضحیه.

$$T_{BG} = 400 \text{ N}$$

$$\vec{BG} = (-1 \text{ و } 0.17 \text{ و } -115)$$

$$T_{BG} = T_{BG} \lambda_{BG} = T_{BG} \frac{\vec{BG}}{|\vec{BG}|}$$

$$|\vec{BG}| = \sqrt{(-1)^2 + (0.17)^2 + (-115)^2} =$$

$$\sqrt{1 + 0.0289 + 13225} = \sqrt{13226.0289} = 119.234$$

$$T_{BG} = 400 \text{ N} \frac{(-1)\hat{i} + (0.17)\hat{j} - 115\hat{k}}{119.234}$$

نکته: نیرو را می توان جای کرد اما خودهای فقط باید بماند

$$\vec{T}_{BG} = -233\hat{i} + 192.19\hat{j} - 349\hat{k}$$

چون کابل در نقطه B بر میل سازه زده بزرگی نیروی کشش BG و BH یکسان است.

$$H = (115 \text{ m و } 0 \text{ و } 10 \text{ m})$$

ب) $\Rightarrow R_B \vec{BH} = (0.17 \text{ m و } 115 \text{ m و } -115 \text{ m})$

$$\vec{R}_B = \vec{T}_{BG} + \vec{T}_{BH} \quad \vec{T}_{BH} = T \lambda_{BH} = T \times \frac{\vec{BH}}{|\vec{BH}|} \quad \text{طبق ضلع} \quad |\vec{BH}| = |\vec{BG}| = 119.234$$

$$\vec{T}_{BH} = 400 \times \frac{(\frac{17}{119}\hat{i}, \frac{115}{119}\hat{j}, -\frac{115}{119}\hat{k})}{1} = +233\hat{i} + 465\hat{j} - 465\hat{k}$$

$$\vec{R}_B = (-233 + 233, 192.19 + 465, -349 - 465) = 0\hat{i} + 657.19\hat{j}$$

$$-114\hat{k} \rightarrow \vec{R}_B = 657.19\hat{j} - 114\hat{k}$$

$$AB: T = 4.2 \text{ kN}$$

$$\vec{AB} = 4.2 \text{ kN} (+\sin 50^\circ \cos 40^\circ \text{ و } -\cos 50^\circ \text{ و } +\sin 50^\circ \cos 40^\circ)$$

$$\vec{AC} = 4.2 \text{ kN} (-\sin 40^\circ \sin 20^\circ \text{ و } -\cos 40^\circ \text{ و } \sin 40^\circ \cos 20^\circ)$$

$$\vec{AB} = 4.2 \times (0.1744 \times 0.766 \text{ و } -0.6428 \text{ و } 0.1744 \times 0.9397) =$$

$$\vec{AB} = 0.744\hat{i} - 2.70\hat{j} + 0.94\hat{k}$$

$$\cos \frac{10^\circ}{36} = 0.9848 \quad \sin \frac{10^\circ}{36} = 0.1736$$

$$\cos \frac{20^\circ}{9} = 0.9397$$

$$\vec{AC} = 3.6 \times (-0.1866\hat{i} + 0.423\hat{j} - 0.866\hat{k} + 0.1866\hat{i} + 0.904\hat{j}) = (-1.132\hat{i} - 3.12\hat{j} + 2.082\hat{k})$$

$$\vec{R} = \vec{AB} + \vec{AC} = (2.46 - 1.132)\hat{i} + (-3.12 + (-2.170))\hat{j} + (2.082 + 2.92)\hat{k} =$$

$$1.33\hat{i} - 5.29\hat{j} + 4.99\hat{k} = \vec{R}$$

فصل ۳:

صلب و غیر صلب

Rigid

تعریف ریاضی: وقتی که نیرو به جسم وارد می شود تغییر شکل نمی دهد

تعریف
هندسی

جسمی است که در محصله ای که به آن نیرو وارد می کنیم تغییرش آنقدر ناچیز است که میتوان از آن صرف نظر کرد

نیرو: خارجی: فقط بر بال اجسام صلب بررسی می کنیم: نیرویی است که از طرف جسم دوم بر جسم

داخلی: نیرویی که مولکول ها در یک جسم را کنار هم نگه می دارد

متمم کننده: نیوی است که نقطه اثر آن کاملاً شفاف و مشخص است.

نیرو خارجی

صلب

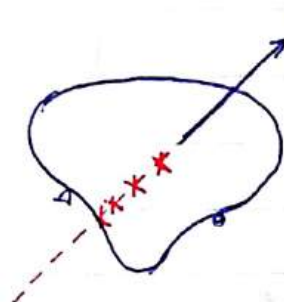
غیر صلب

بررسی مادی و فصل

نیرو/خارجی/متمم کننده/صلب

قانون: نیروهای خارجی و دربر انجام صلب بردار لغزشند یعنی اگر نیروی خارجی در خط اثر

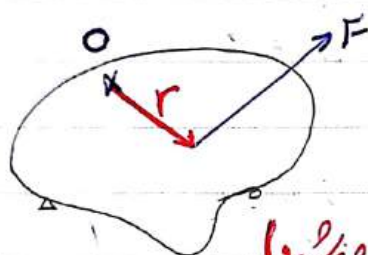
جسم صلب جایگاه تغییر در حالت جسم صلب ایجاد نمی‌شود.



اگر کینوس های بردار هادال تغییر نخواهند جسم صلب کرد

گشتا به نیرو:

انواع گشتا به:



(۱) گشتا به نیرو حول یک نقطه در صفحه

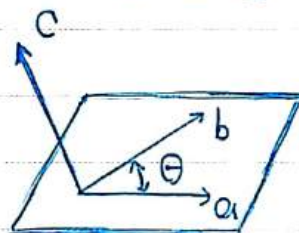
r : بردار مکان نیرو نسبت به نقطه (از نقطه به اول نیرو رسم می‌شود)

همه ی قوانین ریاضی از جمله قوانین ضرب خارجی در گشتا به برقرار است.

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$|\vec{c}| = |a||b| \sin \theta$$



$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

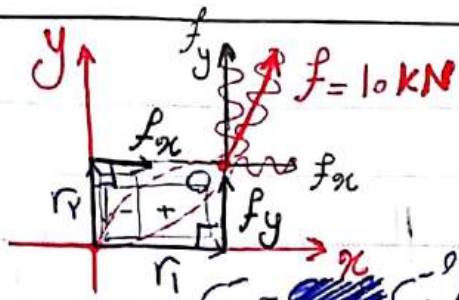
$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

$$\vec{c} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$

$$\vec{c} = c_x \hat{i} + c_y \hat{j} + c_z \hat{k} \quad |\vec{c}| = (c_x^2 + c_y^2 + c_z^2)^{1/2}$$

FAPCO

$$\cos \theta_x = \frac{c_x}{|\vec{c}|}, \quad \cos \theta_y = \frac{c_y}{|\vec{c}|}, \quad \cos \theta_z = \frac{c_z}{|\vec{c}|}$$



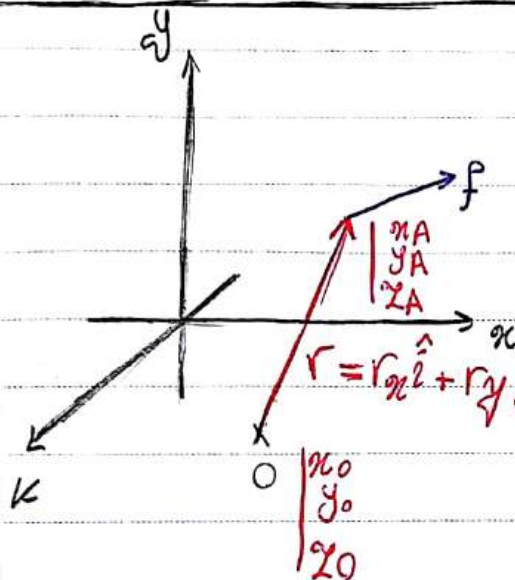
$$M_O = +M_1 + -M_2 = 0 \hat{k}$$

مسائل بعدی

۴. آنست در جهت r به شدن آن در جهت r و آنست جهت

$$M = [r_1 \times f_y - r_2 \times f_x] \hat{k}$$

نیروست. آنست جهت است بین بردار و جهت می آید. نکته: آنست در جهت و آنست به داخل فنی علامت منفی باید در نظر داشته باشیم.



واحد طول

$$M = r \times f$$

مسائل بعدی:

$$\vec{r} = (x_A - x_O) \hat{i} + (y_A - y_O) \hat{j} + (z_A - z_O) \hat{k}$$

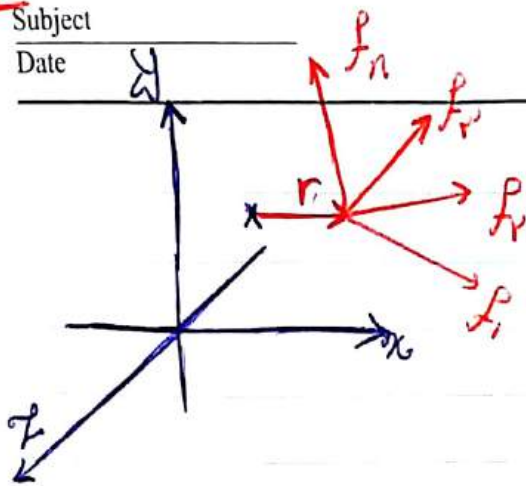
قانون دانهون: اگر n نیرو با نقطه اثر مشترک داشته باشیم و بخواهیم نسبت به یک نقطه خاص گشتاد بگیریم، اگر برآیند نیروها لایحه و گشتاد بگیریم نتیجه اش یکی خواهد بود با این که تک تک گشتاد گرفته و

برآیند بگیریم. خلاصه: چه گشتاد بگیریم بعد برآیند بگیریم نتیجه یکسان است. چه برآیند بگیریم بعد گشتاد بگیریم.

13

Subject

Date

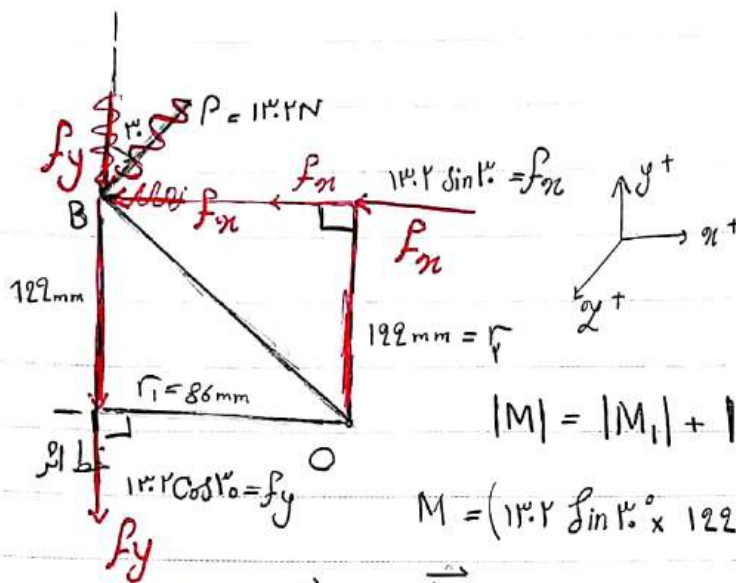


$$M = r \times F$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$$

$$M = r \times F_1 + r \times F_2 + \dots + r \times F_n$$

سوال ۱۳: محاسبه گشتاور استوارها

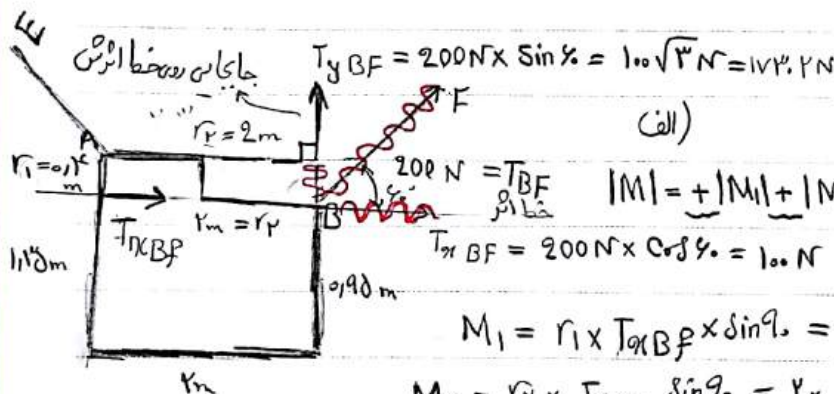


$$|M| = |M_1| + |M_2| = F_x \times r_2 \sin 90 + F_y \times r_1 \sin 90$$

$$M = (13.2 \sin 30 \times 122 + 13.2 \cos 30 \times 86) \hat{k}$$

$$\vec{M} = |M| \hat{k}$$

سوال ۱۴: محاسبه گشتاور استوارها



(الف)

$$r_{AB} = \sqrt{1^2 + 0.1^2} = \sqrt{1.01} = 1.005$$

$$|M| = |M_1| + |M_2|$$

$$T_{x BF} = 200 \cos 45 = 141.4$$

$$M_1 = r_1 \times T_{x BF} \times \sin 90 = \frac{1.1}{1} \times 141.4 = 155.54 \text{ N.m}$$

$$M_2 = r_2 \times T_{y BF} \times \sin 90 = \frac{0.9}{1} \times 141.4 = 127.26 \text{ N.m}$$

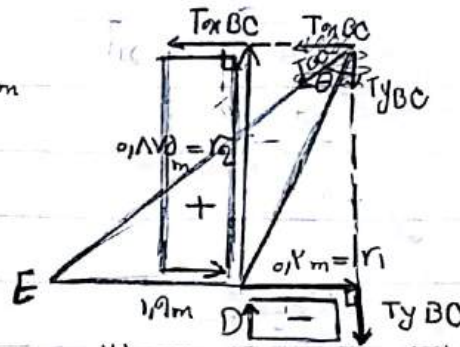
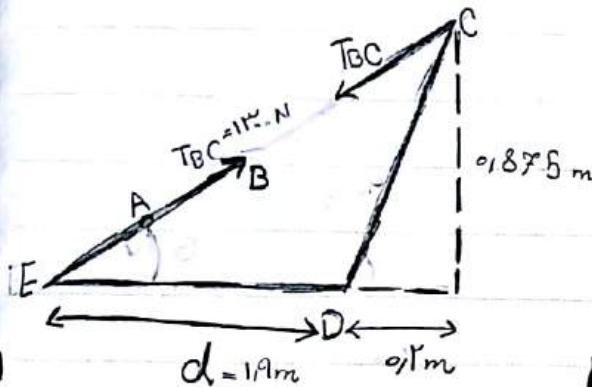
$$\vec{M} = [155.54 \text{ N.m} + 127.26 \text{ N.m}] \hat{k}$$

یادماندگار
نکته: $\square \rightarrow -$ $\square \rightarrow +$

نکته: گستره نمای نیو برال چنانچه جسم حول یک نقطه مشخص است.

9-3 سن و ترمه استاد انتظار:

(الف)



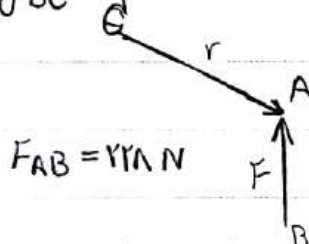
$$\sin \theta = \frac{y_1}{\sqrt{(0.1875)^2 + (1.9)^2}} = \frac{0.1875}{\sqrt{0.03515625 + 3.61}} = \frac{0.1875}{\sqrt{3.64515625}} = \frac{0.1875}{1.91}$$

0.971

$$\cos \theta = \frac{0.1875}{1.91} = 0.0982 \quad |M| = -r_1 T_{yBC} + r_2 T_{xBC}$$

$$\vec{M} = -(0.1875 \times 499) + (0.1875 \times 1197) = -94.6 + 224.4 = (129.8 \text{ N.m}) \hat{k}$$

$$T_{yBC} = 1200 \text{ N} \times \cos \theta = 1200 \times 0.0982 = 117.8 \text{ N} \quad T_{xBC} = 1200 \times \sin \theta = 1197 \text{ N}$$



$$F_{AB} = 2218 \text{ N} \quad M_C = r_{A/C} \times F_A$$

$$F_A = F_{xA} \hat{i} + F_{yB} \hat{j} + F_{zB} \hat{k}$$

$$r_{A/C} = (0.94 - 0) \hat{i} + (0.112 - 0) \hat{j} + (0.172 - 0) \hat{k}$$

$$r_{A/C} = r_{xA/C} \hat{i} + r_{yA/C} \hat{j} + r_{zA/C} \hat{k}$$

$$\vec{F}_{BA} = F_{BA} \frac{\vec{r}_{BA}}{|\vec{r}_{BA}|} = (2218 \text{ N}) \frac{(-0.1 \hat{i} + 1.0 \hat{j} - 0.6 \hat{k})}{\sqrt{(-0.1)^2 + (1.0)^2 + (-0.6)^2}} = \frac{2218}{\sqrt{1.37}} (-0.1 \hat{i} + 1.0 \hat{j} - 0.6 \hat{k})$$

$$= \left(-\frac{2218}{1.9}, \frac{2218 \times 1.0}{1.9}, -\frac{2218 \times 0.6}{1.9} \right) = (-1172, 1172, -707)$$

۱۵

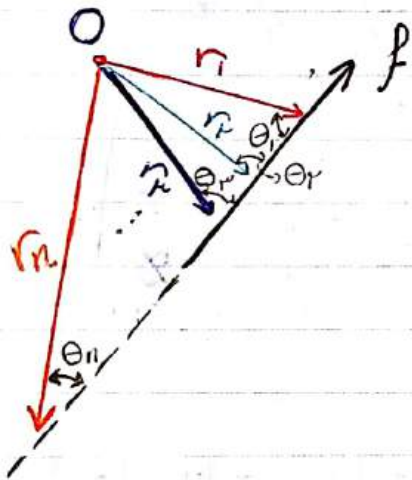
Subject

Date

$$M_C = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.99 & 0.12 & 0.17 \\ -12 & 144 & -72 \end{vmatrix} = \hat{i} \begin{pmatrix} -12 \times 144 \\ 0.17 \times 12 \end{pmatrix} - \hat{j} \begin{pmatrix} -12 \times 0.99 \\ 0.17 \times 12 \end{pmatrix} + \hat{k} \begin{pmatrix} 0.99 \times 144 \\ 12 \times 0.12 \end{pmatrix}$$

$$= \hat{i} (-1728 + 2.04) - \hat{j} (-11.88 + 2.04) + \hat{k} (142.56 + 1.44)$$

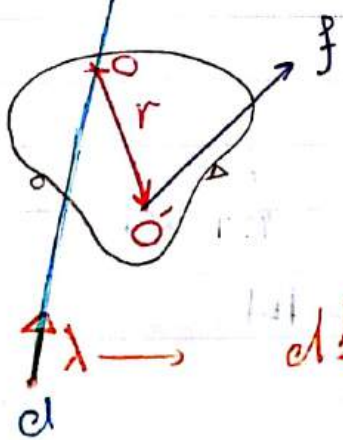
$$M_C = (-1725.96, 9.84, 144)$$



$$\odot r \times f = r_p \times f = r_p \times f = \dots = r_n \times f$$

گشتاوند حول خط

نوعی خاص: ① نقطه‌ای دلخواه در خط d بگذارید (مثلاً نقطه O را که تقاطع d را دارید بگذارید)



② بردار مکان نسبت به خط را رسم کنید (r)

$$M_{d,d'} = \lambda \cdot (r \times f)$$

بردار که خط d

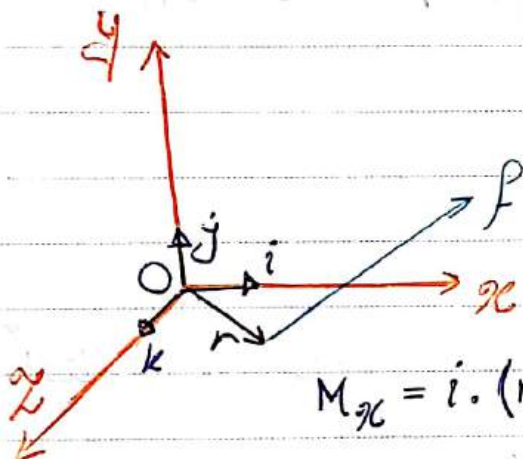
اکسالر

$$\lambda = \lambda_x i + \lambda_y j + \lambda_z k$$

$$r = r_x i + r_y j + r_z k \quad M_{del} = \lambda_x (r_y f_z - r_z f_y)$$

$$f = f_x i + f_y j + f_z k + \lambda_y (r_z f_x - r_x f_z) + \lambda_z (r_x f_y - r_y f_x) =$$

$$\begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ r_x & r_y & r_z \\ f_x & f_y & f_z \end{vmatrix}$$



$$M_0 = r \times f = M_x i + M_y j + M_z k$$

$$M_x = i \cdot (r \times f) \quad M_y = j \cdot (r \times f) \quad M_z = k \cdot (r \times f)$$

$$m = a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$$

$$\vec{v} = \vec{c} \times \vec{s} = |\vec{c}| |\vec{s}| \sin \alpha \quad \therefore \int \vec{r} \cdot \vec{r} \, d\vec{r}$$

$$a = a_x i + a_y j + a_z k$$

$$b = b_x i + b_y j + b_z k$$

$$a \cdot b = a_x b_x i + a_y b_y j + a_z b_z k \quad |b| \cos \theta$$

$$b \cdot e_a = |b| |e_a| \cos \theta = |b| \cos \theta$$

$$(b \cdot e_a) e_a = \vec{b}_a$$

$$v = c \cdot (a \times b)$$

جسم

IV

Subject
Date

سه فعل ۳ سنجی استاد انتظار

$B \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ 600 \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 600 \end{pmatrix} \quad H \begin{pmatrix} 700 \\ 600 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AD} = (800, 0, -600)$
 $|\vec{AD}| = \sqrt{(800)^2 + (-600)^2} = 1000$

$\vec{r} = \vec{AB} = (400, 0, 0) \text{ (m)} = 400 \hat{i} \text{ (m)}$

$\lambda_{AD} = 0.8 \hat{i} - 0.6 \hat{k}$

$T_{BH} = 1125 \text{ N}$
 $\vec{T}_{BH} = \lambda_{BH} \times T_{BH} = \frac{300\hat{i} + 600\hat{j} - 600\hat{k}}{\sqrt{(300)^2 + (600)^2 + (600)^2}} \times 1125 \text{ N}$

$M_{AD} = \lambda_{AD} \cdot (\vec{r}_{AB} \times \vec{T}_{BH})$

$T_{BH} = \lambda_{BH} \times T_{BH} = \frac{300\hat{i} + 600\hat{j} - 600\hat{k}}{\sqrt{(300)^2 + (600)^2 + (600)^2}} \times 1125 \text{ N}$

$T_{BH} = \frac{1}{3} \times 1125 \hat{i} + \frac{2}{3} \times 1125 \hat{j} - \frac{2}{3} \times 1125 \hat{k} = 375\hat{i} + 750\hat{j} - 750\hat{k}$

$M_{AD} = (0.8\hat{i} - 0.6\hat{k}) \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 400 & 0 & 0 \\ 375 & 750 & -750 \end{vmatrix} = (0.8\hat{i} - 0.6\hat{k}) \cdot (-400(750)\hat{j} + 400 \times 750 \hat{k})$

$= (0.8\hat{i} - 0.6\hat{k}) \cdot (+300000\hat{j} + 300000\hat{k}) = -6 \times 10^{-1} \times 3 \times 10^5 = -18 \times 10^4$

نکته: در فضای سه بعدی کینوس هادلی هیچ کاربرد ندارد. نتایج حاصل از محاسبات

$M_x = +26 \text{ N.m}$
 (120000)

$M_y = -23 \text{ N.m}$

$M_z = -4 \text{ N.m}$

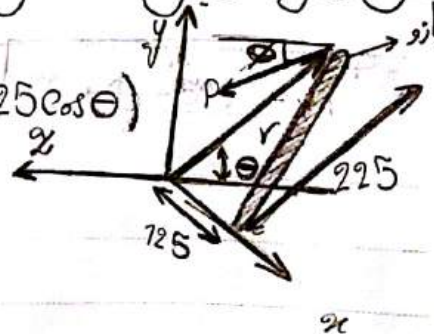
سه فعل ۳ سنجی استاد انتظار

$M_{gc} = \hat{i} \cdot (\vec{r} \times \vec{f})$

$M_{gy} = \hat{j} \cdot (\vec{r} \times \vec{f})$

$M_{gz} = \hat{k} \cdot (\vec{r} \times \vec{f})$
 $(0, 0, 1)$

$\vec{r} = (125, +225\sin\theta, -225\cos\theta)$
 $\vec{p} = (0, -p\sin\phi, p\cos\phi)$



PAPCO

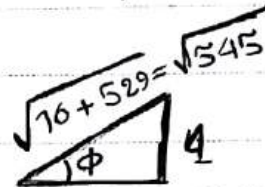
$$M_z = (1, 0, 0) \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 125 & 225 \sin \theta & -225 \cos \theta \\ 0 & -P \sin \phi & P \cos \phi \end{vmatrix} = (1, 0, 0) \cdot \begin{pmatrix} 225 P \sin \theta \cos \phi - 0 \\ -225 P \sin \phi \cos \theta \\ 125 P \cos \phi - 0 \end{pmatrix}$$

$$(125 P \cos \phi - 0) \hat{j} + (-225 P \sin \phi \cos \theta - 0) \hat{k} = 26 \text{ N.m} \rightarrow$$

$$225 P \sin \theta \cos \phi - 225 P \sin \phi \cos \theta = 26000 \text{ N.mm}$$

$$M_y = -23 \text{ N.m} = -23000 \text{ N.mm} = -125 P \cos \phi \quad (2)$$

$$M_x = -4000 \text{ N.mm} = -125 P \sin \phi \quad (3)$$



$$\frac{(2)}{(3)} = \frac{23000}{4000} = \frac{\cos \phi}{\sin \phi} = \cot \phi = \frac{23}{4} \rightarrow \phi = 10^\circ \quad (4)$$

$$\rightarrow 225 P \sin \theta \cos 10^\circ - 225 P \sin 10^\circ \cos \theta = 26000 \text{ N.mm} \quad (5)$$

$$\rightarrow 4000 \text{ N.mm} = 125 P \sin 10^\circ \rightarrow P = \frac{4000 \text{ N.mm}}{125 \sin 10^\circ} = \frac{4000}{125 \times 0.1736} =$$

$$(184.3 \text{ N} = P)$$

$$(5) \rightarrow 225 (184.3) \sin \theta \times 0.985 - 225 (184.3) (0.1736) \cos \theta =$$

$$26000 \rightarrow 26000 = 40848 \sin \theta - 7198 \cos \theta =$$

$$26000 + 7198 \cos \theta = 40848 \sin \theta \quad 26000 + 7198 (\sqrt{1 - \sin^2 \theta}) - 40848 \sin \theta =$$

$$\rightarrow 7198 \times 7198 (1 - \sin^2 \theta) = (40848 \times 40848) \sin^2 \theta + (26000)^2 +$$

$$52000 (40848) \sin \theta \rightarrow 51112.4 - 51112.4 \sin^2 \theta = 14472059 \sin^2 \theta +$$

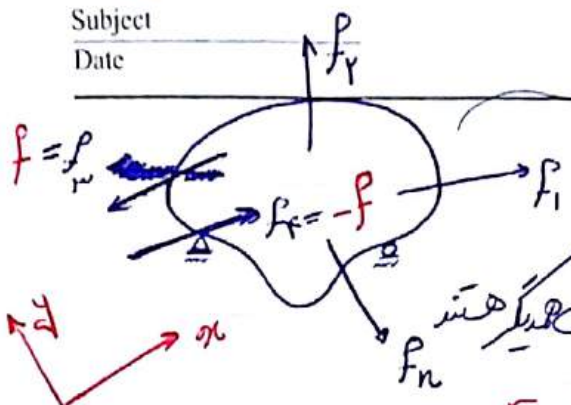
$$676000000 + 272360000 \sin \theta \rightarrow (51112.4 + 14472059) \sin^2 \theta + 272360000 \sin \theta + 676000000 = 0$$

$$\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

شکل یک کویل

نیروهای خارج F_1, F_2, F_3, F_n

کویل:



خط افقی موازی دارند (B) خلاف جهت یکدیگر هستند

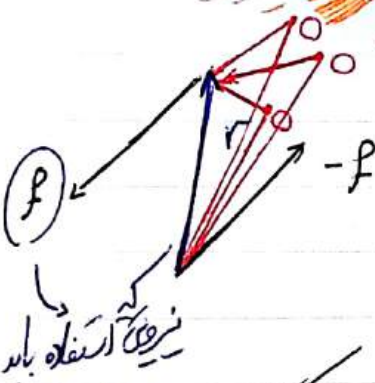
(C) بزرگی آنها برابر است $r = r_1 - r_2 \rightarrow r_2 + r = r_1$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F - F = 0 \rightarrow F = F$$

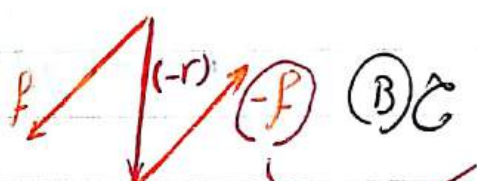
$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = r_1 \times F_1 + r_2 \times (-F) = (r_1 - r_2) \times F = r \times F$$

برای مکان کویل $\rightarrow$ برادری است که اول می کشند با r اول می کشند و متصل می شود.



دلیل قضا صفاقت
اینکه می تواند

ح (A)



نیروی که باید استفاده شود

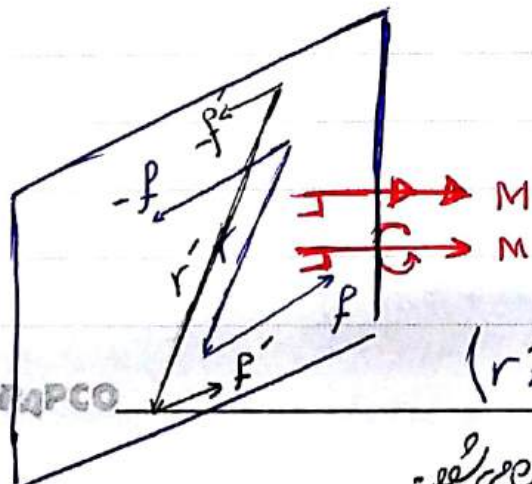
$$M = r \times F$$

* نکته: گشتا کویل مستقل از مکان نقطه O است پس برادری کویل

$$M = (-r) \times (-F)$$

آنکه است اما نمی تواند بچرخد و فقط دو خاصیت لغزان

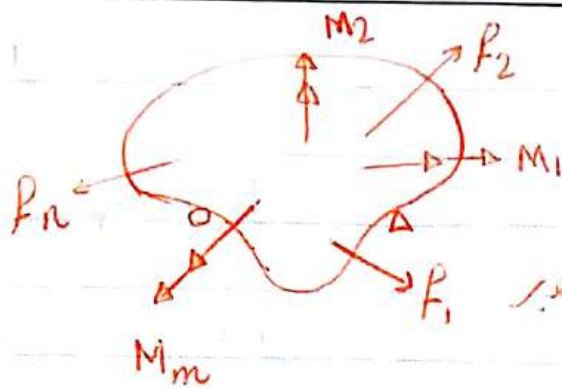
و جایایی در جهت موازی خود را دارد.



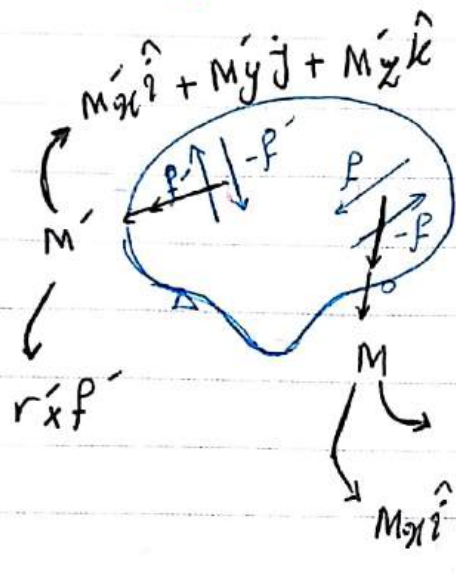
گشتا کویل ثابت به نیرو است و جایایی آن است

$$(r \times F' = r \times F) \text{ و}$$

مسائل گشتا کویل جایایی و نیروی بوجه آورده آن می شود.



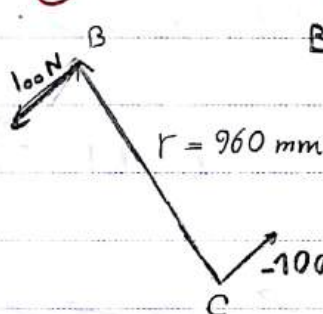
نیروی خارجی ظاهر : $n + 2m$
جسم صلب



نکته: M و M' در وصفی و صیغی از هم قرار دارند اما چون بردار آزادند می توان که آنها را برانند گرفت و به یک گشتاور کوپل واحد تبدیل می شود.

$$M'' = M + M' = (M_x + M'_x)\hat{i} + (M_y + M'_y)\hat{j} + (M_z + M'_z)\hat{k}$$

نکته: گشتاور کوپل تنها عمایل به چرخاندن جسم دارد و هیچ عمایل بر برای انتقال طلوع جسم ندارد.



$B \begin{vmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ $C \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 960 \end{vmatrix}$

مقطع فصل ۳: ترجمه اصل استاد انتقال

$M =$ کوپل اول

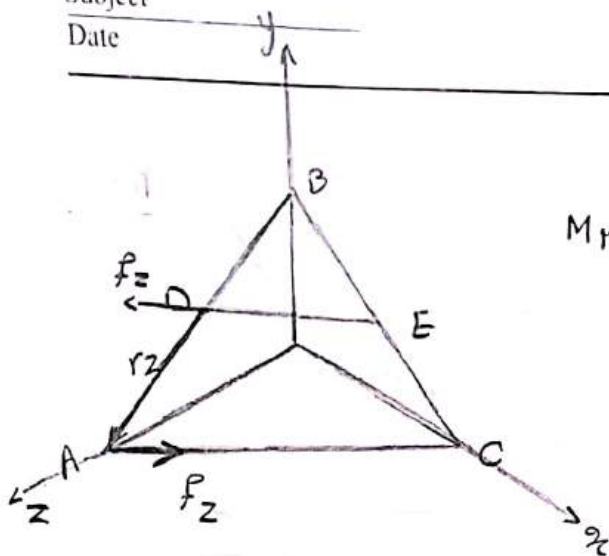
کوپل اول

$$r = CB = (-960, 400, 0)$$

$$F_{100N} = (0, 0, 100k) = 100\hat{k}$$

$$M_1 = r \times F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -960 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{vmatrix}$$

$$= F_x \hat{i} - (-96 \times 10^3) \hat{j} + 0 \hat{k} = 96000 \hat{j}$$



$$M_T = r \times F$$

$$F = 146 e_{AC}$$

$$\vec{r} = \vec{DA} = (0, -200, 550)$$

$$\vec{AC} = 960 \hat{i} + 0 \hat{j} - 1100 \hat{k}$$

$$e_{AC} = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{960 \hat{i} - 1100 \hat{k}}{\sqrt{960^2 + 1100^2}} \Rightarrow F = 146 e_{AC} = 146 (0.876 \hat{i} - 0.996 \hat{k})$$

$$= 127.8 \hat{i} - 145.4 \hat{k}$$

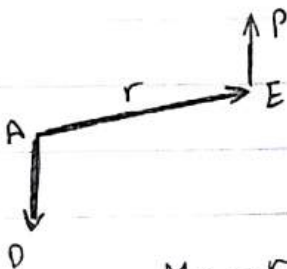
$$e_{AC} = \frac{960 \hat{i} - 1100 \hat{k}}{\sqrt{921600 + 1210000}} = \frac{960 \hat{i} - 1100 \hat{k}}{\sqrt{1219200}} = \frac{960 \hat{i} - 1100 \hat{k}}{1104.1}$$

$$0.876 \hat{i} - 0.996 \hat{k}$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -200 & 550 \\ 117.8 & 0 & -145.4 \end{vmatrix} = \hat{i}(29080) - \hat{j}(-19450) + \hat{k}(29140)$$

$$E \begin{vmatrix} 117.8 & 0 & -145.4 \\ 0 & -200 & 550 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad A \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$P = 210 \text{ N} : \text{کوتیل سیم}$$



$$\vec{r} = \vec{E} - \vec{A} = (480 \hat{i} + 200 \hat{j} - 1100 \hat{k})$$

$$\vec{P} = (0, 210, 0) = 210 \hat{j}$$

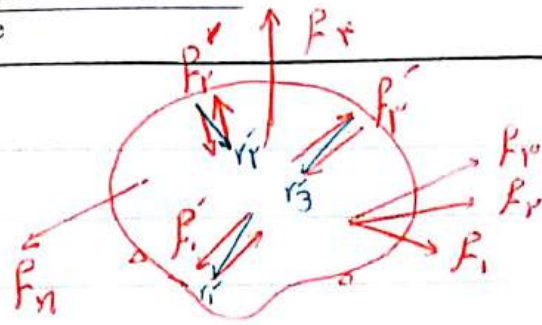
$$M_T = \vec{r} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 480 & 200 & -1100 \\ 0 & 210 & 0 \end{vmatrix} = (+1100)(210) \hat{i} + (210)(480) \hat{k}$$

$$= 231000 \hat{i} + 100800 \hat{k}$$

$$M_T = M_1 + M_2 + M_3 = (M_{1x} + M_{2x} + M_{3x}) \hat{i} + (M_{1y} + M_{2y} + M_{3y}) \hat{j} + (M_{1z} + M_{2z} + M_{3z}) \hat{k}$$

$$= (40000 + 29080 + 231000) \hat{i} + (96000 + 19450) \hat{j} + (19140 + 100800) \hat{k}$$

$$= 300080 \hat{i} + 115450 \hat{j} + 126960 \hat{k}$$



F ها می خواهند حرکت انتقالی دهند

F ها می خواهند حرکت چرخشی دهند

$$M_1 = r_1 \times F_1 = M_{1x} \hat{i} + M_{1y} \hat{j} + M_{1z} \hat{k}$$

⋮

$$M_n = r_n \times F_n = M_{nx} \hat{i} + M_{ny} \hat{j} + M_{nz} \hat{k}$$

$$\vec{M} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

$$M = (M_x^2 + M_y^2 + M_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\cos \theta_x = \frac{M_x}{M}, \quad \cos \theta_y = \frac{M_y}{M}, \quad \cos \theta_z = \frac{M_z}{M}$$

$$\vec{F}_1 = F_{1x} \hat{i} + F_{1y} \hat{j} + F_{1z} \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x} \hat{i} + F_{2y} \hat{j} + F_{2z} \hat{k}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3x} \hat{i} + F_{3y} \hat{j} + F_{3z} \hat{k}$$

قابل برآیند گیری چون
نقطه ای از مشترک باشند

⋮

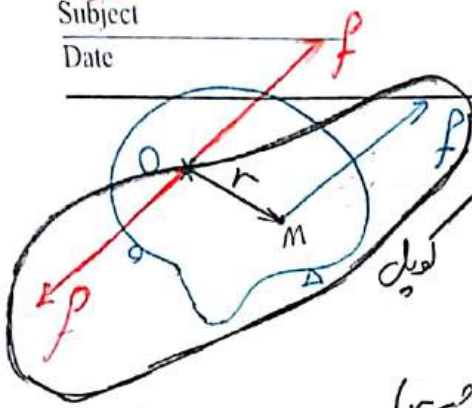
$$\vec{F}_n = F_{nx} \hat{i} + F_{ny} \hat{j} + F_{nz} \hat{k}$$

↑ قابل برآیند گیری
↓ نیست چون نقطه ای
از مشترک ندارند

که راه حل: انتقال نیرو

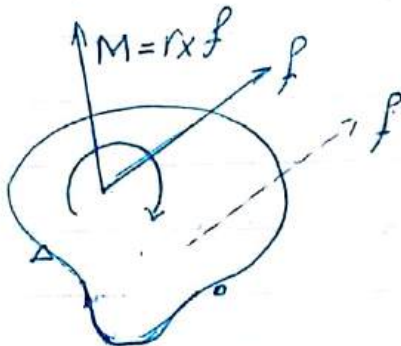
از نقطه ال به نقطه ال دیگر (با کمک کوپل)

انتقال نیرو

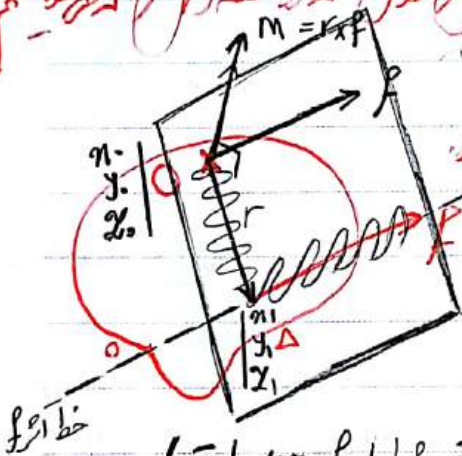


(کوچک)

نزدیک به اولیه کوپل کوچک است
در M کوپل صاف است و تأثیرش ناله
هرچه از اولیه دور شویم کوپل بزرگتر شود (افزایش r)

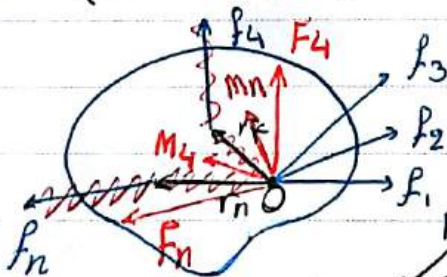


برای مکان نیرو پیدا کردن است بر حسب واحد ها و طول که از نقطه ال که می خواهیم
نیرو را به آنجا منتقل کنیم و سطح مؤثر و به لول نیرو ختم می شود



$$\vec{r} = (x_1 - x_0)\hat{i} + (y_1 - y_0)\hat{j} + (z_1 - z_0)\hat{k}$$

نکته: F بر هر M که تولید می کند مؤثر است. (چون M برهمنی شامل F و r می باشد)



ابتدا F4 و r4 را به O منتقل می کنیم. ۲ کوپل Mn و M4

$$M_4 = r_4 \times F_4 = M_4 x \hat{i} + M_4 y \hat{j} + M_4 z \hat{k}$$

$$M_n = r_n \times F_n = M_n x \hat{i} + M_n y \hat{j} + M_n z \hat{k}$$

برآیند گیریم به این شکل می شود که F ها با هم و M ها با هم برآیند گرفته می شوند.

$$F_1, F_2, F_3, F_4, F_n \rightarrow R = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}$$

$$M = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

دستگاه کوپل نیرو



$$\cos \theta = \frac{R \cdot M}{|R| |M|}$$

نکته: افزایش کوپل ها برابر انتقال نیرو هیچ تغییر در موقعیت ها ندارد
نمونه کند

۹۳: ترجمه انتظاری: M مستقیماً بریم در D می‌کنیم

$$A \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad D \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad I \begin{vmatrix} 360 & 0 & 0 \\ 0 & 120 & 0 \\ 0 & 0 & 180 \end{vmatrix}$$

$$r = DA = A - D = (-360, 120, 180) \quad F = 315 \text{ N}$$

$$F = \lambda_{AI} F = \frac{\vec{AI}}{|AI|} \quad F = \frac{360\hat{i} - 120\hat{j} + 180\hat{k}}{\sqrt{(360)^2 + (-120)^2 + (180)^2}} \times 315 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$\sqrt{(360)^2 + (-120)^2 + (180)^2} \rightarrow 420$$

0 14400 32400

$$F = \frac{360 \times 315}{420} \hat{i} - \frac{120 \times 315}{420} \hat{j} + \frac{180 \times 315}{420} \hat{k} = 270\hat{i} - 90\hat{j} + 135\hat{k}$$

$$M' = r \times F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -360 & 120 & 180 \\ 270 & -90 & 135 \end{vmatrix} = \hat{i}(120 \times 135 - (-90)(180)) - \hat{j}((-360)(135) - (180 \times 270)) + \hat{k}((-360)(-90) - 120 \times 270) =$$

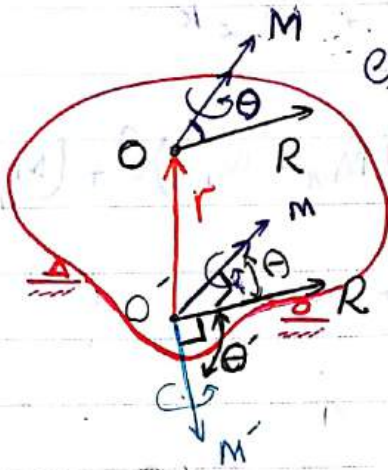
$$(180 \times 270) + \hat{k}((-360)(-90) - 120 \times 270) =$$

$$M = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

$$M_{total} = M' + M = 88400 \hat{i} + 97200 \hat{j} - 42000 \hat{k}$$

$$\Sigma F = F = 270 \hat{i} - 90 \hat{j} + 135 \hat{k}$$

لگاتر



نکته: می خواهیم بینم که آیا می شه کار کنیم که پس از جایا کردن

نیرو و تشکیل کوپل، کوپل از این برده فقط بر این نیروها (R)

بماند

$$R = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k}$$

$$M = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

$$M' = M'_x \hat{i} + M'_y \hat{j} + M'_z \hat{k}$$

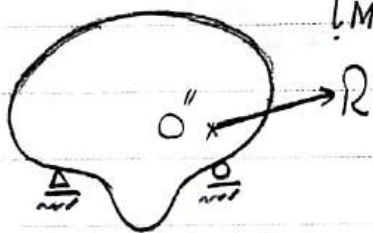
بر ایندها

$$M' = r \times R$$

$$\vec{M}_t = 0 \hat{i} + 0 \hat{j} + 0 \hat{k} = \vec{0}$$

مثال: آیا می شه چنین کار کرد؟
شرط دارد

$$M'_x = -M_y \quad \text{و} \quad M'_y = -M_x \quad \text{و} \quad M'_z = -M_z$$



باید M و M' هم اندازه و در خلاف جهت هم باشند و باید موازی M و M' باشند

$$\text{بله: } \text{if } M \cdot R = 0$$

R، ۹۰ باشد یعنی:

$$\text{خیر: } \text{if } M \cdot R \neq 0$$



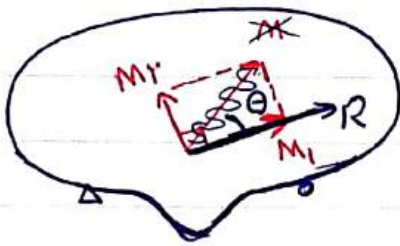
→



$$M \cdot R = 0 \rightarrow$$



$$\text{نکته: } \text{if } M \cdot R \neq 0 \rightarrow$$

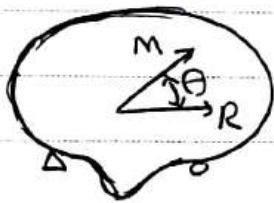


$$\theta \neq 90^\circ$$

$$\begin{cases} R = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} + R_z \hat{k} \\ M = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k} \end{cases}$$

$$M_1 = (M \cdot e_R) e_R = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

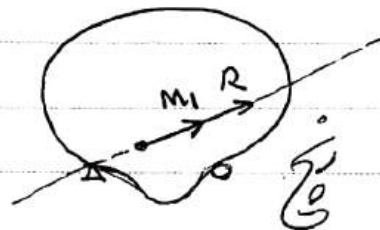
$$M_2 + M_1 = M \rightarrow M_2 = M - M_1 = (M_x - M_{1x}) \hat{i} + (M_y - M_{1y}) \hat{j} + (M_z - M_{1z}) \hat{k} = M_2 x \hat{i} + M_2 y \hat{j} + M_2 z \hat{k}$$



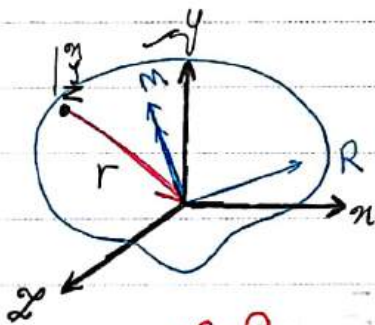
$$\text{if } \theta \neq 90$$

$$M \cdot R \neq 0$$

$$\rightarrow \approx$$



نکته: یک سیستم هر چند هم پیچیده باشد قابل تبدیل به یک سیستم است.
 M_2 خف شد زیرا R می تواند M های عمود بر R را خف کند.



چگونه می توانیم بدست آوریم نقطه ای که خط خف می شود؟

$$r = -x \hat{i} - y \hat{j} - z \hat{k}$$

$$r \times R = -M \rightarrow (-x \hat{i} - y \hat{j} - z \hat{k}) \times R = -M$$

نکته: هیچ R برادر M نیست. این که کوپل M می تواند تنها یک نقطه را تعریف کند و معادله ای که نشان می دهد خط است.

۱۲-۳: سرجه کتر انتظار: نیروی A که فنقات کنرا ارم منتقل می‌کنم:

$$r = CA = (7, 8, 0, 0, 4, 5) \quad A \begin{vmatrix} 7, 8 \\ 0 \\ 4, 5 \end{vmatrix}$$

$$B = (7, 2, 0, 0, 4, 5) \quad \vec{AB} = (-0, 6, 4, 2, -4, 5)$$

$$|AB| = \sqrt{36 + 16 + 2,25} = 4,5$$

$$R = \frac{60}{4,5} (-0,6\hat{i} + 4,2\hat{j} - 1,5\hat{k}) = -8\hat{i} + 56\hat{j} - 20\hat{k}$$

$$M = r \times F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7,8 & 0 & 1,5 \\ -8 & 56 & -20 \end{vmatrix} = -84\hat{i} + 744\hat{j} + 436,8\hat{k}$$

$$R_{BA} = \frac{0,6\hat{i} + 4,2\hat{j} + 1,5\hat{k}}{4,5} \rightarrow M_2 = \frac{22,5}{4,5} (0,6\hat{i} - 4,2\hat{j} + 1,5\hat{k})$$

$$= 3\hat{i} - 21\hat{j} + 7,5\hat{k} \quad M_{total} = M_1 + M_2 = -81\hat{i} + 723\hat{j} + 444\hat{k}$$

$$A \begin{vmatrix} 0 \\ 0,12 \\ 0,106 \end{vmatrix} \quad G \begin{vmatrix} 0,16 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

سوال ۳-۱۳۶: سرجه کتر انتظار:

$$AG = (0,16 - 0,12 - 0,106) = r \quad D \begin{vmatrix} 0 \\ 0,12 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$DA = (0\hat{i}, 0\hat{j}, +0,106\hat{k}) \quad |DA| = 0,106$$

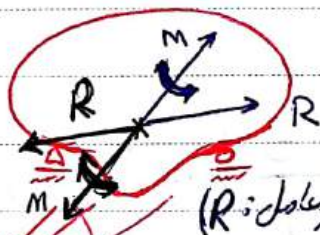
$$\frac{10}{0.106} (0\hat{i} + 0\hat{j} + 0.106\hat{k}) = 10\hat{k} \quad \text{تجزیه نیروی نوبنی}$$

$$H \begin{vmatrix} 0.12 \\ 0.106 \\ -0.12 \end{vmatrix} \quad GH = (0.104\hat{i} + 0.106\hat{j} - 0.12\hat{k}) \rightarrow |GH| = 0.14$$

$$GH = 100(0.104 + 0.106 - 0.12) = 4\hat{i} + 6\hat{j} - 12\hat{k}$$

$$M = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.16 & -0.12 & -0.106 \\ 4 & 6 & -12 \end{vmatrix} = \underbrace{(0.12 \times 12 + 0.36)}_{1.44} \hat{i} - \underbrace{(0.16(-12) - (4)(0.06))}_{-1.92} \hat{j} + \underbrace{(4)(0.06)}_{0.24} \hat{k}$$

$$+ \hat{k} (0.96 + 0.148) \rightarrow M = 1.8\hat{i} + 2.16\hat{j} + 1.44\hat{k}$$



فصل ۴: تعادل

تکيه ها مر خواهند مانع از چرخش جسم (عامل: M) و حرکت جسم (عامل: R) شوند. بايد M و R ای در خلاف جهت M و R اوليه ايجاد کنند

$$\begin{aligned} \sum \vec{M} &= \vec{0} \\ \sum \vec{R} &= \vec{0} \end{aligned} \rightarrow \text{استاتیك}$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= 0 \\ M_y &= 0 \\ M_z &= 0 \\ R_x &= 0 \\ R_y &= 0 \\ R_z &= 0 \end{aligned} \right\} \text{دفعات ۳ بعدی}$$

در فضای ۲ بعدی

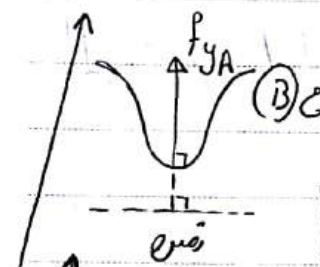
$$\left\{ \begin{array}{l} M_z = 0 \\ R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{array} \right.$$

نکته: تکیه گاه ها را می توان با M و R جدید جایگزین کرد.

۱- جسم معین: جسمی که فقط با روابط تعادل همه ی کویل ها و نیروهای وارده بر آن قابل شناسایی است.

کویل ها خارج
بدست آید

اگر جسم را بتوانیم حل کنیم باید با استفاده از معادلات تعادل تمام نیروها و کویل ها را خارجی و تکیه گاهی وارده بر آن را بدست آوریم.



۲- جسم نامعین: با استفاده از روابط تعادل قابل حل نیست.

تکیه گاه عامل اتصال میا جسم است همچون مفصل (A) و تکیه (B).
غلطکی: اگر تکیه گاه خف می شود به جایش یک نیرو می دهیم بر سطح جسم واره می شود.

خصوصیات تکیه گاه ها (۲) گهواره ای: همچون غلطکی است.

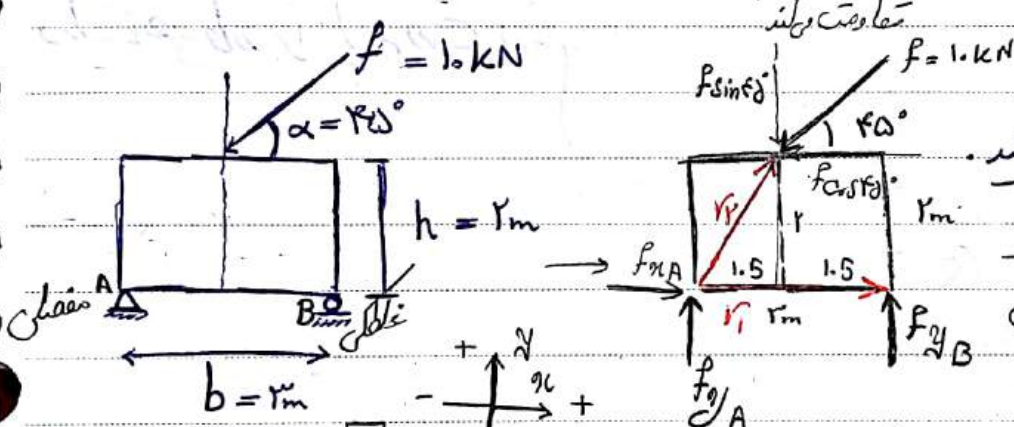
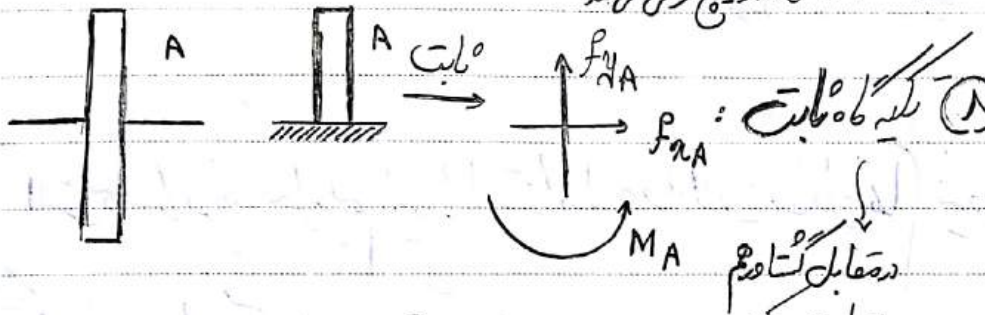
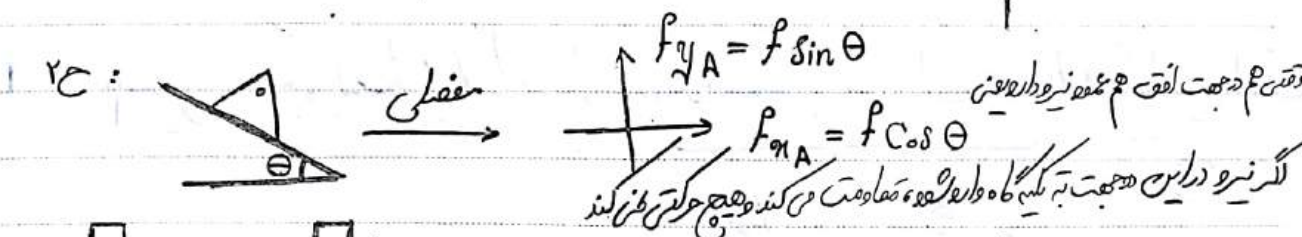
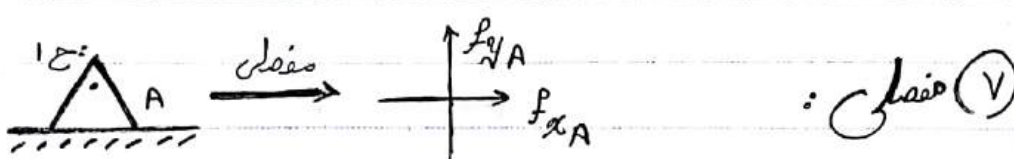
نکته: اگر سطح اصطکاکی نداشته همچون تکیه گاه غلطکی عمل می کنیم.
(۳) کابل کوتاه: اگر تکیه گاه را پاک کردیم یک نیرو در راستای کابل خف می شود به جسم اولیه واره می شود. (در این مورد راستای نیرو هم است و جهت آن نیرو همیشه نزدیک اگر چنان معادلات متغیر جهت را عوض کنید)

(۴) میله کوتاه: هاتد ۳ است

به شرط اینکه امکان نداشته باشد

۵) طبقه دوم میل به اصطکاک اگر یک گاه حذف شود، فقط یک نیرو تولید می شود

۶) به اصطکاک در تیر، همانند ۵ است



مثال : جسم را حل کنید
عکس العمل
نیروهای تکیه گاه را
در جسم تعیین کنید

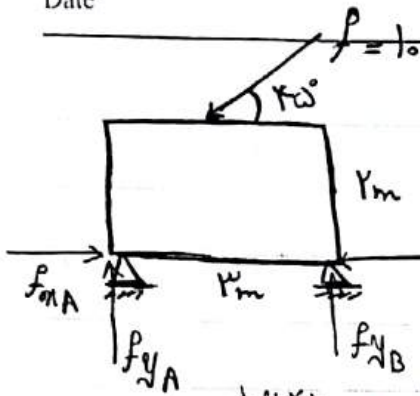
$$\begin{aligned} \vec{M} = 0 &\rightarrow \vec{M}_x = 0 \rightarrow 1.0 \cos 45 \times 2 - 1.0 \sin 45 \times 1.5 + F_{yB} \times 3 = 0 \\ \vec{R} = 0 &\rightarrow \vec{R}_x = 0 \rightarrow F_{xA} - F \cos 45 = 0 \\ &\rightarrow \vec{R}_y = 0 \rightarrow F_{yA} + F_{yB} - F \sin 45 = 0 \end{aligned}$$

جسم معین : جسمی که فقط از روابط تعادل نتوان نیروهای وارده بر آن را جواب کرد.

نکته : جسم معین جسمی است که تحت شرایط معین بارگذاری نیروها خارج هیچ حرکتی نکند (جسم مقید) مگر اینکه

مکانیک سنگ ۲

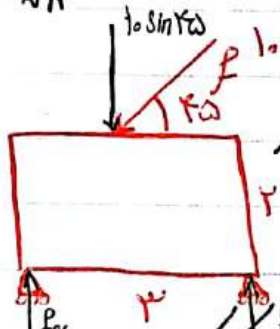
جسم ۴ نیروی یک گاه و گاه دارد پس جسم نامعین مقدرات است.



$$\rightarrow R_x = 0 \quad F_{Ax} - F_{Bx} - 1.0 \cos 45 = 0$$

$$\uparrow R_y = 0 \quad F_{Ay} + F_{By} - 1.0 \sin 45 = 0$$

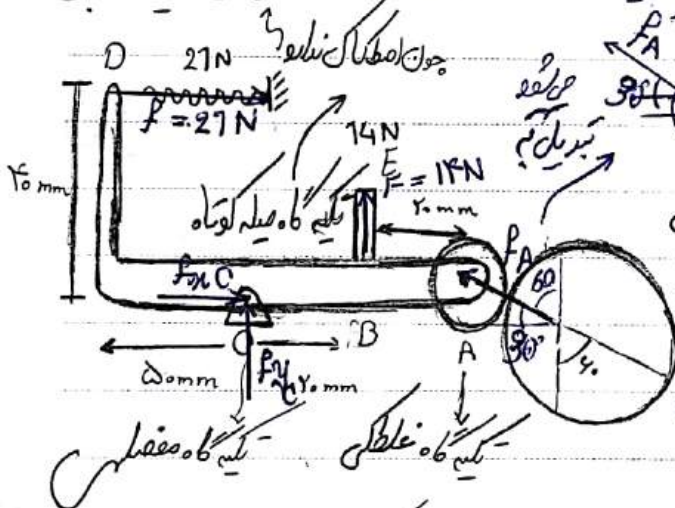
$$M_z = 0 \quad 1.0 \cos 45 \times 2 - 1.0 \sin 45 \times 1.5 + F_{By} \times 2 - F_{Ay} \times 2 = 0$$



نامعین نامقد

$$R_x = 0 = \sum m a_x \quad \rightarrow \text{تاب}$$

نکته: اگر جسم فقط ۳ عکس العمل یک گاه باشد و عکس العمل ها ۱) یک گاه هر ایش قرار است نباشند و گاه یک نقطه عبور نکند آن جسم معین مقدرات است و نکته قابل توجه اینکه تمام مسائل استاتیکی بجز قاب ها اینگونه اند



میل بادامک: دایره ای که حول مرکزش بچرخد

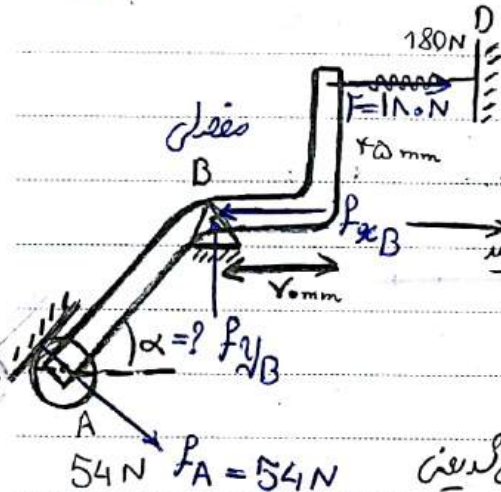
۳ مجهول هست معین مقدرات و در امتحان هست
همین گونه است در استاتیکی

قوانین: (۱) فنر همچون یک گاه قابل کو تا به عمل می کند. معادل

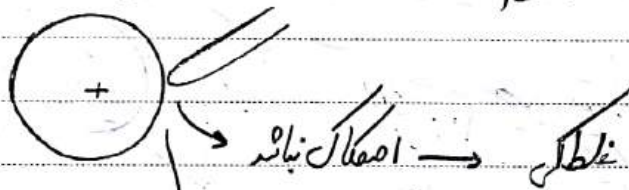
(۲) هر موقع یک دایره قابل چرخش به یک جسم بالتر دعاس باشد صرف نظر از شکل جسم بالتر یک گاه غلطک است.

(۳) هرگاه از جسم بیرون بریده شود (به هم متصل باشند یعنی هم قرار گرفته باشند) و کت هر دو را بر یک خط بکشیم و مفاصل را بکشیم.

س ۲۳-۴. رسم کنید انتظاری:

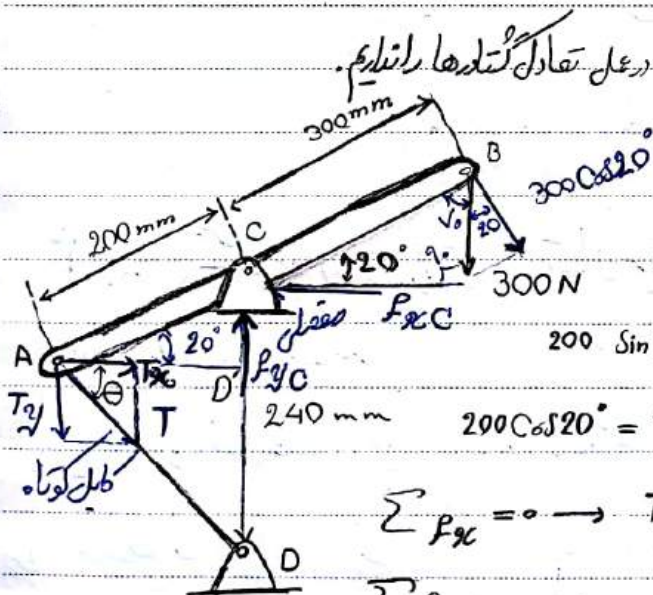


نکته: جهت مجهول نیست. هر چه می خواهید
در نظر بگیرید چون رابطه هم است.
به طور صحیح رسم شده و کت برجهولان
مثله افقی و عمودی معین کنید
از کت برجهولان جوابها منفردند
جهت غلط بود و عوضش می کنیم.
به نام معین می شود.



مفصل → اصطکاک بانه

و کت س ۲۴-۵. رسم کنید انتظاری:



نکته: ما دو نیرو داریم بر آن کشیم،
پس باید نقطه اثر یک را داشته باشیم.
این عمل باعث تولید گشتا می شود.
 $\sum M$ همان گشتا است.

$$200 \sin 20^\circ = CD' = 68 \text{ mm} \rightarrow DD' = 240 - 68 = 172 \text{ mm}$$

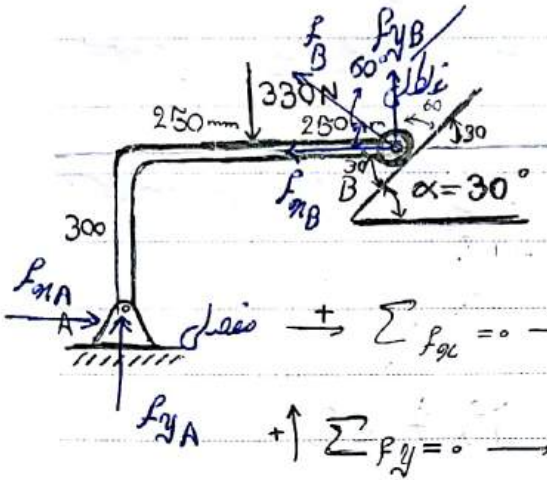
$$200 \cos 20^\circ = 188 \rightarrow AD' \rightarrow \tan \theta = \frac{172}{188} \rightarrow \theta = 42^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T \cos 42^\circ - F_{xC} = 0 \quad F_C = (F_{xC}^2 + F_{yC}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -300 - T \sin 42^\circ + F_{yC} = 0$$

$$\sum M = 0 \rightarrow +68 \cdot F_{xC} + 188 \cdot F_{yC} - 500 \cdot 300 \cos 20^\circ = 0$$

۱۷-۴ و ۱۵۶ سرجه انتظامی :



$$F_B : \begin{cases} F_{xB} = F_B \cos 60^\circ \\ F_{yB} = F_B \sin 60^\circ \end{cases}$$

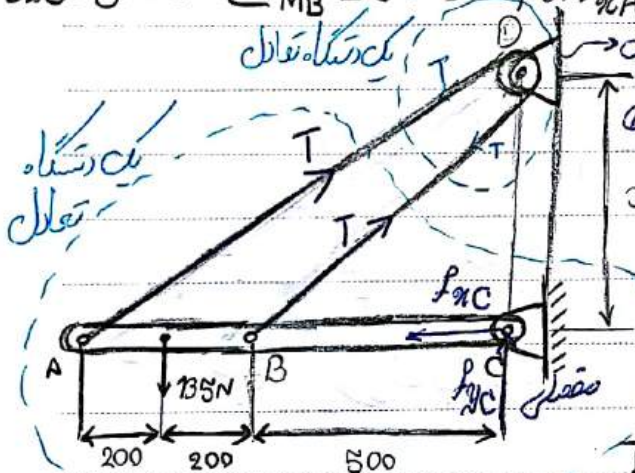
عکس العمل در A و B ؟

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{xA} - F_B \cos 60^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{yA} + F_B \sin 60^\circ - 330 = 0$$

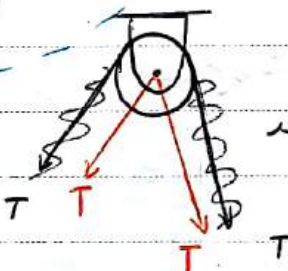
$$\sum M_A = 0 \rightarrow 500 \cdot F_B \sin 60^\circ + 300 F_B \cos 60^\circ - 250 \times 330 = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 300 F_{xA} - 500 F_{yA} + 250 \times 330 = 0$$



۳۲-۴ و ۱۵۷ سرجه انتظامی :
کشتن کتاب در هر طرف خطی که به هر دو نیم

قانون قوه : نیروهای وارده بر قوه طایفه تعادل با حفظ
جهت و خط اثر به مرکز قوه منتقل کرد



شرط : اگر اوضاعی که وجود نداشته باشد

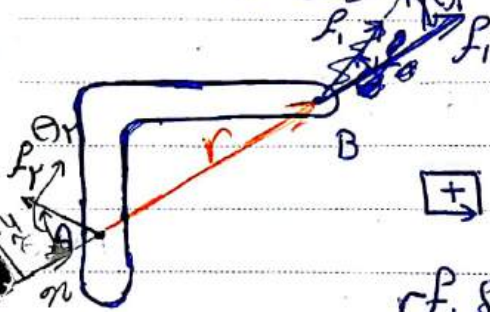
نکته : اگر بخواهیم برای یک نقطه تعادل به رسم کنیم در معادله و در جواب خواهیم داشت چون نقطه گساره نداریم.

اجسام نیرویی و سه نیرویی : ممکن به حل مسائل غیر قابل حل (مانند مسئله ۳ معادله و ۴ مجهول)

در احاطه یک جسم یک نیرویی نداریم.

(ن) هرگاه دو جسم موازی شده و توسط یک پین وصل شوند یک گاه مفصل است اما اگر بهم چسبند یک گاه ثابت است

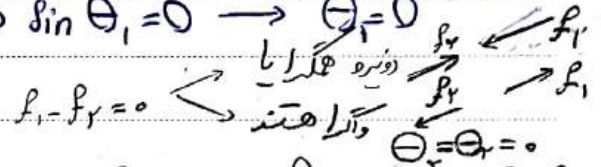
مستقر اند جسم دوتایی این است که نقطه آنکه جسم هاریم کرده ایم از همی نیروهای آن برآیند گرفته ایم و در آخر نقطه آنکه جسم دلای فقط دوتایی باشند و حتی یک گویان، آن جسم دوتایی نامیده می شود



$$\sum M_A = 0 \quad r \times F_1 = 0$$

$$r F_1 \sin \theta_1 = 0 \rightarrow \sin \theta_1 = 0 \rightarrow \theta_1 = 0$$

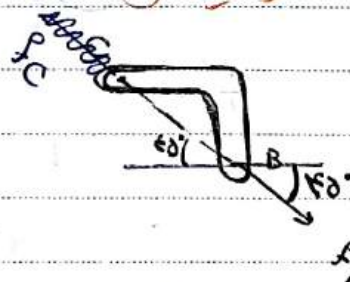
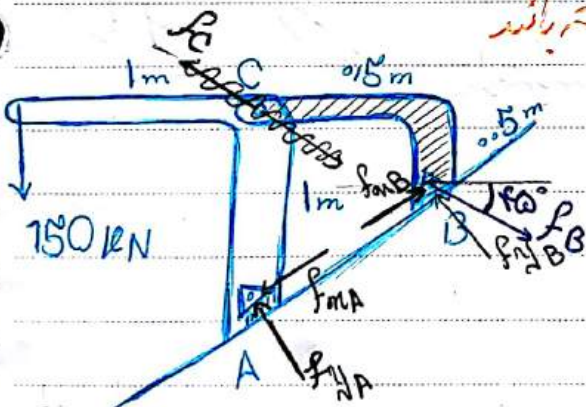
$$r \neq 0 \quad F \neq 0$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 = F_2 \quad F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2 \rightarrow F_1 = F_2$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_2 \sin \theta_2 = 0 \rightarrow \theta_2 = 0$$

چسبندگی گاه داشته باشند بدین نیروی خارجی اگر:
چسبندگی نیروی خارجی داشته باشند بدین گاه، جسم دوتایی است.
چسبندگی یک گاه و یک نیروی خارجی داشته باشند



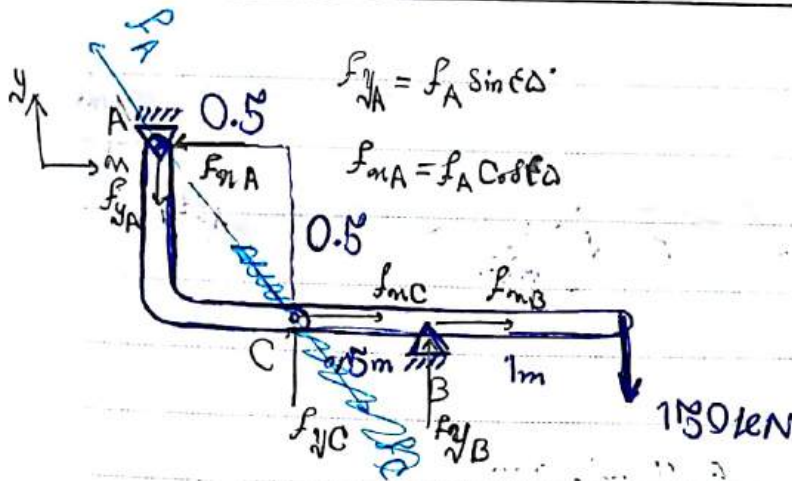
۴ مجهول است
۳ معادله

نیاز به جسم دوتایی

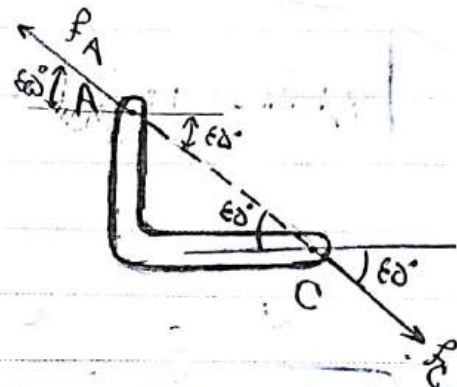
مگر دو نیروی داخلی که جسم بزرگتر به آن وارد می کند حذف می شود

که هم عکس العمل دارد اما به یک گاه وارد می شود یعنی یک گاه B که حذف شده است پس B

نکته: سطح دارای اصطکاک نیست. مفاصل است.



از سن کشیده.



در هر مقطع جسم اصلی را بکار آورده اما جسم کل به تکیه بر این است مانند شرایط در هر دو مقطع مختلف است

$$\sum M_A = 0$$

و هم انشان با آن طوری که اگر خف می کنند

$$\sum F_{m A} = 0$$

$$\sum F_{y A} = 0$$



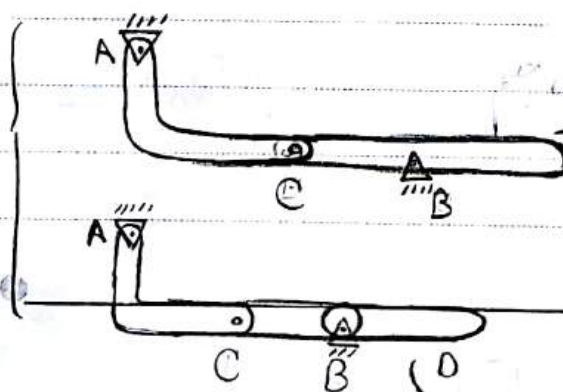
نکته: اگر دست خود را به

قسمت نیرو را یک یا ترس بگیریم می بینیم که مفاصل است زیرا کوبیده را تحمل نمی کند اما اگر جسم از C قیچی شود، می بینیم که ثابت می شود

(A) (B)

اگر جسم M و P را بتواند تحمل کند و جبهه خارجی دارد اما اگر نتواند تحمل کند (همچون می بینیم) در محاسبات خف می شود

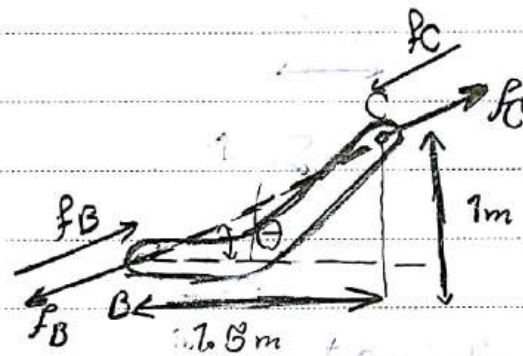
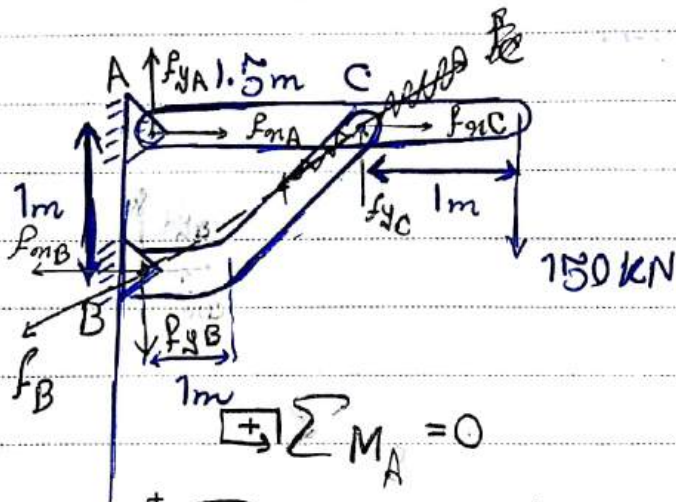
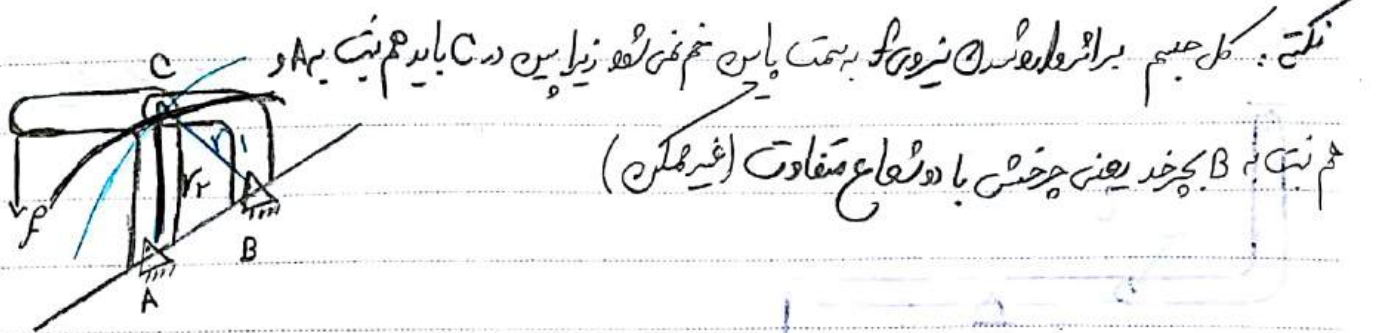
و جبهه خارجی نخواهد داشت.



اگر جسم مثال بالا را فرض کنیم از قسمت C جدا کنیم

حالا می بینیم که مفاصل است اما اگر از قسمت B جدا کنیم

می بینیم که گیردار است. می بینیم که گیردار است.



$$\sum M_A = 0$$

$$\sum F_{Ax} = 0 \quad \sum F_{Ay} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 33.7^\circ$$

$$F_{xB} = F_B \cos(33.7^\circ)$$

$$F_{yB} = F_B \sin(33.7^\circ)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -F_B \cos(33.7^\circ) \times (1) - 150 \times 2.5 = 0$$

$$F_B = \left(-\frac{150 \times 2.5}{\cos(33.7^\circ)}\right) \quad \text{جهت B علامت منفی می‌کنیم}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} + F_B \cos 33.7^\circ = 0 \quad F_{Ax} = -F_B \cos 33.7^\circ = +150 \times 2.5$$

جهت F_Ax مثبت است

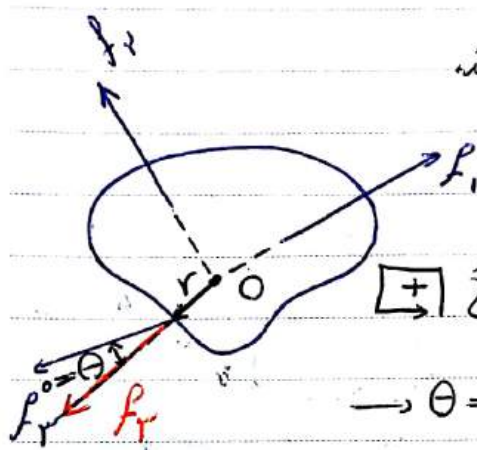
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} - F_{yB} - 150 \text{ kN} = 0 \quad F_{Ay} = F_{yB} + 150 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow F_{Ay} = -\frac{150 \times 2.5}{\sin 33.7^\circ} + 150 \text{ kN}$$

به نیروی

اگر سه نیرو موازی باشند کار بر روی آن را نمی توانیم محاسبه افقانه کنیم.

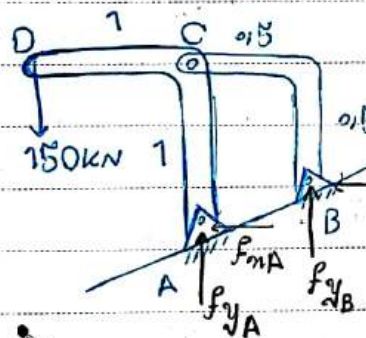
فرض کنیم دو نیرو در یک نقطه متقاطع اند.



$$\sum M_O = 0 \rightarrow r \times F_3 = 0 \quad |r| |F_3| \sin \theta = 0$$

$$\rightarrow \theta = 0$$

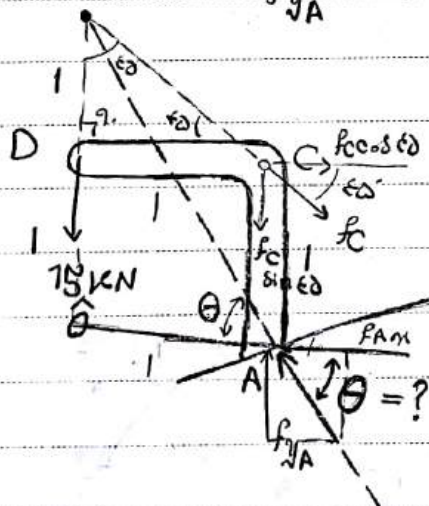
این جسم هم با قوانین دینامیک قابل بررسی است و هم به نیروی



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \sum M = 0$$

$$\tan \theta = \frac{r}{1} \quad \theta = \tan^{-1}(r) = 63.4^\circ$$

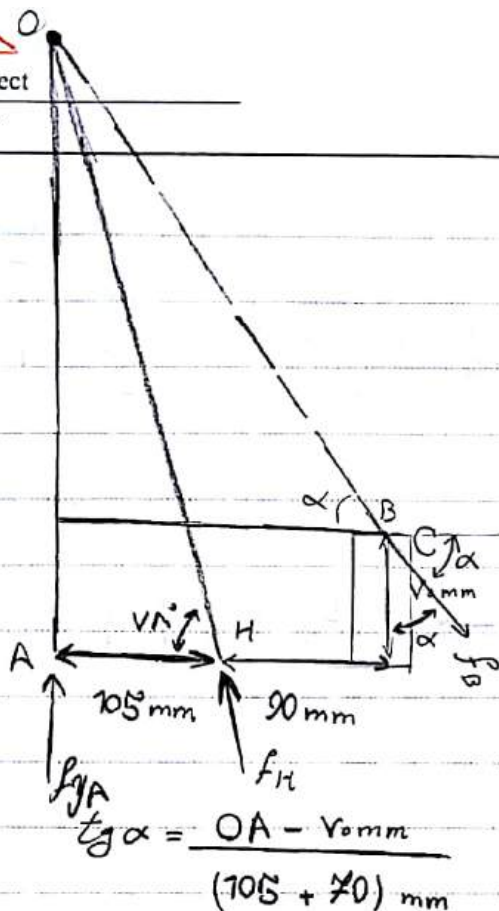


$$\sum M_A = 0 \rightarrow -F_C \cos 45^\circ (1) + 150kN(1) = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_C \cos 45^\circ - F_{Ax} \cos(63.4^\circ) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -F_C \sin 45^\circ + F_{Ay} \sin(63.4^\circ) - 150kN = 0$$

مثال ۷۷-۴۷ و ۷۷-۴۸



$$\tan v_A = \frac{OA}{705 \text{ mm}}$$

$$OA = 105 \text{ tg } \varphi \text{ m}^{\circ}$$

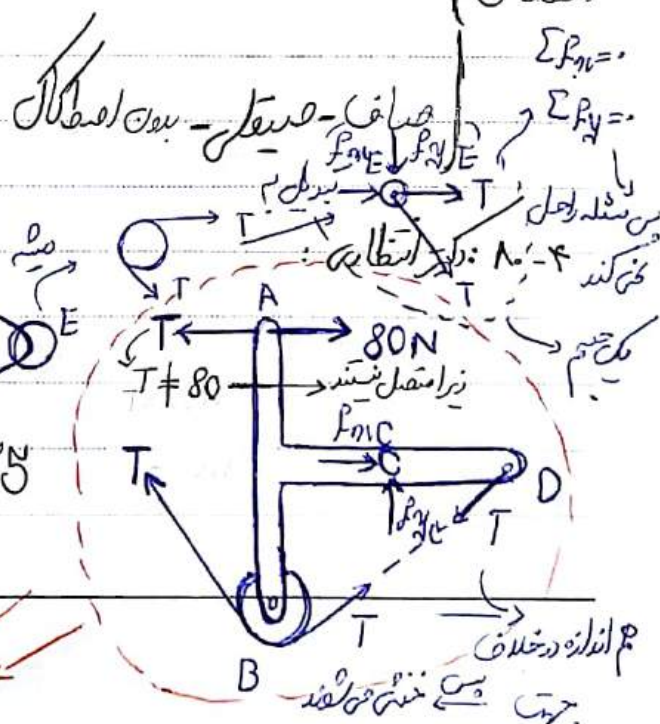
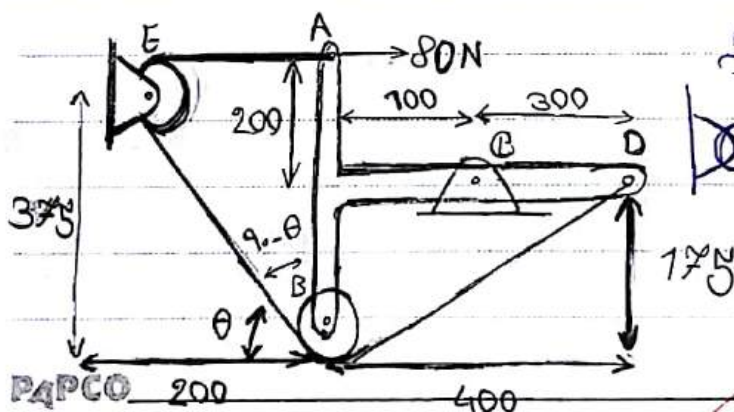
$$\boxed{+} \curvearrowright M_A = 0 + F_{Hy} \cdot 105 \text{ mm} - F_C y (105 + 90) \text{ mm} - f_{axB} (v_o) \text{ mm} = 0$$

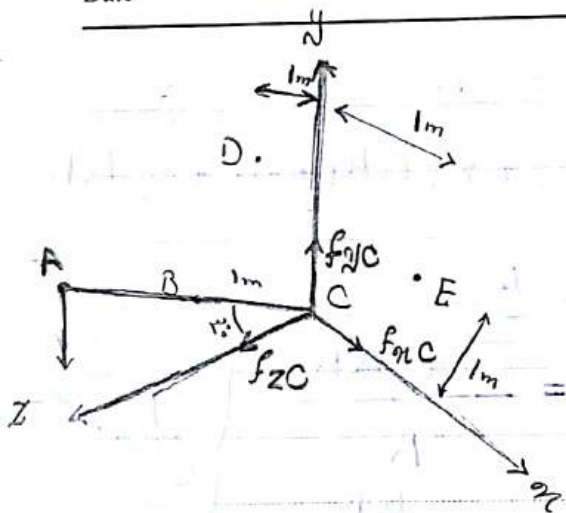
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad F_B \cos \alpha - F_H \cos(45^\circ) = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad F_{yA} + F_H \sin(VN^\circ) - F_B \sin \alpha = 0$$

زبر-ناصاف-دارای امواج کوهی

$\Delta \phi \leftarrow \text{Smooth}$





س ۴-۱۱۴: سجه دگر انظار: دغنی yz

$$E \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} BC \sin \alpha \\ BC \cos \alpha \end{vmatrix} \quad D \begin{vmatrix} -1 \\ +1 \end{vmatrix}$$

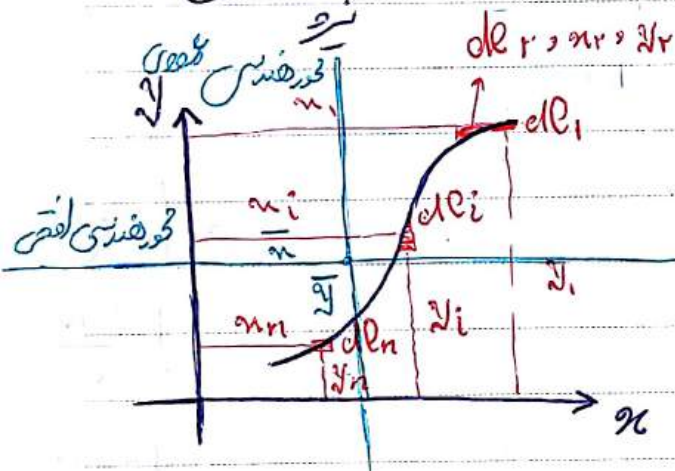
$$T_{BE} = T \lambda_{BE} = T_{BE} \frac{\overline{BE}}{BE}$$

$$T_{BD} = T \lambda_{BD} = T_{BD} \frac{\overline{BD}}{BD}$$

۵ مجهول: f_{yC} , f_{xC} , f_{zC} , T_{BE} و T_{BD}

فصل ۵: نیروهای گسترده نیروگسترده

نیروخاجی گسترده جسم صلب، نیروهای هستند که نقطه اثر مشخص ندارند و در یک سطح گسترش پیدا کرده است.



مرکز خط - سطح - حجم

گسترده خط - سطح - حجم

$$x_1 dl_1 + x_2 dl_2 + \dots + x_n dl_n = \bar{x} \cdot L$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i dl_i}{L} = \int \frac{x dl}{L}$$

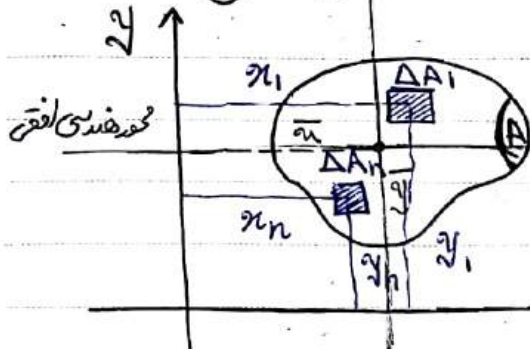
$$\bar{y} = \frac{\sum y_i dl_i}{L} = \int \frac{y dl}{L}$$

$$M = f \times \Delta x$$

$$P_y = \bar{x} \cdot L$$

$$P_x = \bar{y} \cdot L$$

موضعی نقطه



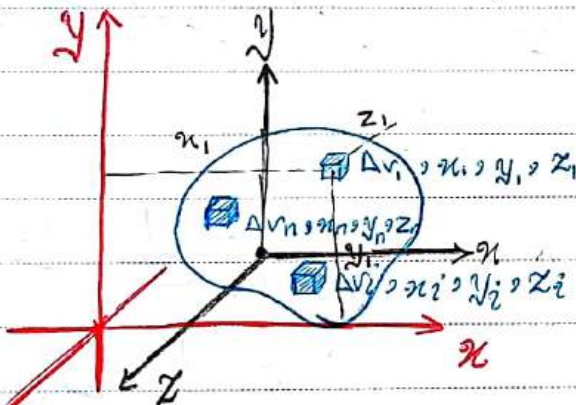
$$x_1 \Delta A_1 + x_2 \Delta A_2 + \dots + x_n \Delta A_n = \bar{x} \cdot A$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \Delta A_i}{A} \quad \left| \begin{array}{l} \text{مرکز سطح} \\ \int \frac{x \, dA}{A} \end{array} \right.$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \Delta A_i}{A} \quad \left| \begin{array}{l} \int \frac{y \, dA}{A} \end{array} \right.$$

اول: $Q_x = \bar{y} \cdot A$

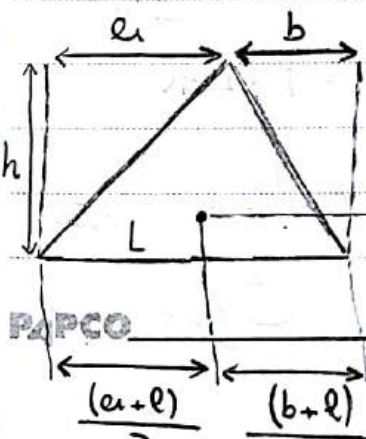
اول: $Q_y = \bar{x} \cdot A$



$$x_1 \Delta V_1 + x_2 \Delta V_2 + \dots + x_n \Delta V_n = \bar{x} \cdot V$$

$$\left| \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{\sum x_i \Delta V_i}{V} = \int \frac{x \, dV}{V} \\ \bar{y} = \frac{\sum y_i \Delta V_i}{V} = \int \frac{y \, dV}{V} \\ \bar{z} = \frac{\sum z_i \Delta V_i}{V} = \int \frac{z \, dV}{V} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \text{مرکز حجم} \end{array} \right.$$

اول: $S_{xy} = \bar{z} \cdot V, S_{xz} = \bar{y} \cdot V, S_{yz} = \bar{x} \cdot V$



$$\bar{y} = \frac{h}{3}$$

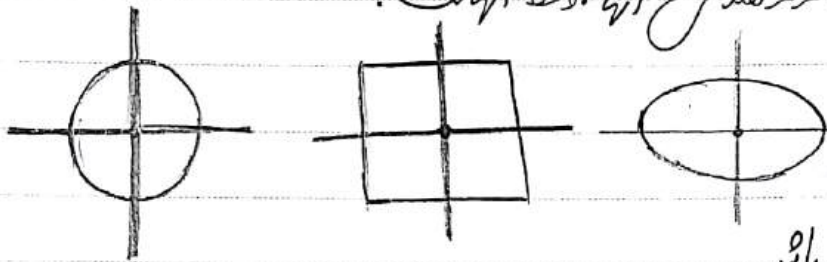
$$\bar{x} = \frac{(a+e)}{3}, \frac{(b+e)}{3}$$

مرکز هندسی برای یک جسم گهواره
شکل جسم است

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{A} = \frac{A_1 x_{1c} + A_2 x_{2c} + A_3 x_{3c} + A_4 x_{4c}}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}$$

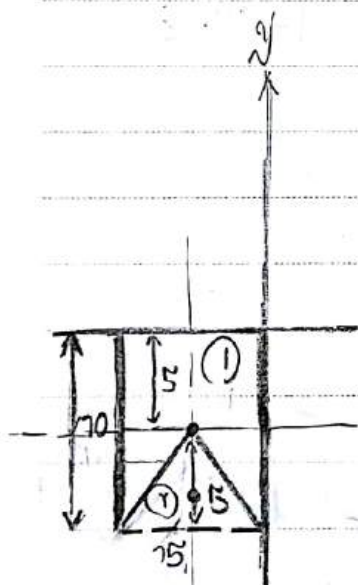
$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{A}$$

نکته: اجسامی که تقارن دارند مرکز هندسی آنرا، وسط آنراست.



ماحت < - جسم توپر باشد
ماحت > - جسم توخالی باشد

مرکز هندسی همواره ثابت است فقط $\bar{x}$ و $\bar{y}$ با جای کردن تو غیر می کنند



$$\bar{x} = \frac{A_1 x_{1c} + A_2 x_{2c}}{A_1 + A_2}$$

$$y_c = -5 - \frac{10}{3} = -\frac{25}{3}$$

$$y_1 = -5$$

$$A_1 = 10 \times 15$$

$$A_2 = -\frac{1}{2} \times 5 \times 15$$

$$x_{1c} = -\frac{15}{2}$$

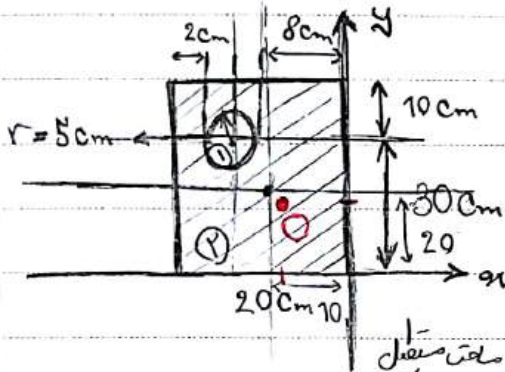
$$x_{2c} = -\frac{15}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{10 \times 15 \times -\frac{15}{2} + (-\frac{1}{2} \times 5 \times 15)(-\frac{15}{2})}{10 \times 15 + (-\frac{75}{2})}$$

$$= \frac{-\frac{15}{2}(150) + (\frac{15}{2})(\frac{15}{2} \times 5)}{\frac{300}{2} - \frac{75}{2}} = \frac{\frac{15}{2}(-150 + \frac{75}{2} \times 5)}{\frac{225}{2}} = \frac{\frac{15}{2}(-300 + 75)}{\frac{225}{2}}$$

$$= -\frac{15}{2} = -7.5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i + \sum y_r A_r}{A_1 + A_r} = \frac{-5 \times (10 \times 15) + \left(-\frac{25}{3}\right) \left(\frac{75}{2}\right)}{150 - \frac{75}{2}} = \frac{-750 + 712.5}{\frac{225}{2}} = \frac{-37.5}{\frac{225}{2}} = -\frac{37.5 \times 2}{225} = -\frac{75}{225} = -\frac{1}{3} = -0.33$$



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \Delta A_i}{\sum A_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \Delta A_i}{\sum A_i}$$

$$\sum A_i = A_1 + A_r$$

$$A_r = 40 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 800 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = \pi r^2 = 25 \pi \text{ cm}^2 = 25 \times 3.14 = 78.5 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{مختصات مرکز ثقل مستطیل} & \quad \begin{cases} x_1 = -10 \text{ cm} \\ y_1 = 10 \text{ cm} \end{cases} \\ \text{مختصات مرکز ثقل ربع دایره} & \quad \begin{cases} x_r = -10 \text{ cm} \\ y_r = 20 \text{ cm} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -9.87 \\ & +19.18 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 A_1 + x_r A_r}{A_1 + A_r} = \frac{-10 \times (78.5) + (-10) \times (800)}{78.5 + 800} = \frac{-1078.5 - 8000}{878.5} = \frac{-9078.5}{878.5} = -10.33$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 A_1 + y_r A_r}{A_1 + A_r} = \frac{10 \times (78.5) + 20 \times (800)}{78.5 + 800} = \frac{785 + 16000}{878.5} = \frac{16785}{878.5} = 19.11$$

۱- نحوه که دلال مرکز ثقل هستند مرکز هندسی آنها در 19.11 cm است

مختصات است

چند نکته

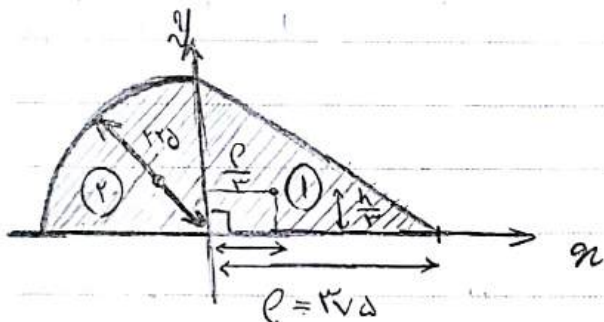
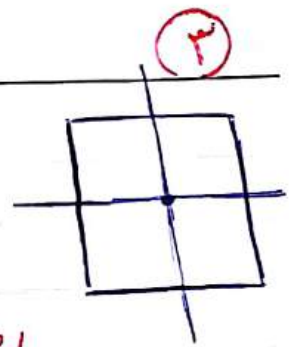
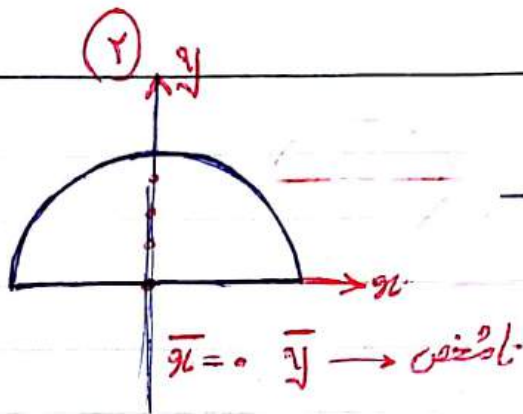
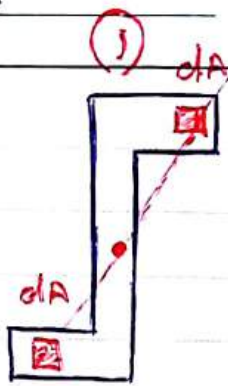
۲- اگر سطح دارای یک مختصات باشد، مرکز هندسی در آن قرار دارد.

۳- اگر سطح دارای دو مختصات باشد، مرکز هندسی لازم باید در هر دو باشد، بنابراین محل

تقاطع آنهاست

۴۲

Subject
Date



مسئله ۵-۵: نحوه کترانتظار

①: $b = 0$ $x_1 = \frac{r}{3} = \frac{12.5}{3} = 4.1\bar{6}$

$y_1 = \frac{h}{3} = \frac{12.5}{3} = 4.1\bar{6}$

$A_1 = \frac{1}{2} \times 25 \times 12.5 = 156.25$

②: $x_2 = -\frac{fr}{3\pi} = -\frac{12.5 \times 25}{3 \times 3.14} = -99.1$

$y_2 = +\frac{fr}{3\pi} = +\frac{12.5 \times 25}{3 \times 3.14} = +99.1$

$A_2 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3.14 \times 12.5^2}{4} = 306.25$

$\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{4.1\bar{6} \times 156.25 + (-99.1)(306.25)}{156.25 + 306.25}$

$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{4.1\bar{6} \times 156.25 + (99.1)(306.25)}{156.25 + 306.25}$

$\bar{x} = \frac{645.833 - 30312.5}{462.5} = \frac{14866.67}{462.5} = 32.14$

$\bar{y} = \frac{645.833 + 30312.5}{462.5} = \frac{30958.33}{462.5} = 66.9$

PAPCO

۴۴

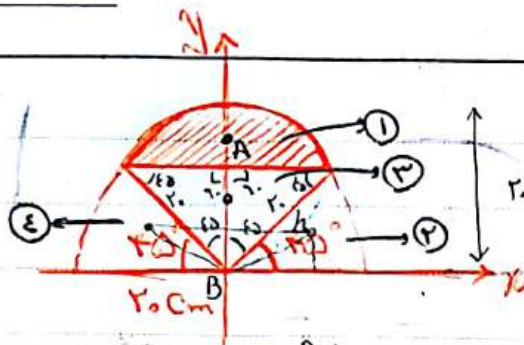
Subject

Date

$$y_r = h - \frac{h}{r} = \frac{r h}{r} = \frac{r \times 16,16}{r} = \frac{r_{16,16}}{r} = 9,47$$

$$y_1 = 0 \quad y_2 = r - AB = r - 16,16 = 1,84$$

حل ۲



$$\bar{x} = ?$$

$$\bar{y} = ?$$

$$\alpha = \epsilon \delta = \frac{\pi}{F} \text{ Rrad}$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{r} \alpha r^2 = \frac{1}{r} \times \frac{\pi}{F} \times r^2 = \frac{r \cdot \pi}{F} = 0, \pi$$

$$S_{\text{مربع}} = \frac{1}{r} \times r \times r = r \dots \rightarrow A_r$$

$$\sum A_i = A_1 + A_r + A_r + A_{\epsilon} = A_1 + 2A_r + A_r$$

$$A_1 = S_{\text{مربع}} - S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{r} \pi r^2 - (2A_r + A_r) = + r \cdot \pi - (1 \cdot \pi + r \cdot \dots) = 1 \cdot \pi - r \cdot \dots$$

$$= 3,14 - 2 \cdot \dots = 1,14$$

$$\sum A_i = 114 - 314 - 2 \cdot \dots = -0,14 + 1,14 = -r \cdot \dots$$

$$AB : \sin \epsilon \delta = \frac{AB}{r} \quad AB = 1 \cdot \sqrt{r} = 1 \cdot 1,16 = 11,16$$

$$\begin{aligned} (r) \int \quad x_r &= \frac{r \sin \alpha}{r \alpha} \times \cos \alpha \\ y_r &= \frac{r \sin \alpha}{r \alpha} \sin \alpha \end{aligned}$$

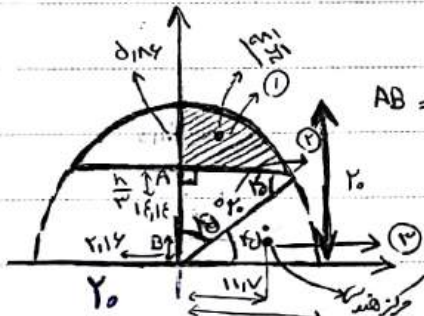
$$x_r = \frac{r \times r \times \sin \frac{\pi}{F}}{\frac{\pi \pi}{F}} \cos \frac{\pi}{F} = \frac{r \cdot \pi}{r \times r \cdot 1,16} \times 0,314 \times 0,979 = 11,99$$

$$y_r = \frac{r \cdot \sin \frac{\pi}{F}}{\frac{\pi \pi}{F}} \sin \frac{\pi}{F} = \frac{r \cdot \pi}{9,47} \times (0,314)^2 = 1,97$$

$$\begin{aligned} (r) \int \quad x_{\epsilon} &= -11,99 \\ y_{\epsilon} &= 1,97 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = \frac{m_1 A_1 + m_r A_r + m_{\epsilon} A_{\epsilon}}{\sum A_i} = 0 - 11 \bar{y} = \frac{2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_r + y_{\epsilon} A_{\epsilon}}{\sum A_i} = \frac{314 - 100 + 1199}{-r \cdot \dots}$$

حل ۲



$$AB = \frac{\sqrt{r}}{r} \times r = 12,16$$

$$A_1 = S_{\text{مربع}} - S_{\text{قطاع}} - S_{\text{قطاع}}$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{r} \alpha r^2 = \frac{1}{r} \times \frac{\pi}{F} \times r^2 = 0, \pi = 0 \cdot \pi = 0 \cdot 3,14 = 0$$

$$0 \times 3,14 = 100$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{r} \times 16,16 \times 16,16 = 100$$

$$S_{\text{مربع}} = \frac{\pi r^2}{F} = \frac{r \cdot \pi \times 3,14}{F} = 314$$

$$A_1 = 314 - 100 - 100 = 114 - 200 = 84$$

$$\sum A_i = 84 - 100 - 100 = -200$$

$$\begin{aligned} (r) \int \quad x_r &= \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha} \cos \alpha = 11,99 \\ y_r &= \frac{2r \sin \alpha}{3\alpha} \sin \alpha = 1,97 \end{aligned}$$

$$(y) \int \quad x_r = 11,16 - \frac{r}{r} = 16,16 - \frac{16,16}{r} = 9,47$$

$$y_r = 11,16 - \frac{16,16}{r} = \frac{r(11,16) - 16,16}{r} = \frac{r \times 16,16}{r} = \frac{r_{16,16}}{r} = 9,47$$

$$\frac{h}{r} = \frac{16,16}{r}$$

$$h = r = 11,16$$

۴۵

Subject

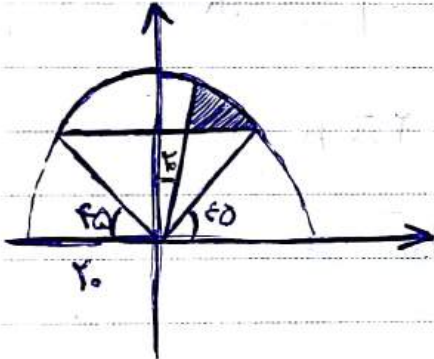
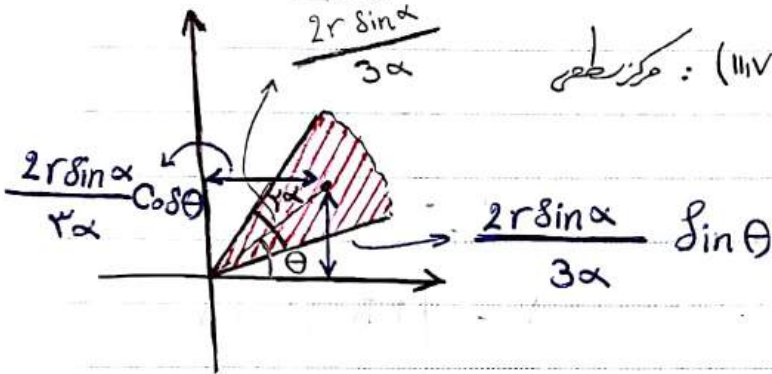
Date

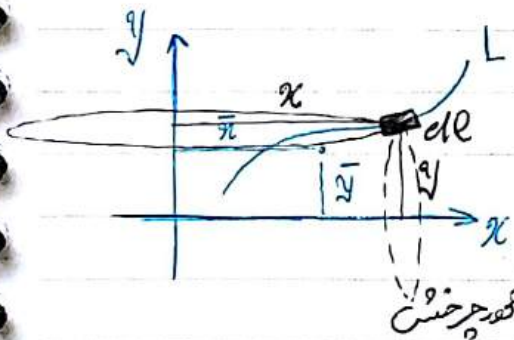
$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} a_1 &= \frac{r}{r_0} = \frac{1}{9.14} = 1.14 \\ y_1 &= \frac{r}{r_0} + AB = \frac{1}{9.14} + 1.14 = 1.14 + 1.14 = 2.28 \end{aligned} \right.$$

$$\overline{y_0} = \frac{a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3}{\sum A_i} = \frac{(1.14)(5V) + (9.14)(-100) + (11.94)(-15V)}{-200} = \frac{-224}{-200} = 1.12$$

$$\overline{y} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3}{\sum A_i} = \frac{(2.28)(5V) + (9.14)(-100) + (11.94)(-15V)}{-200} = \frac{-224}{-200} = 1.12$$

مركز ثقل : (1.12, 1.12)



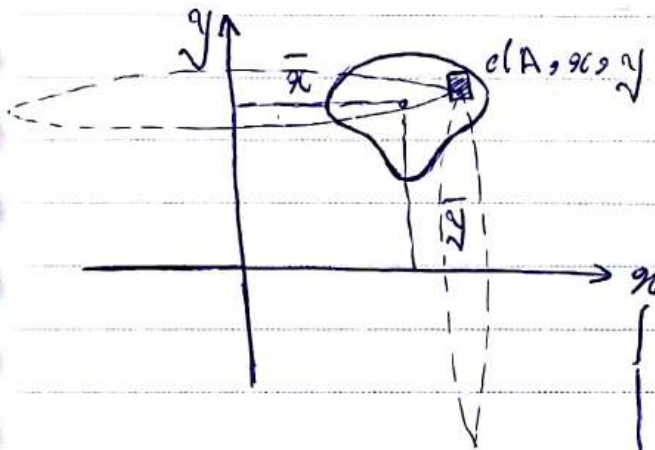


محاسبه
معمولی
محاسبه

$$\int r \pi y \cdot de = r \pi \int y \cdot de$$

$$\bar{y} = \frac{\int y de}{L} \rightarrow = r \pi \bar{y} L = A r$$

$$A y = r \pi \bar{y} L$$



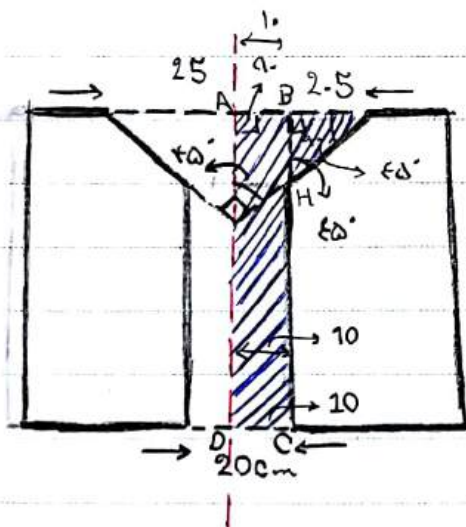
$$V = \int r \pi y \cdot de A$$

$$= r \pi \int y \cdot de A$$

$$V_x = r \pi A \bar{y}$$

$$V_y = r \pi A \bar{x}$$

مثال ۵-۳: تعیین مرکز انشای



مستطیل ABCD

$$V = V_1 + V_2 = r \pi [A_1 \bar{x}_1 + A_2 \bar{x}_2]$$

20 mm

BH = 1.5

$$= 2 \times 3.14 \left[10 \times 20 \times 5 + (0.5 \times (25)^2) \left(10 + \frac{2.5}{3} \right) \right]$$

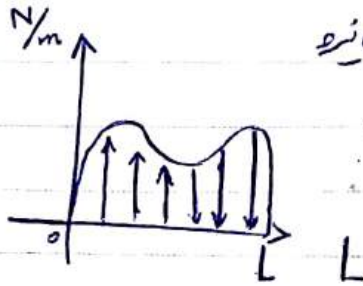
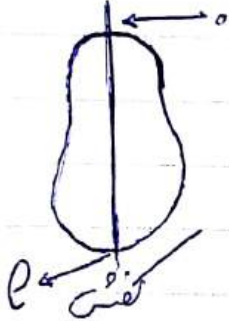
$$= 6.28 \left[1000 + \left(\frac{1}{2} \times \frac{25}{3} \right) \left(\frac{30.5}{3} \right) \right] \rightarrow \frac{h}{3}$$

$$= 6.28 \left[1000 + \frac{25}{6} \times \frac{30.5}{3} \right] = 949.0$$

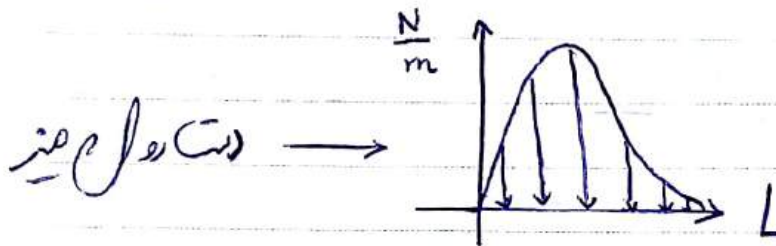
۳۳.۹

$(\text{KN/m}) \quad q(x)$

تابع توزیع بار گسترده:

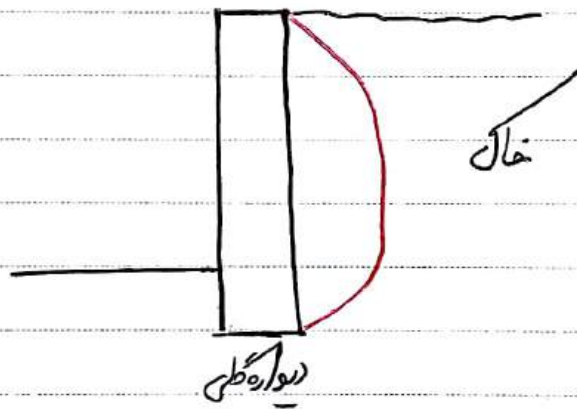


بیشترهای زیر
1 1



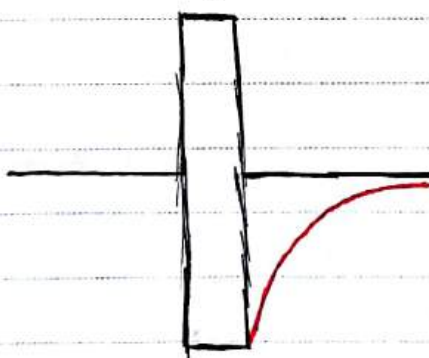
دست و پا میزنه

درگاه برداشته



فشار

صلب فروخته
در زمین

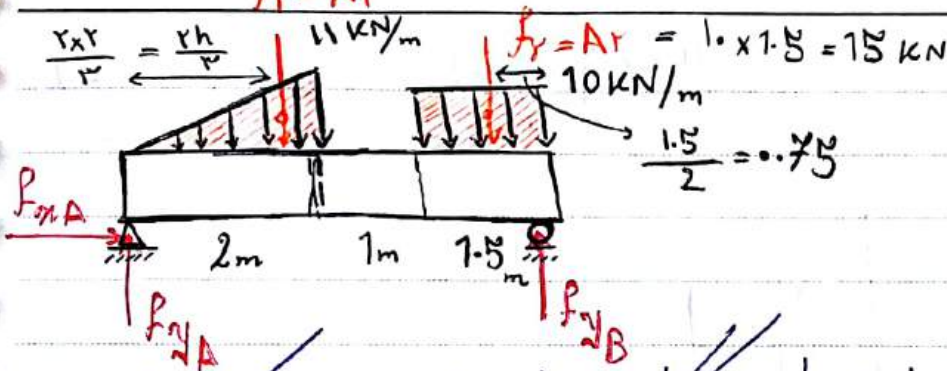


FA

Subject

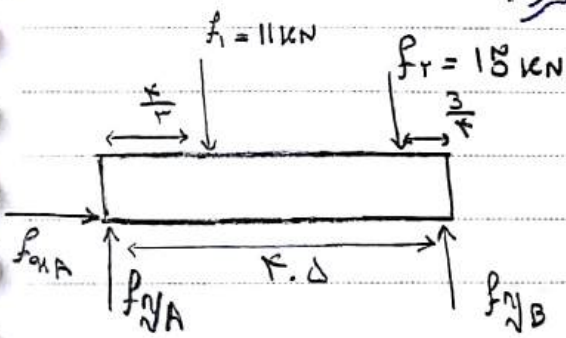
Date

$$F_1 = A_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 11 = 11 \text{ kN}$$



تیر را حل کنید.

نکته: برای محاسبه عکس العمل‌ها از رابطه‌های زیر می‌توانیم استفاده کنیم. نیروها گسترده را با نیروهای متمرکز معادل جایگزین کرد.



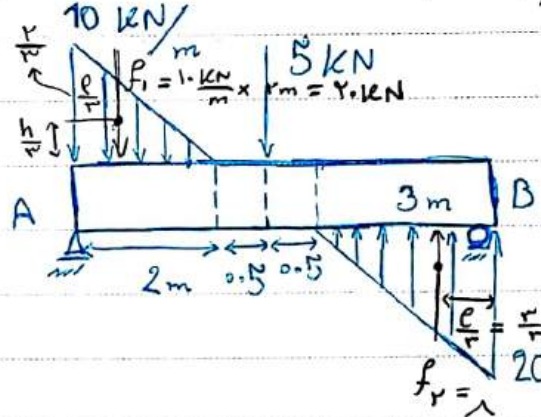
نکته: معادله مرکز ثقل = سطح نیرو مضروب به جرم هندسی واحد = $y(\eta)$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -11 \times \frac{2}{3} - 15 \times 3.75 + F_{2B} \times 3.5 = 0$$

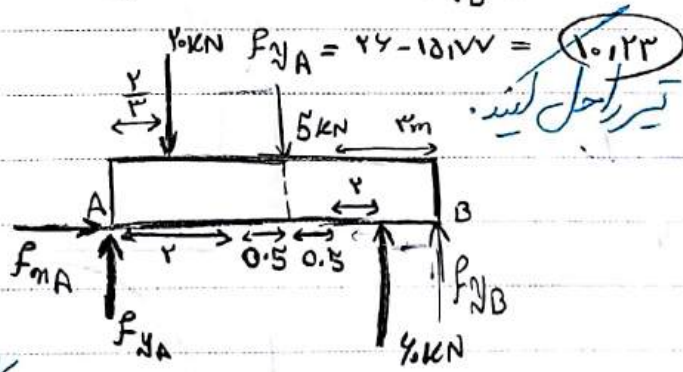
$$F_{2B} = \frac{11 \times \frac{2}{3} + 15 \times 3.75}{3.5} = \frac{14.67 + 56.25}{3.5} = 18.17$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{1A} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{1A} - 11 \text{ kN} - 15 \text{ kN} + F_{2B} = 0$$



$$20 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \times 1 \text{ m} = 20 \text{ kN}$$



تیر را حل کنید.

29

Subject

Date

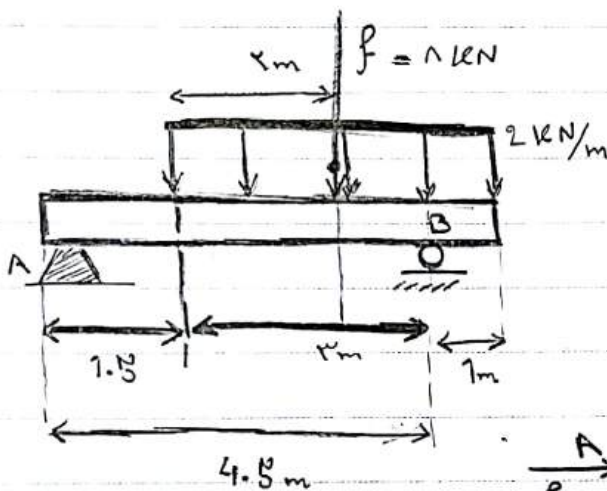
$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \quad - 20 \times \frac{2}{3} - 5 \times \frac{5}{2} + 20 \times 5 + f_{yB} \times 4 = 0$$

$$- \frac{40}{3} - \frac{25}{2} + 100 + 4f_{yB} = 0 \quad - 13.33 - 12.5 + 100 = -4f_{yB}$$

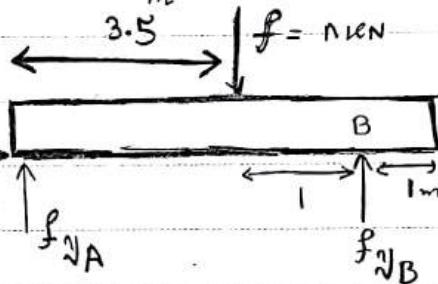
$$f_{yB} = \frac{266.17}{-4} = -66.54 = -66.54 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \sum f_x = 0 \quad f_{xA} = 0 \quad + \uparrow \sum f_y = 0 \rightarrow -20 - 5 + f_{yA} + 20 + f_{yB} = 0$$

$$f_{yA} = -20 + 66.54 = 46.54 \text{ kN}$$



$$f = \frac{2 \text{ kN}}{\text{m}} \times 1.5 \text{ m} = 3 \text{ kN} \downarrow$$



$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \rightarrow -1 \times \frac{4}{2} + f_{yB} \times \frac{9}{2} = 0 \quad -2 + \frac{9}{2} f_{yB} = 0$$

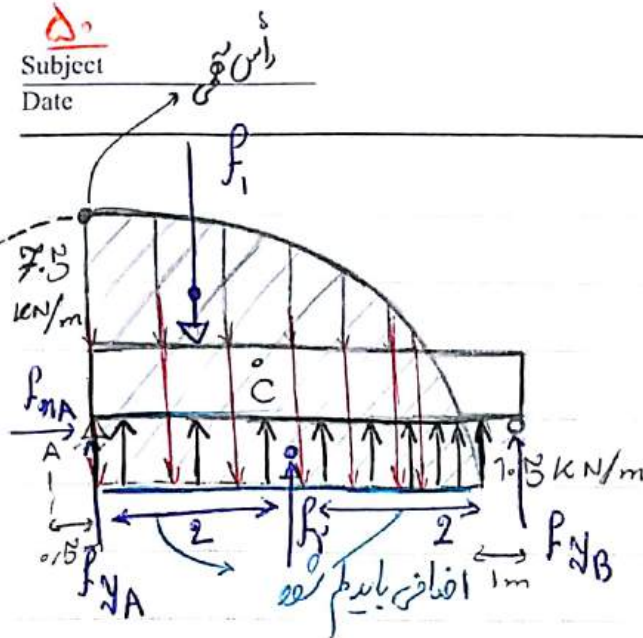
$$\rightarrow \sum f_x = 0 \quad f_{yB} = \frac{2}{9/2} = \frac{4}{9} = 0.44$$

$$+ \uparrow \sum f_y = 0 \rightarrow f_{yA} + 0 = 0 \quad \boxed{f_{yA} = 0}$$

$$f_{yA} - 1 \text{ kN} + f_{yB} = 0 \quad f_{yA} - 1 + 0.44 = 0$$

$$f_{yA} = +1.11 \text{ kN}$$

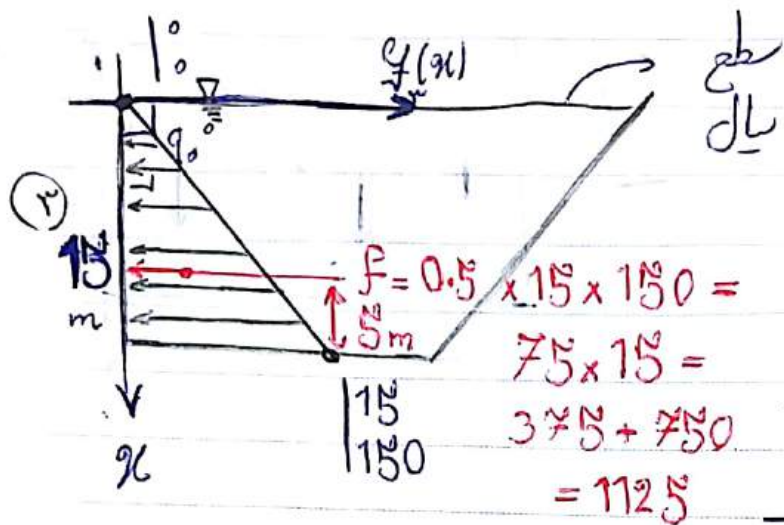
۶۷-۵ ترجمه دکتر انتظاری



نیروهای منطبق بر استاتیکی: (بدست آفست) تابع توزیع بارگرفته بین سیالات و اجزای
 ضخامت سطح مستوی: b_1
 که عملاً حالت 10 kN/m^3 است
 $q_1(x) = \gamma_1 b_1 \sin \theta + \gamma_2 b_1 h_1$
 زاویه بین محورهای θ_1
 سطح سیال
 (ن) ضخامت سطح به سمت داخل صفر است.
 تعیین تابع توزیع بارگرفته سیالات استاتیکی بر دیواره های عمیق (فصل اول)
 $q_1(x) = 10 \times 1 \times \sin 45^\circ + 1 \times 1 \times 0 = 5\sqrt{2}$
 $q_1(x) = 7.07 \text{ kN/m}$

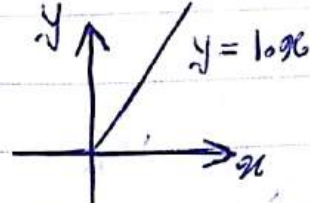
- ۱- سطح برخورد بین سطح و آب به عنوان مبدأ محورهای عمود بر سطح در نظر گرفته می شود.
- ۲- محورها به سمت داخل آب در سطح تماس بین آب و سطح مستوی قرار می گیرند.
- ۳- محورها بر آن $q(x)$ است به سمت آب.

نکته: سیال نیروی کششی نمی تواند وارد کند و همواره فشاری است.

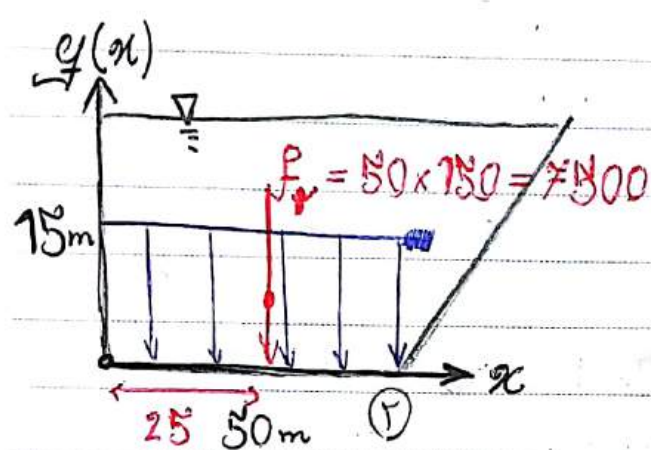


$$f_y(x) = 10x \sin 90^\circ x +$$

$$10x \times 0 = 10x$$

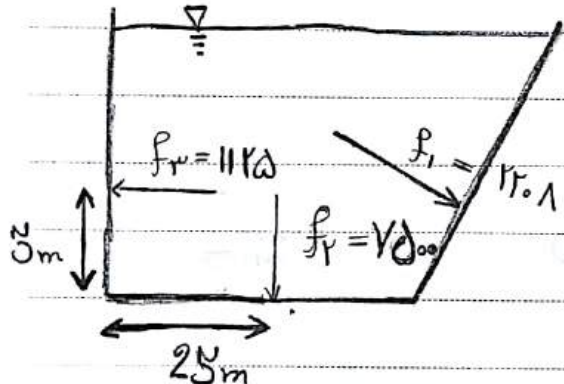


$$\begin{aligned} & 15 \times 150 = \\ & 75 \times 15 = \\ & 3 \times 5 + 750 \\ & = 1125 \end{aligned}$$

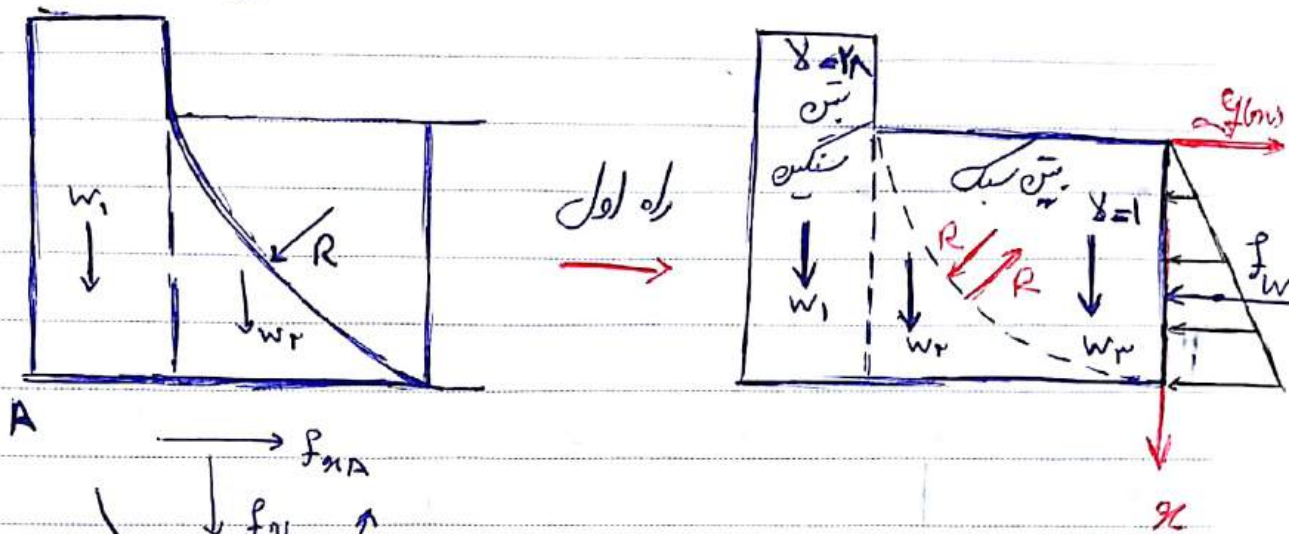


$$f_y(x) = 10x \sin 0^\circ x + 10x \times 1$$

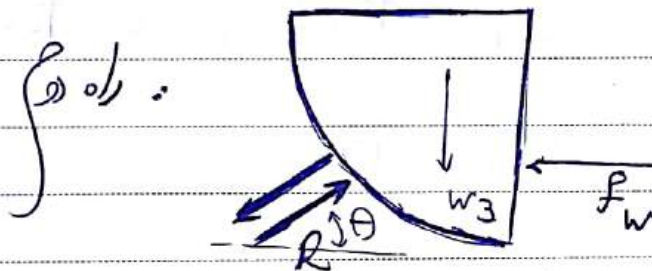
$$\times 15 = 150$$



در سطح متحرک زنانه



نکته: f_w نیروی خارجی است پس نیروی هم انداز اما (خلاف جهت نیروی داخلی R در بین سطح تولید می کند)



$$\vec{R} + \vec{W}_3 + \vec{f}_w = \vec{0}$$

$$\vec{R} = -\vec{W}_3 - \vec{f}_w$$

$$\sum f_x = 0 \rightarrow R \cos \theta - f_w = 0 \quad f_w = R \cos \theta$$

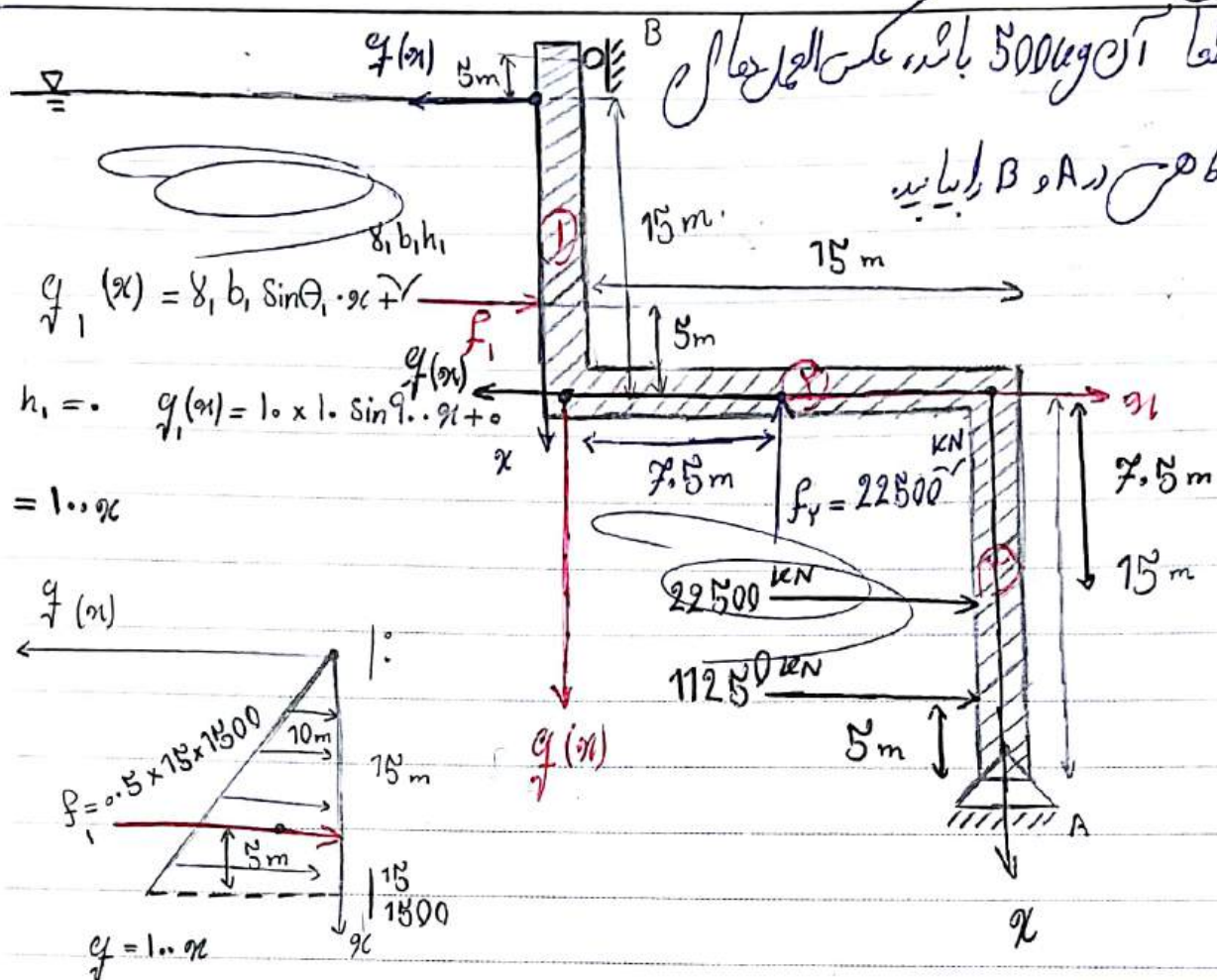
$$I: R = \frac{f_w}{\cos \theta}$$

$$\sum f_y = 0 \rightarrow R \sin \theta - W_3 = 0 \quad W_3 = R \sin \theta$$

$$II: R = \frac{W_3}{\sin \theta} \quad \xrightarrow{I, II} \quad R = R \rightarrow \frac{f_w}{\cos \theta} = \frac{W_3}{\sin \theta}$$

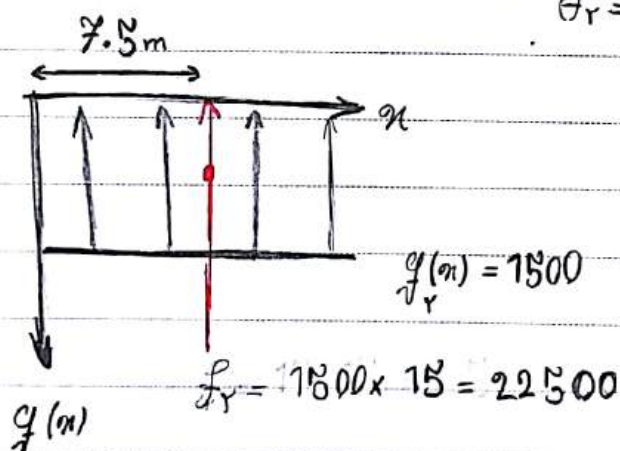
$$\rightarrow \tan \theta = \frac{W_3}{f_w}$$

شکل زیر مقطع درختی که در کوه چکانستان می دهد. اگر عرض این درختی ۵۳ متر باشد و قطر آن ۵۳



$$F_1 = 75 \times 15 = V\Delta + wV\Delta = 11250 \text{ kN}$$

$$q_r(x) = Y_r b_r \sin \theta_r x + Y_r b_r h_r = 1 \times 1 \times 0 \times x + 1 \times 1 \times 18 = 1800$$

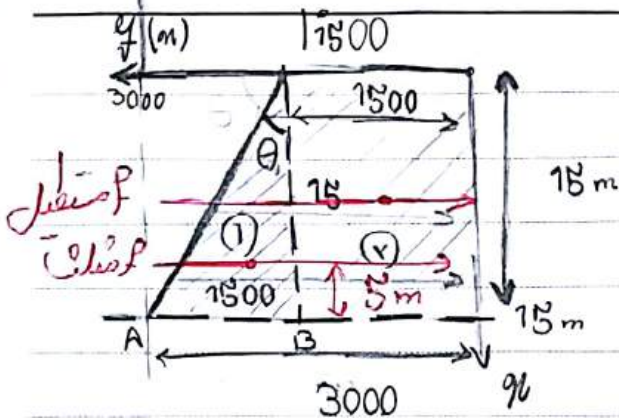


$$g_r(u) = \gamma_r b_r \sin \theta_r u + \gamma_r b_r h_r = 100u + 1500$$

02

Subject:

Date:

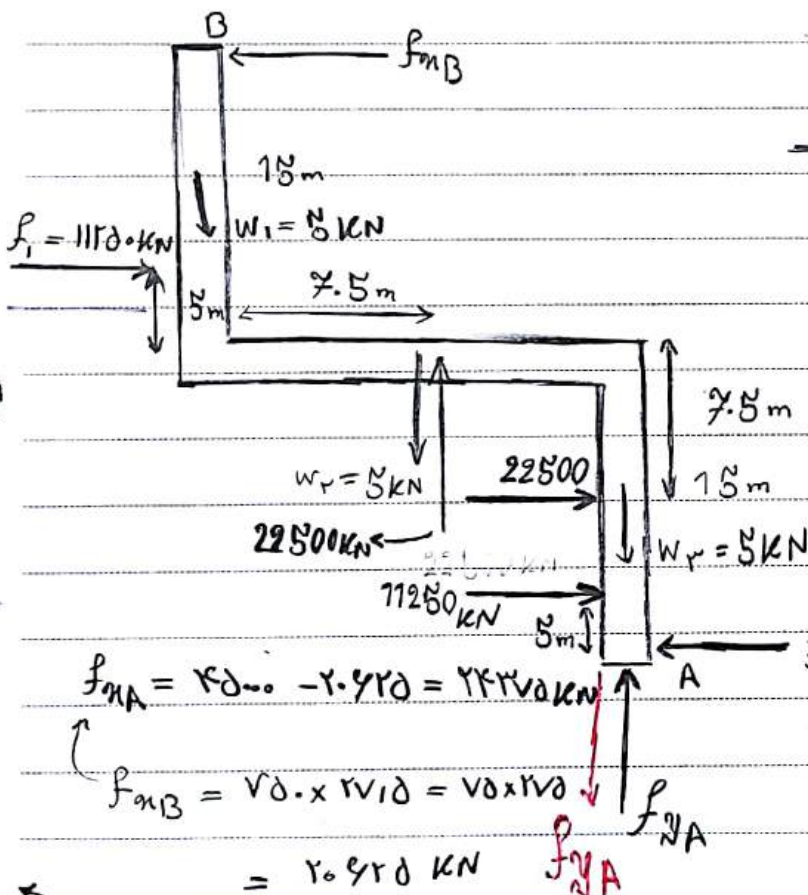


فرق : $\bar{x} = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$
 $\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$
 $\bar{r} = \frac{\sum r_i A_i}{\sum A_i}$

دو نیرو بر سطح (3) وارد می شود $\rightarrow$ مستطیل 2 + مثلث 1 : فرق = راه اول

مستطیل : $F = 1500 \times 15 = 22500$

مثلث : $0.5 \times 1500 \times 15 = 11250$



$\rightarrow \sum F_{x_i} = 0 \quad - F_{x_B} - F_{x_A} + 11250$

$+ 11250 + 22500 = 0$

$33750 = F_{x_A} + F_{x_B}$

$\uparrow \sum F_{y_i} = 0 \quad + F_{y_A} + 22500$

$- 3(5) \text{ kN} = 0$

$F_{y_A} = -22485 \text{ kN}$

در اینجا F_{y_A} را می بینیم

$- F_{y_A} = -22485 \text{ kN} \rightarrow$

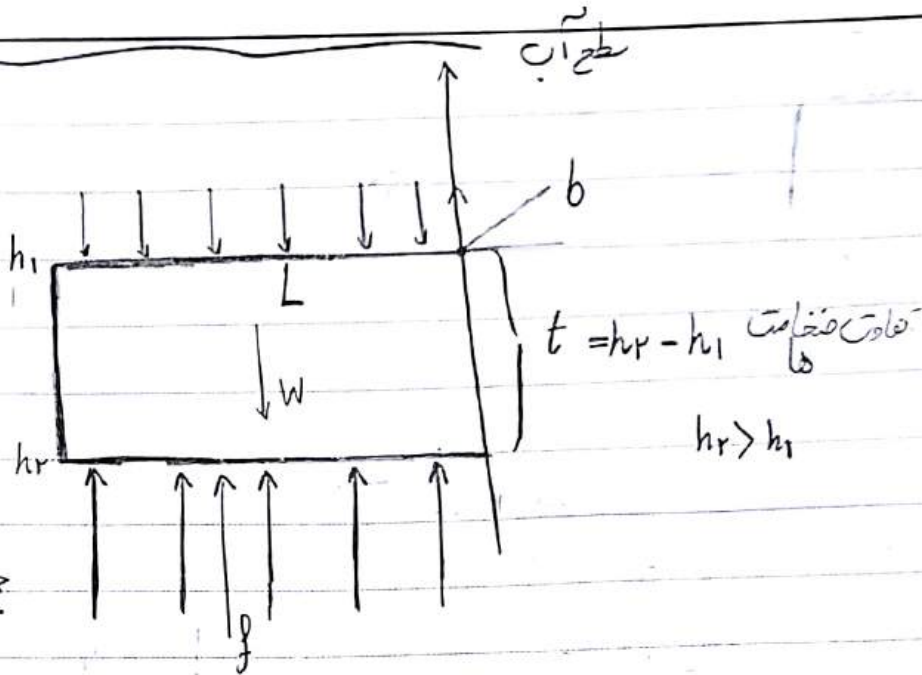
$F_{y_A} = 22485 \text{ kN}$

$\sum M_A = 0 : - 11250 \times 5 - 22500 \times 7.5 + F_{x_B} \times 3 - 11250 \times 2 -$

$22500 \times 7.5 = 0$

$F_{x_B} = \frac{25 \times 11250 + 15 \times 22500}{3} = \frac{2250 \times 22500}{3}$

نکته:

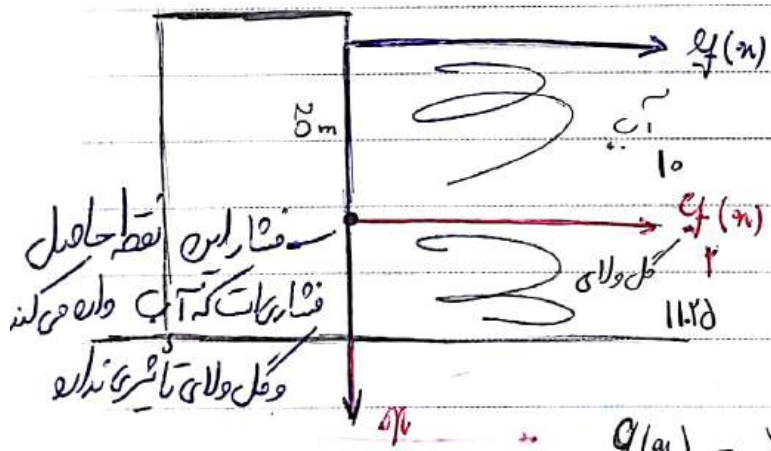


حجم آبی که جسم باعث تغییر سطح می‌شود

نیروی اُردوین : $L \times b (h_r - h_1) \gamma = \underbrace{L \times b \times t}_{V} \times \gamma = f$

حجم در سطح : $f > W$: جسم در آب فرو می‌رود
 حجم در سطح : $f < W$: جسم در آب شناور می‌ماند

نکته:



اگر تابع $q(x)$ عرض از صید نداشت می‌توان

فرکانس از رابطه: $f_w = \frac{1}{2} \gamma_w h_w^2$

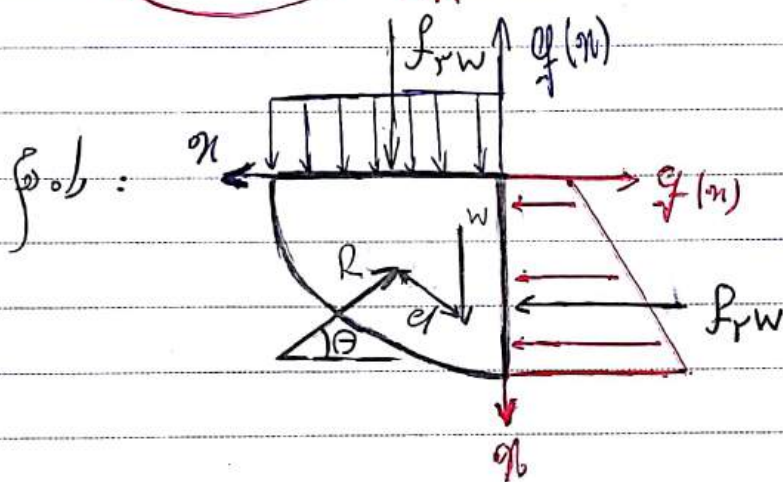
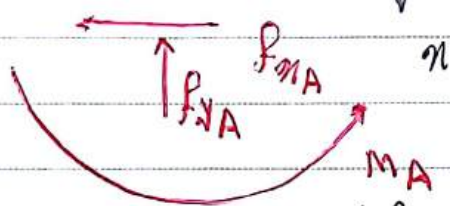
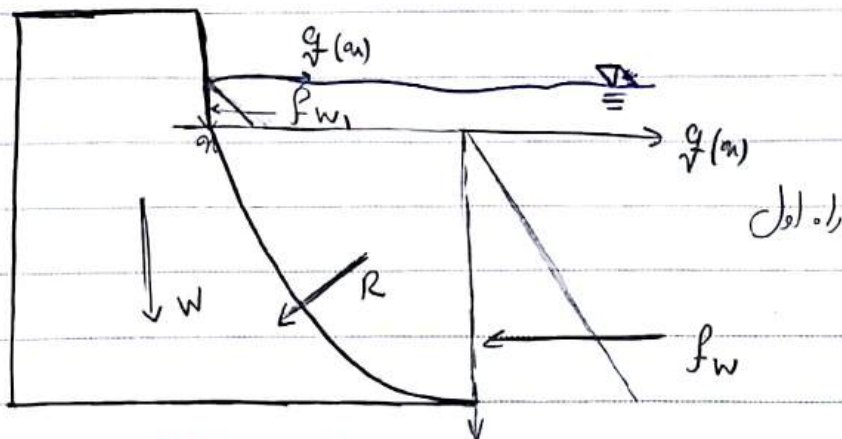
محاسبه کرد.

$q_r(x) = \underbrace{\gamma b \sin \theta x}_{\text{آب}} + \underbrace{\gamma b h}_{\text{کل دایره}} =$

P4PCO $11.25 \times 10 \times \sin 90.90^\circ + 10 \times 10 \times \gamma$

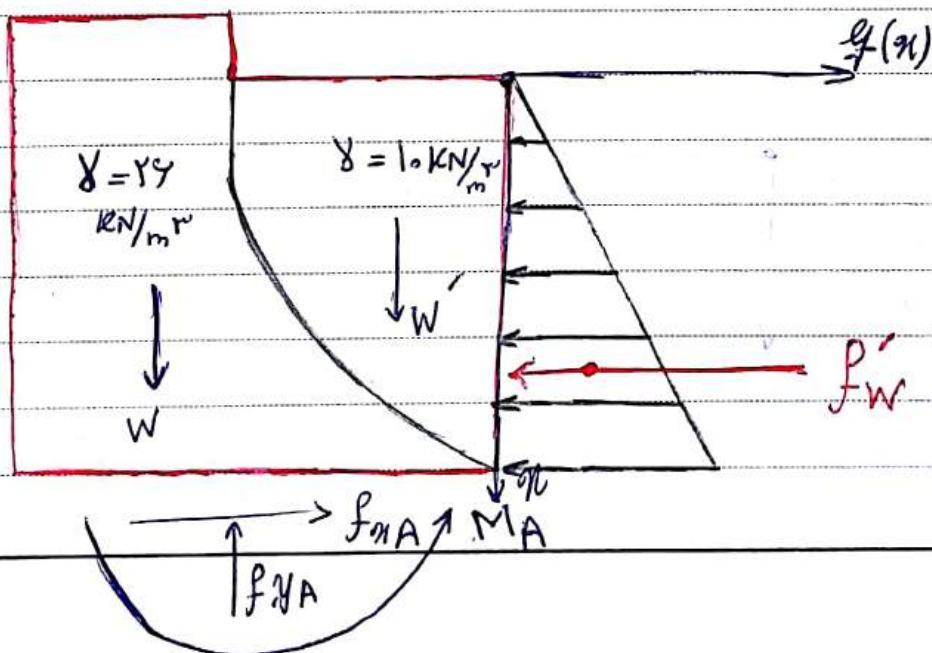
84

Subject: _____
Date _____



$$\begin{cases} R \cos \theta = f_{rw} \\ R \sin \theta = w + f_{rw} \end{cases}$$

بالنسبة (بالحدود):



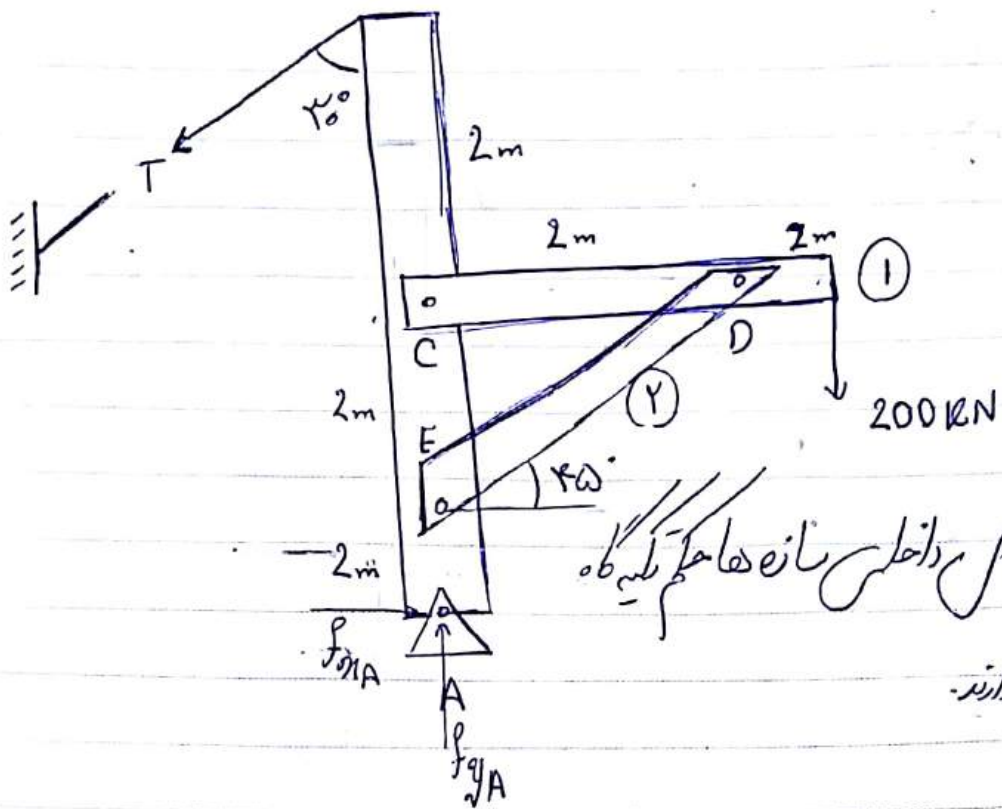
PAPCO

87

Subject :

Date

کلید سازه :

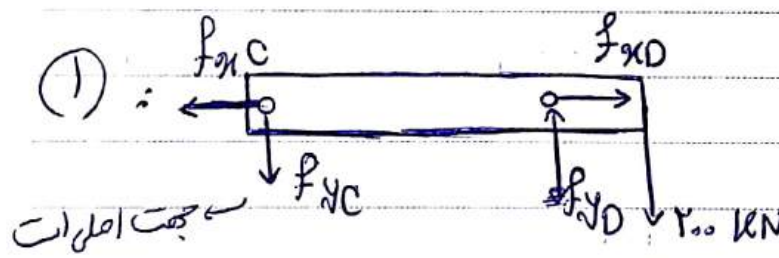


نکته: اتصال داخلی سازه ها همگی باید مفصل را دارند.

$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \rightarrow -200 \times 4 + T \sin 30^\circ \times 6 = 0 \rightarrow T = \frac{800}{6 \sin 30^\circ} = 266.67$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{xA} - T \sin 30^\circ = 0 \quad F_{xA} = 133.33 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{yA} - T \cos 30^\circ - 200 = 0 \quad F_{yA} = 231 \text{ kN}$$



$$\boxed{+} \sum M_C = 0 \rightarrow$$

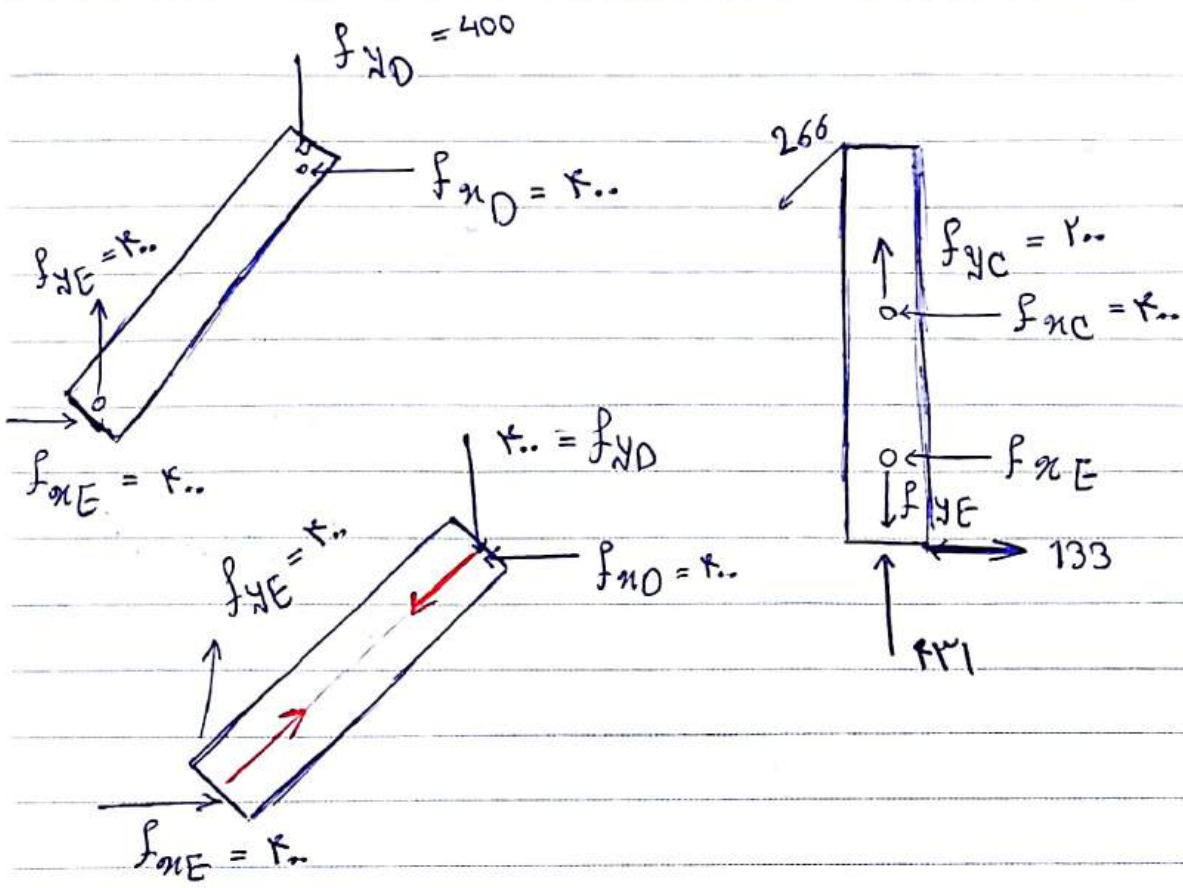
$$-F_{yD} \times 2 - 200 \times 4 = 0$$

$$F_{yD} = -200 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad F_{yC} - 200 + 200 = 0 \quad F_{yC} = 0$$

P4PCO

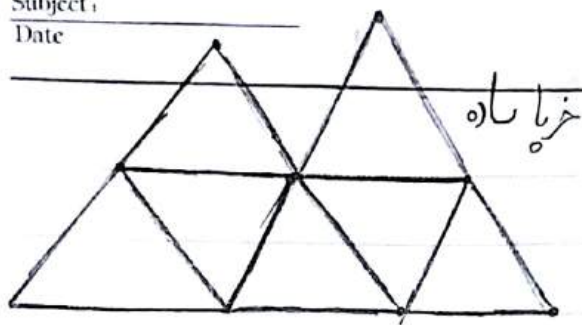
جهت بارها را مشخص کنید



truss خرابا
Frame قاب
سازه ها
ما اینها

حال
فرکانس خرابا

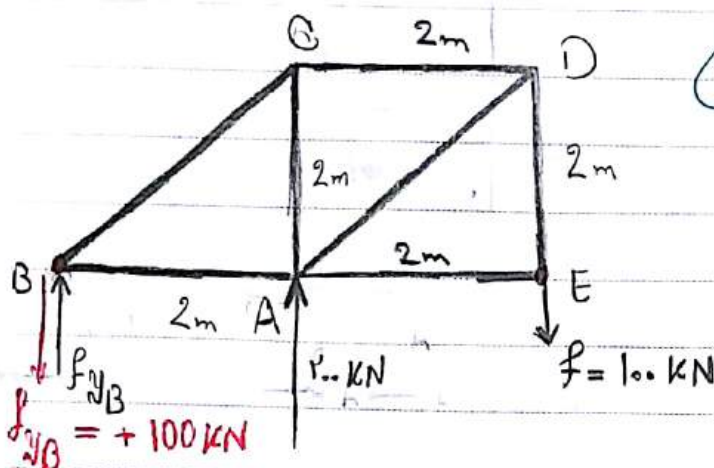
- ① تمامی اعضاء آن اگر برآنه شوند نیروی هستند
- ② نیروهای خارج فقط به پنج دانه می شوند
- ③ اعضاء کج، زاویه دار و... ندارند و اعضاء مستقیم هستند
- ④ هر عضو که به مفصل می رسد تمام می شود، ادامه ندارد و بعد از آن عضو دیگر است



نکته: خواب ساده همواره معین مقدار است.

روش اول حل خواب: (۱) روش مفصل
(۲) روش مقطع

نکته: انعکس العمل ها باید با هم در خواب
نیرو را خارج محسوب می کنند



روش اول حل خواب: (۱)

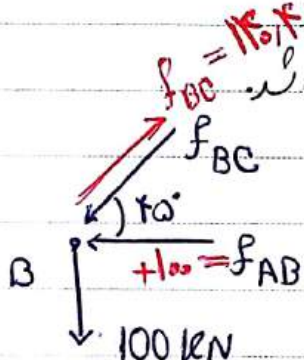
$$\sum M_A = 0 \rightarrow -100 \times 2 - F_{yB} \times 2 = 0 \quad F_{yB} = -100$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -100 + F_{yA} - 100 = 0 \rightarrow F_{yA} = 200 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{xA} = 0 \rightarrow F_{xA} = 0$$

معادل یک به یک

\$F_{BC} = 141.4\$ kN



(۲) در خواب های ساده می توانیم این را پیدا کنیم فقط و فقط در عضو که آن متصل باشد.
مفصلی

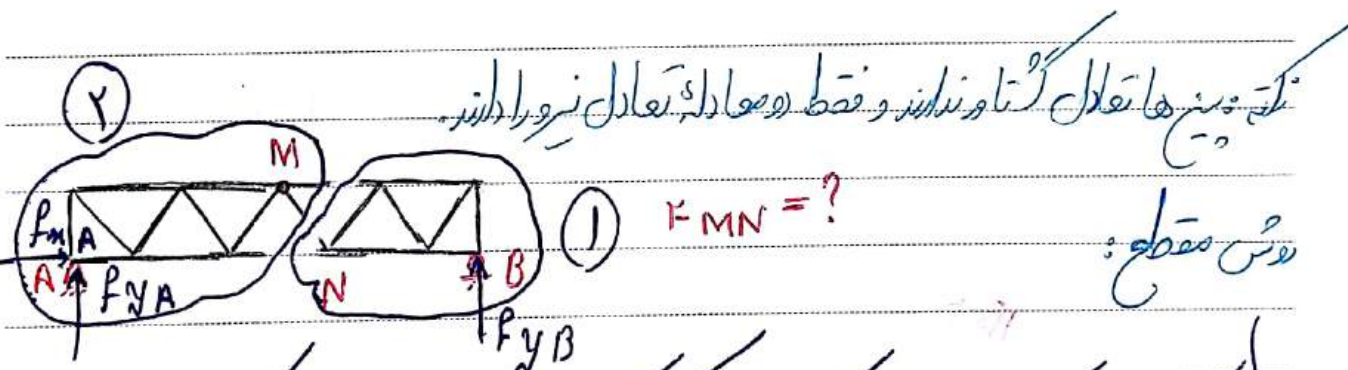
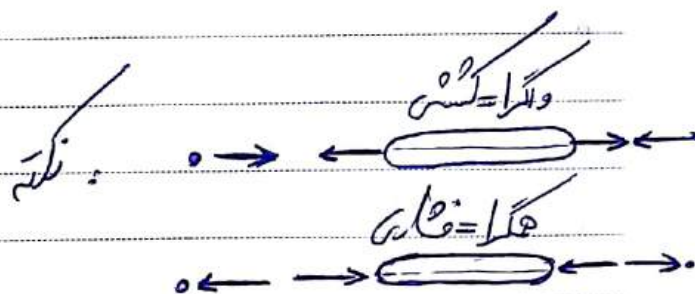
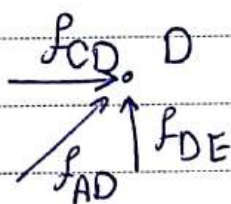
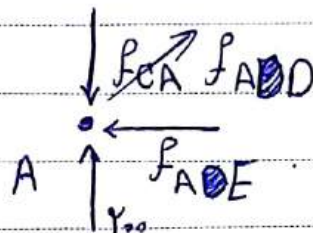
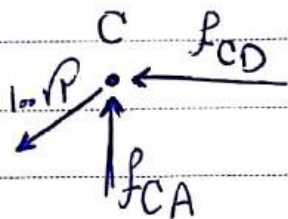
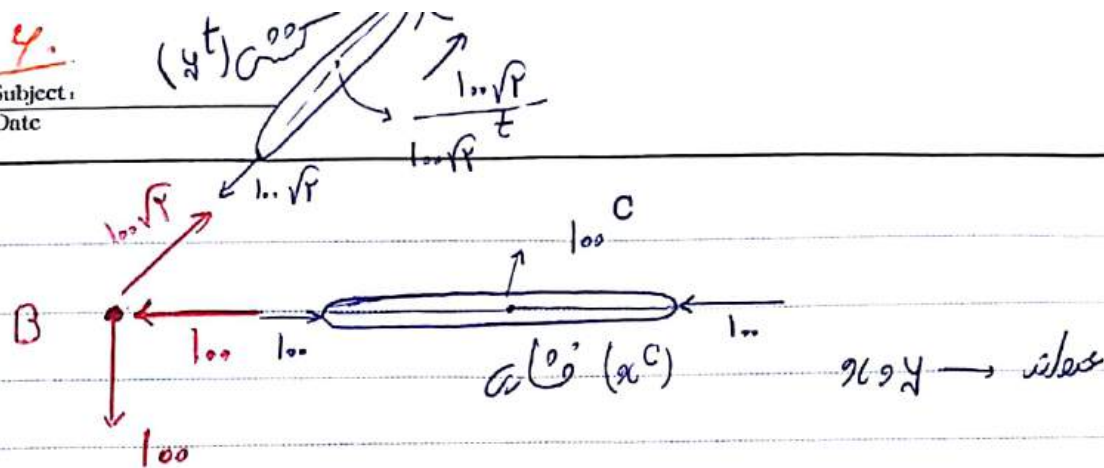
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} \cos 45^\circ - F_{BC} \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{AB} = -(-100 \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2})$$

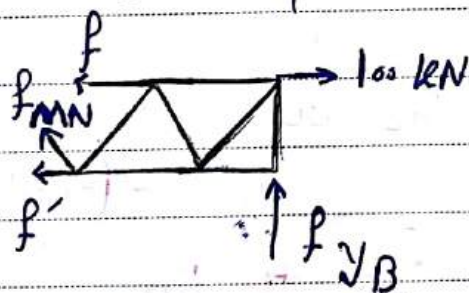
$$\therefore -F_{BC} \cos 45^\circ - F_{AB} = 0 \quad F_{AB} = +100 \text{ kN}$$

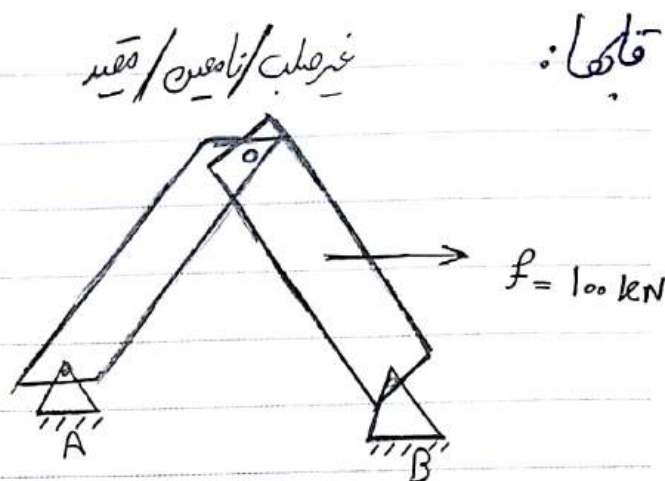
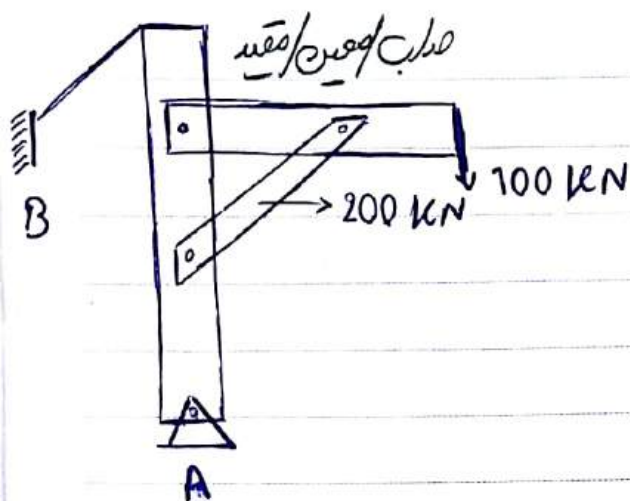
P4PCO

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -100 - F_{BC} \sin 45^\circ = 0 \quad F_{BC} = -100 \sqrt{2} = -141.4$$



نکته: جسم به بخش اول به ۲ تیکه قسمت کنید که فقط ۳ جسم (عضو) را قطع کنید.





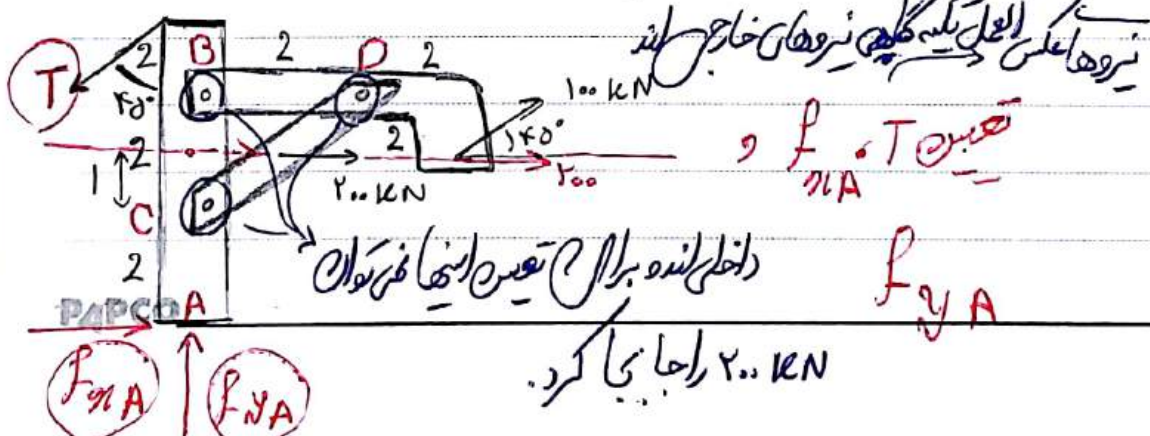
قابها:
 صلب: پس از جدا کردن از یکدیگر، در هنگام چرخش دادن سازه، سازه شکل قبلی خود را حفظ می کند.
 غیر صلب: پس از جدا کردن از یکدیگر، در هنگام چرخش دادن سازه، سازه شکل قبلی خود را حفظ نمی کند.

نکات: (۱) برای هر سطح یا مفصل فقط ۲ معادله تعادل می توان نوشت. معادله تعادل نیروها

(۲) نیروهای خارجی وارد بر اجسام صلب، بردار لغز دارند، فقط زمانی که بتوانیم عکس العمل

تکیه گاهی را مشخص کنیم. اما برای تعیین نیروهای داخلی نمی توان نیروهای خارجی را در

جسم را روی نقطه اثرشان جای کرده باید در حال مشخص قرار داشته باشند.



کام اول:

$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \rightarrow T \sin 40^\circ \times 6 - 100 \cos 40^\circ \times 2 - 200 \times 3 + 100 \sin 40^\circ \times 4 = 0$$

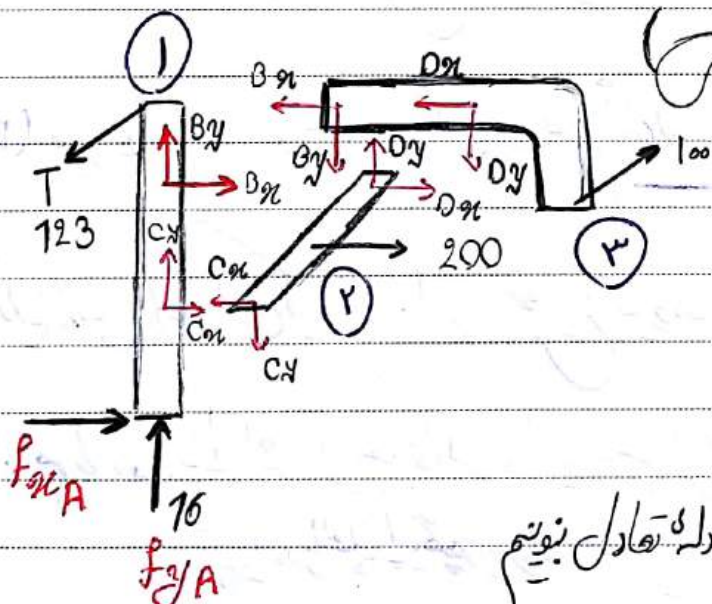
$$T = \frac{400 + 200 \cos 40^\circ - 200 \sin 40^\circ}{6 \sin 40^\circ} \text{ KN} = 123 \text{ KN}$$

$$+\uparrow \sum f_y = 0 \rightarrow 100 \sin 40^\circ + f_{yA} - T \cos 40^\circ = 0$$

$$f_{yA} = T \cos 40^\circ - 100 \sin 40^\circ$$

$$+\rightarrow \sum f_x = 0 \rightarrow 200 - T \sin 40^\circ + 100 \cos 40^\circ + f_{xA} = 0$$

$$f_{xA} = T \sin 40^\circ - 100 \cos 40^\circ - 200$$



کام دوم: کلید سازه: (تعیین نیروهای داخلی)

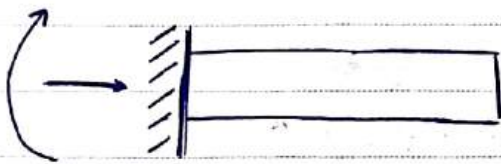
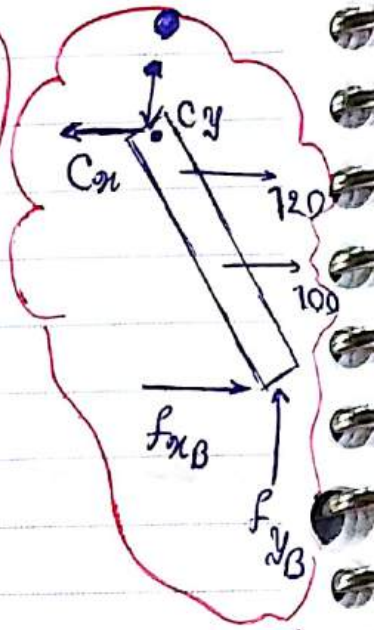
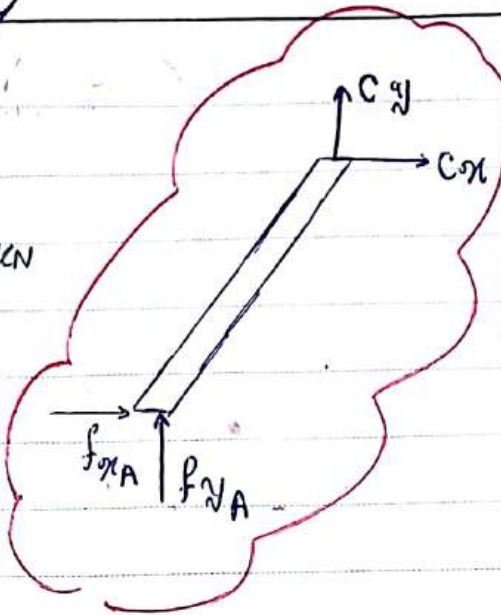
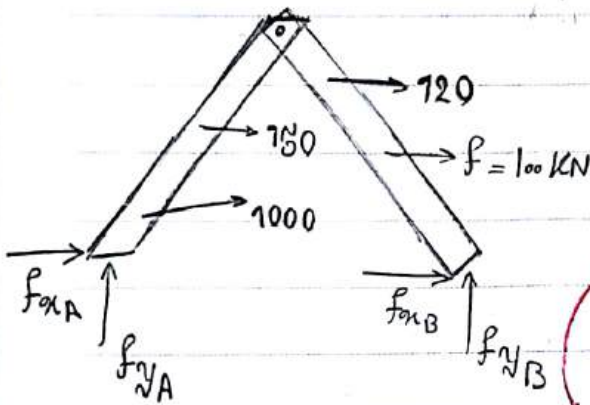
کام سوم: برای تک تک این جسم باید معادله تعادل بنویسیم

۶۳

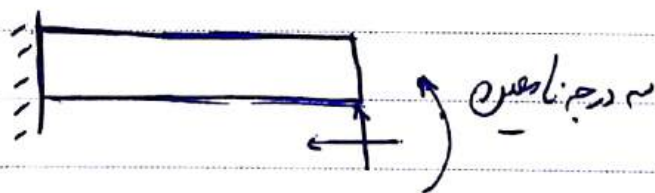
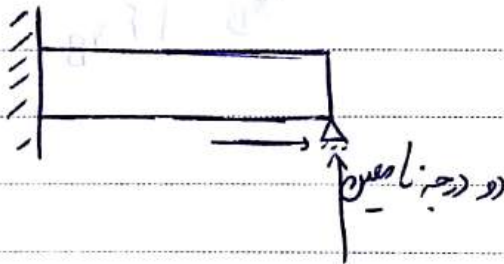
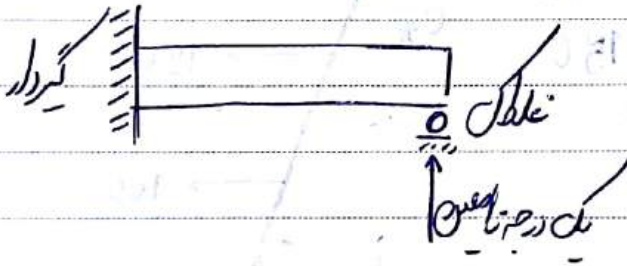
Subject:

Date

Def 4



نکته: هر یک از درجات نامعین بودن
جسم را افزایش می دهد

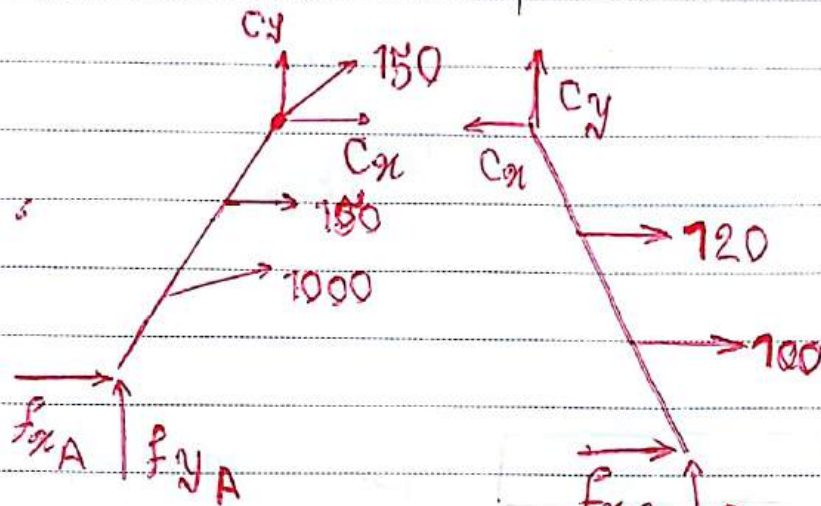


نکات: در خرابی‌ها بین از جسم خارج می‌کنیم اما در قایم غصه‌ی از یکی از اجزاست.

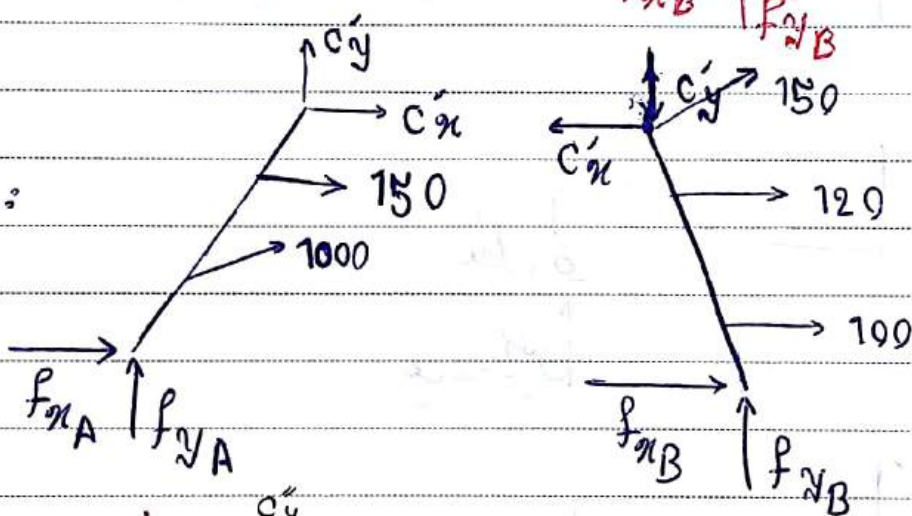
در اجسام غیر صلب اگر نیوی بین ماده خود هم است که بین دو جسم قرار گیرد.

نکته:

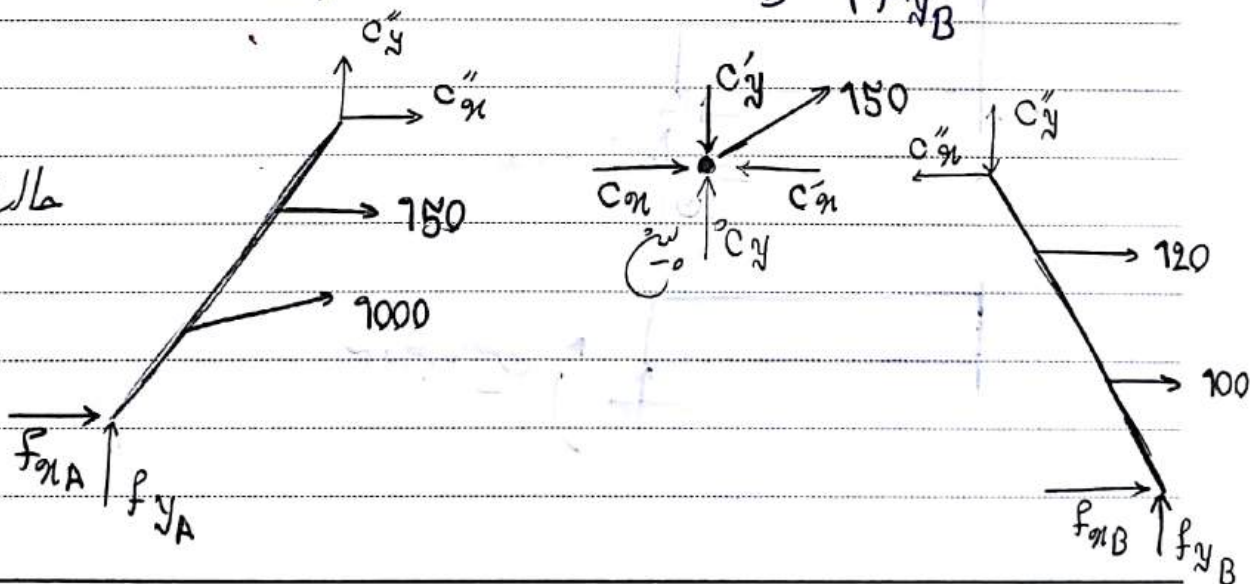
حالت اول



حالت دوم



حالت سوم



نکته: اگر یک n نیرو وارد شود، آن جسم که بین روئیس در نظر گرفته می شود n نیرو وارد می شود و به $n-1$ جسم دیگر به هر کدام ۲ نیرو وارد می شود.

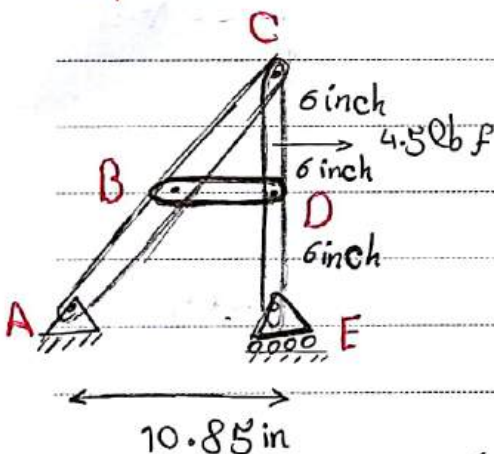
اگر بین اجزاد در نظر بگیریم از اجسام
اگر بین اجزای آنم از اجزای اجزای

افزایش می دهد و این یعنی ۲ معادله اضافی

پس در قیاسها بهتر است بین اعضا و اجزای آن در نظر بگیریم

تصوره اگر یک جسم و نیروی یک جسم n نیرویی و معادله می بین را باید در جسم n نیرویی

در نظر بگیریم



نکته برای حل خراب:

(۱) تعادل گره ها و نیروها بر هر گره

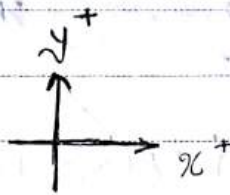
(۲) معادله برای پیدا کردن تعادل نیروها را می نویسیم

(۳) نیرو پیدا می شود چون اعضا و نیرویی و معادله از هر بین می توان نیرو را به بین دیگر با قوانین هندسی انتقال داد.

(۴) با انتقال نیرویی سیستم سادگی می یابد.

(۵) نیروهای وسط عضو را بدست آورند

(۶) نیاز نیست تعادل اعضا بررسی شود.

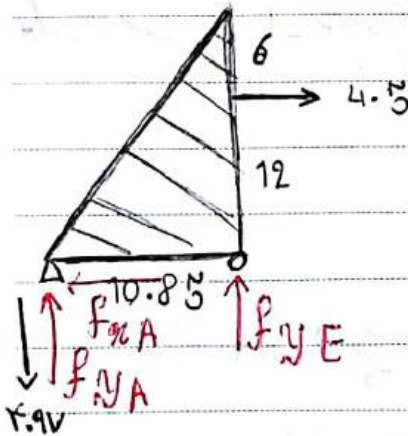


حل مسئله:

$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \rightarrow F_{yE} \times 10.85 -$$

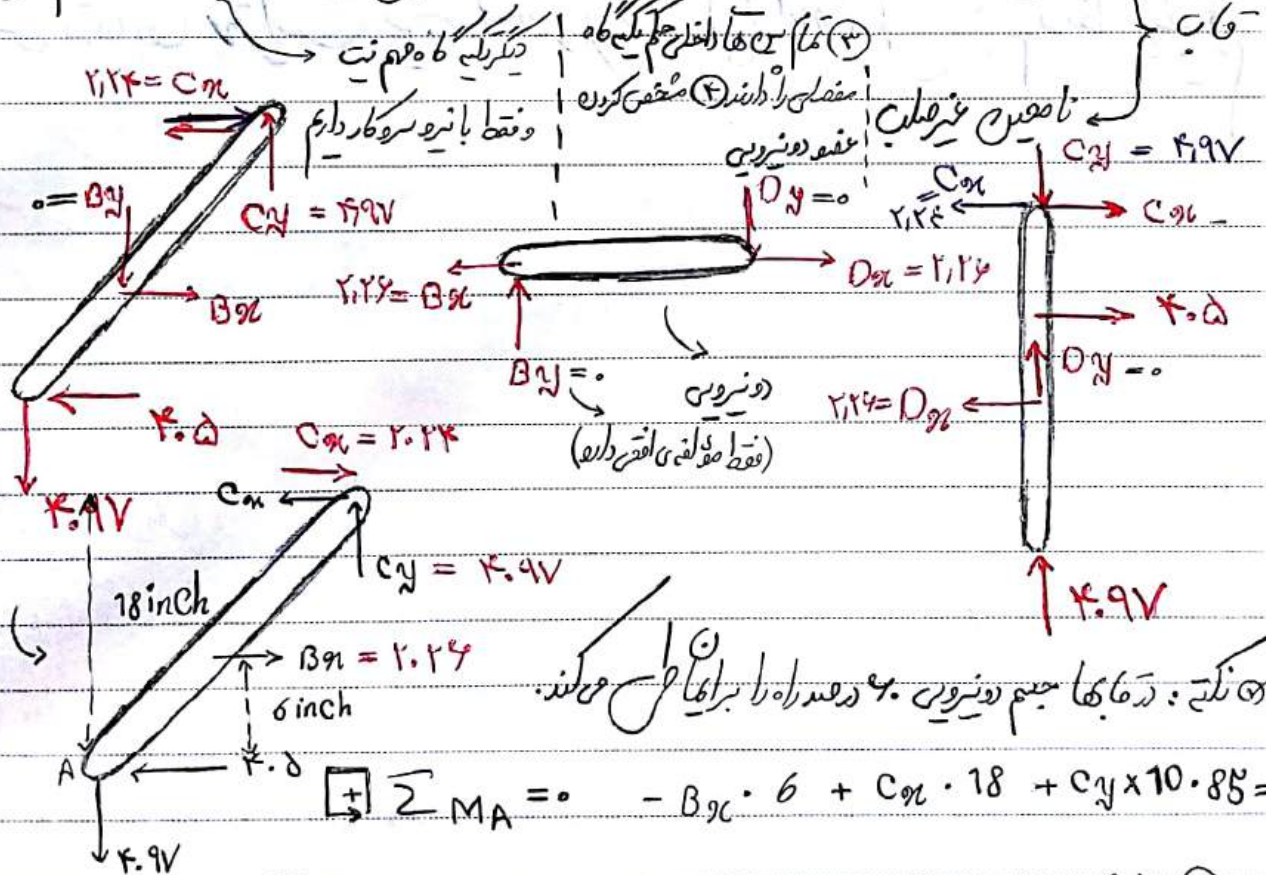
$$4.5 \times 12 = 0 \rightarrow F_{yE} = 4.9V$$

بهرت باید بررسی شود



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{xA} = 4.5 \quad + \uparrow \sum F_y = 0 \quad F_{yA} = -4.9V$$

معیار سلب ① کل قاعط حل شود (نیروهای خارجی بردارند) ② قاعط از هم بایند



نکته: در قاعطها جستم نیروی ۴۰ درصد را بر اینها اعمال میکنند

$$\boxed{+} \sum M_A = 0 \quad - B_x \cdot 6 + C_x \cdot 18 + C_y \times 10.85 = 0 \quad ①$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad -4.5 + B_x - C_x = 0 \quad C_x = B_x - 4.5 \quad ②$$

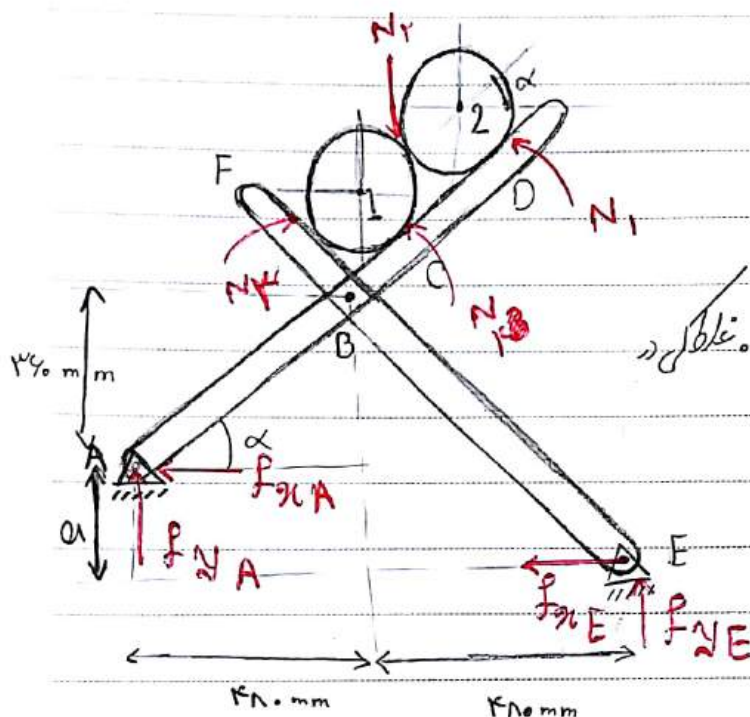
$$+ \uparrow \sum F_y = 0 \quad C_y - 4.9V = 0 \rightarrow C_y = 4.9V \quad ③$$

در معادله ①

$$\textcircled{1} \quad -7B_{90} + 12(B_{90} - \frac{9}{r}) + 10.85 C_y = 0$$

$$\rightarrow 12B_{90} - 12 + 53.9 = 0 \rightarrow B_{90} = \frac{27.1}{12} = 2.26$$

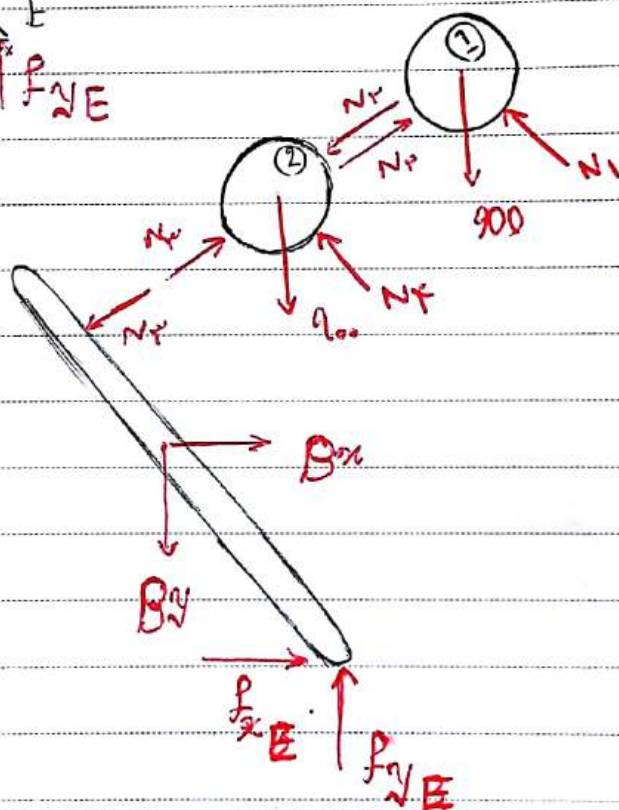
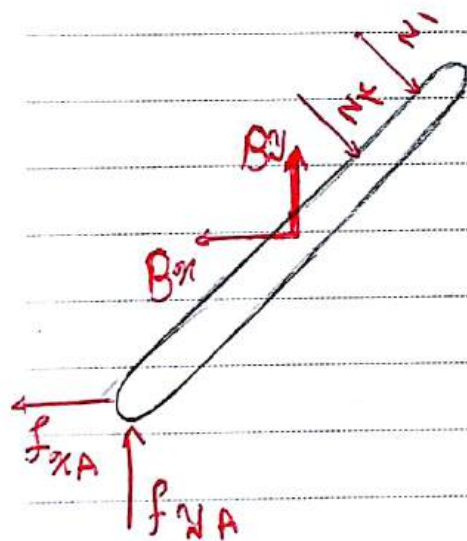
$$\rightarrow C_{90} = 2.26 - 4.5 = -2.24 \rightarrow \text{جهت باریک شدن}$$



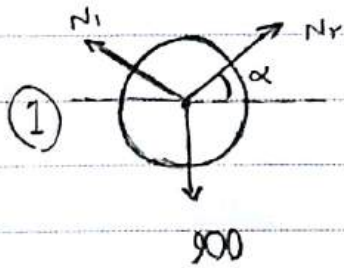
۸۹-۶ ترسیم دگر انتقالی:

ترکیب: اجسام گرد همچون گوی و مکعب و... را باید یکجا به شکل یک

نقطه قرارشان با سطح در نظر گرفت.



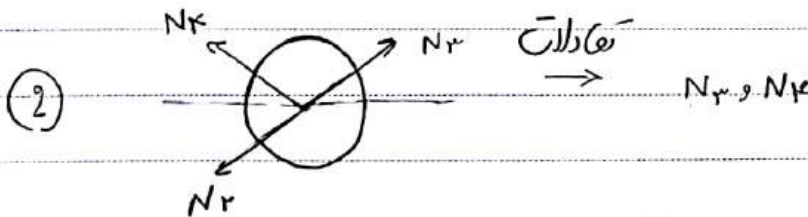
(ن) برای حل گوی ها از نیروی تیرین گوی شروع کنید



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

→ (N1 و N2)



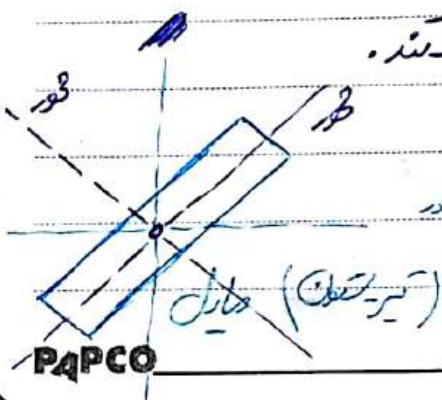
فصل ۷: نیرو در تیرها و کابل ها

بررسی فرض ها

نیروها → داخل
→ داخل کابلها (تنگی ها و محل اتصال کابلها)
→ داخل اجسام صلب (تنگی ها و گیره ها هستند)

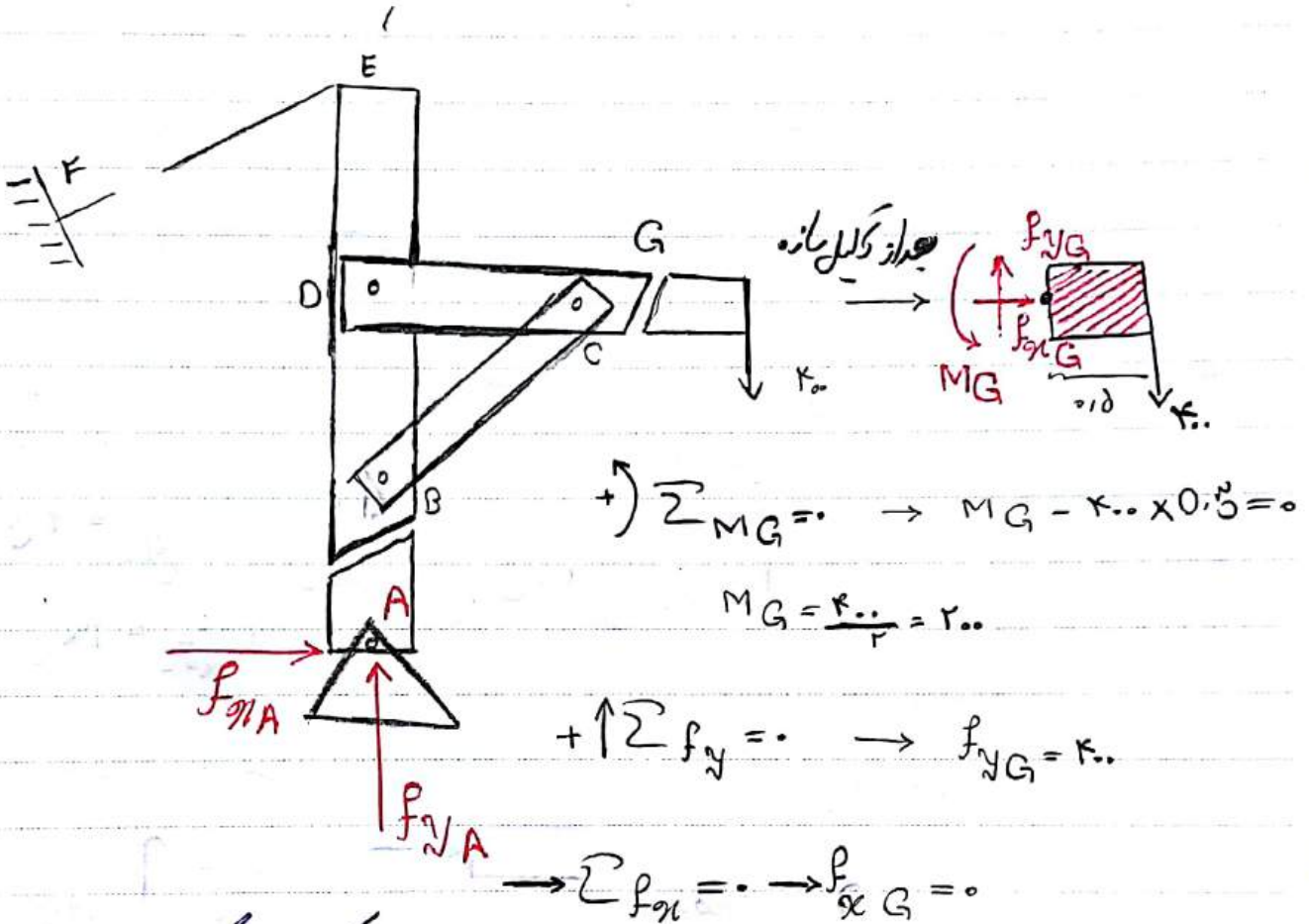
ستون: بارگذاری ها را که موازی محورشان باشد تیر: بارگذاری هایی که بر محور خفیه هستند

تیر-ستون: بارگذاری هایی که عمود و موازی محور خفیه شان هستند.



نکته: هرگاه قسمتی از جسم صلب را قطع کنید، یک گاه گیردار است.

نکته: اگر جسم صلب را حل کنید (تکلیل سازد)، امکان ندارد قسمت‌های داخلی جسم نامعین باشند.

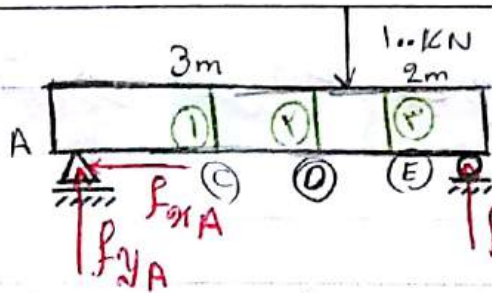


برای تکلیل داخلی تیر باید ابتدا یک گاه را با قوانین تعادل بررسی کنید (حل کردن).

در تیرهای افقی و عمودی صفر می‌شوند.

در تیرهای قانون عکس فاعله برقرار است (در تیرهای ساده)

فرض این است که بار هم
کابل سازه



B $\rightarrow$ را اول $\rightarrow f_{xA} = 0$

قانون گسسته : $f_{yA} = \frac{2}{2+3} \times 100 = 40 \text{ kN}$

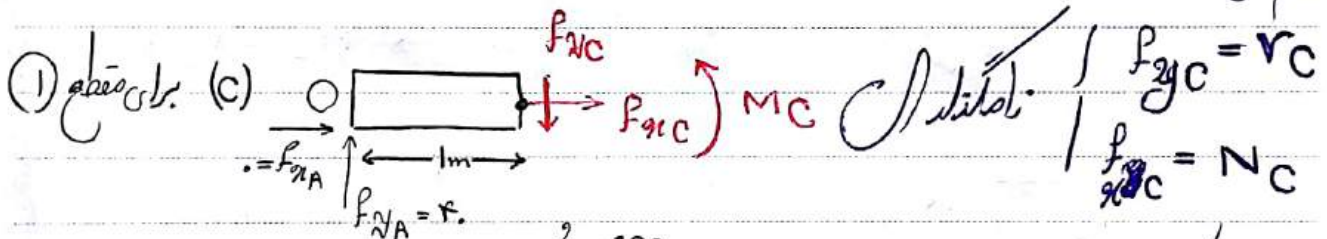
$f_{yB} = \frac{3}{2+3} \times 100 = 60 \text{ kN}$

مابین $\rightarrow$ $\sum M_A = 0 \rightarrow -100 \times 3 + f_{yB} \times 5 = 0$

$f_{yB} = 40 \text{ kN}$ $\sum f_x = 0 \rightarrow -f_{xA} = 0 \rightarrow f_{xA} = 0$

$\sum f_y = 0 \rightarrow f_{yA} + f_{yB} = 100 \text{ kN} \rightarrow f_{yA} = 40 \text{ kN}$

نیروی برش



$\sum M_O = 0 \rightarrow +M_C - f_{yC} \times 1 = 0 \rightarrow M_C = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$ Normal

$\sum f_y = 0 \rightarrow f_{yA} - f_{yC} = 0$

$\rightarrow f_{yC} = f_{yA} = 40 \text{ kN}$

نرمال



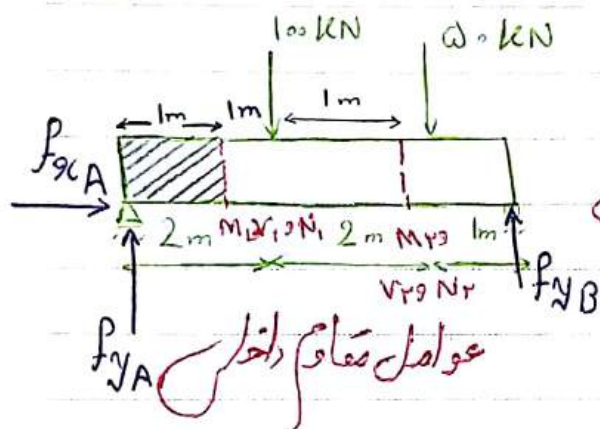
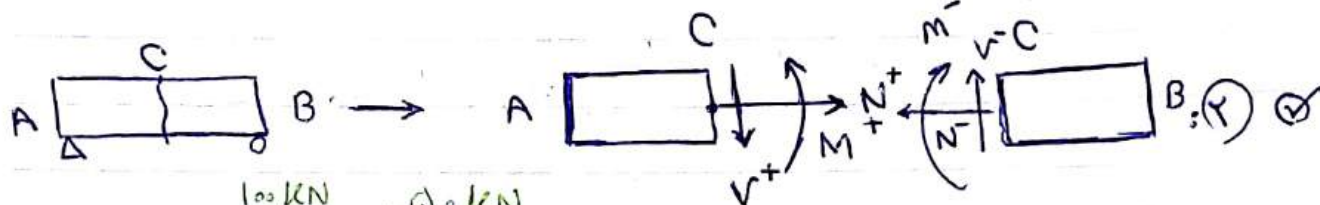
کشش : N_C
در جهت افق

V_C : مشکوک است که در هر دو طرف به یک جهت باشد
که با هم برافعه برش



ن) تعادل گشتاور بر این نقطه برش حفره حول مرکز هندسی مقاطع عرضی است.

نکته ۱) اگر M ، V و N را برای نیروهای داخلی تیر را به کردید و متوجه شوید که در جهت راستی هر یک کم و در جهت چپ زیاد می شود، پس تیر را در جهت راست برقرار است.



نکته: جسم اگر در نقطه ای دچار شکست می شود، علت عوامل مقاوم داخلی شکست است.

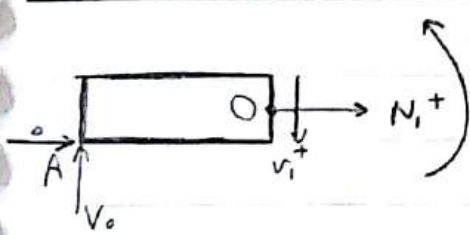
پیدا کردن عوامل مقاوم داخلی:

۱) ابتدا محل تیر یا سازه حل می شود و نیروهای خارجی را به هم می یابیم.

$$\sum f_{xL} = 0 \rightarrow f_{xL A} = 0$$

$$\text{قانون عکس} \rightarrow f_{yA} = 100 \times \frac{3}{5} + 50 \times \frac{1}{5} = 60 + 10 = 70 \text{ kN}$$

$$f_{yB} = 100 \times \frac{2}{5} + 50 \times \frac{4}{5} = 40 + 40 = 80 \text{ kN}$$

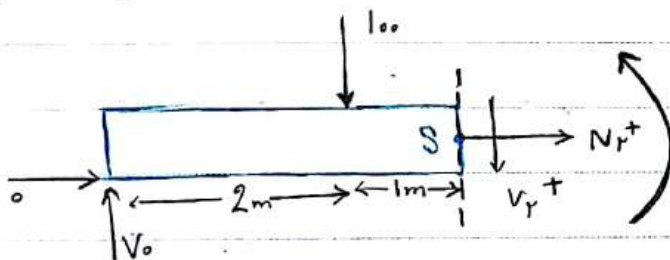


(۲) غالباً قوه سمت راست از دل مقطع جدا شده و به صورت یک جسم یاد نظر گرفتن علامت‌ها را قرار دادیم
مثبت ترسیم می‌شود.

(۳) برای آن قوه‌ی فوق معادلات تعادل نوشته شده، مقادیر N ، V و M را به دست می‌آوریم

$$+\uparrow \sum f_{y_i} = 0 \rightarrow V_1^+ = V_0 \text{ KN} \quad +\rightarrow \sum f_{x_i} = 0 \rightarrow N_1^+ = 0$$

$$+\circlearrowleft \sum M_0 = 0 \rightarrow M_1^+ - V_0 \times 1 = 0 \rightarrow M_1^+ = V_0 \text{ KN.m}$$

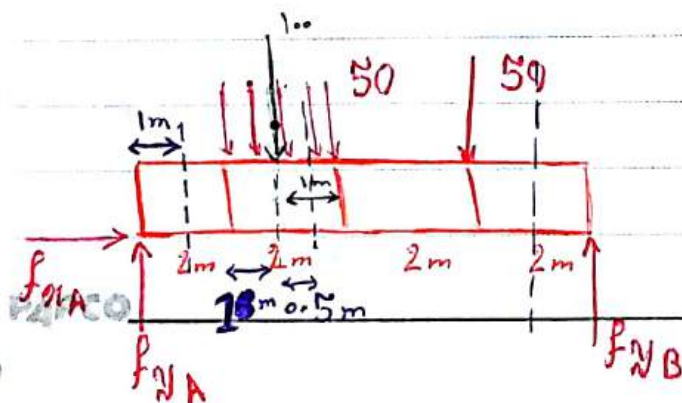


$$+\rightarrow \sum f_{x_i} = 0 \rightarrow N_r^+ = 0$$

$$+\uparrow \sum f_{y_i} = 0 \rightarrow V_0 - 100 - V_r^+ = 0$$

$$\rightarrow V_r^+ = -75 \text{ KN} \quad +\circlearrowleft \sum M_S = 0 \rightarrow M_r^+ + 100 \times 1 - V_0 \times 3 = 0$$

$$\rightarrow M_r^+ = 110 \text{ KN.m}$$



$$f_{yA} = 50 \times \frac{2}{8} + 100 \times \frac{5}{8} =$$

$$\frac{600}{8} = 75 \text{ KN}$$

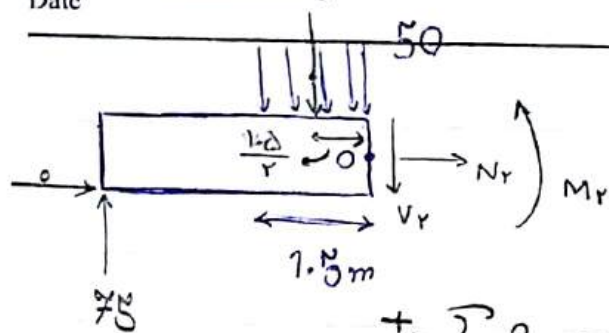
$$f_{yB} = 50 \times \frac{6}{8} + 100 \times \frac{3}{8} = \frac{600}{8} =$$

$$75 \text{ KN}$$

✓✓

Subject
Date

$$50 \times 1.5 = 75 \text{ kN}$$



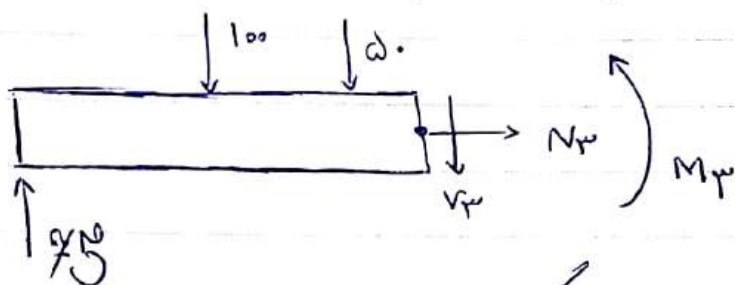
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow V_5 - V_5 + V_r = 0$$

$$V_r = 0$$

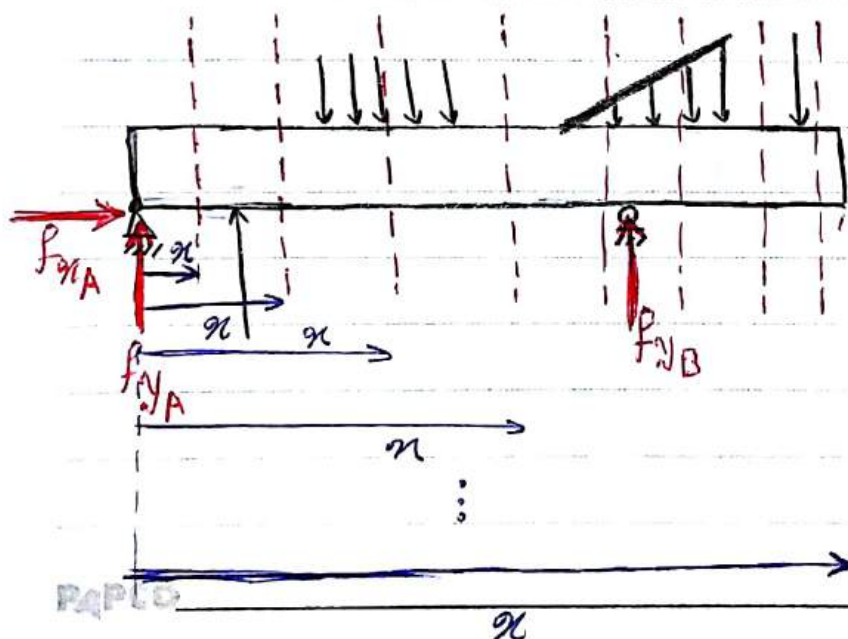
$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow N_r = 0$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0 \rightarrow M_r + V_5 \times 0 - V_5 \times 1.5 = 0 \rightarrow$$

$$M_r = V_5 \times 1.5 = \frac{2V_5 \times 3}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ kN.m}$$



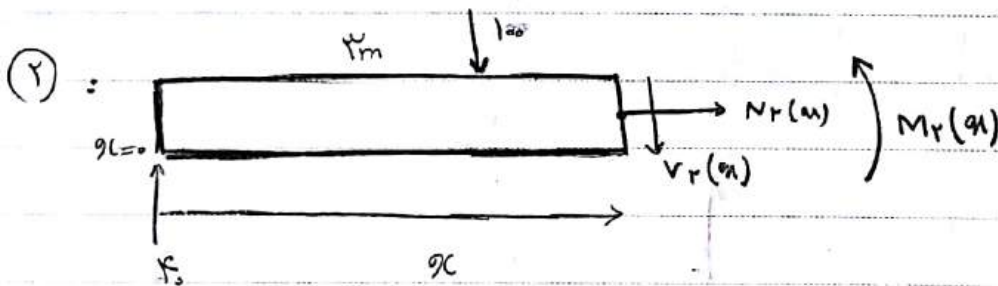
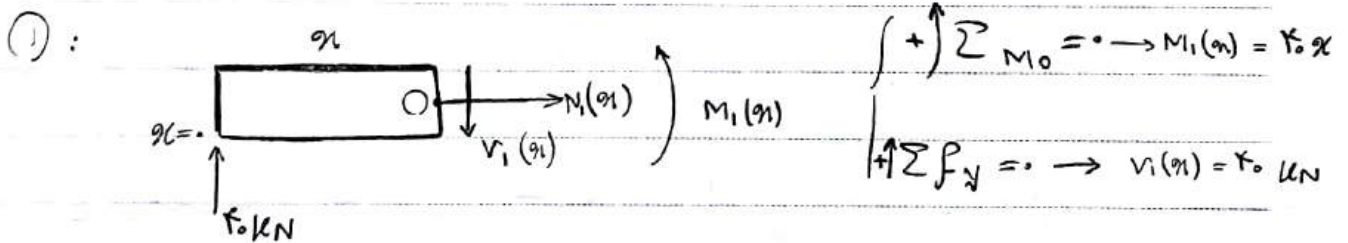
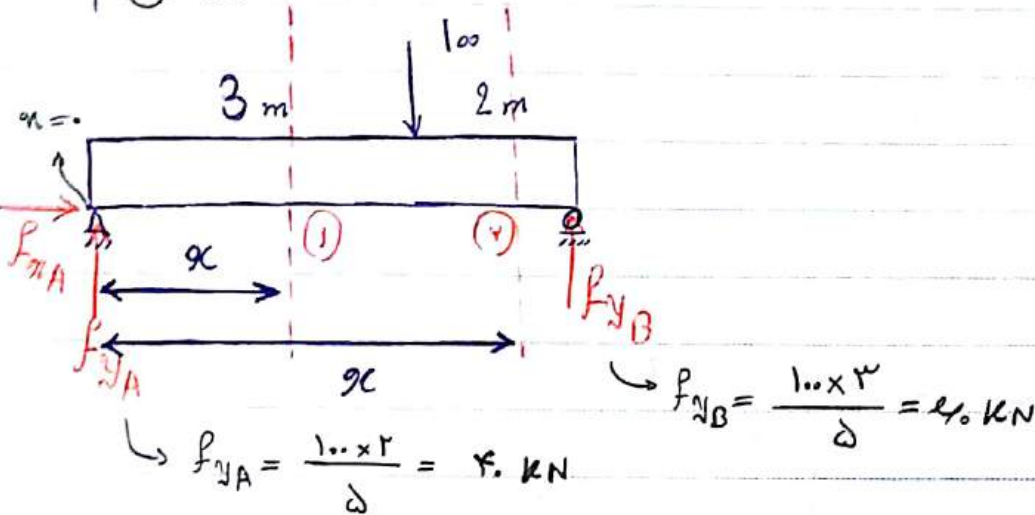
نکته: تیر در جایی که N ، V و M ها کمترین مقدار خود هستند پس بر آن ما
 max ها و معضولون هم است. زیرا: اگر تیر در ماکس ها سالم بماند، در سایر نقاط نیز
 در امان است.



اگر بار متمرکز وارد شد ← بعدش یک مقطع من زخم.

بیران مقطع فعل

اگر بار گسترده وارد شد ← در اون بار گسترده و بعدش یک مقطع من زخم.

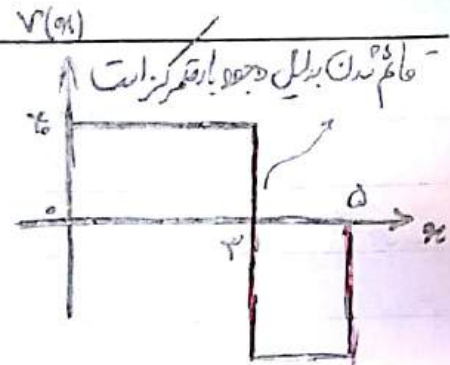


$$\sum F_y = 0 \quad 60 - 100 - V_r(x) = 0 \quad V_r(x) = -40 \text{ kN}$$

$$\sum M = 0 \quad M_r(x) + 100(x-2) - 60x = 0 \rightarrow M_r(x) = -40x + 200$$

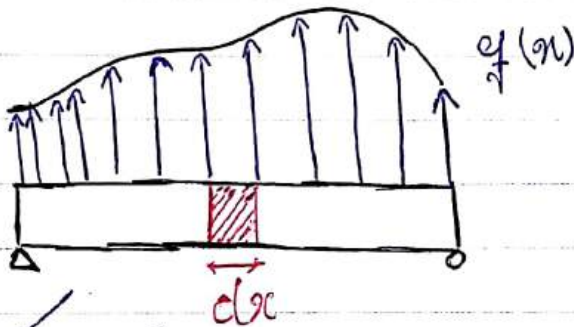
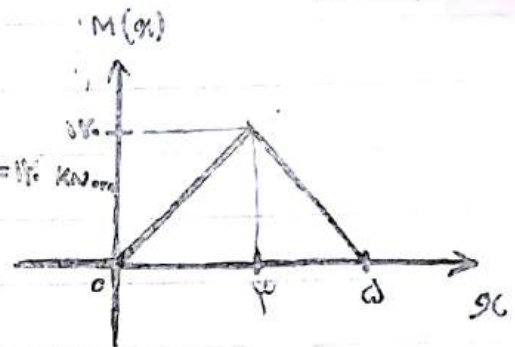
$$V(x) = \begin{cases} F_0 & 0 < x < 3 \\ -F_0 & 3 < x < 5 \end{cases}$$

$$\max V(x) = 40 \text{ kN}$$



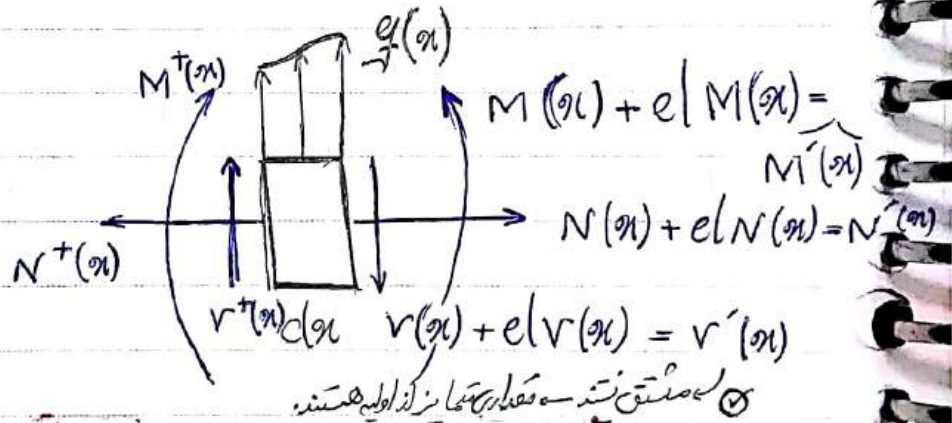
$$M(x) = \begin{cases} F_0 x & 0 < x < 3 \\ -F_0 x + 120 & 3 < x < 5 \end{cases}$$

$$M(3) = 120 \text{ kNm}$$



تغییرات نیروی مرکز

تغییرات گشتاور



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow V(x) + q(x) dx - V(x) - dV(x) = 0$$

$$\rightarrow q(x) dx = dV(x) \quad \frac{dV(x)}{dx} = q(x) \rightarrow$$

$$V'(x) = q(x) \rightarrow V(x) = \int q(x) dx$$

VY

Subject
Date

$$\frac{(dx)^r}{r} \approx 0$$

$$+\sum M_0 = 0 \rightarrow M(x) + dM(x) - q(x) \frac{dx \cdot dx}{r}$$

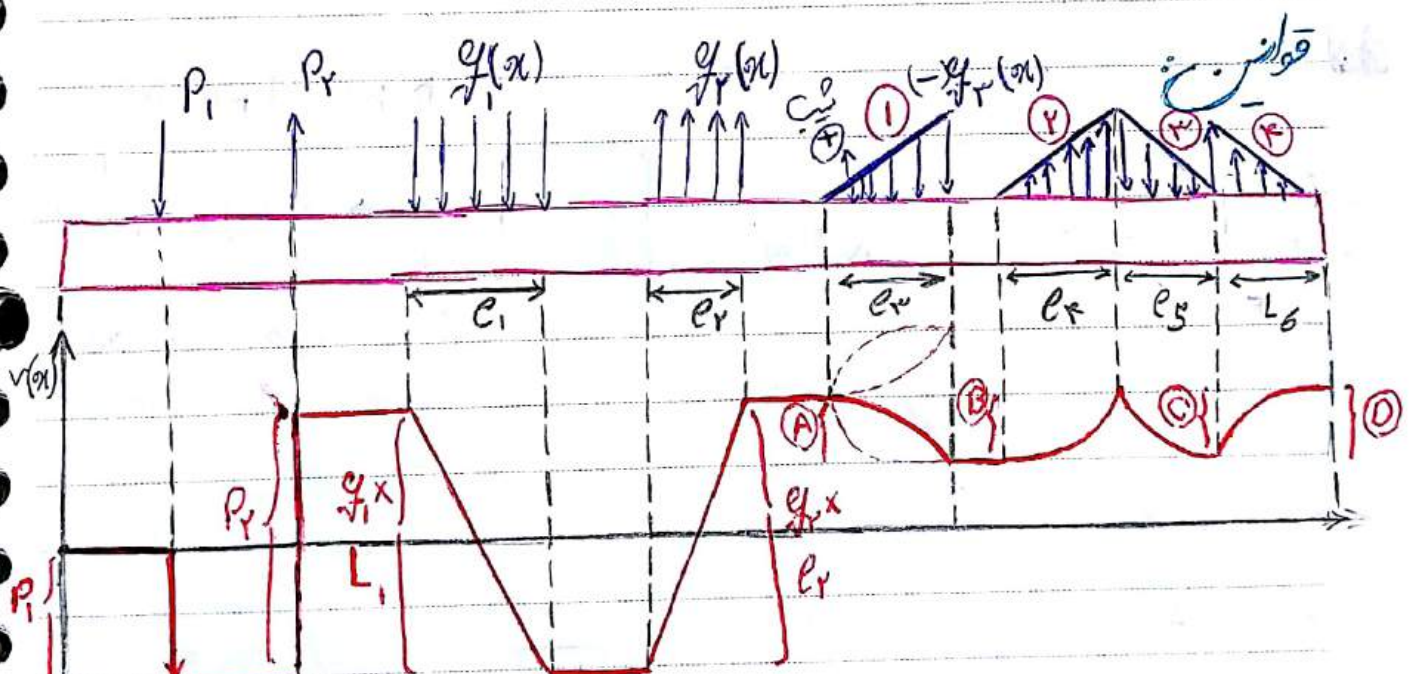
$$-v(x) dx - M(x) = 0 \rightarrow dM(x) = v(x) dx$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = v(x) \rightarrow M'(x) = v(x) \rightarrow M(x) = \int v(x)$$

$$v(x) = \int q(x) dx \rightarrow M(x) = \iint q(x) dx$$

$$\frac{dv}{dx} = q(x) \quad \frac{d^2 M(x)}{dx^2} = q(x)$$

اگر که تغییر نیابند:



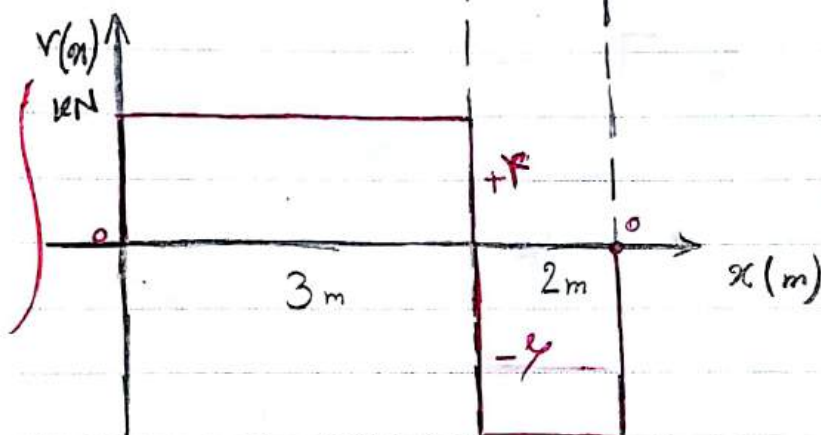
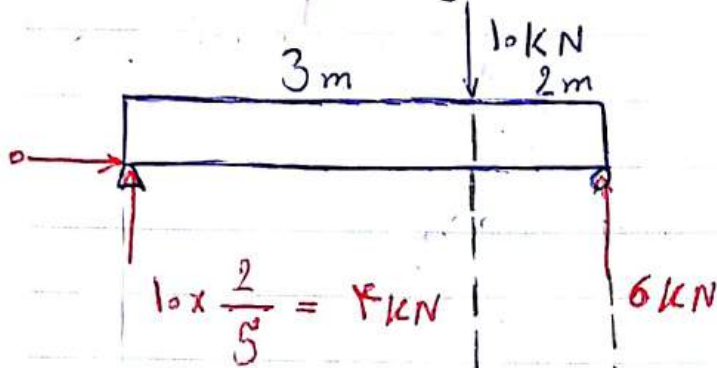
$$A = 0.5 \times q_2 \times L_2$$

$$B = 0.5 \times q_3 \times L_3 \dots$$

HAICO

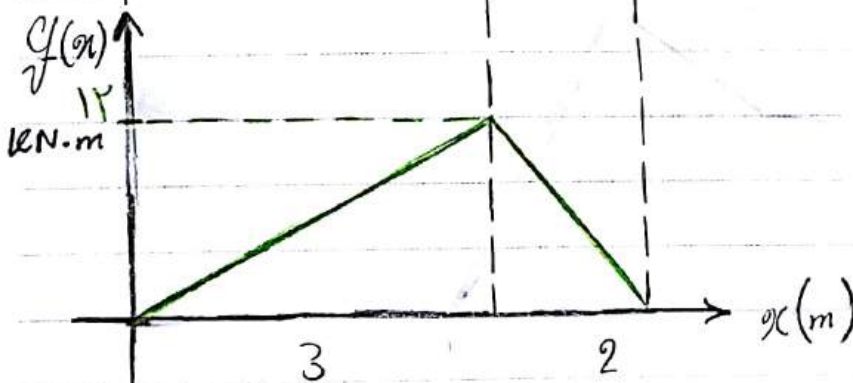
$$D = 0.5 \times q_4 \times L_6$$

نکته: نمودارهای V و M همواره از صفر شروع و به صفر ختم می‌شوند.



$$M(x) = \int V(x) dx$$

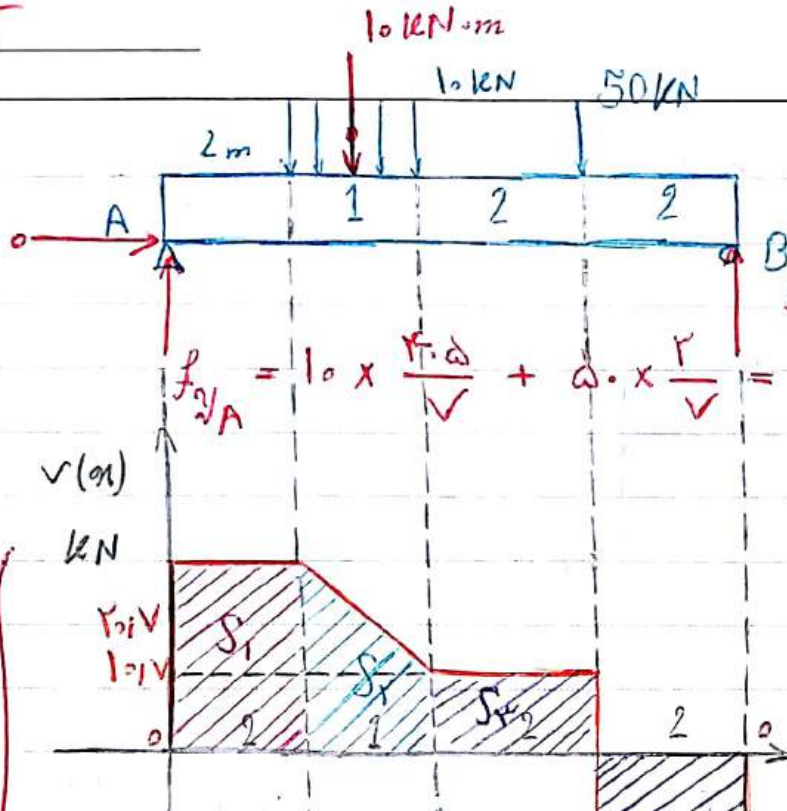
انتگرال



✓

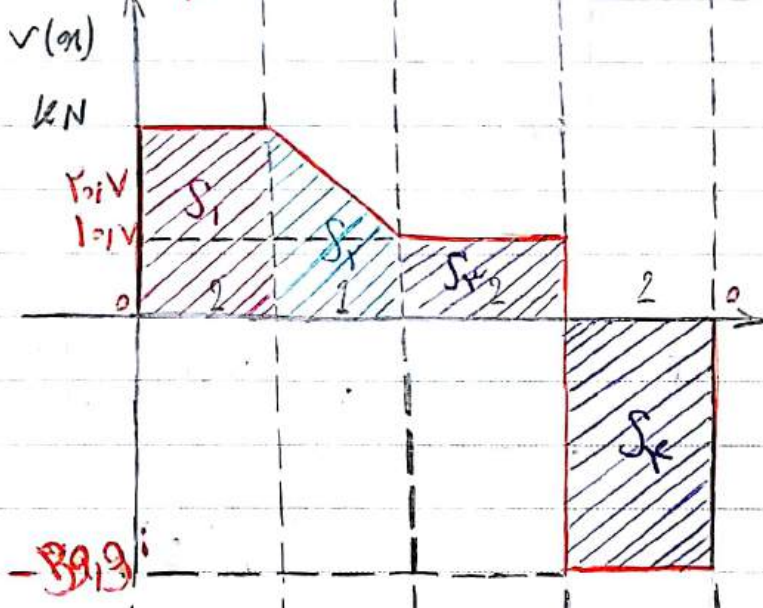
Subject

Date



$$f_{yA} = 10 \times \frac{r \cdot \omega}{V} + \omega \cdot x \cdot \frac{r}{V} = 20.7$$

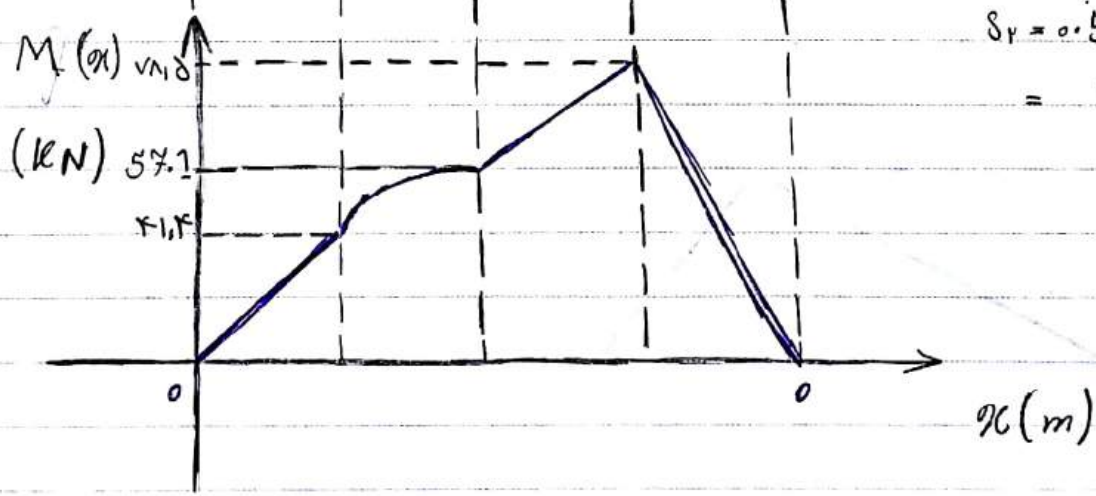
$$f_{yB} = 10 \times \frac{r \cdot \omega}{V} + \omega \cdot x \cdot \frac{r}{V} = 29.7$$



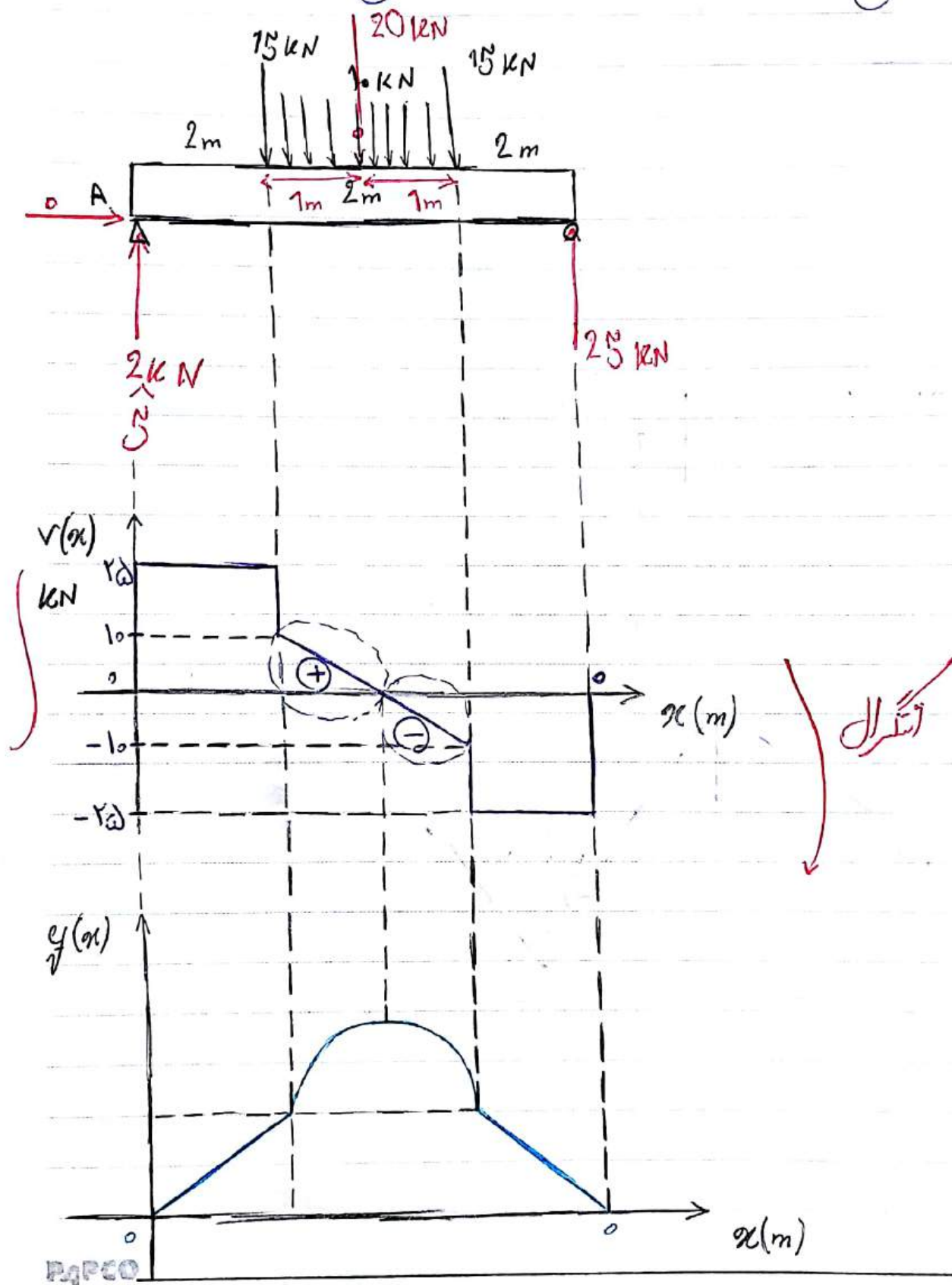
استكمال

$$S_1 = r_0 V \times r$$

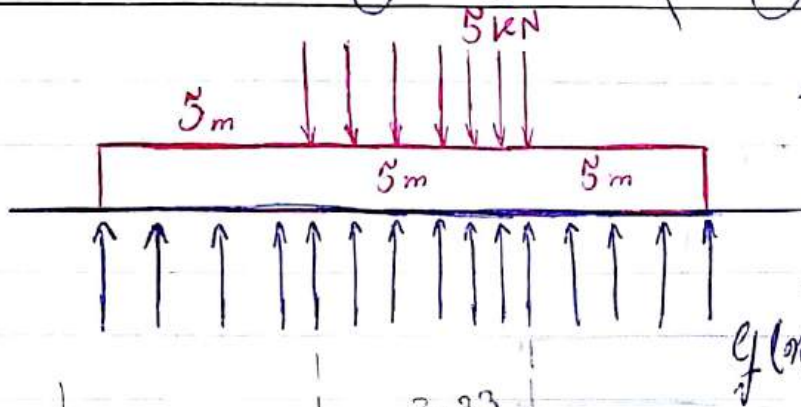
$$S_2 = 0.5 \times 1 (r_0 V + 1.0 V)$$



نکته: وقتی تیر مقدار است و نیرو در نقطه که مساوی و برابر است با خف بار بالایی

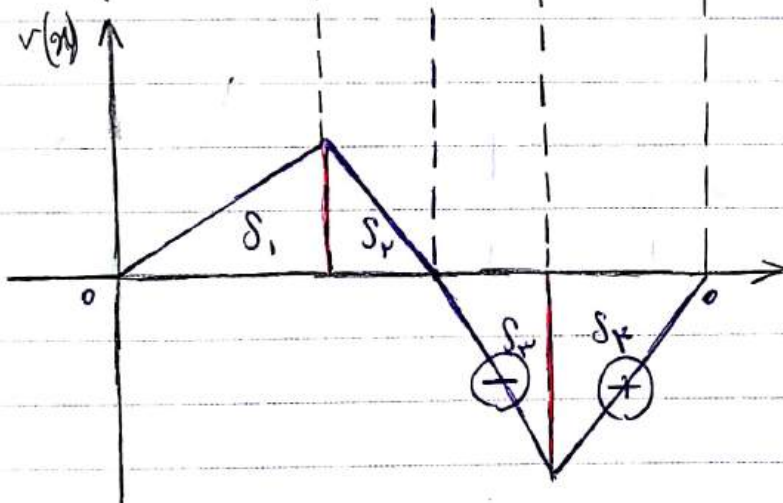
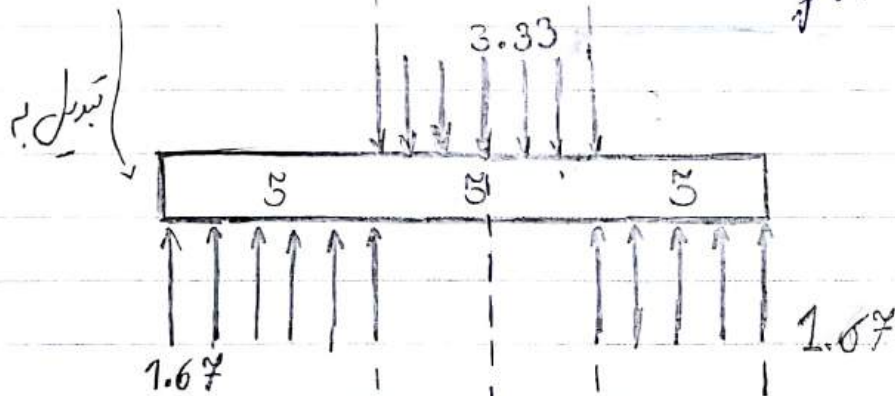


نکته: کویل ها هیچ تأثیری در رسم نمودارها ندارند.



$$\uparrow \sum F_y = 0 \quad q \times 15 = 5 \times 5$$

$$q = \frac{5}{3} = 1.67 \text{ kN}$$



$q_f(n)$