



باسمه تعالی



جزوه درس استاتیک

استاد : دکتر نایی

تهیه و تنظیم: انجمن علمی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه

علم و صنعت ایران

تابستان ۱۳۹۵

Date _____

استاد:

۱- نیرو و پرابند نیرو

۲- تعادل نقطه مادی

۳- تعادل اجسام صلب

۴- خراب

۵- قابها

۶- مرکز سطح

۷- رسم نمودار نیروی برشی و تنش و خمشی مایلها

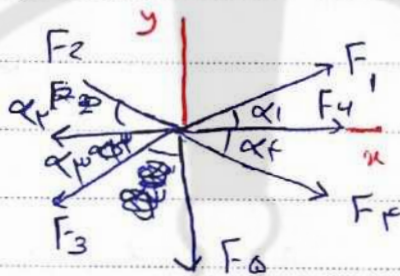
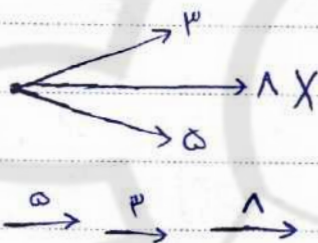
۸- امپلاک

۹- همان انرژی

۱۰- کار مجازی

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{M} = 0$$



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

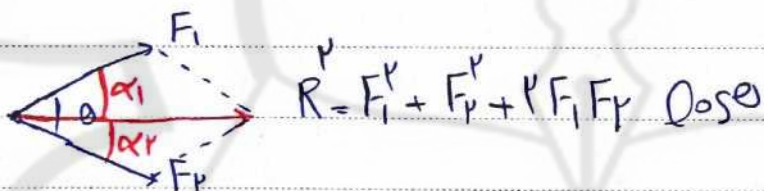
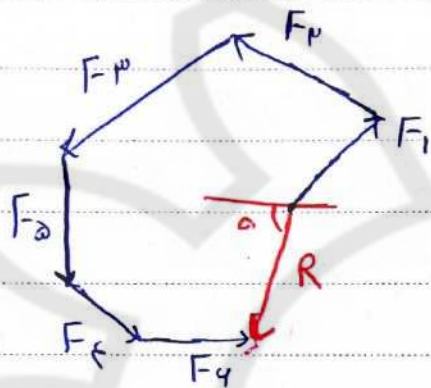
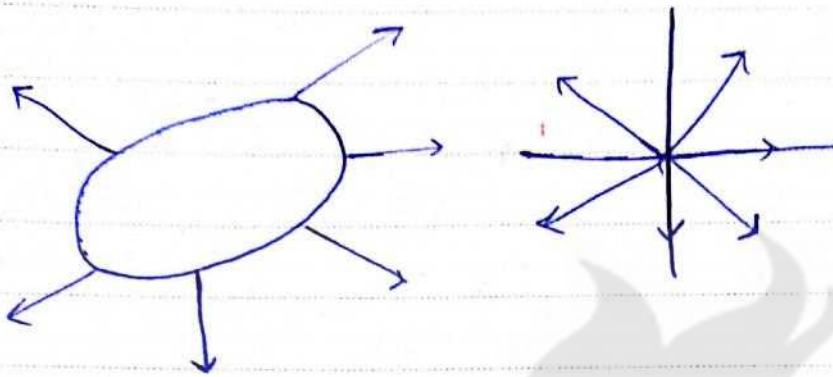
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 - F_3 \cos \alpha_3 + F_4 \cos \alpha_4 + F_5 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 - F_3 \sin \alpha_3 - F_4 - F_5 \sin \alpha_5 = 0$$

$$R = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

زاویه با محور x ها



$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta$$

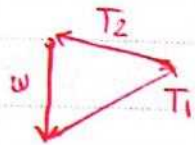
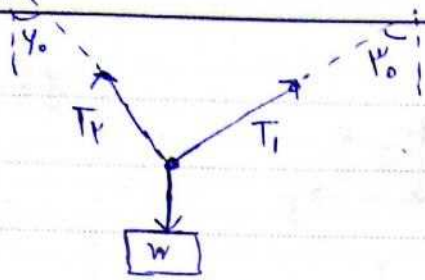
$$\frac{\sin \alpha_1}{F_2} = \frac{\sin \alpha_2}{F_1} = \frac{\sin \theta}{R}$$

اگر چند متعلق هذلا السیدان سببه لشود ← نقطه در حال تعادل است

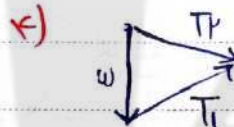
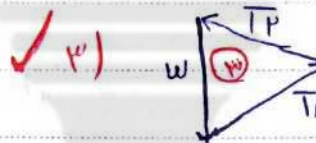
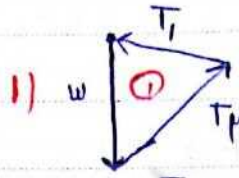
اگر هذلا بیستتر بود با روش ترمیدی حل کنیم

Subject

Date

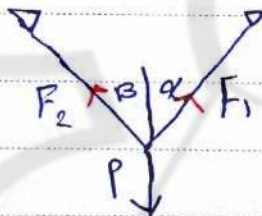


نقطه در حال تعادل است ← باید
سه باشد



وقتی هم نیروها از یک نقطه می گذرد تیرازی به لست و لیری نشه

مثال



$$F_1, F_2 = ?$$

$$1) \sum F_x = 0$$

$$2) \sum F_y = 0$$

F_1 و F_2 را تشریح فرض می کنیم

دو معادله - دو مجهول

$$\Rightarrow F_1, F_2 \dots$$

$$1) F_1 \sin \alpha - F_2 \sin \beta = 0$$

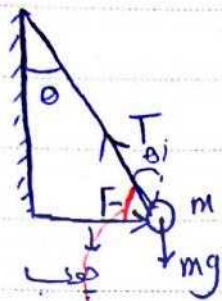
$$2) F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta - P = 0$$

$$F_1 = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} P$$

$$F_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} P$$

F_1 را می خواهیم ← زاویه بین F_2 و P حقیقی است

مثال



$F = ?$



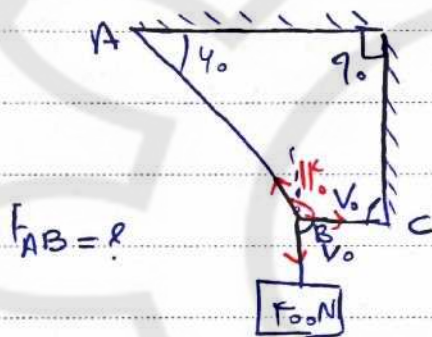
$$F = mg \tan \theta$$

$$\cos \theta = \frac{mg}{T} \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$F = \frac{\sin \theta}{\sin(\text{بسیار دزازه})} mg$$

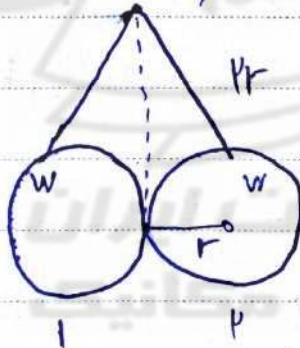
از همین نیرو معلوم و دیگر نیروی مجهول

حقیقت باید در مجهول داشتیم یا سه و یکی زوایا معلوم باشد.



$$340 - 22 = 140$$

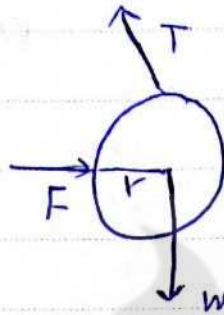
$$F_{AB} = \frac{\sin \theta_0}{\sin(\theta_0)} \times 100$$



نیروی ۲ وارد می کند

بگیر آزاد ← همی و نیروهایی که بهش وارد می شود

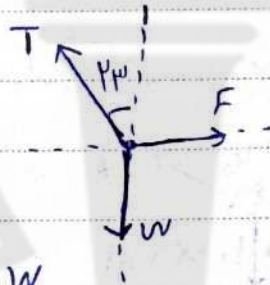
یعنی همی را جدا می کنیم وزن خیزد بگیر است



۱- بیلر ۱، ۲ رسم می کشیم

۲- دوشو داریم که جهت آن معلوم است

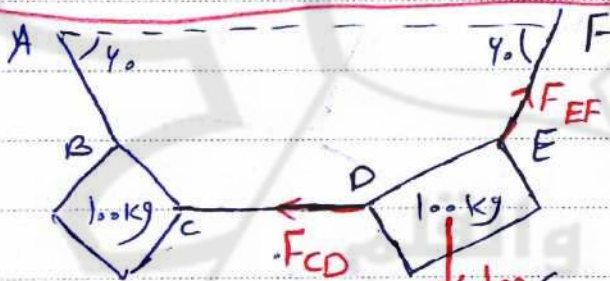
$$\sin \alpha = \frac{r}{3r} \rightarrow \alpha = 23^\circ$$



$$F = \frac{\sin(23^\circ)}{\cos 23^\circ} \times W$$

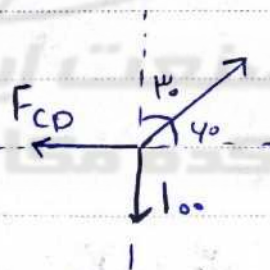
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$W = \frac{\sin 40^\circ}{\cos 23^\circ} \times W$$



$\delta = CD$ نیروی

۱. نیرو CD بجا وارد می شود؟ بیلر آن رسم می کشیم



$$F_{CD} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin(110^\circ)} \times 100$$

$$\sin 40^\circ$$

$$0.053$$

تیموتقو

Subject

میرام علام رضایی

چاپ پنجم

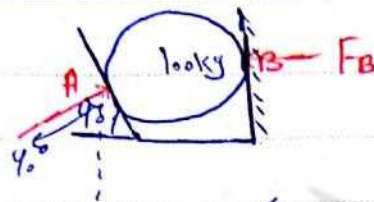
کتاب هیبار

Date

پیرماسون

۱۹۵۱

شماره



۹,۸۱ x جرم

مثال

فشار نی موله → وزن

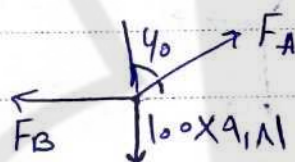
✓ نیروی در دیوار به بره وارد می شود

چون دوزاویه عمود دارد

از ترسیم بهتر است.

✓ چون اصطکاک صفر است → نیرو بر سطح عمود است.

دوزاویه در اضلاع آن جاب هم عمود باشند → موازی اند

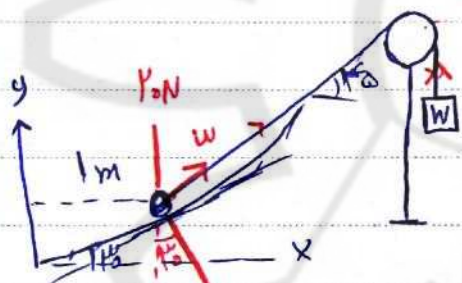


W = ?

مثال

اصطکاک صفر

$$y = \frac{1}{2\sqrt{3}} x^2$$



از قضیه دوزاویه

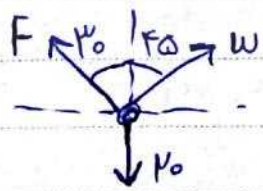
عمود بر هم

ابتدا معادله کرده و بعد معادله هم می کنیم

$$\tan \theta = y'$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{3}} x \xrightarrow{x=1} y' = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

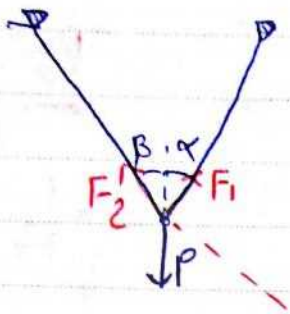


$$W = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} \times P_0$$

$$\downarrow \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$18 \rightarrow \sin(45^\circ - 30^\circ)$$

مثال



$$F_1 = \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} P$$

$$F_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} P$$

برای F_1 نیروی F_2 را ادا می‌دهیم اگر بین دو نیرو بود

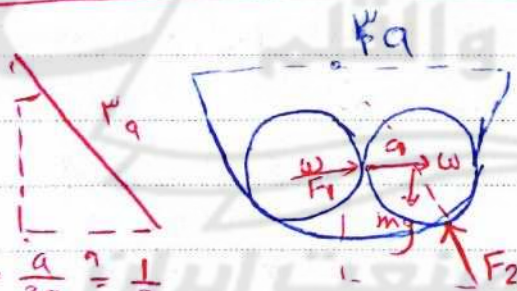
F_1 کشش و در غیر این صورت فشاری



$$F_1 = + \frac{\sin 11}{\sin 35} \times P$$

$$F_2 = - \frac{\sin 35}{\sin 11} \times P$$

دو نیرو صاف ← بیرون اصطکاک



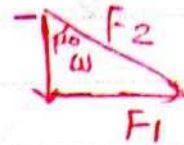
$$\sin \theta = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$$

سبب ← نیروی غلظت
العمل دو نیرو

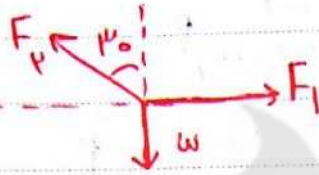


$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

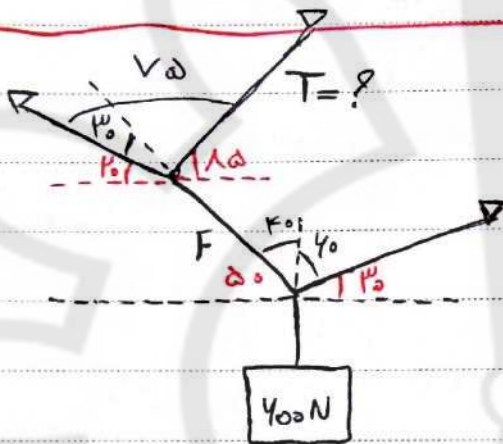


$$\sin 30^\circ = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{\frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} W}{\frac{1}{\sin 120^\circ} W} = \frac{1}{2}$$

$$\sum F_x = 0$$



مثال

$$F = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 100^\circ} \times 400$$

$$T = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 70^\circ} \times \frac{\sin 40^\circ}{\sin 120^\circ} \times 400$$

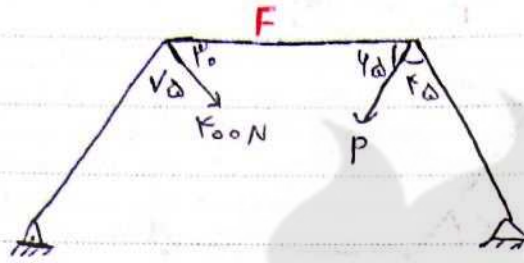
SI ~~MS~~ ~~MS~~

MKS ~~MS~~ ~~MS~~

Subject

Date

مثال

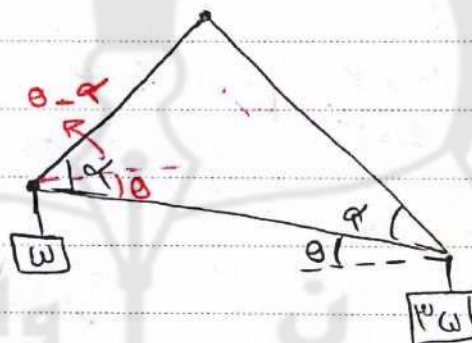
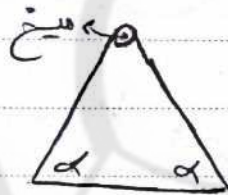


$$F = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \times K_{00}$$

$$P = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \times \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \times K_{00}$$

! به حل رسم:

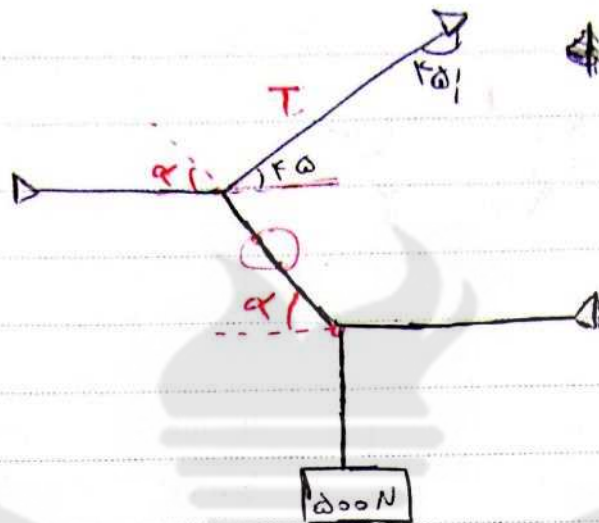
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \times K_{00} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} P$$



مثال

$$3W \cos(\theta + \alpha) = W \cos(\theta - \alpha)$$

$$\tan \theta = \frac{1}{3} \tan \alpha$$



مثال

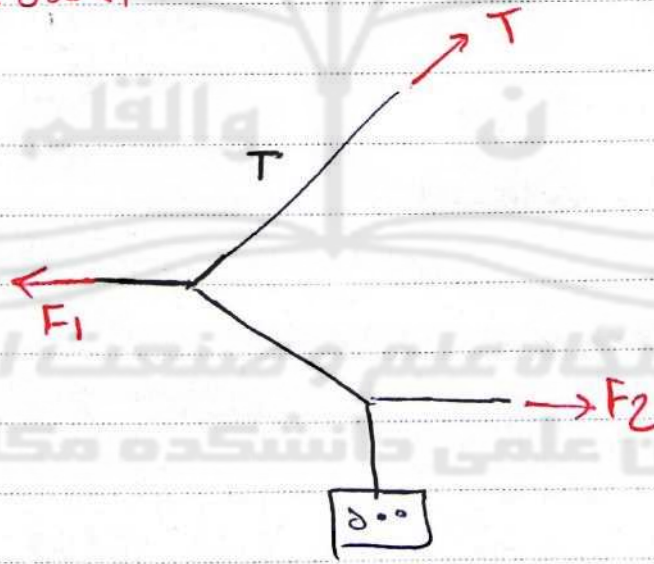
برای یافتن و حل کرده $T = 500\sqrt{2}$

$$F = \frac{1}{\sin \alpha} \times 500$$

$$\sin \alpha = \sin(\pi - \alpha)$$

$$T = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \times F = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} \times \frac{1}{\sin \alpha} \times 500 = \frac{1}{\sin \alpha} \times 500$$

$$= 500\sqrt{2}$$

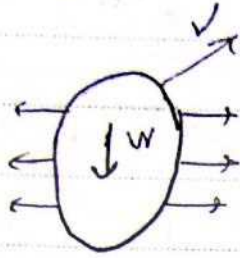


مثال

$$T \cos 45 - 500 = 0$$

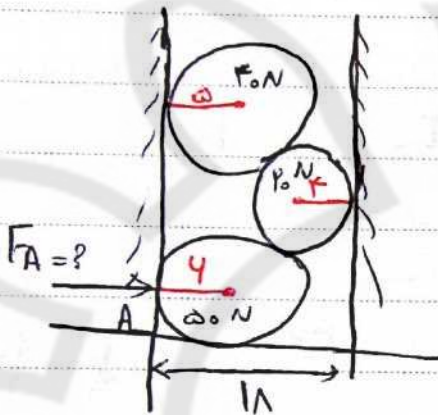
$$T = 500\sqrt{2}$$

نویسندگان سیستمی n تایی وارد $(n-1)$ تایی و موازی باشد. معادلات نیرو و موازی



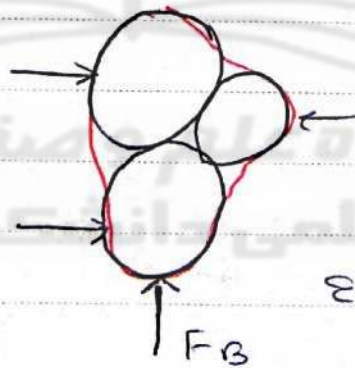
دست می توان محاسب کرد.

مثال ۱



برای حل این مسئله باید یک سیستم را در نظر بگیریم. زیرا اگر دانی

حالا باید یک سیستم را در نظر بگیریم. می شود دو حل می شود.

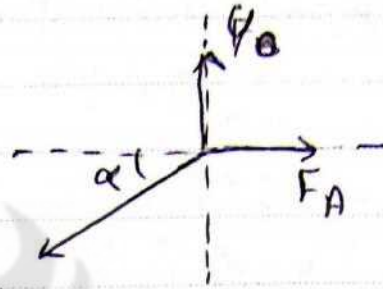
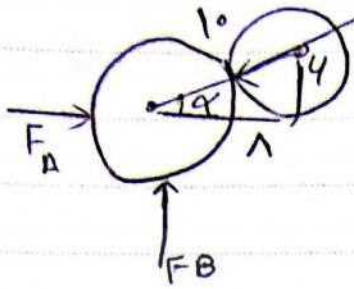


$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

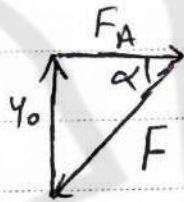
$$F_B - 110 = 0$$

$$F_B = 110$$



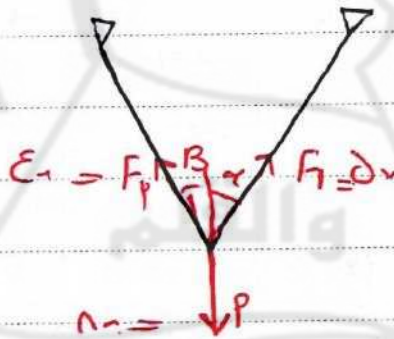
$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \times y_0 = F_A$$

ترسیمی



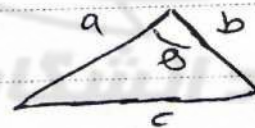
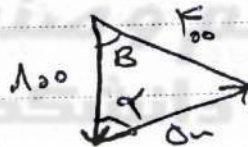
$$F_A = y_0 \times \cot \alpha$$

کنترل ۱۲ حل شود ۱۴



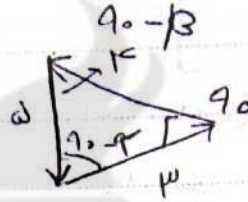
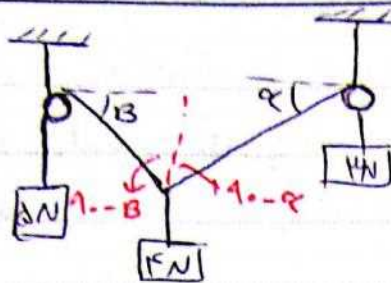
نیروها معلوم $\Rightarrow$ زاویه مقدار

نیروها معلوم بود زاویه نبود $\Rightarrow$ حل ترسیمی



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

$$D^2 = 100^2 + 50^2 - 100 \times 50 \times \cos(B)$$

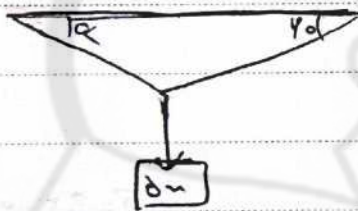


3, 4, 5 ← قائم الزاویه

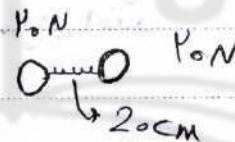
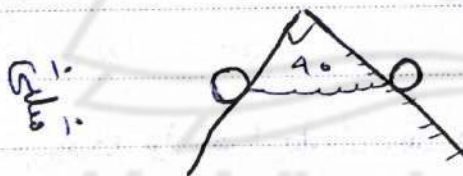
$$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha \checkmark$$

$$\sin(90 - \beta) = \cos \beta = \frac{3}{5} \rightarrow \beta \checkmark$$

مثال متعادل شود



طول از افق 20cm است



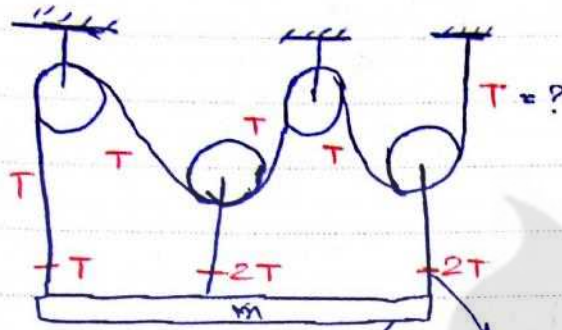
سپ از جابجایی طول فر مقدار است؟

$$K = 10 \frac{N}{m}$$

$$F = K \delta$$

مثال

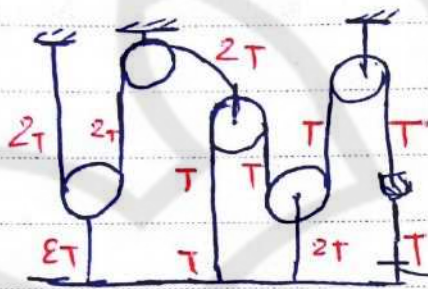
چون اصطکاک نداریم هم، مثلاً
برام T است.



$$mg = 5T \Rightarrow T = \frac{mg}{5}$$

از اینجا معلوم می‌کنیم در محاسبه شریک هم
می‌افتد

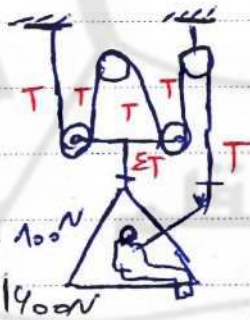
مثال



از اینجا معلوم می‌کنیم

$$1T = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{1}$$

مثال مهم



وزن صندوقی = 100 N
وزن شخص = 1400 N

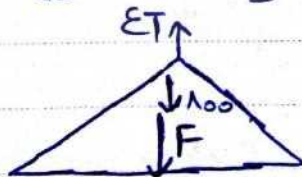
از معلوم شود هم
و شخص می‌افتد

$$5T = 2400$$

$$T = 480\text{ N}$$

نیروی وارده از طرف شخص به صندوقی:

بسیار صندوقی را می‌کشیم (به جز صندوقی چیز دیگری نمی‌کشیم)



وزن شخص جزو نیروی بسیار صندوقی نیست
ولی وزن صندوقی جزو نیروی بسیار صندوقی است

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F + 100 - 4T = 0$$

وزن شخص = ؟

$$\sum F_y = 0 \rightarrow$$

$$T + F - 1400 = 0$$

$$F = 1400 - T = 1400 - 280 = 1120$$

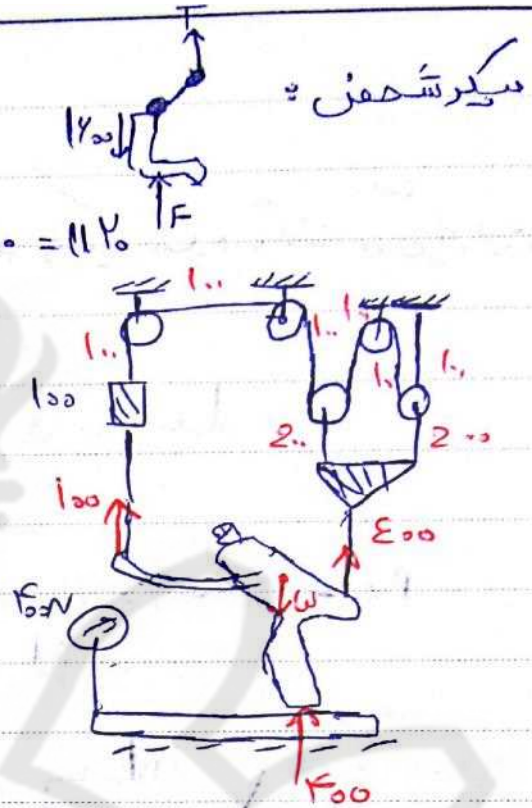
وزن شیء شخص = وزن شخص

نیروی شخص به ترازو = 400
نیروی ترازو به شخص =

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W - 400 - 400 - 100 = 0$$

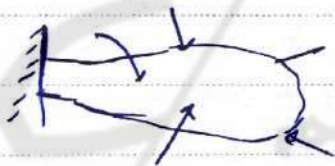
$$W = 900 \text{ N}$$

$$W = 90 \text{ Kg}$$



Example دردمتر

تعداد اشیاء متعلق به

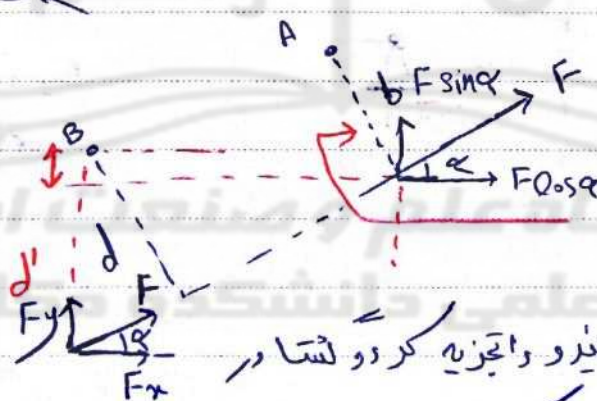


سه معادله سه مجهول باید باشد

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

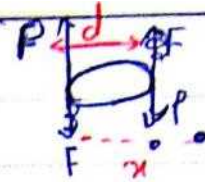


در این حالت معادله
عمودی داریم
 $M_A = F \times b$
 $M_D = F \times d$

اگر حاصل معلوم نبود باید و تجزیه کرد و نشان داد
می گیریم و با هم جمع می کنیم

نیروی می توان در راستای خودش حرکت داد. (حاصل d را به طایفه و نشان داد)

موازی - اندازه - مساری

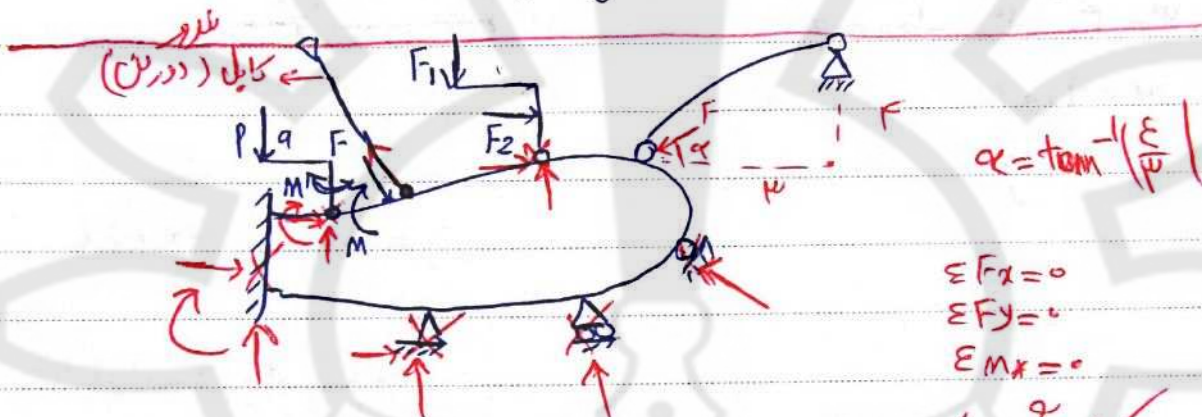


برای تشخیص جهت : از انتهای نیرو به نقطه نزدیک شده و گستره می بردیم

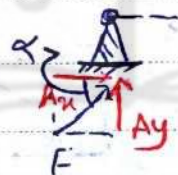
دو نیرو
کوبی ← مساری - موازی به حاصله $F \leftarrow \bigcirc \rightarrow F$

$$Px - P(x-d) = M \Rightarrow M = Px - Px + Pd \Rightarrow M = Pd$$

← مستقل از x است و گستره هم چا Pd است

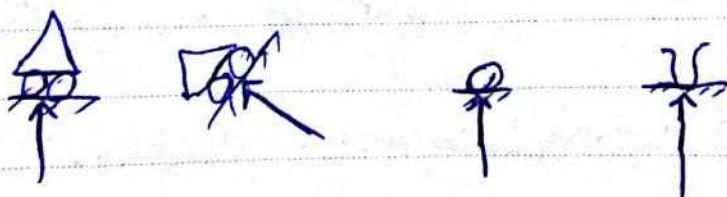


✓ اگر چار کابل هبله بود جهت نیرو معلوم نبود دمی در کابل نیرو دوری شود

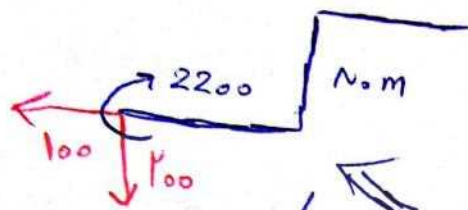


$$A_y, A_x \perp$$

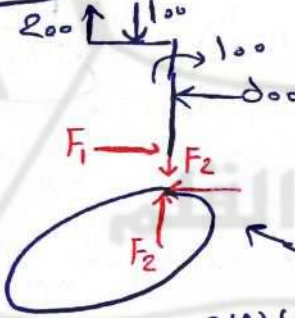
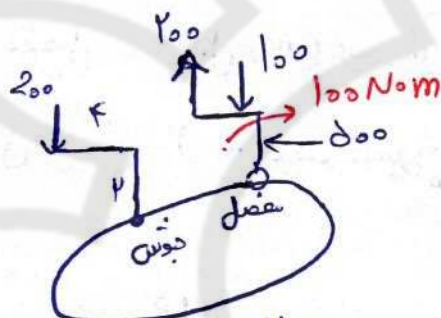
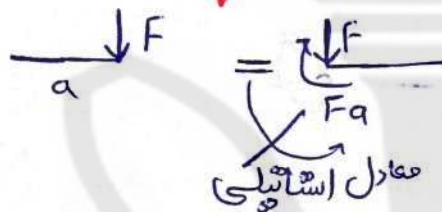
$$\alpha, F \perp$$



صاف - صیقل
دو نقطه اصطکاک



معادل استاتیکی



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 = 500$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_2 = 100$$

معضل: نیروهای عمود و افقی را جمع کرده و با نسبت قرار می دهیم.

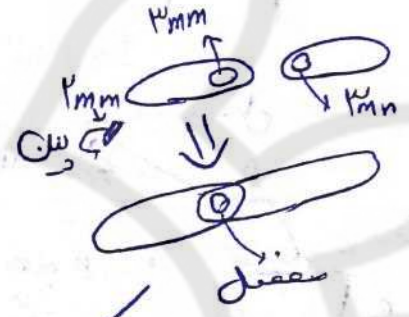
✓ جوش: معادل استاتیکی قرار می دهیم

→

$$\sum F_x = 100 - 500 + 100 = -100$$

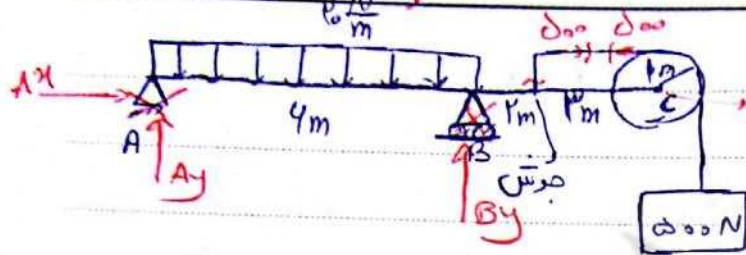
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 200 + 300 - 400 = 0 = +100$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 200(5) - 500 - 300 + 100 \times 2 + 300 \times 2 - 400 \times 1 = +2200$$

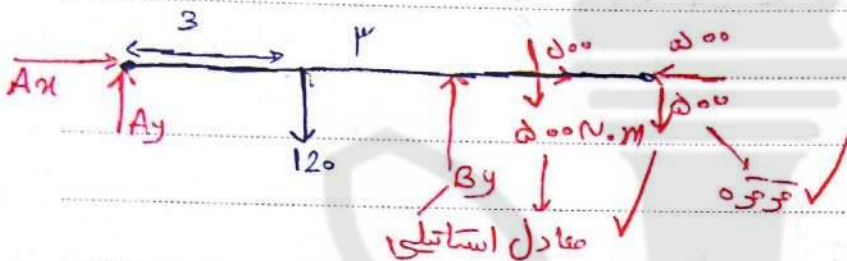


✓ معضل: نسبت و جمع می دهیم

Subject
Date



مثال ۱
سیستم در A و B گیر
یکپارچه



این سیستم کاملاً جدا شود

بعد از آن راسی نداریم

سه معادله - سه مجهول ← قابل حل است

مراحلی سیستم که بیشترین نیروی مجهول از آن خارج شده باشد

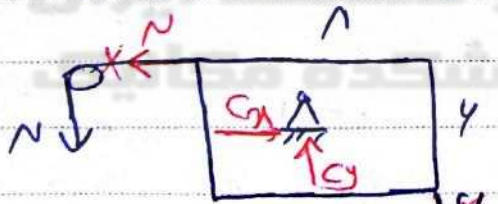
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + 500 - 500 = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \times 4 - 120 \times 3 + 500 + 500 \times 1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y$$

حالی توانیم جدا کنیم ← قوطه از روی بیلر جدا می‌شود

قوطه روی بیلر می‌شود ← حذف شود و نیرو جایگزین شود



مثال ۲
سیستم در C گیر

قوطه به سیستم وصل نمی‌شود
میرود

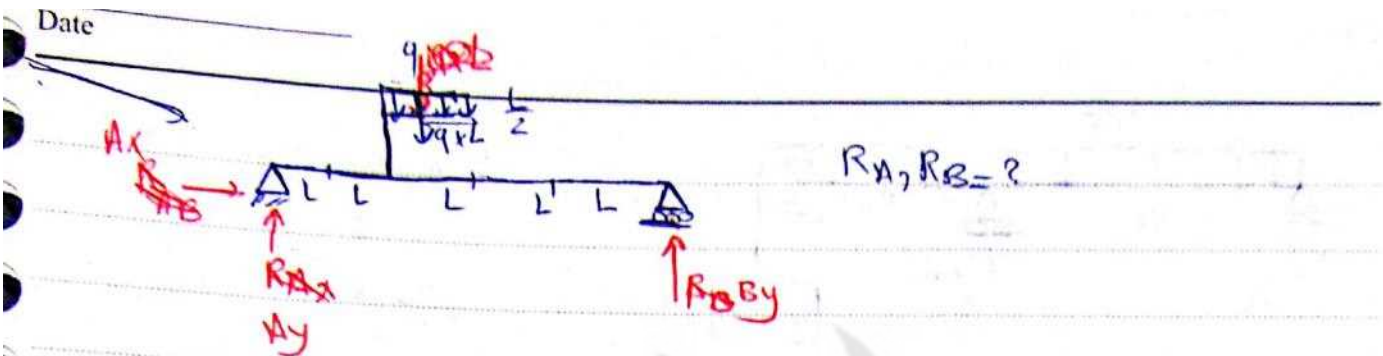
$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x = 40$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow C_y = 10$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow N \times 3 - 40 \times 4 = 0$$

$$N = 10$$

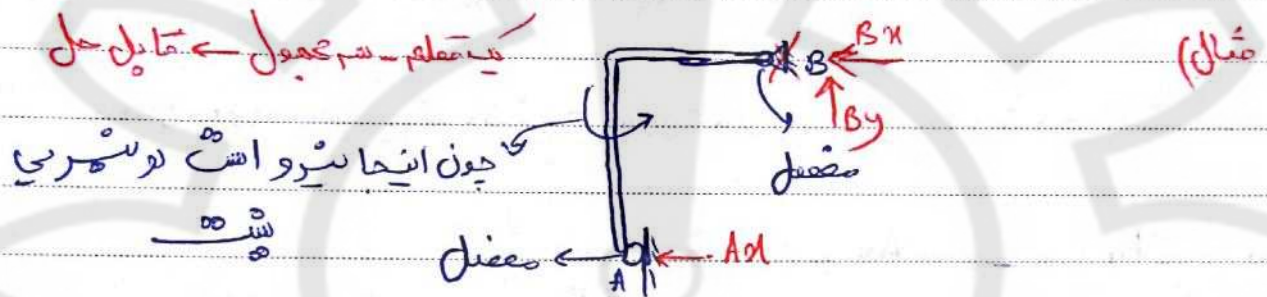
$$C = \sqrt{40^2 + 10^2} = 100$$



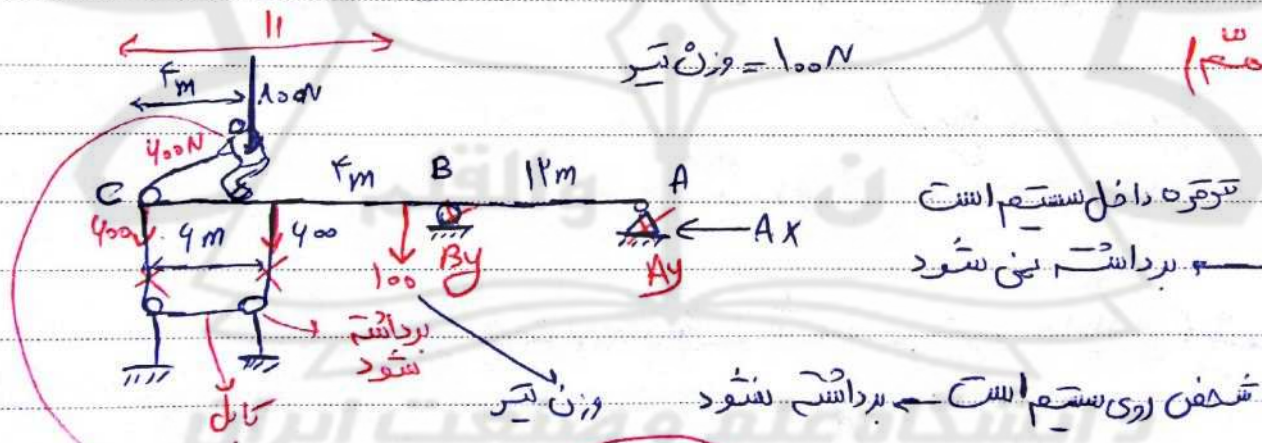
$$\sum M_A = 0 \rightarrow qL \times \frac{5}{2}L - R_y \times 5L = 0 \rightarrow R_y = \frac{qL}{2}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_y + \frac{qL}{2} - qL = 0 \rightarrow R_y = \frac{qL}{2}$$



معم



وزن ← جزء پیکر است. (را دم = مله)

باز شخص می‌توان مله قرار داد

نیرو داخلی در تیر و ده لازم

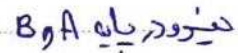
$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 400(100) + 100(4) - 100 \times 1 + 400 \times 4 + A_y \times 12 = 0$$

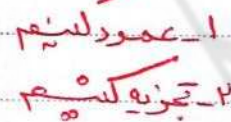
$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y = \dots$$

Date _____

مثلاً



$$\varepsilon_{Fy} = \dots \rightarrow Ay$$



$$TQ \cos \theta_0 \times R + T \sin \theta_0 \times R - W \times R - W \left(\frac{r}{0} R - \frac{R}{\lambda} \right) = 0$$

$$+\downarrow B y x a - w x a = 0 \rightarrow B y = \frac{w}{2}$$

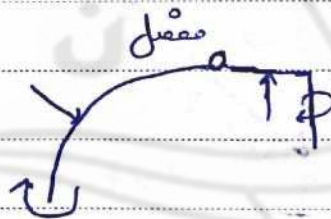
$$\varepsilon_{F_{2=0}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Ay - W = 0 \quad \therefore Ay = W$$

مثال

۲ اگر n تا جمله به یک معضل وصل شوند $\rightarrow n-1$ تا معادله داریم

عوی فصل موش بود این الله ریلو برقرار نبود

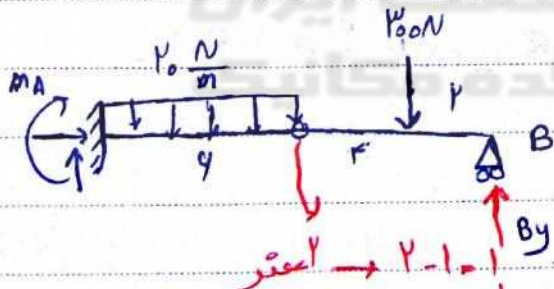


٢- نشأه و حول مفضل صفرا اللثا.

لشٹاؤں حول لولا مسفر

$$P_{00} \times K - B_y \times 4 = 0 \Rightarrow B_y = P_{00} N$$

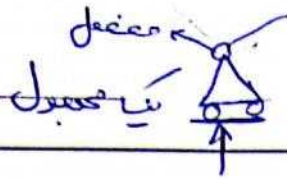
مثال



قابل حمل → ۴ معادله → اسم قایم، دل + ۱ معادله

Subject

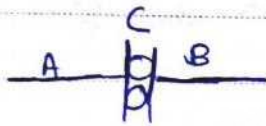
Date



$$+\left(\sum M_A = 0 \Rightarrow 100 \times 4 - 300 \times 10 - 120 \times 3 - M = 0\right.$$



در مبحث غلتک نیرو ندارد



مغزل ← ۲ محمول
خوش ← ۳ محمول



۲ محمول

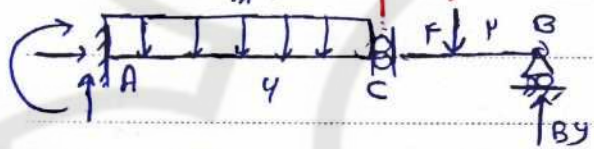
$20 \frac{N}{m}$

$300N$

غلتک

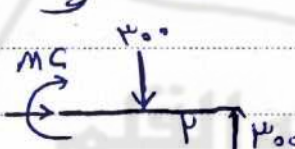
$$\sum F_y = 0$$

مثال



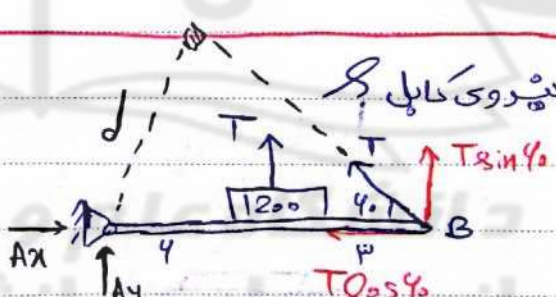
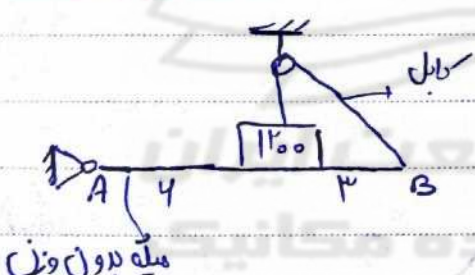
$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - 300 = 0 \rightarrow B_y = 300$$

برای تیر C



$$M_C = ?$$

$$300 \times 2 - M_C = 0 \rightarrow M_C = 600 N \cdot m$$

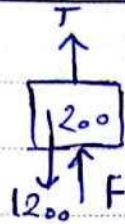


$$\sum M_A = 0 \rightarrow T = \checkmark$$

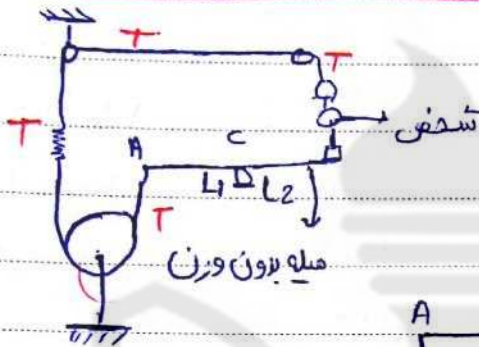
$$d = 9 \sin 40^\circ$$

$$+\left(\sum M_A = 0 \rightarrow T \sin 40^\circ \times 9 - 1200 \times 4 + T \times 4 = 0\right.$$

$$\Rightarrow T = \dots \checkmark$$

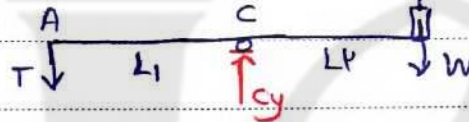


نیروی وارد از طرف وزن به میلۀ
 $\sum F_y = 0 \rightarrow F = \checkmark$



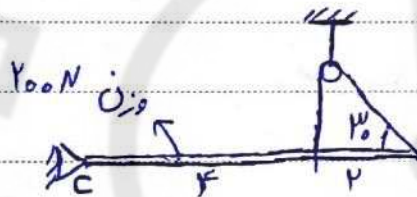
مثال) میزنی شفت به دیل

وزن شفت = W

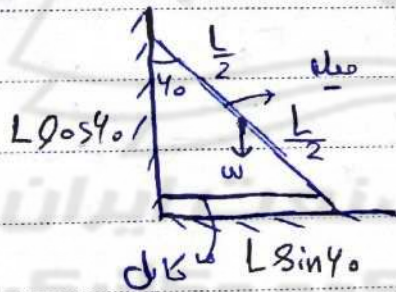


$$\sum M_C = 0 \Rightarrow T = \checkmark$$

معادلات
 $\frac{C_y}{T}$



مثال)

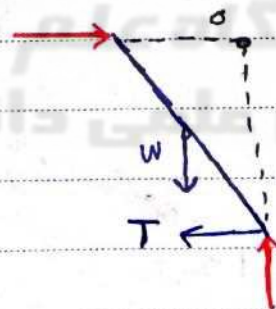


نیروی کابل = T

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T = \checkmark$$

$$\sum M = 0$$



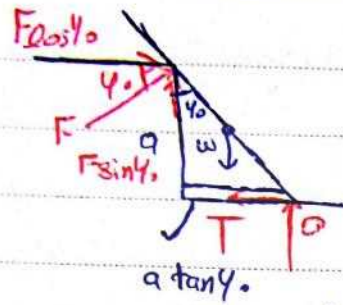
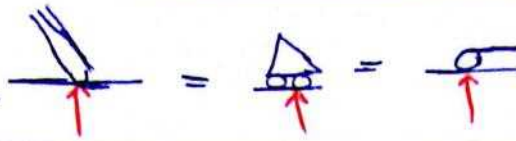
اصلی = صفر
 نیرو عمود بر سطح

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow T = \checkmark$$

$$T L \cos 40 - W \frac{L \sin 40}{2} = 0 \Rightarrow T = \checkmark$$

Subject
Date

سطح بدون اصطکاک



$$a = 2m$$

$$W = 300N$$

مثال ۱

وزن (۳۰۰ نیوتن) F
 جهت نیرو F معلوم است
 پس ۳ مجهول داریم و ۳ معادله داریم
 معلوم نبود میبار مجهول داشتیم و حل می شد

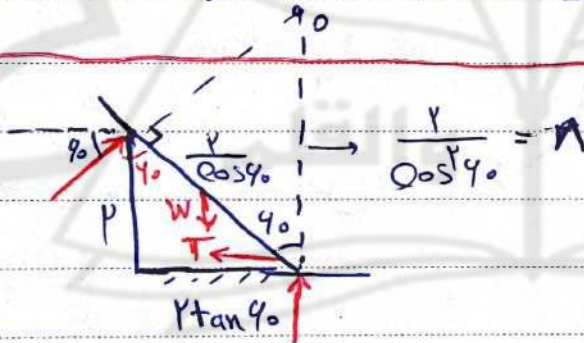
$$\sum M_O = 0 \rightarrow F = \checkmark$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T = \checkmark$$

$$+\curvearrowleft \sum M_O = 0 \rightarrow F \cos 40^\circ + F \sin 40^\circ (2 \tan 40^\circ) - 300 \times \frac{2 \tan 40^\circ}{\rho} = 0$$

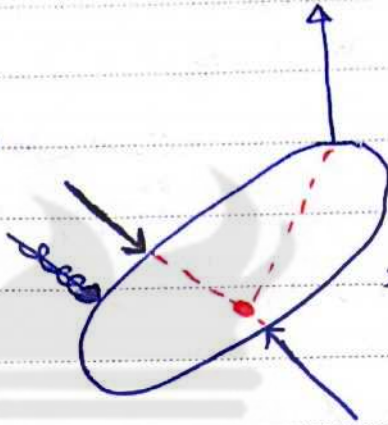
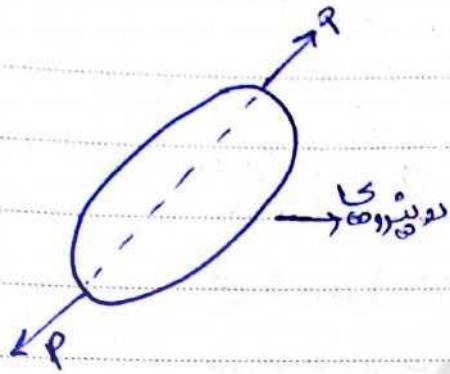
$$\Rightarrow F = \checkmark$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T - F \cos 40^\circ = 0 \rightarrow T = \checkmark$$



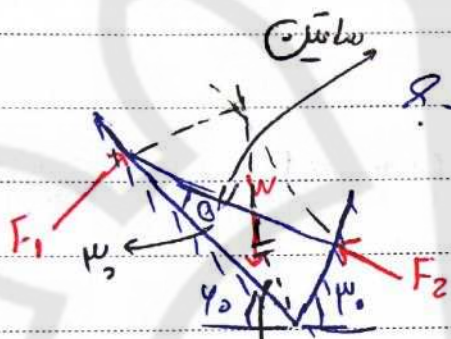
$$\sum M_O = 0 \rightarrow T = \checkmark$$

$$\cos 40^\circ = \frac{\frac{2}{\cos 40^\circ}}{2} \Rightarrow \kappa = \frac{2}{\cos^2 40^\circ} = 1$$



عمود قائم بر سطح

نقطه و متقارب باشند



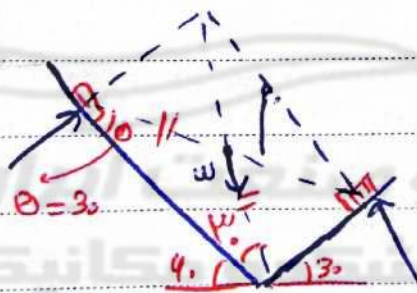
برابر خواهند بود تا محاسبه کارل باشد

هنگامی که وزن W و سطح بدون اصطکاک

در عمود قائم بر سطح وارد شده است $\Rightarrow$ $\mu = 0$ هر سه عمود از یک نقطه میگذرد

چون محاسبه در حال کارل است

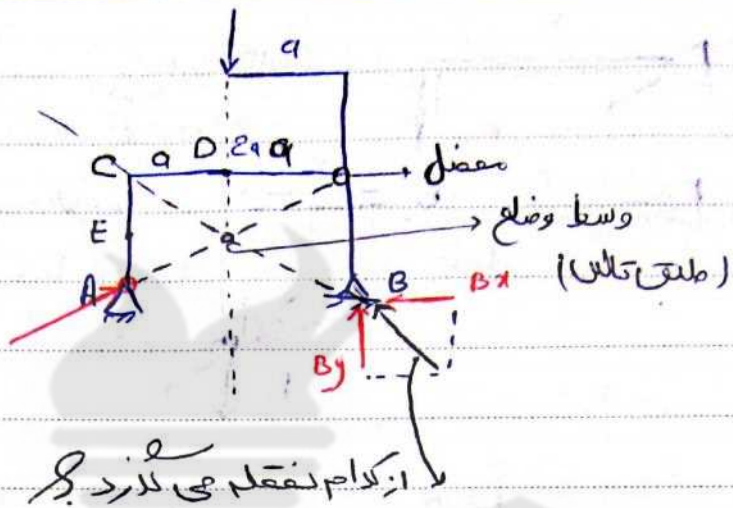
W وزن است و عمود بر زمین است



Date _____

لشاور حاصل می کند =

مغزل - مغزل
بدون نیرو - وزن ندارد

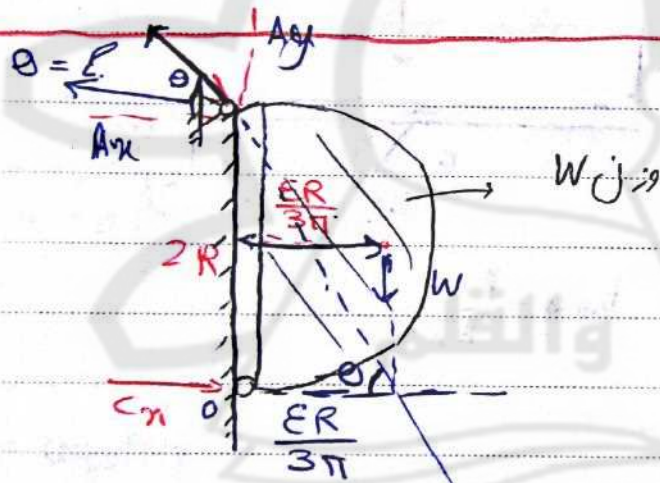


از کدام نقطه می گذرد؟

میله ها بدون وزن هستند.

کلاً به هم می شود و در تعادل است - عموماً نیروی

از نقطه 'C' می گذرد



$$\bar{x} = \frac{FR}{4\pi}$$

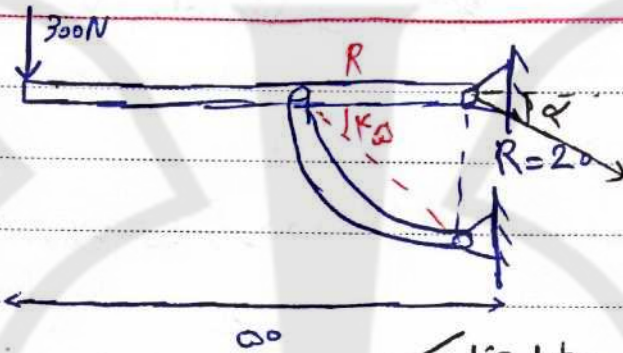
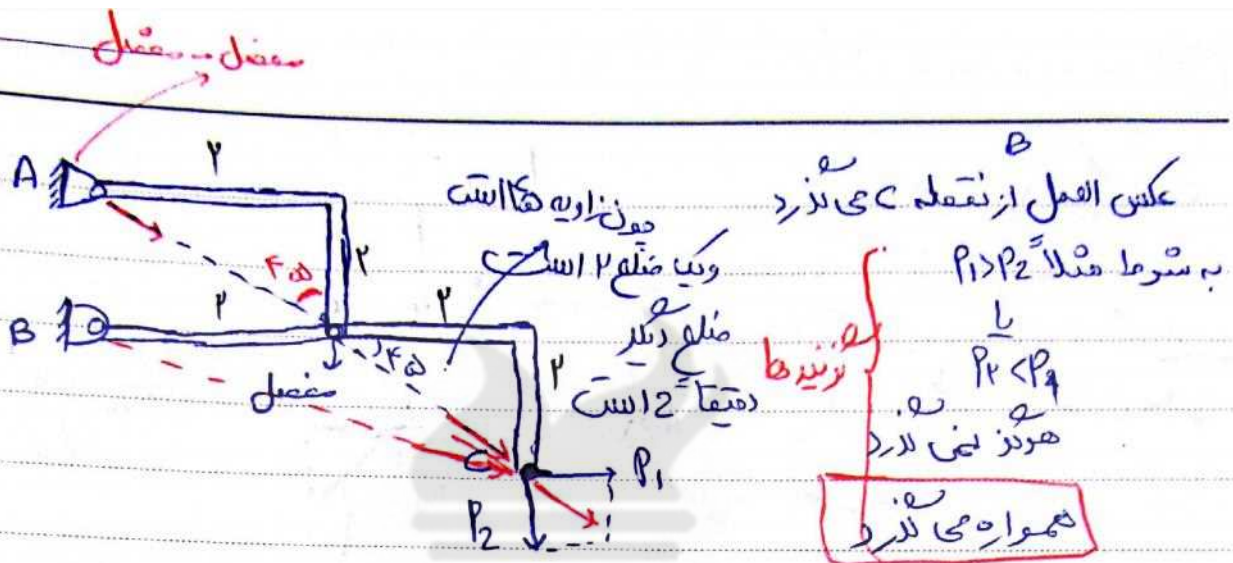
$$\tan \theta = \frac{FR}{\frac{ER}{3\pi}} \rightarrow \tan \theta \checkmark$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow C_x = \checkmark$$

$$\rightarrow A_y \checkmark$$

$$A_x \checkmark$$

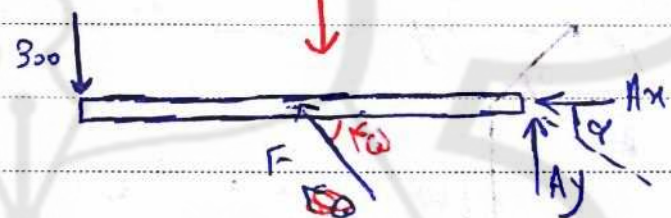
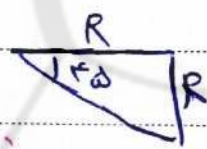
Subject
Date



مثال

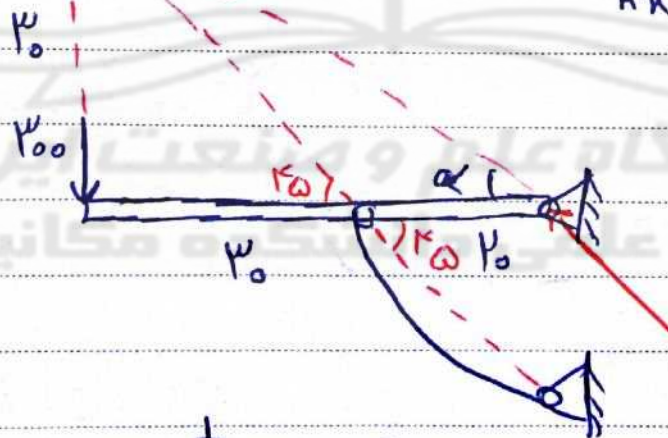
محصول A_x و A_y را حساب کرده و از $\tan$ استفاده کرده

روش اول



$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

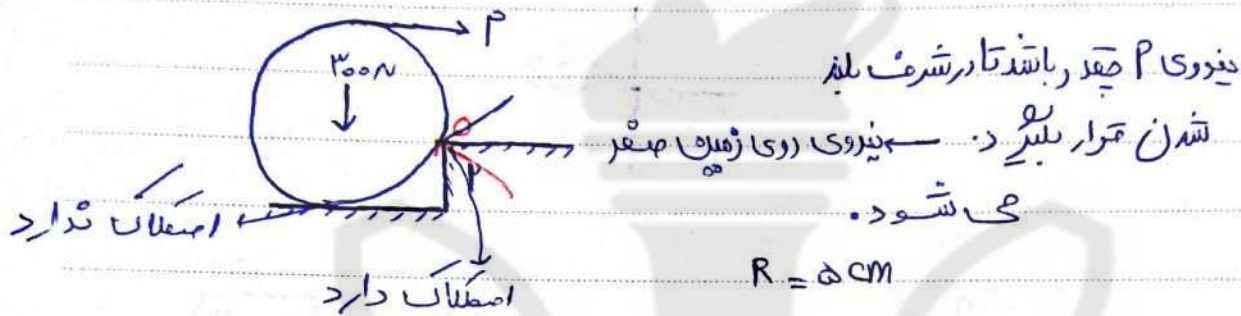
روش دوم



$$\tan \alpha = \frac{30}{30} = \frac{1}{1}$$

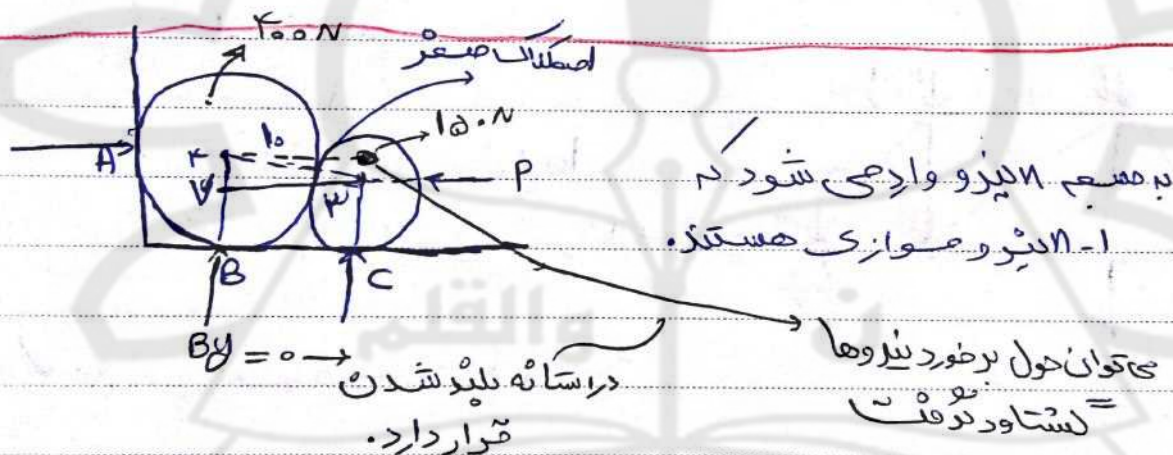
مثال ۱: درآستان میانشان $F=10$ $\rightarrow F=0$ $\rightarrow$ درآستانه پراشان

مداثر F مقدار باشد تا محاسبه از زمین جدا نشود $F=10$

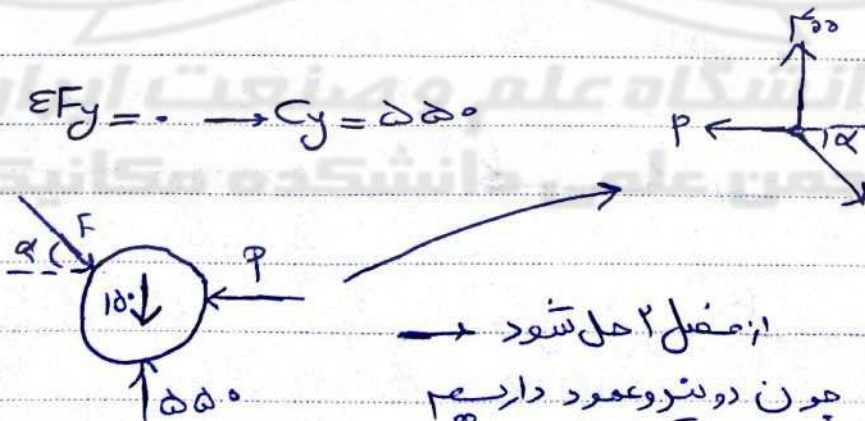


$$\sum M_O = 0 \Rightarrow P \cdot 10 = 300 \cdot 5$$

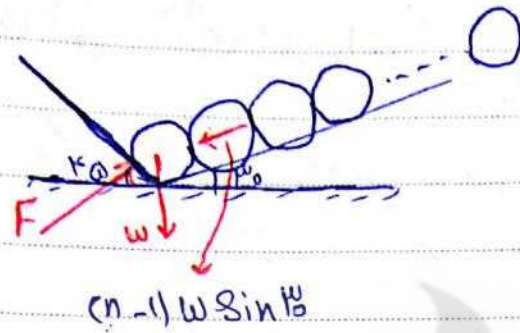
$$\sum M_O = 0 \rightarrow P \times 10 - 300 \times 5 = 0 \Rightarrow P = 150 \text{ N}$$



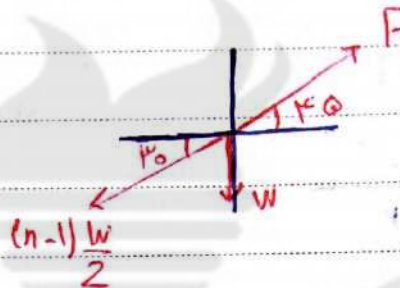
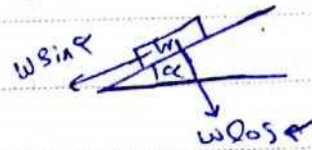
$$\sum F_y = 0 \rightarrow C_y = 550$$



مهندسان از راه هندسی حل می کنند



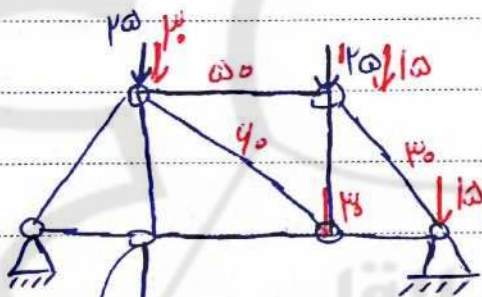
وزن w - یک اندازه



$$(n-1) \frac{w}{2} = \frac{\sin 45}{\sin 45 - \sin 30} \times w$$

$$\sin(45 - 30)$$

$n = 4.35$ → $n = 4$
در استاتیک بلند شد
بلند نشود



خراب: ۱- عضو مستقیم

۲- مفصل

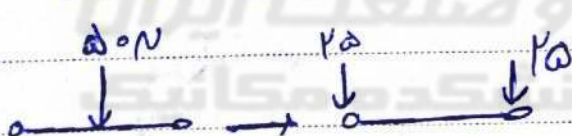
۳- بارگذاری در مفصلها

۴- در خراب از وزن صغیر نظر می شود.

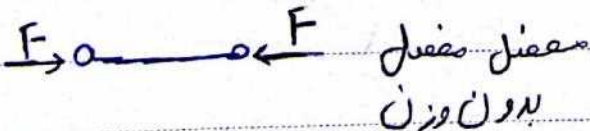
نیرو مقدار مفصل

✓ حل خراب ← نیرو در عضوها مناسب شود.

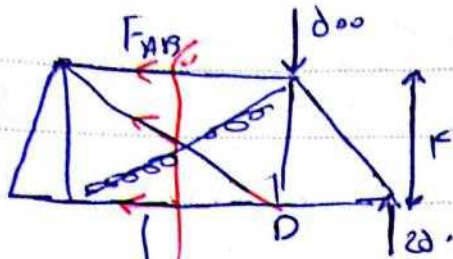
بالاستره = وزن



یک همبول = هر میله



وسط نیرو وارد شده است.

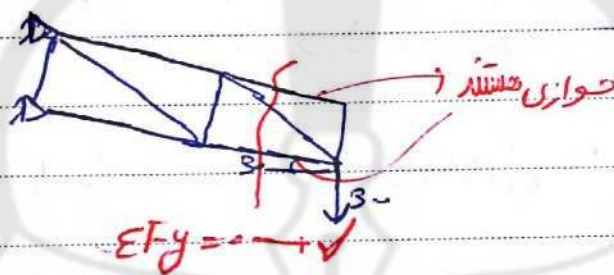


به عمل بر خود دو نیرو دیگر استوار می گیریم

$$\sum M_D = 0 \rightarrow F_{AB} \times 4 + 250 \times 2 = 0 \rightarrow F_{AB} = -125$$

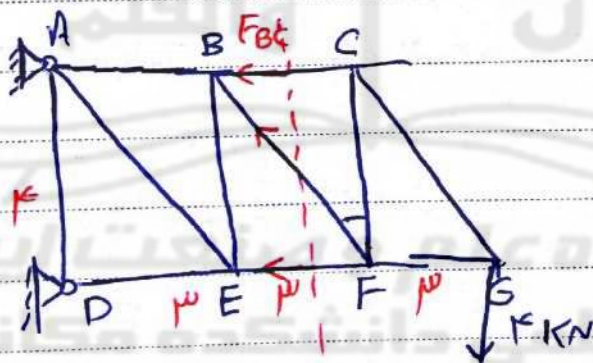
$$\rightarrow F_{AB} = 125 \text{ فشاری}$$

هر نیروی را خواستیم به عمل بر خود دو نیروی دیگر استوار می گیریم.



خواهی داشت

$$\sum F_y = 0 \rightarrow +3$$



$$F_{BC} = ?$$

مثال

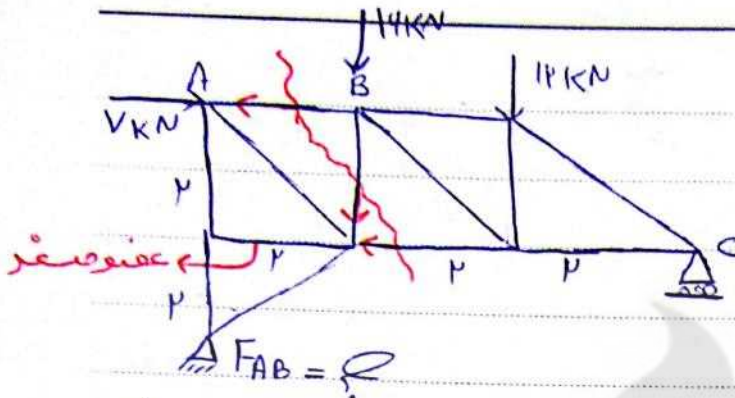
طرف راست را بر می داریم

$$\sum M_F = 0 \rightarrow F_{BC} = 3$$

خواهی
کا ۵۴
→ برای بدست آوردن F_{BF}

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{BF} \times \frac{4}{5} - 4 = 0 \rightarrow F_{BF} = 5$$

Date _____



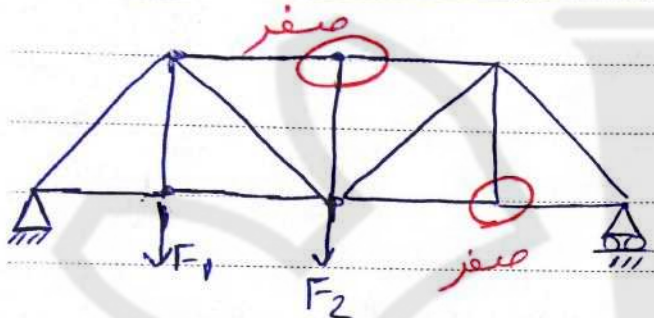
ابتدائاً ضرباً را در دست داریم
و پس این برش می زنیم و حل می کنیم

کششی ۲۴/۱

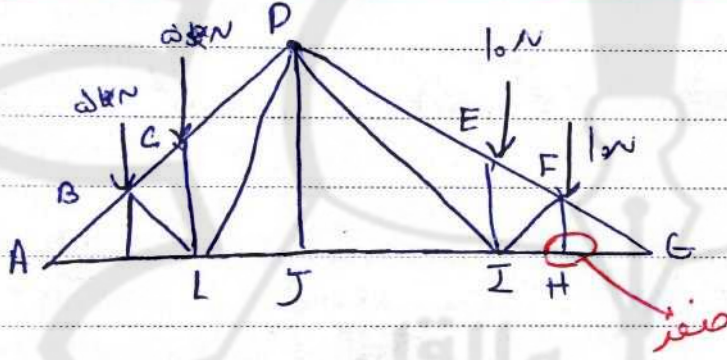
کششی ۲۱/۷

فشاری ۲۴/۳

فشاری ۲۱/۴

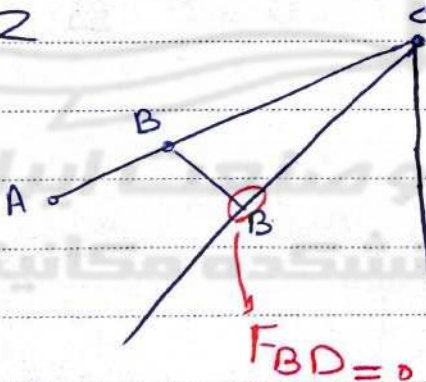


در شکل زیر ضلع عضو صفر دارد؟



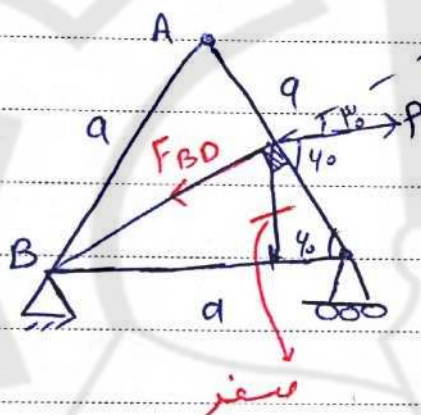
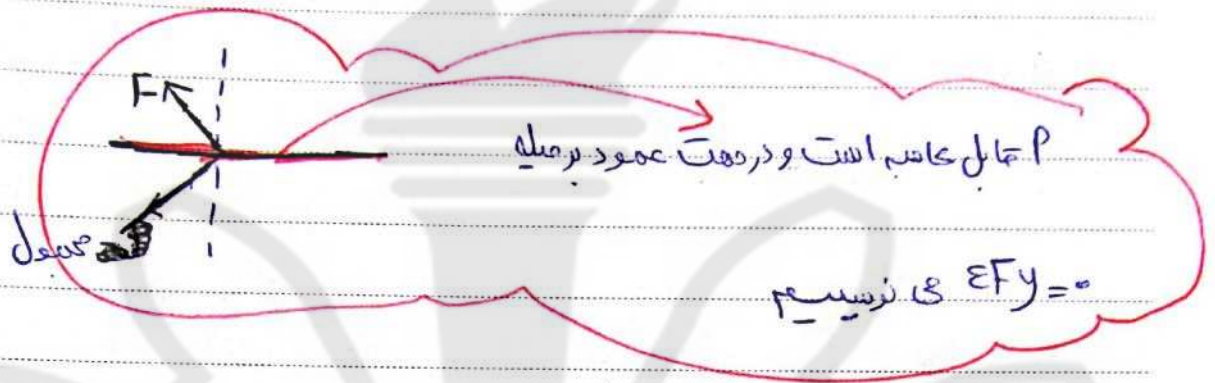
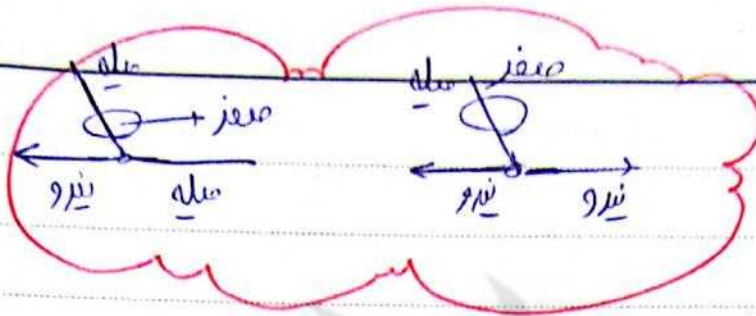
صفر $\rightarrow F_H = 0$

$F_{BD} = 0$



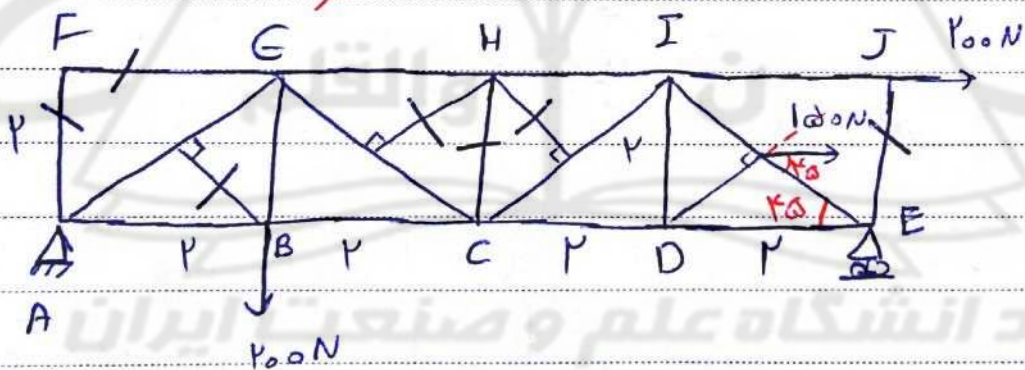
عضو صفر نیرویی؟
عضو که نیرو تحمل نمی کند؟
کدام عضو صفر است یا برای قرار برنده است؟

ate



$$P \cos 30^\circ - F_{BD} = 0$$

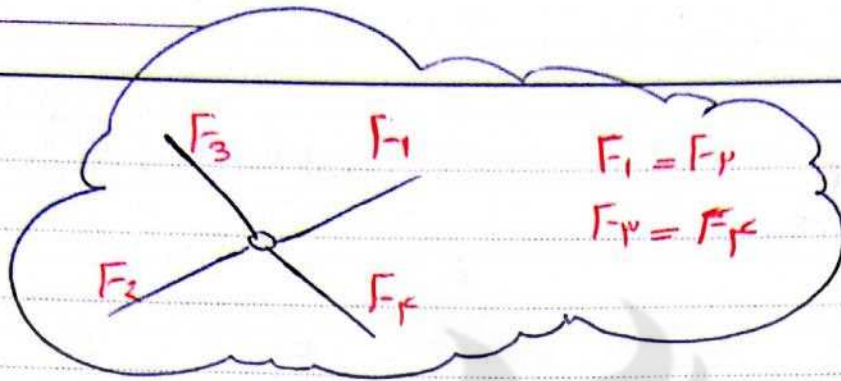
$$\Rightarrow F_{BD} = P \times \frac{\sqrt{3}}{2} \checkmark$$



$$150 \cos 45^\circ = F_{DN} \rightarrow F_{DN} = 106 \text{ N}$$

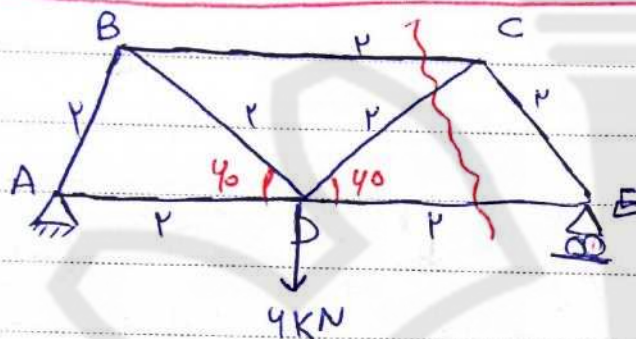
Subject

Date

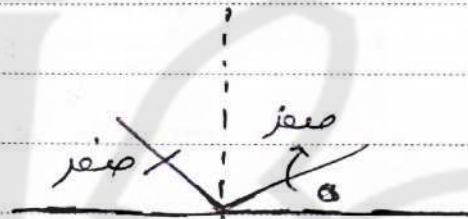


نکته

(حاصل می تواند بیرو باشد)



مثال



میان تقارن دارد می توان F را محاسب کرد

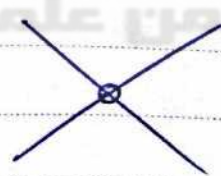
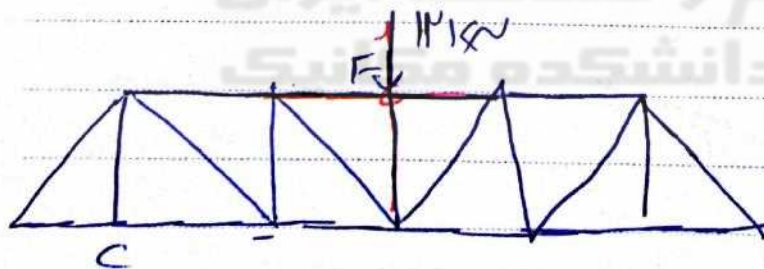


نکته

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F \cos 40^\circ = P$$

$$\Rightarrow F = \frac{P}{2 \cos 40^\circ}$$

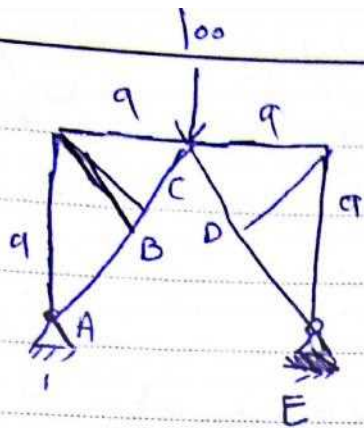
روش دیگر روش



مثال

$$F_{FE} = ?$$

$$F_{FE} = 14 \text{ kN}$$



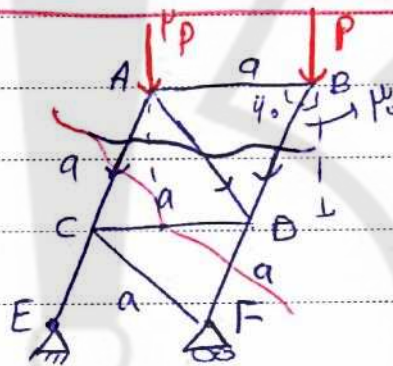
مثال ۱۴۹

$$F_{BC} = 0$$

$$F_{CF} = 0$$

$$\sum F_{BC} \cos 45 - 100 = 0 \rightarrow F_{BC} = 50\sqrt{2}$$

$$CF = 0$$



مثال ۱۵۰
محور را طوری انتخاب
کنیم که محور موازی
راستگاه باشد

$$F_{AC} = 0$$

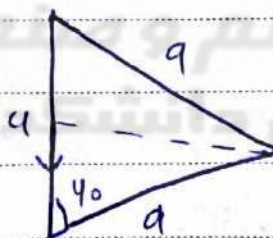
$$\frac{P\sqrt{2}}{2}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow F_{AC} = \checkmark$$

$$\frac{P\sqrt{2}}{2}$$

صفر

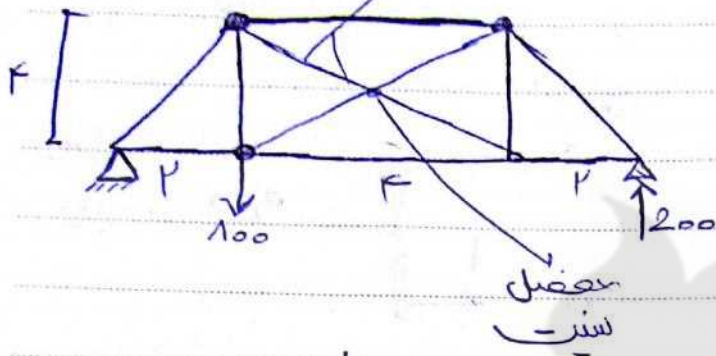
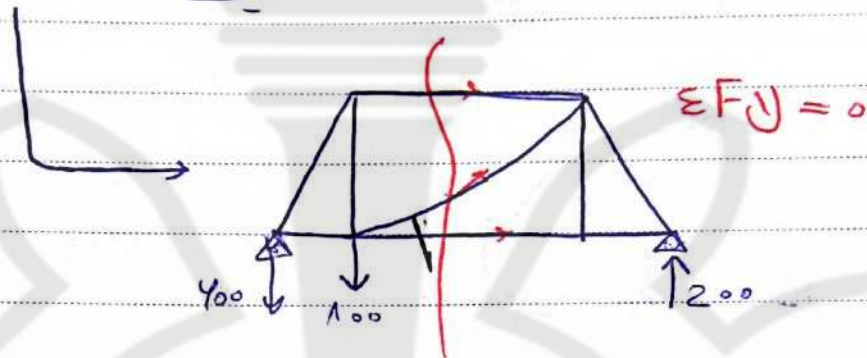
$$P\sqrt{2}$$



$$F_{AC} \times \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

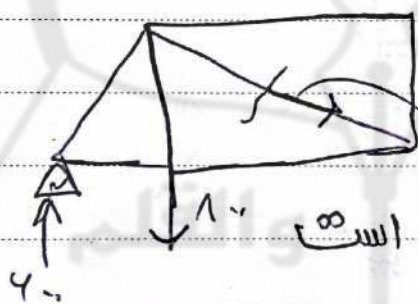
Date

کابل (توتو کششی)

کابل تماماً مفروضه است
کششی است.

برش زده و حل می کنیم اما + شد درست است و اگر منفی بود فرض ما اشتباه از

ما اینطور فرض می کردیم



باید با ۱۰۰ جمع

شود و بشود ۹۰ که غیر ممکن است

سوال شماره ۳۵ حل شده تست ۱۹ حل شد (تست تکمیلی)

۱۴۷

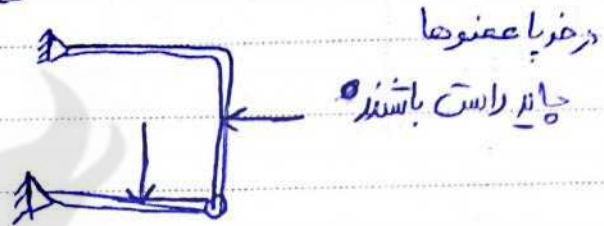
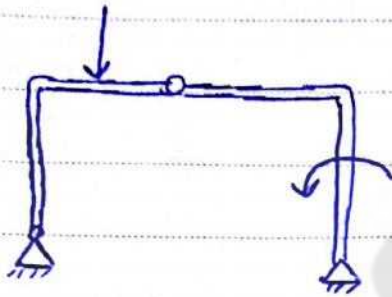
سوال شماره ۳۵ حل شد

۱۴۶

تست ۳۵ حل شد

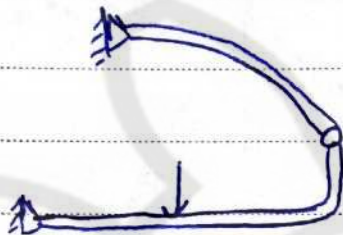
تست ۲۴ تکمیلی ۱۴۳

تأثیر در مفاصل می تواند نباشد.
 مابها: مانند خرابی
 لستار داریم.

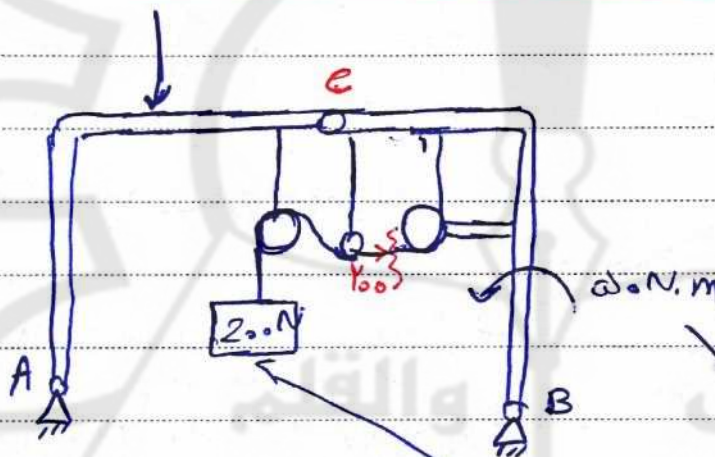


در خرابی عضوها

جابجایی راست باشند



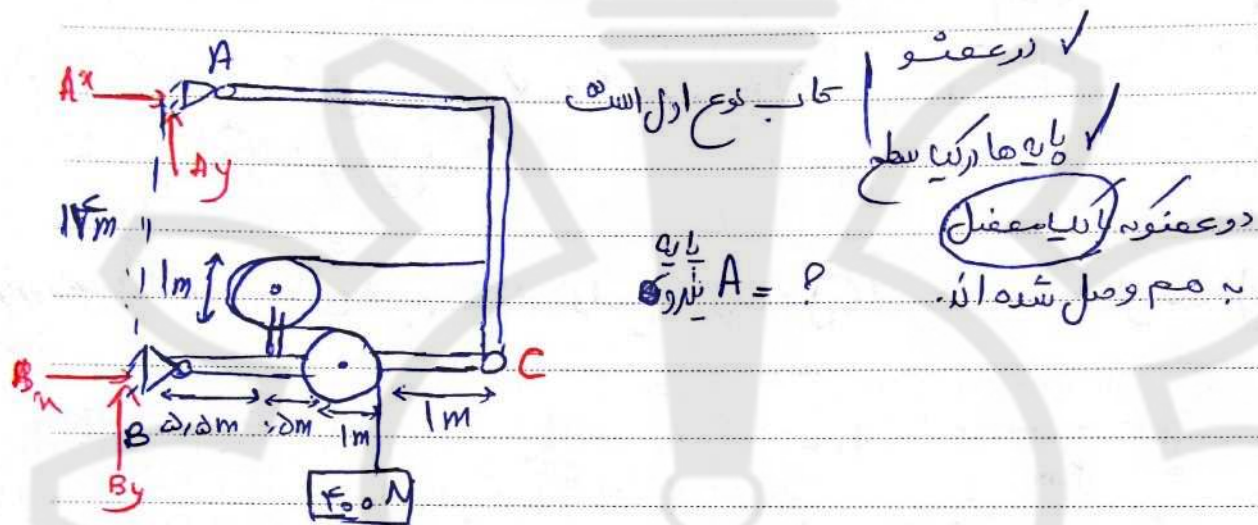
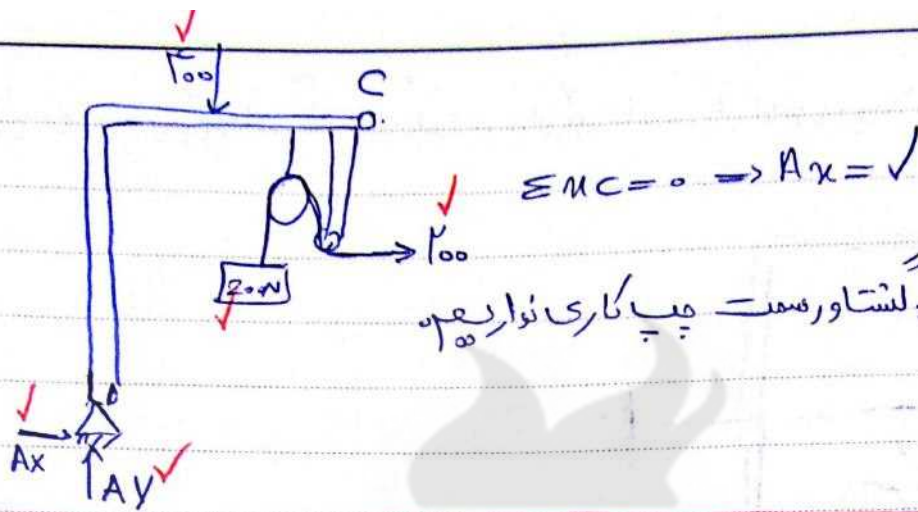
مثال: نیروی بار A



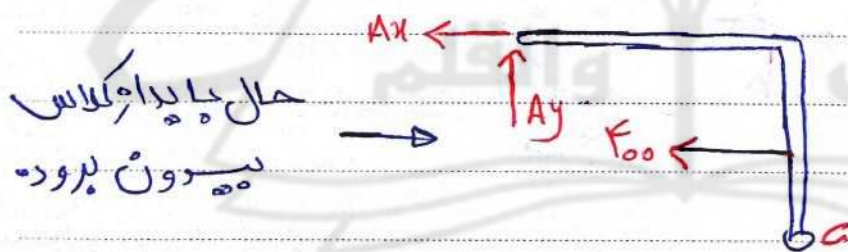
$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \times 0 - F_w \times 0 + P_m \times 0 + \text{لستار} = 0 \Rightarrow A_y = 0$$

وقتی می خواهیم حول مفاصل لستار بگیریم باید از کلاس بیرون برد.

Date



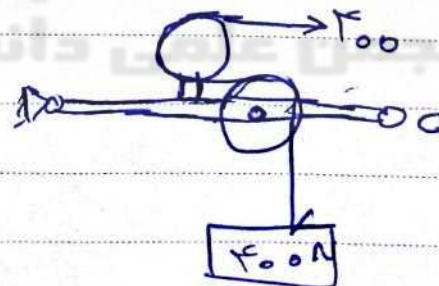
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_x \times 14 + 200 \times 7 = 0 \Rightarrow A_x = 200 \leftarrow$$



$$\sum M_C = 0 \rightarrow 200 \times 14 - A_y \times 14 + 200 \times 14 = 0 \rightarrow A_y = \checkmark$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_x = 200$$

$$\sum M_C = 0$$



P4PCO

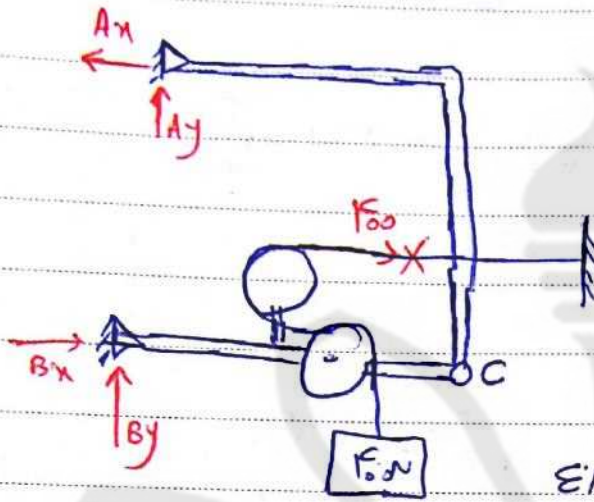
۲۰

$$B_y \times 14 + 200 \times 14 - 200 \times 14 = 0 \rightarrow B_y = \checkmark$$

Subject

Date

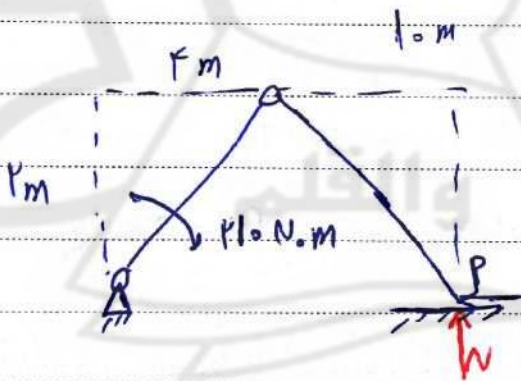
در وقتی می‌خواهیم کل ماب رانشت و ریلریم نیاید کل ماب از کلاس بیرون بیرون



$\sum M_B = 0 \rightarrow Ax = \checkmark$ نیروی قابل هم
در رانشت و ریلریم است

برای بدست آوردن وقتی Ay می‌خواهیم حول مفاصل رانشت و ریلریم شکل مانتو عمل است

مثال) حل نشود



$$P = \checkmark$$

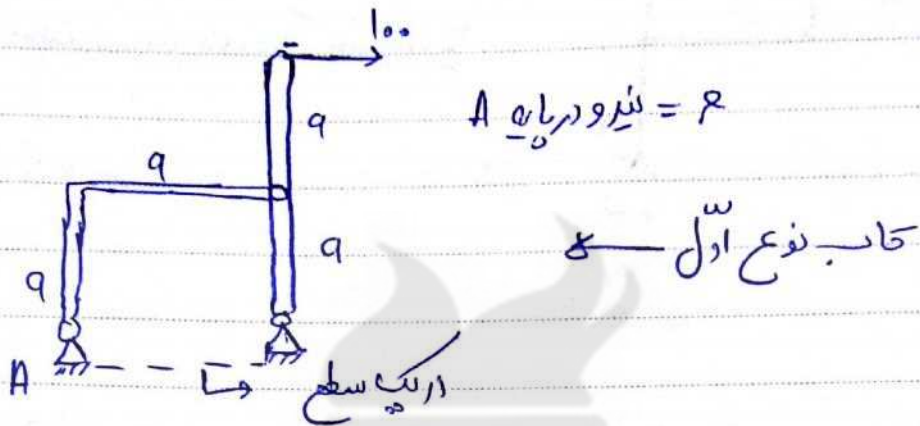
اصطلاح صفر

است

دانشگاه علم و صنعت ایران

انجمن علمی مهندسان مکانیک

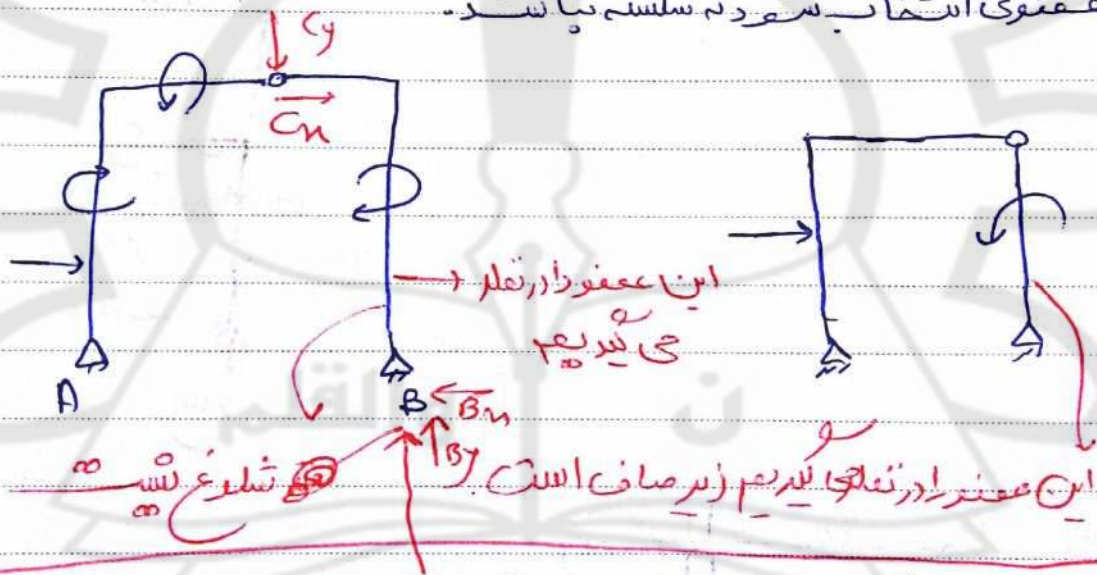
Date _____



قاب نوع اول وقتی نوع در مفصل C راضی خواهد.

یکی از اعضا را انتخاب می کنیم (عنوان ستاره و بیروی کمتر می دارد).

عنوان انتخاب شود نه سلسله نباشد.



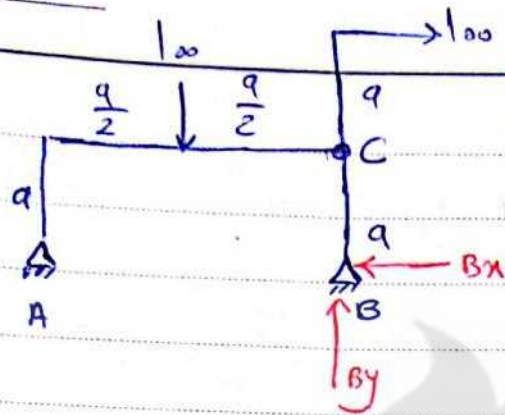
از آن طرفی را که انتخاب کردیم مثلاً است راست را انتخاب کردیم کل قاب

راست به A گرفته و B_y را حساب می کنیم بعد از آن مسقط راست را جدا کرده

و $\sum F_y = 0$ نوشته و C_y حساب شده و بعد حول C ستاره می گیریم و

C_x را حساب می شود.

Date



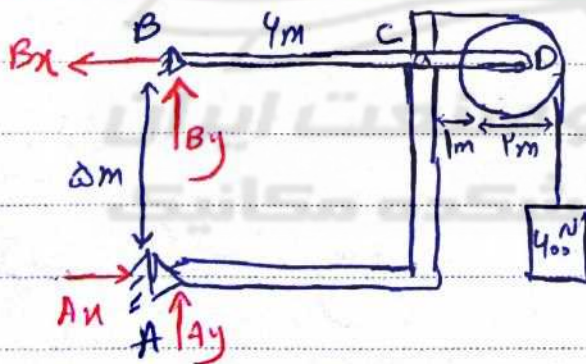
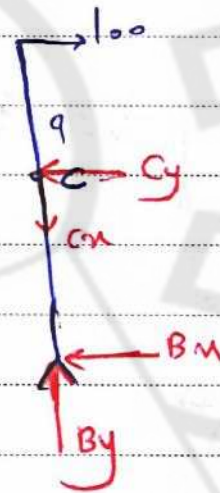
نسبت دامت را انتخاب می کنیم زیرا

شکستگی ندارد.

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_y \times a - 100 \times P_q - 100 \times \frac{a}{2} = 0 \rightarrow B_y = 200$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_x = 200$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow C_y \times a - 100 \times P_a \Rightarrow C_y = 200$$



مثال

نوع اول

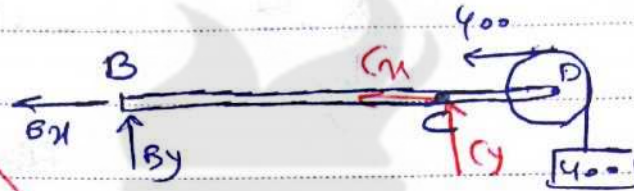
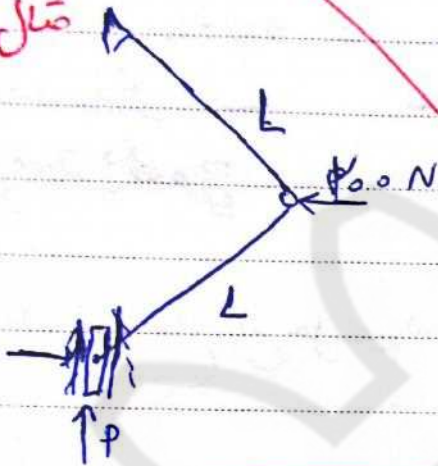
$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_x \times 5 - 400(4) = 0 \rightarrow A_x = \frac{400 \times 4}{5} = 320$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow Bx = \checkmark$$

چون مستقیم است

$$Bx \times 5 - 400 \times 9 = 0 \rightarrow Bx = 1080 \leftarrow$$

مثال



$$\sum F_x = 0 \rightarrow Cx - 1080 - 400 = 0$$

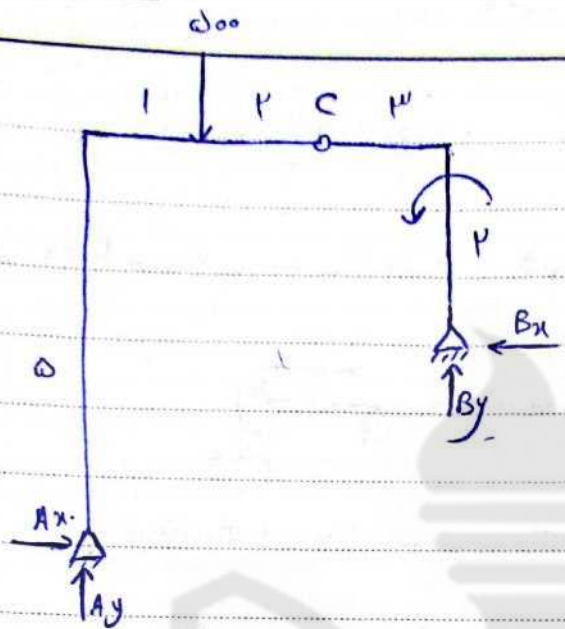
$$Cx = 1480$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow Cy \times 5 - 400 \times 9 + 400 \times 1 = 0$$

مثال ۲



دانشگاه علم و صنعت ایران
انجمن علمی دانشکده مکانیک



جاب جاب نوع دوم

$$\sum M_A = 0$$

$$\rightarrow 3 B_x + B_y \times 4 + 200 = 0$$

~~فرد~~

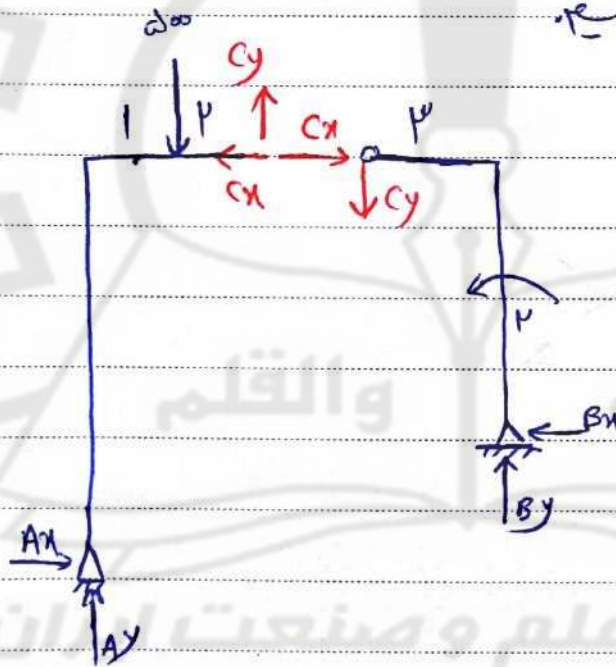
~~دو~~

دو معادله دو مجهول

$$\sum M_C = 0 \rightarrow B_y \times 3 = 0$$

مانده جاب نوع اول حل می کنیم ابتدا حول پایه A، کل جاب را بشمار بزنیم و با B را بدست می آوریم

در نقطه C، رای خواصیم.



$$\sum M_B = 0$$

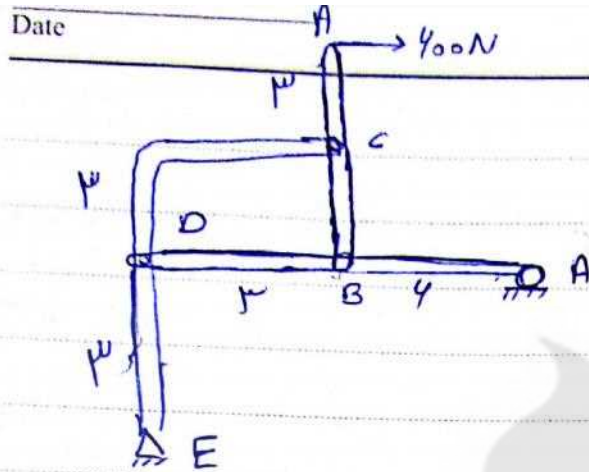
$$\sum M_A = 0$$

دو معادله دو مجهول

$\Rightarrow C_x, C_y \checkmark$

$$2 C_x - 3 C_y - 200 = 0$$

$$3 C_y + 5 C_x - 500 = 0$$



دیده در سب ۱
سب عضو بار
< نوع اول و دوم نیست

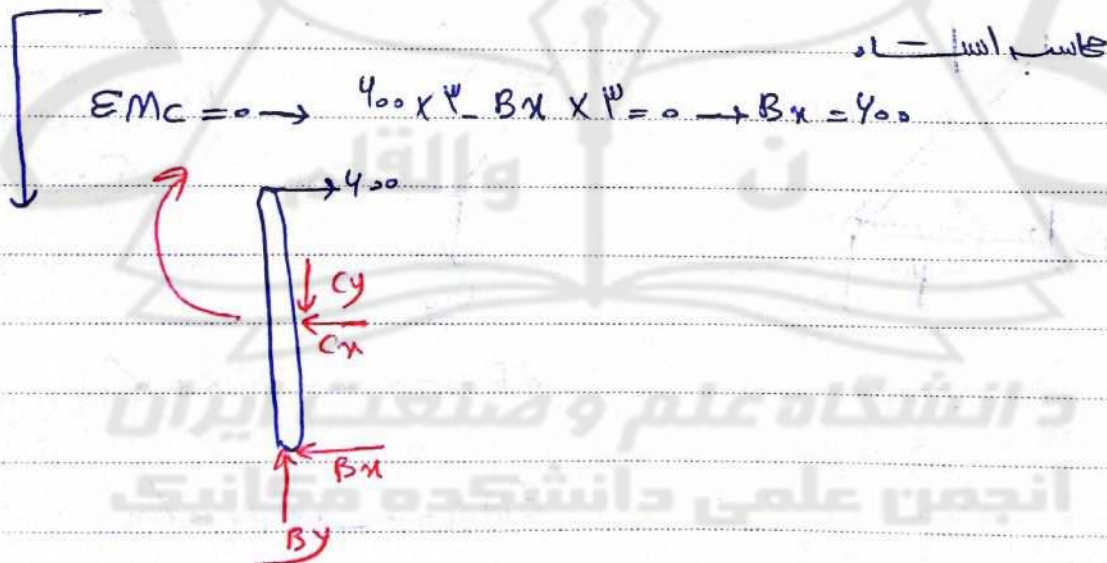
دیده در سب ۲
این عضو که سب ۲ به آن متصل است واقعی است و در نقطه ای که سب ۲
به محمول می شود باید این از دل ما نیکی می بردیم.

$$\sum M_E = 0 \rightarrow Ay \times 9 - 400 \times 9 = 0$$

$$Ay = 400$$

صورتاً عضو است نیکی می برد

ن محمول داریم به ۱- از این نقطه می گذرد - محمول نیکی می برد

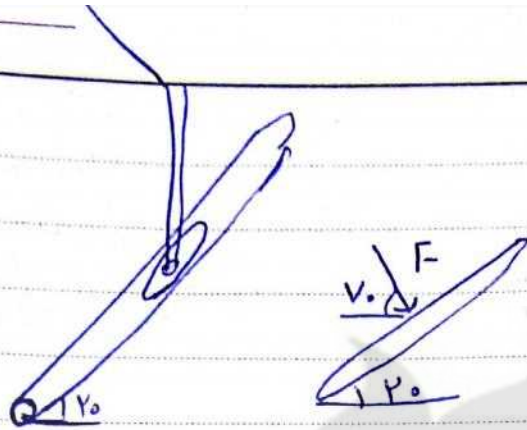


$$\sum M_C = 0 \rightarrow 400 \times 3 - Bx \times 3 = 0 \rightarrow Bx = 400$$

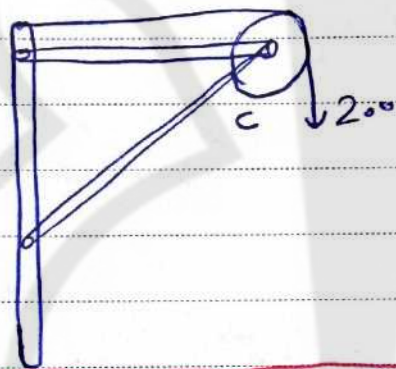
$$\sum M_D = 0 \rightarrow By \times 3 - 400 \times 9 = 0$$

$$By = 1200$$

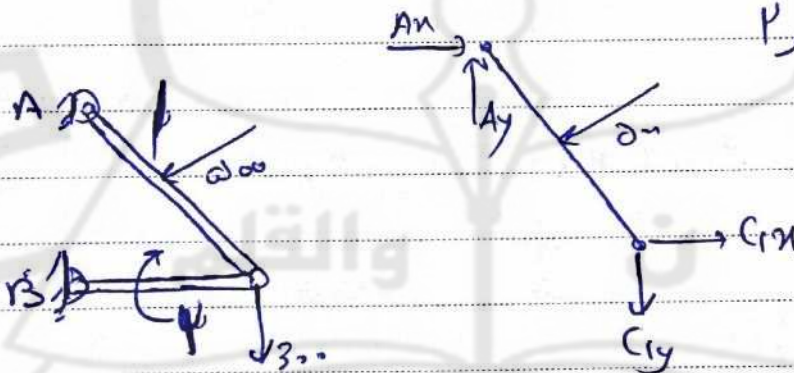
Date _____



نیروی در این نیرو وارد شود به ما این نیرو در این حساب کن بلب می گوید



نیروی عضو در این حساب کنید

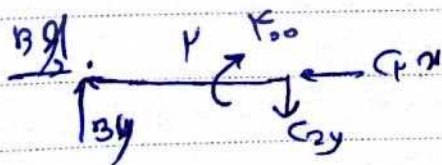


نیروی در این عضو

یک نیروی در این عضو
به سمت می آید

$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x = \checkmark$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow C_y = \checkmark$$



نیروی در این عضو

$$\sum M_A = 0 \rightarrow B_x = \checkmark$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow C_x = \checkmark$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow C_y = \checkmark$$

Subject

Date

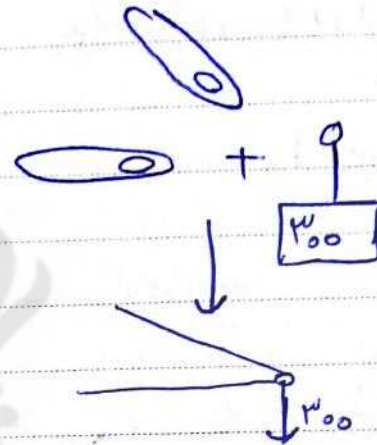
نیروی بین C به هر عضو که خواستیم

ابتدا با نیتاب - فرج اول نیرو پاره آن عقد

را بدست آورده و سپس $\sum F_x = 0$ و یک محمول
 $\sum F_y = 0$

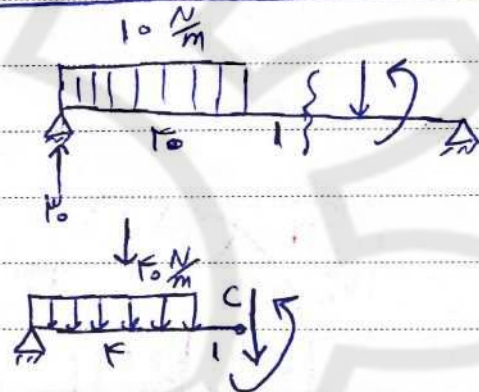
و سپس حول پاره استوار می گیریم و محمول

نیروی بدست می آید.



$$+\downarrow \sum F_y = 0 \rightarrow 10 \times 4 - 30 + V = 0$$

$$V = -10$$

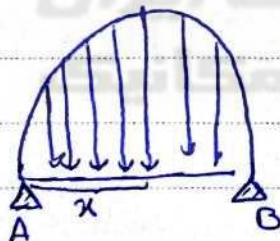


$$+\curvearrowright \sum M_C = 0 \rightarrow 30 \times 4 - 40 \times 4 - M = 0$$

$$\rightarrow M = 30 \text{ N.m}$$

$$V \times 0 \times M$$

$$w(x) = 3x^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



$$\text{در } x=1 \rightarrow w=3$$

$$\text{در } x=2 \rightarrow w=12$$

نیروی نیست مشار است.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

P4PCO

$$\text{در نقطه } x \text{ جابجایی } \int_0^x 3x^2 dx = x^3$$

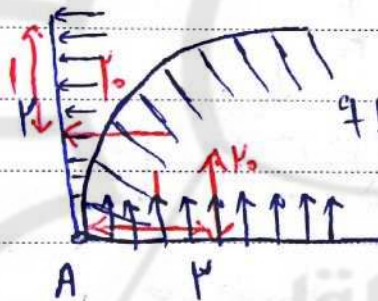
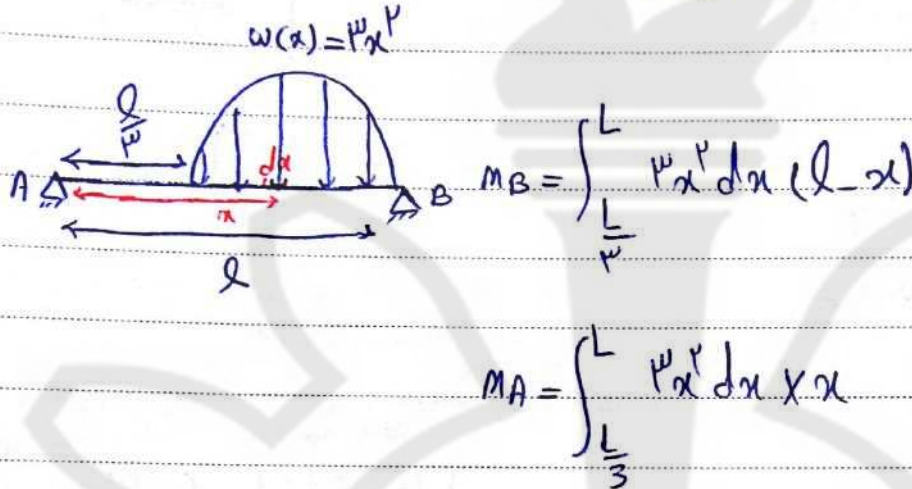
Date _____

$$\int_0^L w x^2 dx (l-x) = M_B$$

لستاور بارلستردده حول نقطه B =

$$\int_0^L x w x^2 dx = M_A$$

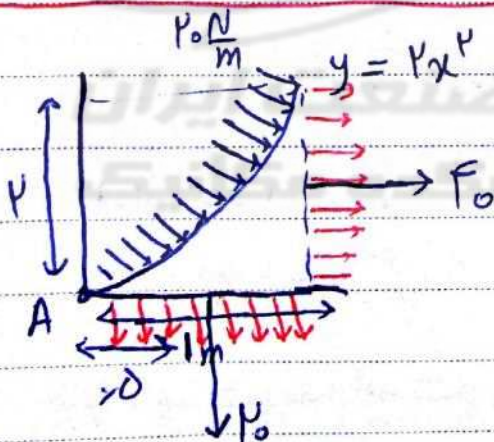
لستاور بارلستردده حول نقطه A =



$$\frac{P_0 N}{m} = 1 \cdot \frac{N}{m}$$

$$\epsilon_{MA} = P_0 x l + P_0 x l = -P_0$$

دوی در محور عمود بر هم تقویری لسترد



$$y(l) = P_0 (l)^2 = P$$

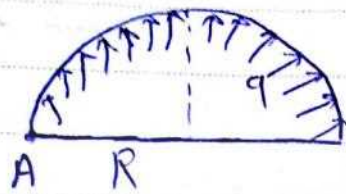
مطلوب است لستاور حول نقطه A =

$$P_0 x \delta + \epsilon_0 x l = \delta = N \cdot m$$

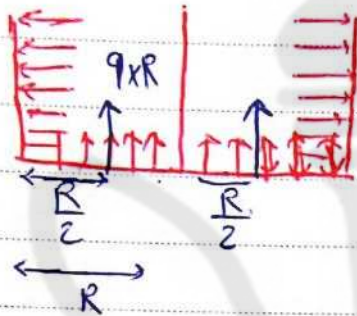
Date _____

$$M_A = 2qR^2$$

مطلوب است گشتاور حول نقطه A



هماناً بار ثابت باشد.

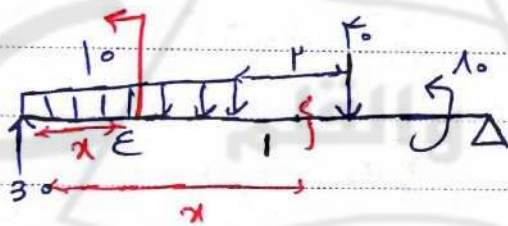


$$q \times R \times \frac{R}{2} + q \times \frac{3}{2} R \times \frac{R}{2}$$

$$\frac{qR^2}{2} + \frac{3}{2} qR^2$$

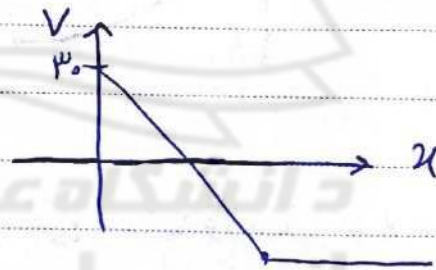
$$= \frac{4qR^2}{2} = 2qR^2$$

بار و گشتاور عموماً مشخص شود - مقطع عموماً مشخص شود.

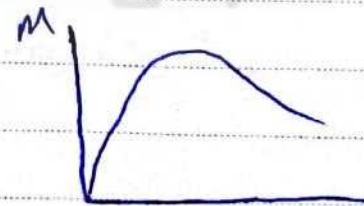


M و V، را از نقاط پرست آوریم

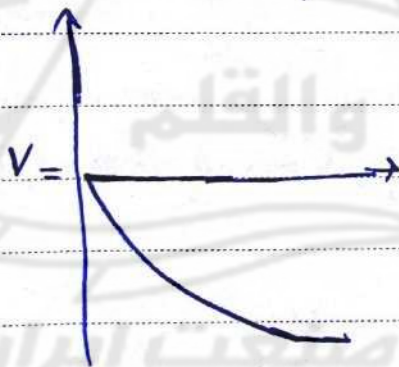
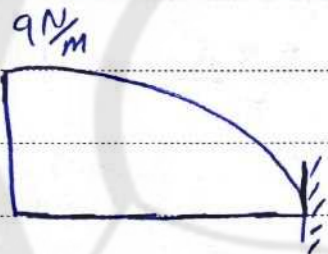
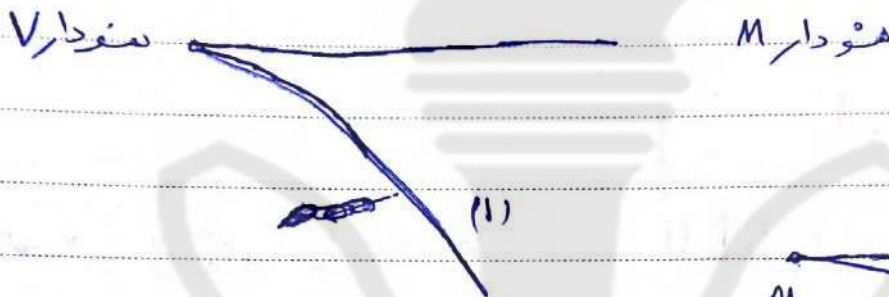
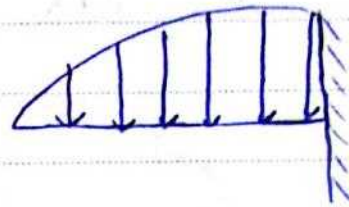
$$\textcircled{1} \text{ مقطع } \begin{cases} V = 30 - 10x \\ M = 30x - \frac{10x^2}{2} \end{cases} \quad 0 < x < 1$$



$$\textcircled{2} \text{ مقطع } \begin{cases} V = 30 - 10 - 10 = -10 \\ M = 30x - 10x(x-1) \end{cases} \quad 1 < x < 3$$



Date _____



در اول نیروی برشی
صفر است و زیر واحد $9 \frac{N}{m}$
است و بالاست

لذا مثبت است پس شیب منفی است و در مثبت $\alpha +$ تا در حال

که شدن است پس شیب منفی کم می شود

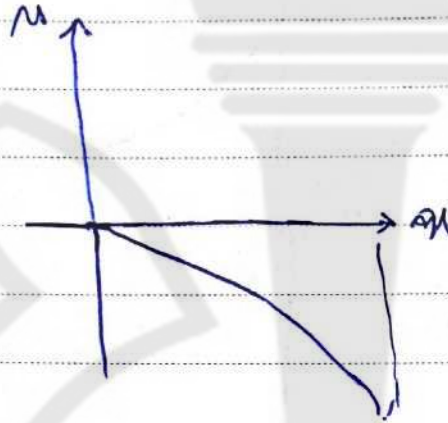
Subject _____

Date _____

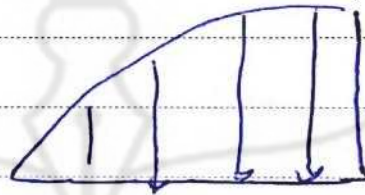
در ابتدا سیر M در آریتم پس از صفر
شروع می شود

V منفی است پس سیر M منفی است و V در حال افزایش

است پس سیر M منفی زیاد می شود



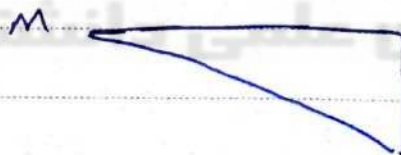
حل از طریق نمودار مربع



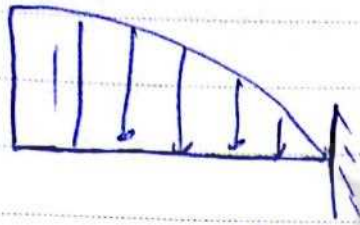
سایب است پس V منفی است
و مقدار V زیاد می شود



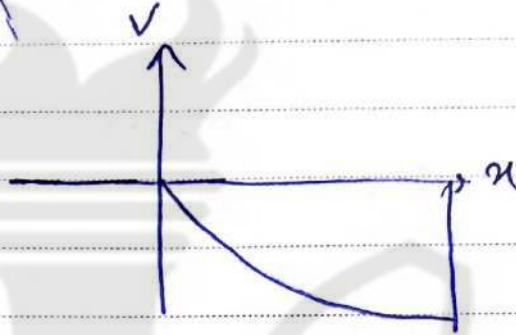
V منفی است پس M منفی است
و مقدار V زیاد می شود



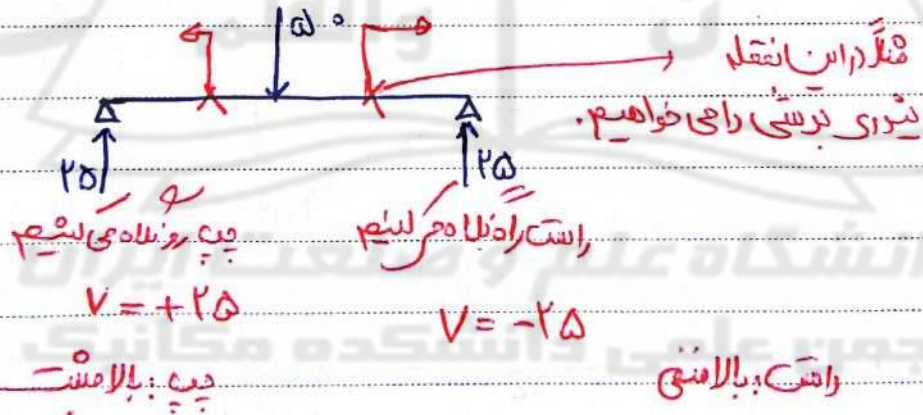
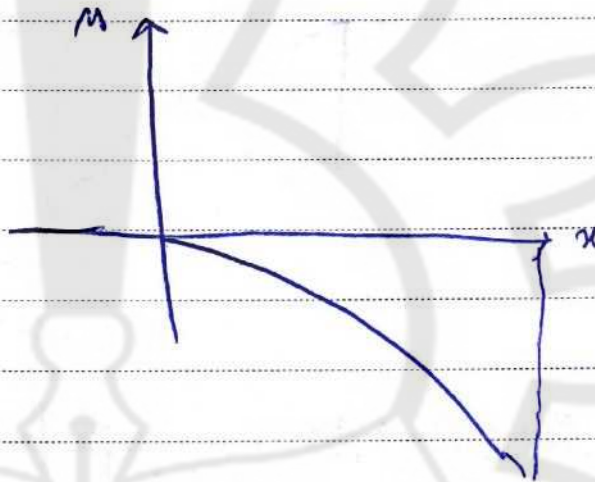
Date _____



سنگین کم $V \rightarrow$



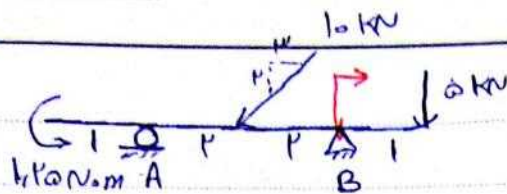
مغنی زیاد



۵م متر فاصله بین دو تکیه
راست: رو بالا می‌بینیم چپ: رو بالا می‌بینیم

Subject

Date

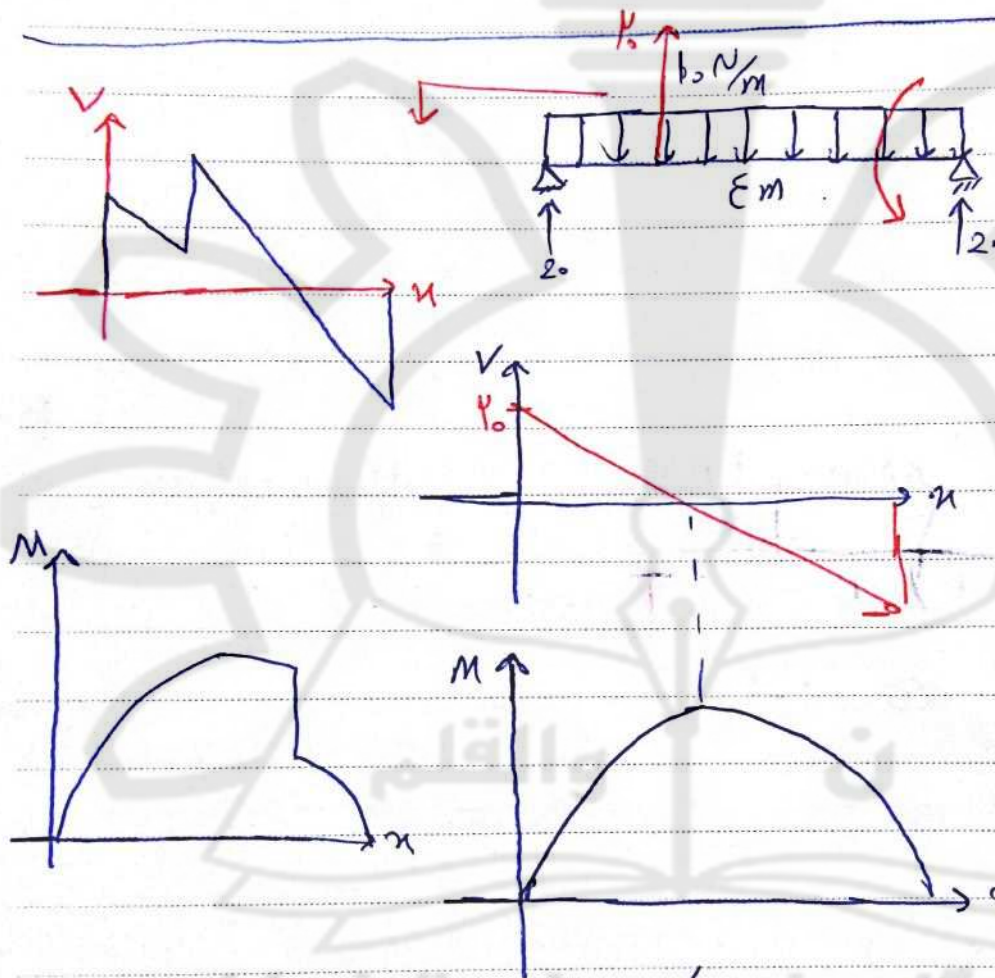


مثال ۱ گسترده‌فشی در B

$$M_B = 5 \times 1 = 5 \text{ منفی}$$

ابتدا. اثرات سی‌سی کنیم و پیا پیا نگاه کنیم ولی در اینجا پیا پیا شلوغ است پس برعکس نگاه می‌کنیم
هر چه پیا پیا نگاه می‌کردیم ابتدا باید با گسترده‌فشی ملی R_A را بدست می‌آوردیم

مثال ۱

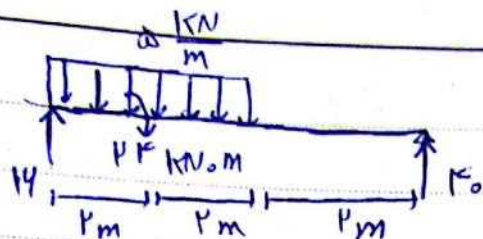


فیلد و برش را می‌شکند و گسترده M را می‌شکند

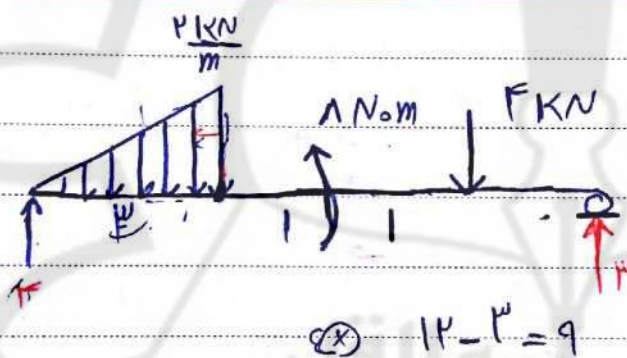
سرو + ← برش بالا

گسترده ساعد ← سین بالا

Date _____



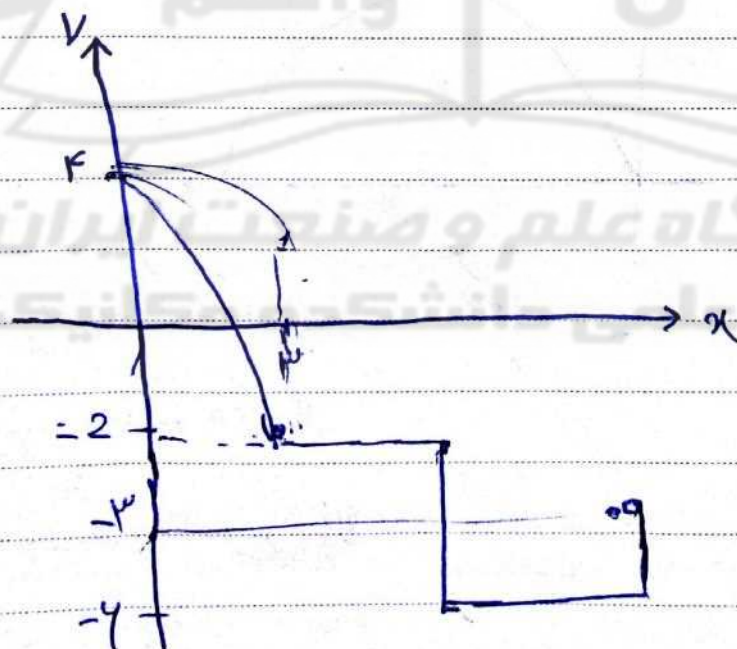
مثال



نیروهای پایه و داده مسئله

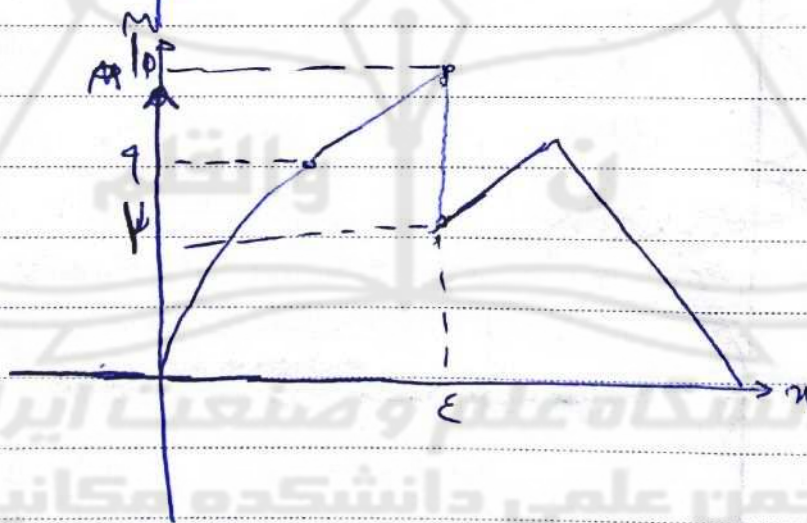
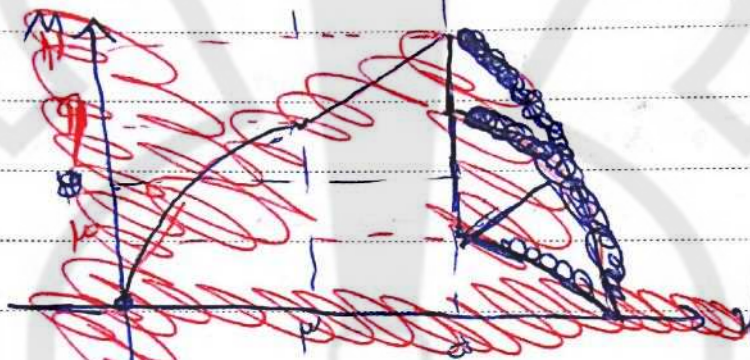
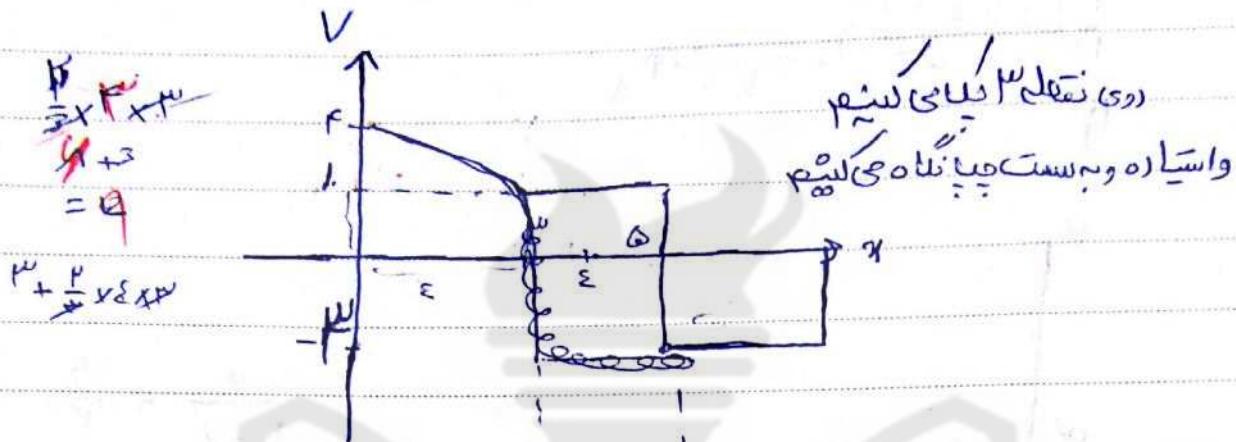
مثال

$$\textcircled{x} \quad 14 - 4 = 10$$



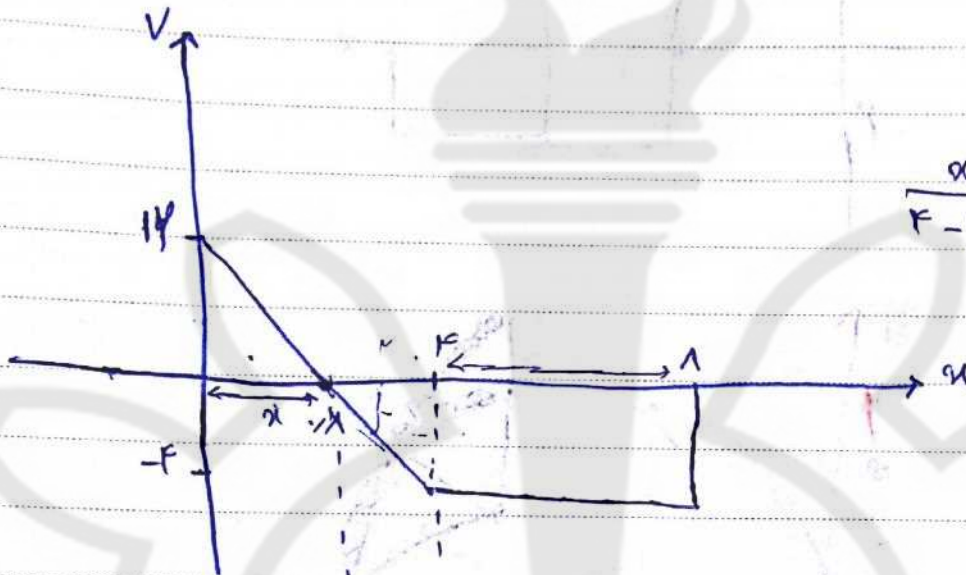
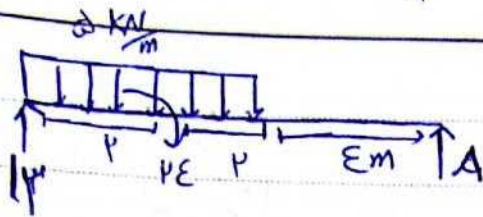
$$\frac{1}{3} a \times b \quad \frac{1}{3} a \times b$$

PAPCO



$$\frac{12 \times 21}{F} = 41K$$

$$\frac{14 \times 11}{F} = 41K$$



$$\frac{x}{F-x} = \frac{14}{F}$$

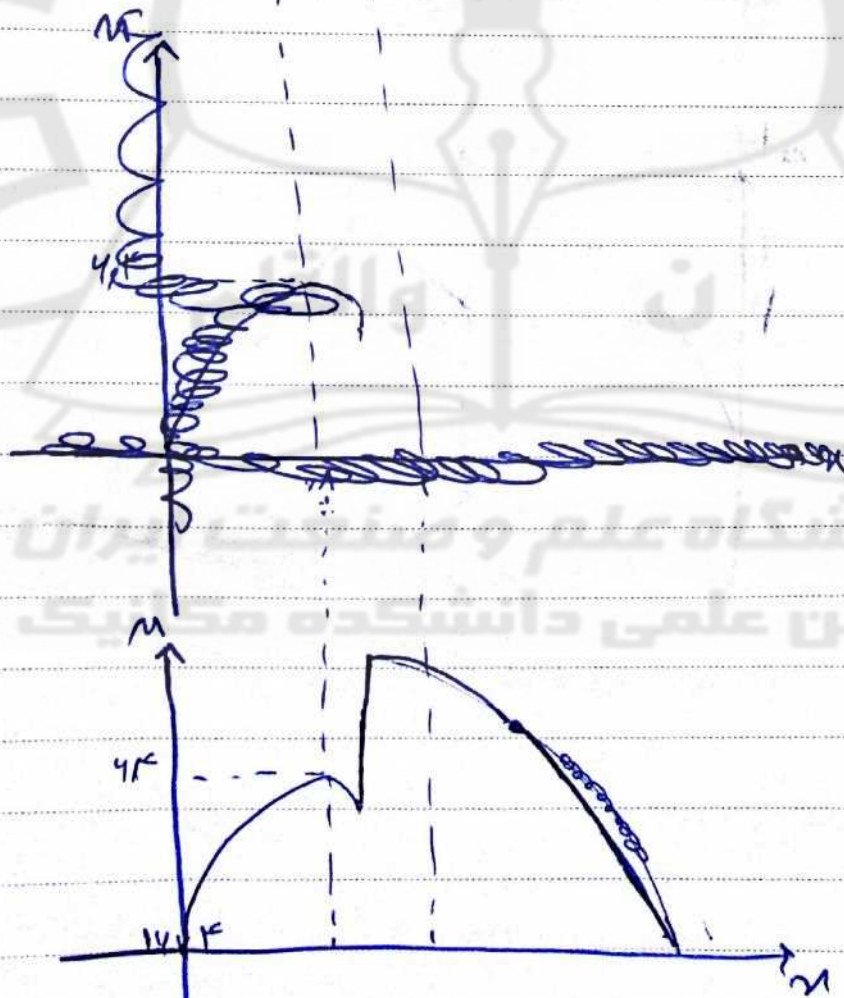
$$Ex = F - x$$

$$\Delta x = E$$

$$x = \frac{E}{\Delta} = 14$$

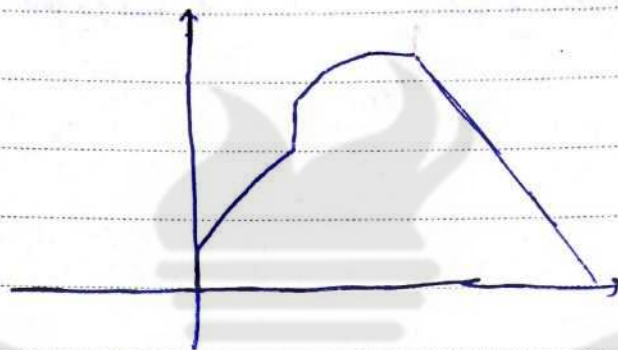
$$1, 14 \times 14$$

$$141K = 10 \times 14 \times 14$$

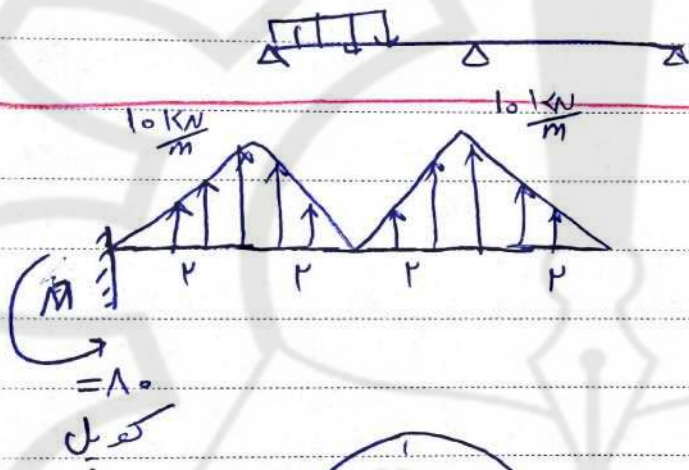


Subject
Date

۱۴۰۸ - ۵۰۸ x ۵۰۸

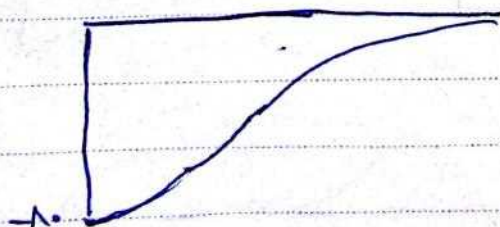


در پایه وسط باشد لزومی ندارد M صغیر باشد ولی پایه در وسط اول و آخر M صغیر است.

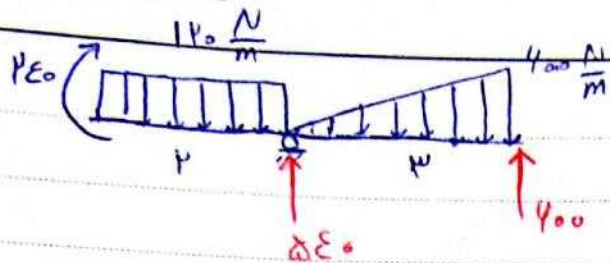


مثال برش ؟

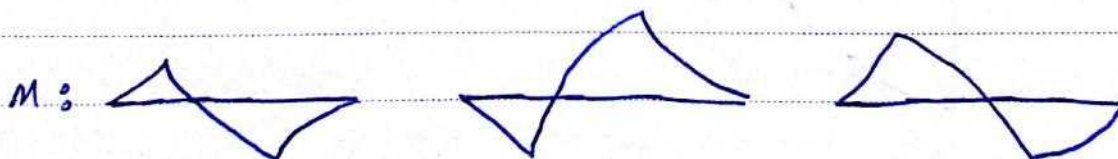
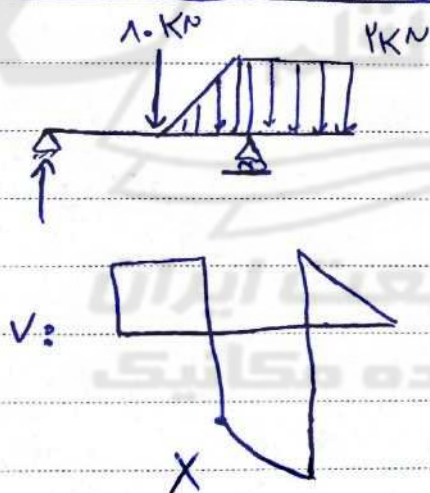
کوچک ساعت شده



Date

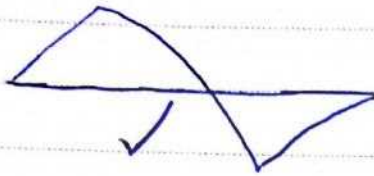
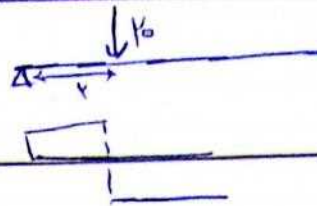


برش و moment



کمانه
اس

در $\alpha = 2$ نیروی برشی ۲۰ است ← غلط است
Subject
Date



مثال ۱
مقدار گشتاور و برشی بین ۶ تا ۴
معبر است $\alpha + 1$ است
یعنی خط است.



۱

۱) $4 < \alpha < 6$ مقدار $= \alpha + b$ X

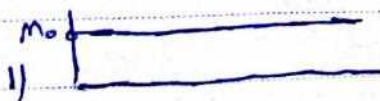
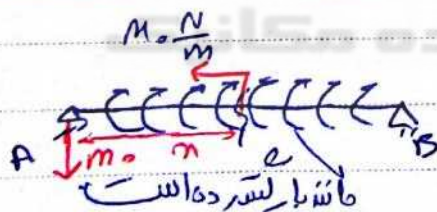
۲) $\alpha = 1$ در پایه گشتاور و صفر است $= M$ مقدار گشتاور

۳) اگر گفته بود در $\alpha = 7$ گشتاور M است غلط است
در $\alpha = 7$ گشتاور نابینا است.

۳) $\alpha \leq 1$ درجه اول $y = ax^2 + bx + c$

۴) $0 < \alpha < 4$ $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

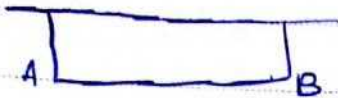
مثال ۲
مقدار M کدام است؟



Subject

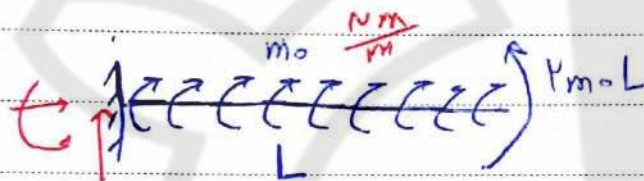
Date

F)

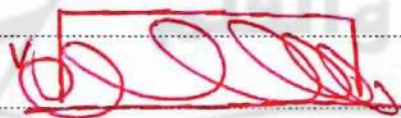


$$EM_B = 0 \rightarrow R_A \times L + L \times M_0 = 0 \rightarrow R_A = -M_0$$

$$-M_0 \times \alpha + M_0 \times \alpha = 0 \rightarrow \text{موجبات}$$

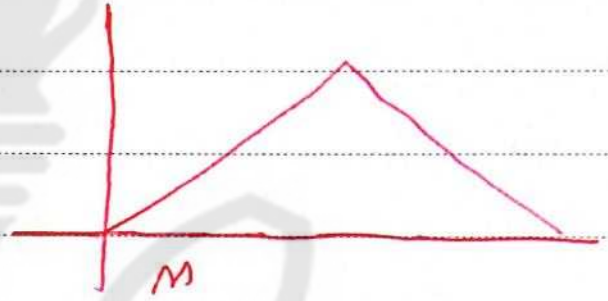
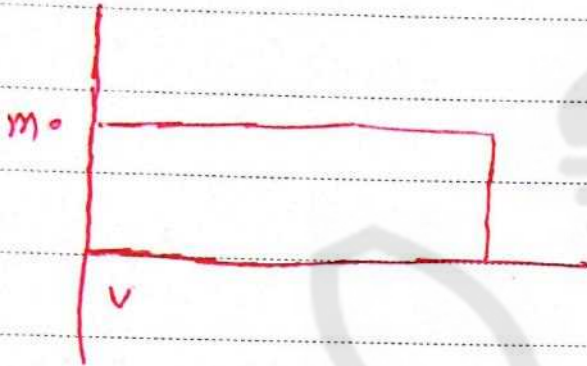
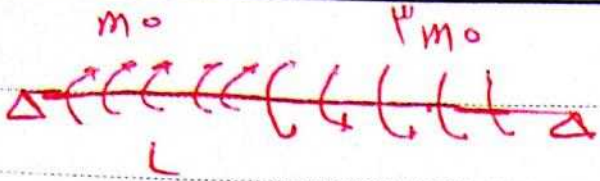


$$u = V$$



Subject

Date



برای استوار شدن = استوار Max

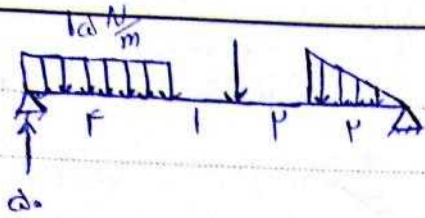
والقلم

ن

دانشگاه علم و صنعت ایران

انجمن علمی دانشکده مکانیک

Date _____



مثال ۱ گشتاور یک از مین در بستر اعصابی کنید.

۴ مطلق

$$M = 50x - \frac{15x^2}{2} \rightarrow \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \rightarrow x = \sqrt{\quad}$$

در هر ۴ قلم این کار را تکراری کنیم.

در جاهای برش هاضفی شود در آن قسمت ها M، اعصاب می کنیم و مسو ترفه

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -w$$

و مساوی صفر قرار می دهیم.

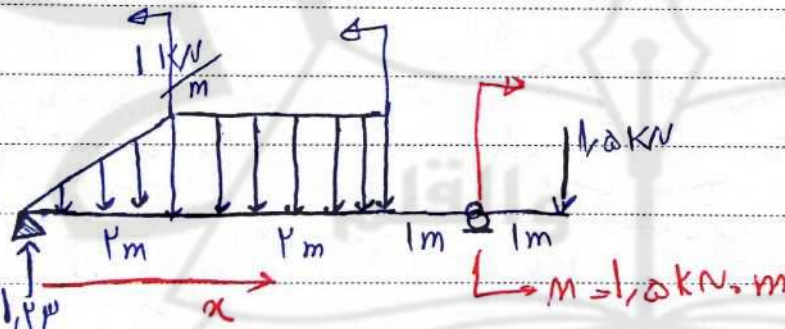
$$\frac{\partial M}{\partial x} = V$$

$$x = \sqrt{\quad} \rightarrow \text{قرار می دهیم } V = 0$$

در جایی که x درست است و در گشتاور می گیریم

* تغییر نیروها و گشتاورها می شود.

در هر قلم یک می کنیم.



مثال ۲

$$M_{max} = ? \quad 1.23 - 1 = 0.23 \quad \times \quad \text{هست مثبت}$$

$$1.23 - 1 - 2 = -1.77 \quad \checkmark \quad \text{هست منفی}$$

$$V = 1.23 - 1 - (x - 2) \times 1 = 0 \rightarrow x = \sqrt{\quad}$$

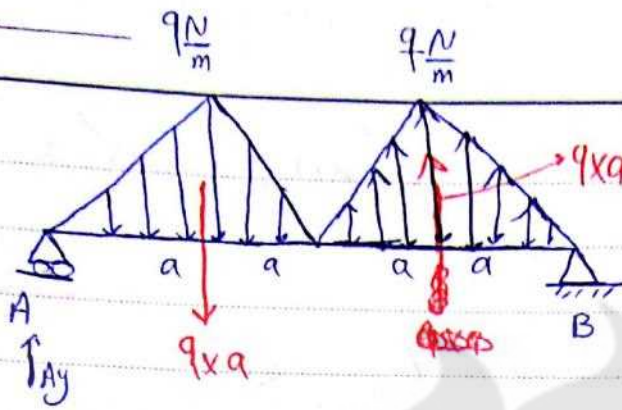
مسیر گشتاور را در x می نویسیم

حال M را با مقاسیم می اندازیم تا به کدام max است

PAPCO

Subject

Date



مثال گستره ماکزیمم؟

ابتدائی نیروی چاب را حساب می کنیم

$$\sum M_B = 0 \rightarrow A_y \times 4a - q \times a \times 2a = 0$$

$$4a \times A_y - \frac{qa \times 2a}{2} = 0 \rightarrow A_y = \frac{qa}{2}$$

کوتیل

۴. مقطع است

$$\text{مقطع ①: } V = \frac{qa}{2} - \frac{qa}{2} = 0 \rightarrow \text{یعنی همین جا ماکزیمم است}$$

$$M_{max} = \frac{qa}{2} \times a - \frac{qa}{2} \times \frac{a}{3}$$



هر جا نیروی برشی صفر شد همان جا ماکزیمم است

ابتدا هم در مقطع ها را چپ کرده و در انتها هر مقطع نیروی برشی را حساب

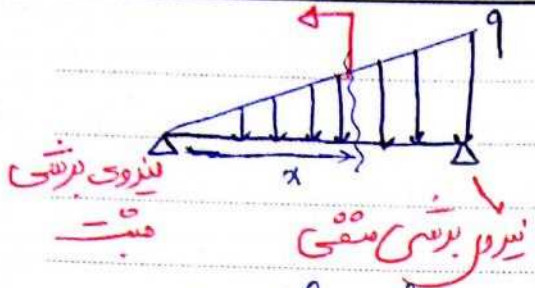
کرده و جایی که نیروی برشی مختلف الیاف باشد در آنجا α برشته و α برحساب کرده و مسواول صفر هم را می دهیم و α را بدست می آوریم (در بار گسترده)

و در جایی که نیرو یا گستره ماکزیمم داریم نیز حساب می کنیم و اینان

Subject

Date

مثال ۴



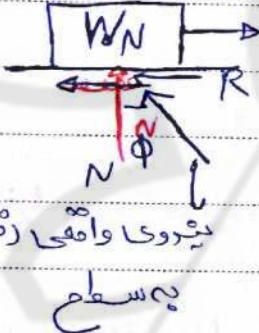
$$A_y \times L - \frac{qL}{2} \times \frac{L}{3} = 0 \Rightarrow A_y = \frac{qL}{6}$$

$$V = \frac{qL}{6} - \frac{x \times \frac{x}{L} q}{2} = 0 \quad \frac{q}{6} = \frac{x}{L} \Rightarrow y = \frac{x}{L} q$$

$$\Rightarrow \frac{q}{6} = \frac{L}{3} \Rightarrow x = \frac{L}{2}$$

پول می خواهم مستقیم باشد $V = \frac{dM}{dx} = 0$

اصطلاحات: * همان فصل ۳ است *

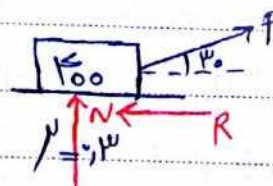


این نیرو تا جایی که به آستانه حرکت برسد زیاد می کشیم و اصطلاحاً نیز متناسب با آن زیاد می شود $\mu = \tan \phi$
 تا جایی که به آستانه حرکت برسد زاویه بین این خط تا سطح و نیروی واکنشی وارد بر سطح برابر آن هر چه قدر نیرو زیاد شود اصطلاحاً همان است

$$\tan \phi = \mu = \frac{R}{N} \Rightarrow \boxed{R = \mu N}$$

در آستانه لغزش

ممانعت P چه قدر باشد تا شروع به حرکت کند



مثال ۱

$$400 - N = 0 \Rightarrow N = 400$$

$$R = \mu N = 0.3 \times 400 = 120$$

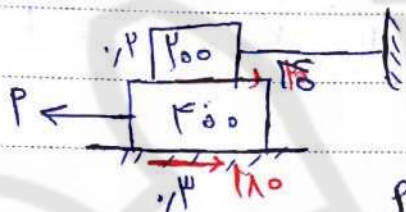
Subject

Date

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N - 400 + P \cos 40^\circ = 0$$

$$N = 400 - P \cos 40^\circ$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P \cos 30^\circ = 0.3 (400 - P \cos 40^\circ) \Rightarrow P \checkmark$$



مثال ۱
حداکثر P مقدر باشد تا شروع به حرکت نکند.

$$f_1 = R = \mu N_1 = 400 \times 0.3 = 120$$

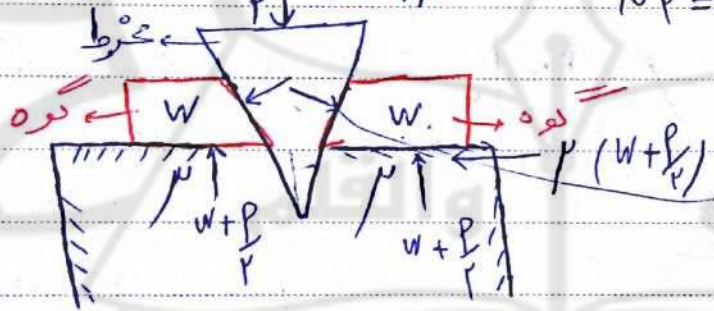
$$f_2 = R = \mu N_2 = 200 \times 0.2 = 40$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P = 120$$

$$P - f_1 = 0 \Rightarrow P = 120 \checkmark$$

$$N_1 = 400$$

$$N_2 = 200$$



مثال ۲
P مقدر باشد تا شروع به حرکت نکند.

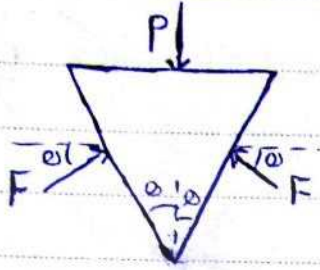
مثال ۳
P مقدر باشد تا شروع به حرکت نکند.

حداکثر P مقدر باشد تا تعادل بهم خورد.

فرض سطح داریم که اصطکاک صفر است. شروع عمود بر سطح است.

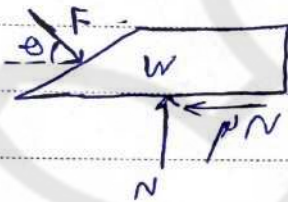
تا حرکت نکند. → خود نیروی اصطکاک نه = مؤلفه افقی نیرو وارده بر توده.

Subject
Date



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2F \sin \theta - P = 0 \Rightarrow P = 2F \sin \theta$$

$$\Rightarrow F = \frac{P}{2 \sin \theta}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F \sin \theta + N - W = 0$$

$$\Rightarrow N = W + F \sin \theta$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos \theta - \underbrace{\mu (W + F \sin \theta)}_N = 0$$

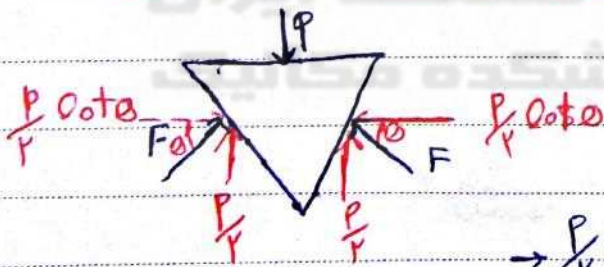
چون F را به P قرار می دهیم $\frac{P}{2} \times \cos \theta = \mu (W + \frac{P}{2})$

زیرا P را می خواهیم

$$\Rightarrow P = \checkmark$$

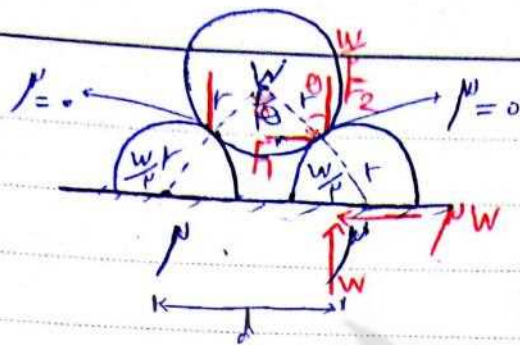
نکته:

$$\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \times \tan \alpha$$

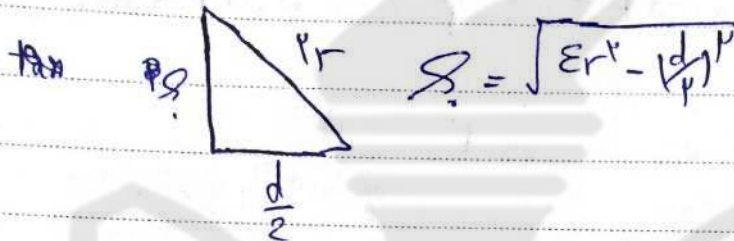


حل مثال به روشی دیگر:

$$\rightarrow \frac{P}{2} \cos \theta = \mu (W + \frac{P}{2}) \Rightarrow P \checkmark$$

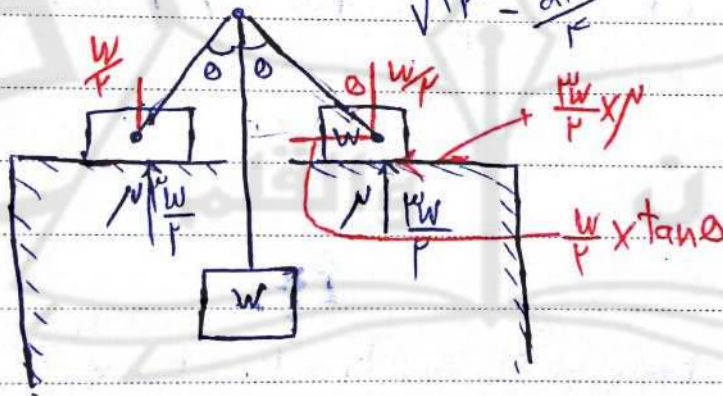


مثال ۱
در اکثر جیم قابل ای قرار
میگیریم تا اینکه غرور در جیم



$$F_f = \frac{W}{r} \times \tan \theta = \frac{W}{r} \times \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}} = \text{نیروی افقی}$$

$$\Rightarrow \mu \times W = \frac{W}{r} \times \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}} \Rightarrow d = \sqrt{4r^2 - \frac{4\mu^2 r^2}{1 - \mu^2}}$$



مثال ۲ * مسطح
در جیم قرار میگیرد تا اینکه

غیر در جیم
مستقر است

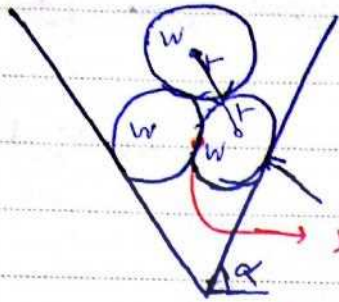
$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$\mu W = r$$

$$\frac{\mu W}{r} \times \mu = \frac{W}{r} \times \tan \theta \Rightarrow \mu = \frac{1}{r} \tan \theta$$

Date _____

مثال ۱) حداقل و بیشترین مقدار بار باشد؟

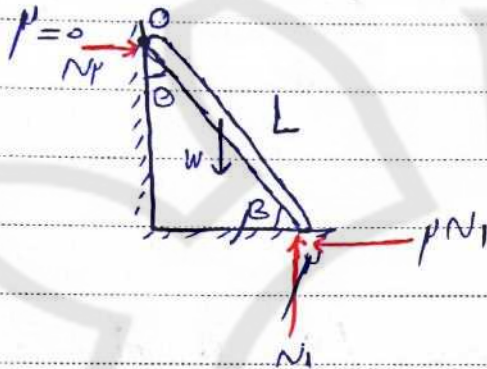


نیروی در A صفر
می باشد زیرا
در اسکاته می باشد است.



حداکثر

مثال ۲) بیشترین و کمترین مقدار بار باشد؟

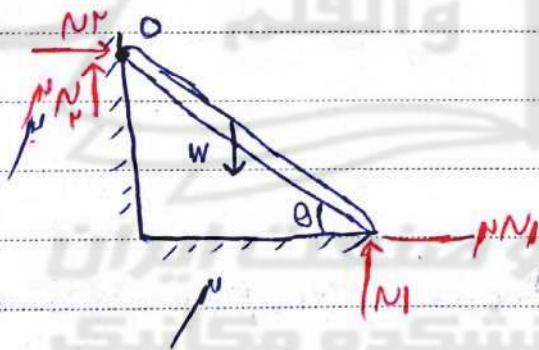


$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 = W$$

$$\sum M_O = 0$$

$$\rightarrow W \times L \cos \theta - \mu W L \sin \theta - W \frac{L \cos \theta}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cos \theta = \mu \sin \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\mu}$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_2 = \mu N_1$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 + \mu N_2 = W$$

$$N_1 + \mu^2 N_1 = W$$

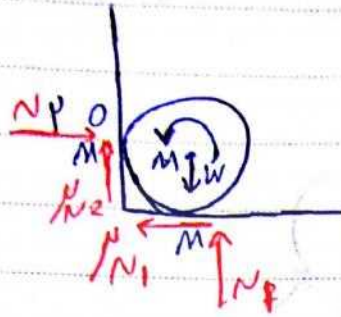
$$\Rightarrow N_1 = \frac{W}{1 + \mu^2}, N_2 = \frac{\mu W}{1 + \mu^2}$$

حساب می کنیم و حول
O تست می گیریم

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow \checkmark$$

مثال ۱) عدائز M چو در پاشد

لیز خودی



$$\sum F_x = 0$$

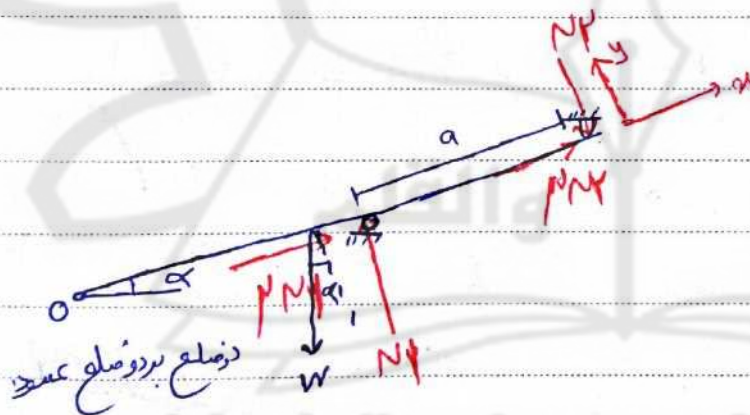
$$N_1 = \frac{W}{1 + \mu^2} \quad N_2 = \frac{\mu W}{1 + \mu^2}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow M \checkmark$$

$$\frac{\mu W}{1 + \mu^2} r + \frac{M W}{1 + \mu^2} - M = 0 \Rightarrow M = \frac{\mu W}{1 + \mu^2} (1 + \mu)$$

مثال ۲) عدائز L چو در پاشد
کالیز خودی



لیم عمول ← حل می شود



$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \mu N_1 + \mu N_2 = W \sin \alpha$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_1 - N_2 = W \cos \alpha$$

$$\sum M_O = 0$$

$$\begin{cases} N_1 + N_2 = \frac{W \sin \alpha}{\mu} \\ N_1 - N_2 = W \cos \alpha \end{cases}$$

$$N_1 = \frac{1}{\mu} W \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu} \right)$$

حالا بایک N_2 را درست بکنی آرییم
بلکه حول جایی که N_1 است گشتاور می گیریم.

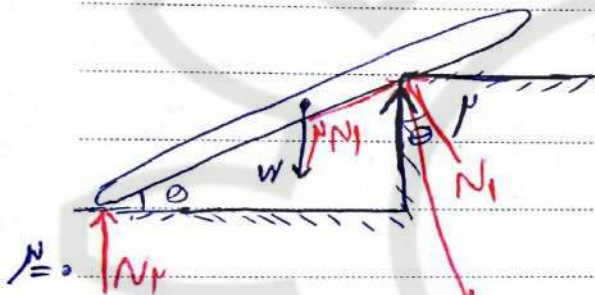
$$\rightarrow \frac{1}{\mu} W \left(\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\mu} \right) \times a - W \cos \alpha \frac{L}{\mu} = 0$$

N_1

$$\rightarrow L = \left(1 + \frac{\tan \alpha}{\mu} \right) a$$

مثال ۵. هیدرولیک را شرح دهید.

سه محمول داریم - حل می شود.



این نیروها با هم موازی رو
میشود و دیگر باقی نماند

نیرو واقعی با خط عمود
بر سطح زاویه ϕ را می سازد

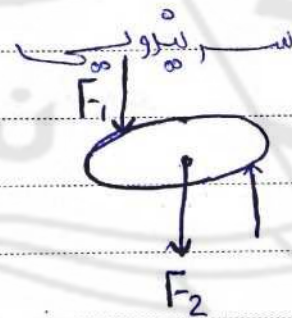
$$\tan(\text{زاویه بین نیروی واقعی و سطح}) = \mu$$

بر سطح و خط عمود

بر سطح

$$\tan \theta = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = \checkmark$$



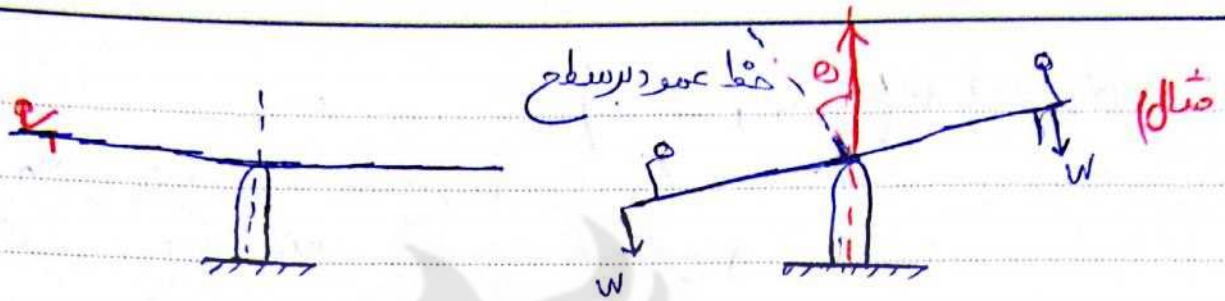
نیست!

عمل بر خوردن از آن هر سه باید

موازی باشد کاسه میزویی باشد

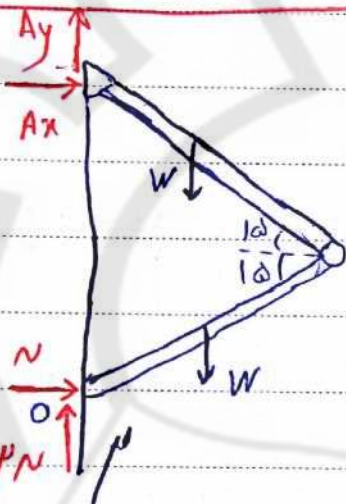
و در مقابل باشد.

ate



حداثر باشد تا نیروی خورده $\mu = 0.4$

$\tan \theta = \mu \Rightarrow \tan \theta = 0.4 \Rightarrow \theta = \checkmark$ نیروی پویا را عوارضی باشد



حداقل اصطکاک چه مقدار باشد؟ مثال ۱

$\mu = ?$

فاصله تا پرتو اول جل شوده

$\sum M_A = 0 \rightarrow N \checkmark$

$\sum M_O = 0 \rightarrow A_x$

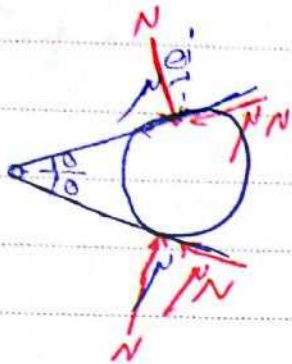
دانشگاه علم و صنعت ایران
انجمن علمی دانشکده مکانیک

Subject
Date

$$N = F$$

این دو مقدار برابرند زیرا نیروی این دو برابر است
 زاویه θ چقدر باشد تا در حال تعادل باشد؟ متغیر

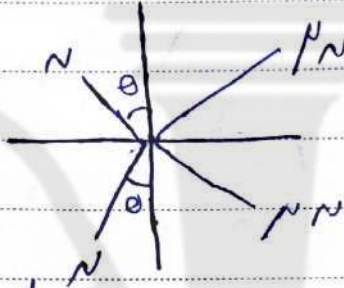
مثال



N و θ مجهول است.

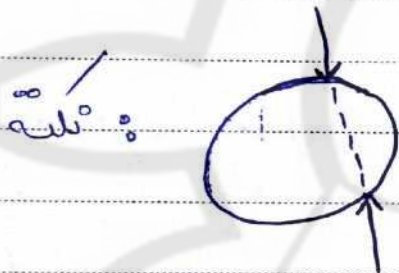
ستارن است.

راه حل اول:



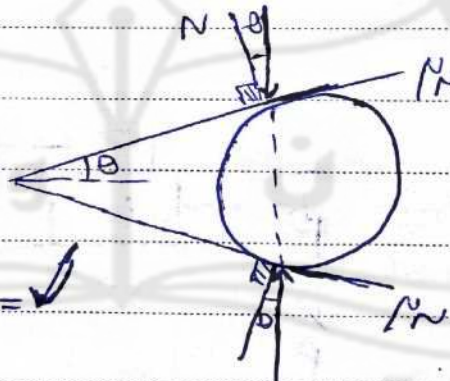
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \theta, N$$



نکته:

اگر وزن صرف نظر کردیم



$$\tan \theta = \mu \Rightarrow \theta =$$

پس روی واقعی بر سطح

دانشگاه علم و صنعت ایران
 انجمن علمی دانشجویی مکانیک



چون اصل لایداریم $T_1 \neq T_2$

۲۲ آرامی خواهم بگویم : امامت حضرت

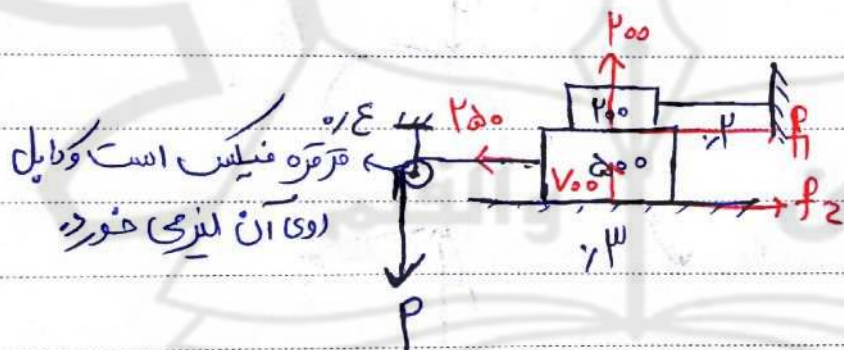
$$T_p = T_1 e^{\gamma \theta}$$

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

2. اَلْاِبِلِسِيْم : هِيَ مَرَكَبَةٌ

$$T_1 = T_2 e^{\mu_0}$$

۵: زاویه تعادل حاصل است اگر مسطح را در این است



مثلاً
P. حقیر، باشه تاد، استانه

محکمات قرار ملحقہ

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_f = P \sin \theta \quad \frac{P}{11} = 100 \times \frac{1}{2}, P = 1100$$

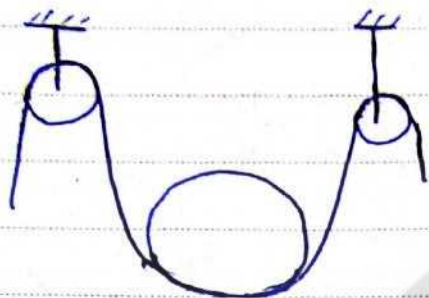
$$f_2 = V_{20} \times \rho = 410$$

$$T_P = P = T_1 \times e^{\frac{\gamma \varepsilon x \pi}{r}} \quad \leftarrow \downarrow \text{مساحت}$$

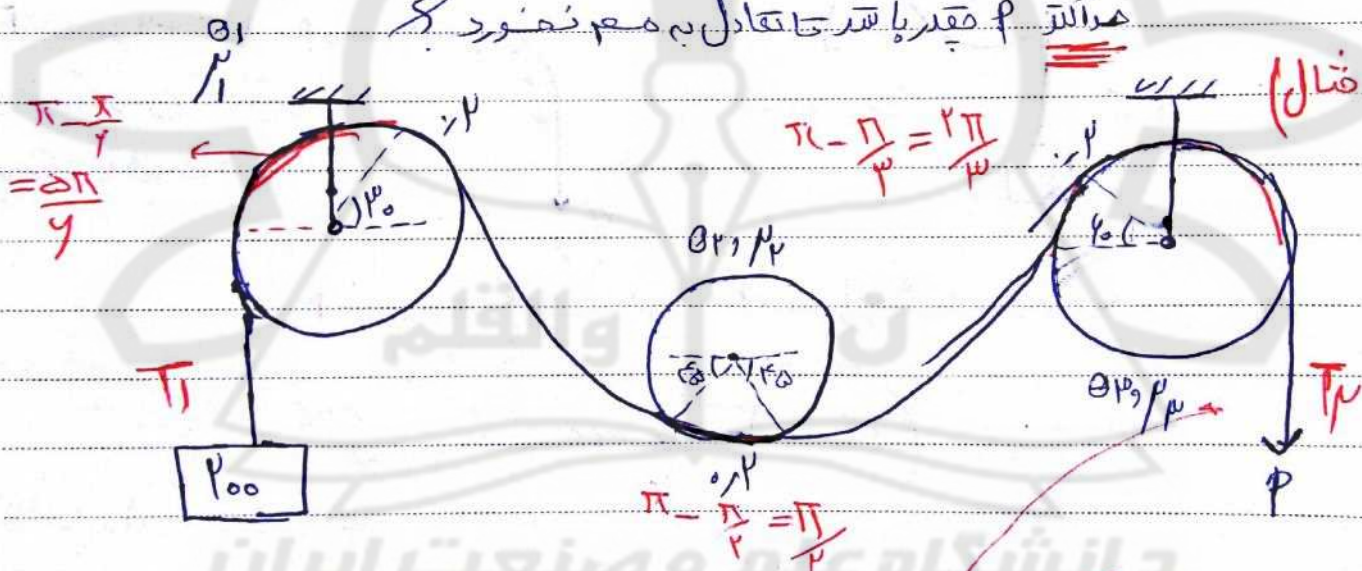
Subject

Date

مثال ۴



حرکت P مقدار باشد تا تعادل به هم نخورد.



چون لغت حدالت: مثبت حرکت

$$\frac{\delta \eta}{y} + \frac{\pi}{y} + \frac{3\pi}{y} = 2\pi$$

$$P = P_{00} \times e^{\mu \times 2\pi}$$

max

Subject

Date

در اینجا شش‌ها را و اعظم است

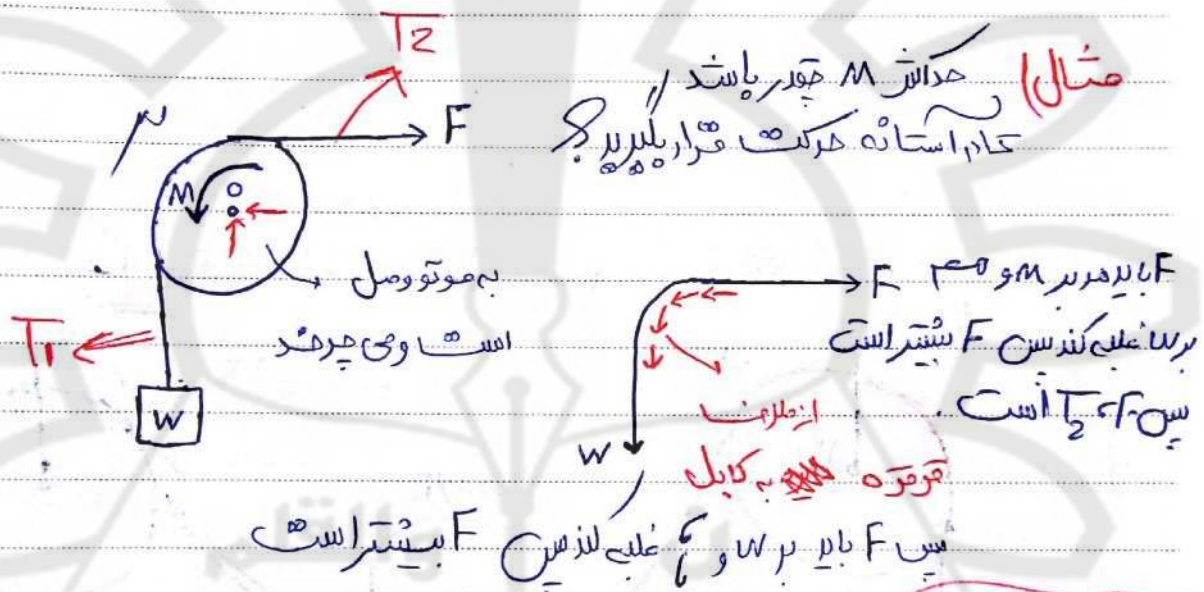
 $P_{min} =$ جای T_1 و T_2 عوض می‌شود

$$P_{00} = P_{min} \times e^{\mu \times 2\pi}$$

چون جهت حرکت عوض شد

حالت کلی:

$$P = T_1 = T_2 \times e^{\mu \theta_1 + \mu \theta_2 + \mu \theta_3}$$



لستاره جهت آن هم جهت M شد T_1 است

لستاره حول مرکز می‌چرخد

$$T_1 = T_2 \times e^{\mu \frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow M, F \checkmark$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_O = 0 \rightarrow M + wr - Fr = 0$$

$$M = r(F - w) \rightarrow M = r(w e^{\mu \frac{\pi}{2}} - w)$$

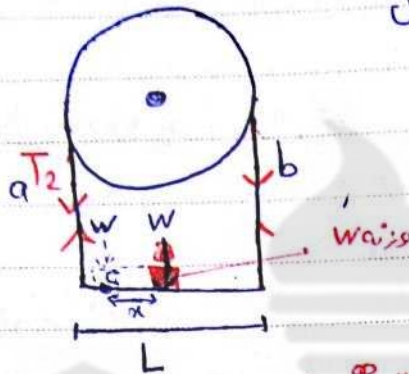
Subject

Date

امتیالی

مثال ۱: مقدار باشد تا با جابجایی w تا تعادل

سهم خوردگی



جهت حرکت ↓

جایی که شروع به حرکت می کند T_2 است

اینجا M نداریم پس از معادله میبایستی نویسیم

$$T_2 = T_1 \times e^{\mu \times \pi}$$

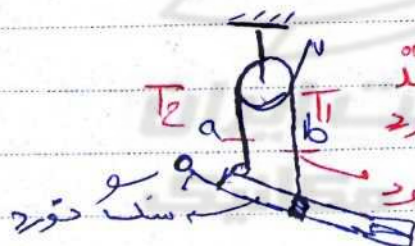
T_1 و T_2 و μ همبسته

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow T_2 \left(\frac{L}{r} - x \right) = T_1 \left(\frac{L}{r} + x \right)$$

برهم تقسیم
می کنیم

$$\frac{1}{\frac{L}{r} - x} = \frac{e^{\mu \pi}}{\frac{L}{r} + x}$$

مثال ۲: امتیالی



مقاومت
سخت
قطع شود

سنگ در می خواهد بالا برود یا فرو رود؟

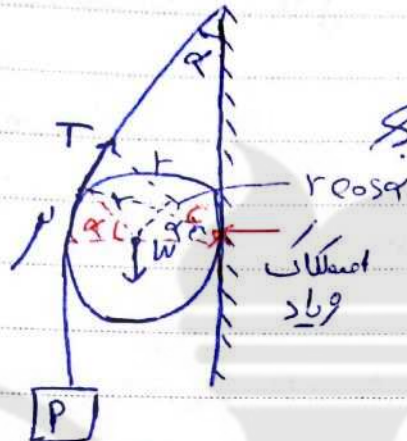
$$T_2 = T_1 \times e^{\mu \times \pi} \rightarrow T_1 = T_2 e^{-\mu \pi}$$

$$T_1 + T_2 = W \rightarrow T_2 e^{-\mu \pi} + T_2 = W \Rightarrow T_2 (1 + e^{-\mu \pi}) = W$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{W}{1 + e^{-\mu \pi}}$$

Subject
Date

مثال امتحانی



هر اقل P مقدار باشد تا قاعده برقرار باشد

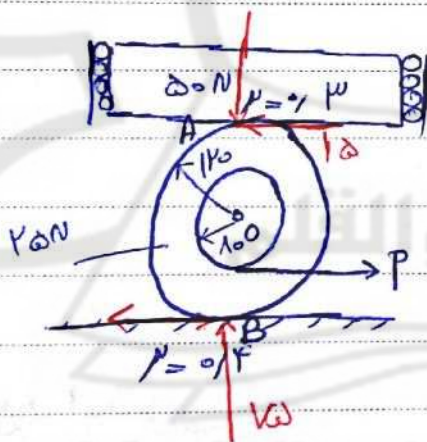
معمودیت چادران T است

$$T = P e^{\mu \alpha}$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow P \times 2r + W \times r = T \times r (1 + \cos \alpha) = 0$$

$$T = P e^{\mu \alpha}$$

می توان T را چتریه کرد



مثال ۱ μ مقدار باشد تا در آستانه حرکت قرار گیرد

تلاش موقع لغز خوردن: $F = \mu N$
در موقع دوران این رابطه برقرار نیست

ابتدا فرض می کنیم پالس در دوران و جلا لیز می خورد.

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 15 \times 240 - P \times 40 = 0 \Rightarrow P = 90$$

حالا فرض می کنیم پالس لیز می خورد: $F = \mu N = 30$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 30 \times 240 - P \times 200 = 0$$

$$\rightarrow P = 36$$

$P = 36$ کمتر است پس جواب $P = 36$ است

Subject _____ F.D.
Date _____



Diagram showing a beam with a pin support at C and a roller support at B. A downward force of 4N is applied at a point 1m to the left of B. The distance from C to the point of application is 4m. The beam is labeled ABC.

مثال ۱

مثال ۱: P انقدر بزرگ است که هر دو لیزی خوردند $\frac{F_{50\%}}{B}$

در این حالت $\frac{\mu_A}{\mu_B}$ مقدار است و

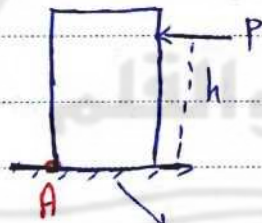
$$\sum M_C = 0 \Rightarrow N \times 400 = 4 \times 1200 \Rightarrow N = 12 \text{ kN}$$

جون P، رانی خواہم مول د لستاری سیریم

$$\Sigma M_D = 0 \Rightarrow F_{D/B} \times Y_{D0} = Y_{D0}' \times \frac{Y_{D0}}{A} \times \Delta_0 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \checkmark$$

مثال ۱۰

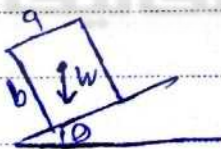


در الحمله وارث لون السدق هم شرو در نقله

امسلاک میں زیاد

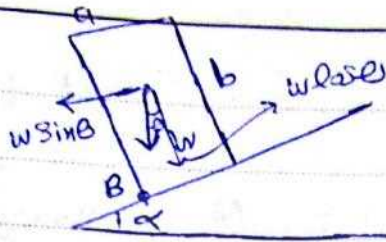
A وارد می شود

P. راجا بلذاریسم و لڑکوں نشوون



هو الشَّيْبُ رَأْسٌ أَوْ ذَنْبٌ لَا يَكُونُ شَيْئًا إِلَّا بِشَرْطٍ

Subject
Date

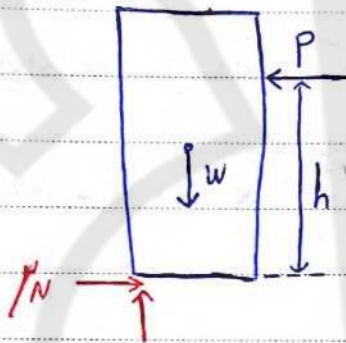


$$\sum M_B = 0 \Rightarrow W \sin \theta \times \frac{b}{2} - W \cos \theta \times \frac{a}{2} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{a}{b}$$

و این کسر وارثون نمی شود.

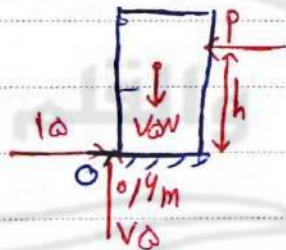
همه در استاتیک لیز خوردن و هم در استاتیک وارثون



مثال $\mu = 0.2$ مقدار است h

لیز هم می خورد و هم در استاتیک

وارثون



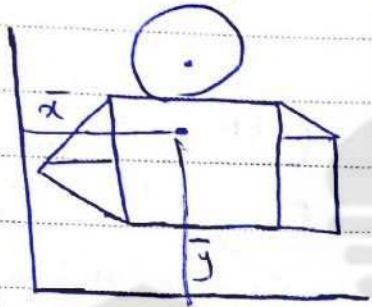
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P = 15$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow 15 \times h - W \times 0.3 = 0$$

$$\Rightarrow h = \dots$$

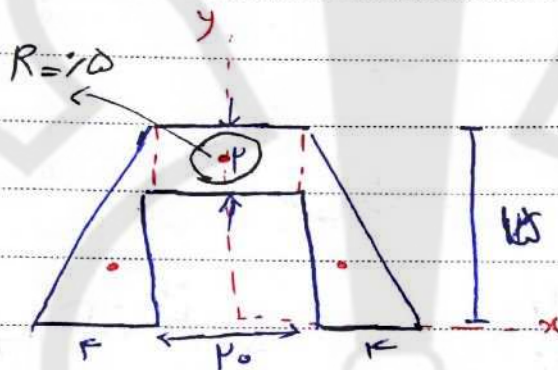
مركز سطح :

مثال را تقسیم به اشکالی کنیم که مرکز سطح آن ها را بدست آوریم و دو محور دلخواه بکشیم



$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$$



مثال

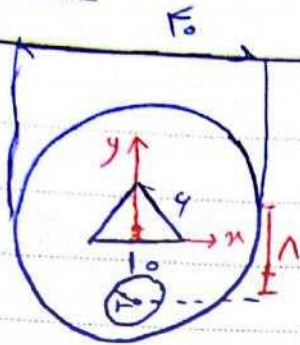
$\bar{x} = 0$ (روی محوطه) است

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{\overbrace{3 \times 5 + 3 \times 5 + 4 \times 4}^A}{3 + 3 + 4} = \checkmark$$

مقدار منفی یعنی

$$= \frac{A + (-\pi \times 2^2) \times 14}{3 + 3 + 4 - \pi(2)^2}$$

به جای A منفی میذاریم

Subject
Date

مثال ۲: قطر باشد تا مرکز سطح دوباره روی

نقطه ۵ بیفتد.

$$\bar{y} = \frac{(\pi \times 2^2) \times 0 + (-3 \times 4) + (-\pi \times 2^2 \times -1)}{\pi \times 2^2 - 3 \times 4 - \pi \times 2^2} = 0$$

$$\Rightarrow r = 1$$

پس می‌خواهیم در مرکز بیفتد.

$$\bar{x} = 0$$

۱ = وزن واحد سطح

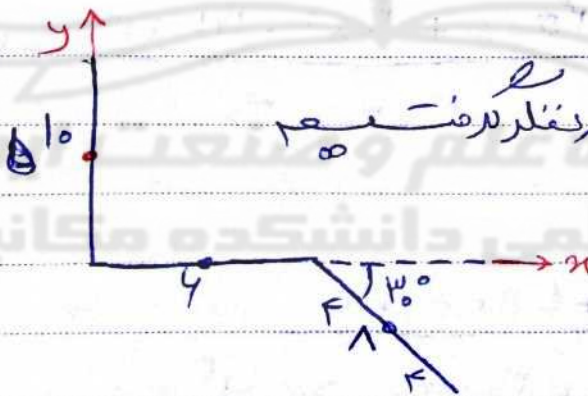
مثال ۱

$$\bar{x} = \frac{\sum \lambda_i A_i x_i}{\sum \lambda_i A_i}$$

وقتی چند مساحت مختلف داریم.

مرکز ثقل میله‌ها

مثال ۱



محورها را انتخاب در نظر داریم

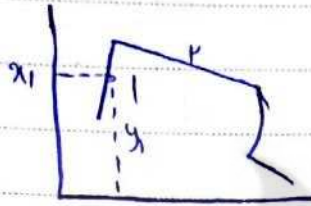
محورهای مختصات

$$\bar{x} = \frac{10 \times 0 + 4 \times 2 + 8 \times (4 + \frac{8}{3} \cos 30)}{10 + 4 + 8}$$

$$\bar{y} = \frac{10 \times 5 + 4 \times 0 + 8 \times (\frac{8}{3} \sin 30)}{10 + 4 + 8}$$

Subject

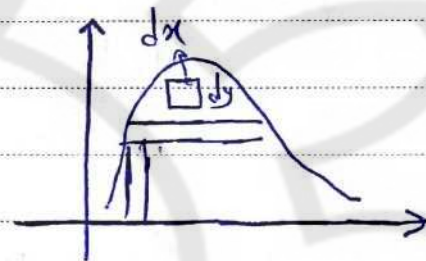
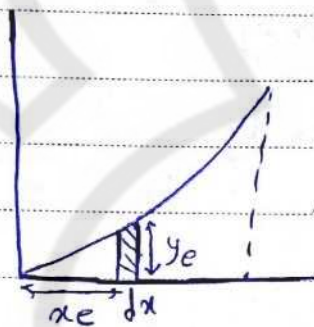
Date



$$\bar{x} = \frac{\sum l_i x_i}{\sum l_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum l_i y_i}{\sum l_i}$$

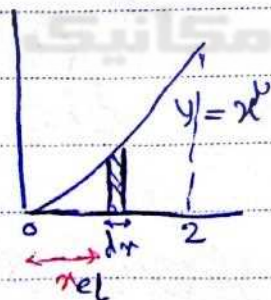
مثال



تعیین مرکز جرم (افتی) یا عمود یا مرکز جرم

$$\bar{x} = \frac{\int x_e dA}{\int dA}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y_e x dA}{\int dA}$$



$$x_{eL} = u$$

$$y_{eL} = \frac{y}{2}$$

$$dA = y dx$$

Subject
Date

$$\bar{x} = \frac{\int_0^1 xy \, dx}{\int_0^1 y \, dx} = \frac{\int_0^1 x^3 \, dx}{\int_0^1 x^2 \, dx}$$

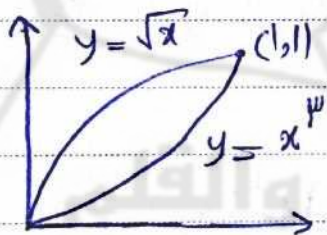
$$\bar{y} = \frac{\int_0^1 \frac{x^2}{2} \times x^2 \, dx}{\int_0^1 x^2 \, dx}$$

حل به روش دوبعدی

$$\bar{x} = \frac{\iint x \, dx \, dy}{\iint dx \, dy} \quad \bar{y} = \frac{\iint y \, dx \, dy}{\iint dx \, dy}$$

مركز سطح محصور بين دو منحنی را بیابید

مثال $y = x^3$
 $y^2 = x$



$$x^3 - x = 0 \rightarrow x(x^2 - 1) = 0$$

$$|x = 0|$$

$$|x = \pm 1|$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^1 \int_0^1 y^2 \, dx \, dy}{\int_0^1 \int_0^1 dx \, dy}$$

$$\bar{y} = \frac{\int_0^1 \int_0^1 x^3 \, dx \, dy}{\int_0^1 \int_0^1 dx \, dy}$$

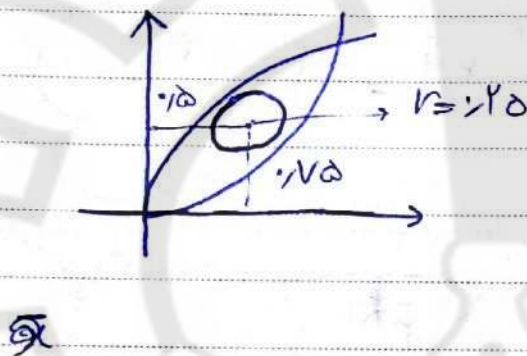
در کتاب این مثال حل شده

Subject

Date

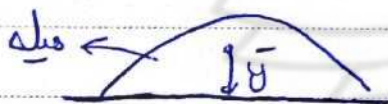
$$\bar{x} = \frac{\int_0^1 \left[\int_{x^3}^{\sqrt{x}} x dy \right] dx}{\int_0^1 \left[\int_{x^3}^{\sqrt{x}} dy \right] dx}$$

$$\bar{x} = \frac{12}{15} \quad \bar{y} = \frac{3}{5}$$



$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i}$$



مساحت پارهایوس



$$S = 2\pi \times L \times \bar{y}$$

مساحت

طول منحنی

فاصله مرکز ثقل

منحنی تا خط دوران

$$2\pi r^2 = 2\pi \times \pi R \times \bar{y}$$

مساحت پارهایوس

$$\bar{y} = \frac{4r}{\pi}$$

Subject

Date

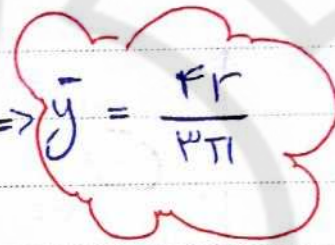


$$V = 2\pi A \times \bar{y}$$

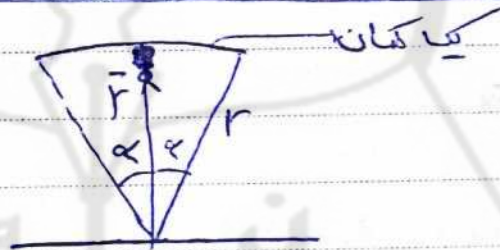
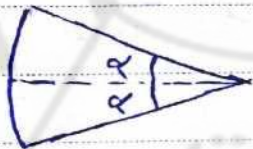
فاصله مرکز سطح تا خط دوران



$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi \times \frac{\pi R^2}{2} \times \bar{y} \Rightarrow \bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$$



حقیقتاً



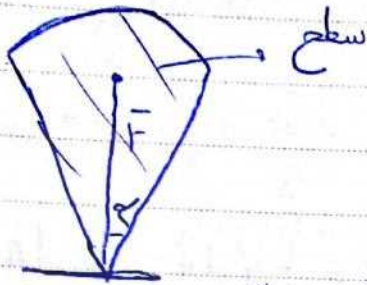
$$S = 2\pi r^2 \sin \alpha$$

$$r^2 \sin \alpha = 2\pi (r^2 \sin \alpha) \times \bar{r}$$

$$\bar{r} = \frac{\alpha}{\sin \alpha} r$$

Subject

Date



$$\frac{2\pi R^2}{2} \Rightarrow S = \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h \sin \alpha$$

$$V = 2\pi \times (\pi R^2) \times \bar{r} \Rightarrow \frac{1}{3} \pi R^2 h \sin \alpha = 2\pi \times (\pi R^2) \times \bar{r}$$

$$\Rightarrow \bar{r} = \frac{h \sin \alpha}{3} R$$

در کتاب هستش (آخر کتاب)

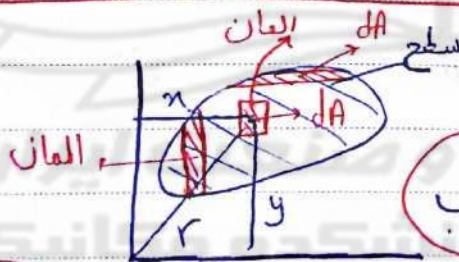


مثال / دوران دایره یک حلقه به دوری پیدا

حجم حلقه (توبوپ) پیدا است؟

$$V = 2\pi \times \pi R^2 \times h$$

حلقه
حاصل از سطح تا دور



ممان اینرسی

$$I_{xy} = \int xy dA$$

ممان اینرسی حاصل ضرب

$$\int y^2 dA = I_x$$

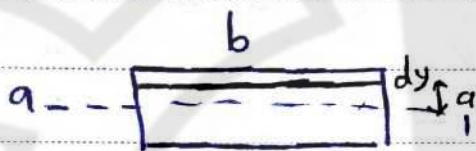
$$I_y = \int x^2 dA$$

انبار داریم نسبتاً و این

از مساحتی محور تعارن داشته باشد I_{xy} حول آن محور تعارن و محور x به آن عمود
شود صفر است.

$$J_o = \int r^2 dA = \int (x^2 + y^2) dA = \int y^2 dA + \int x^2 dA$$

$$\Rightarrow J_o = I_x + I_y$$



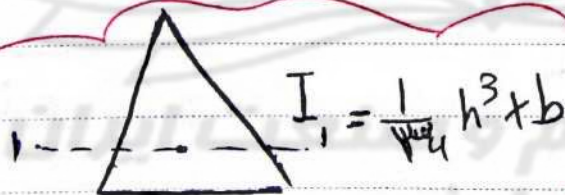
مثال

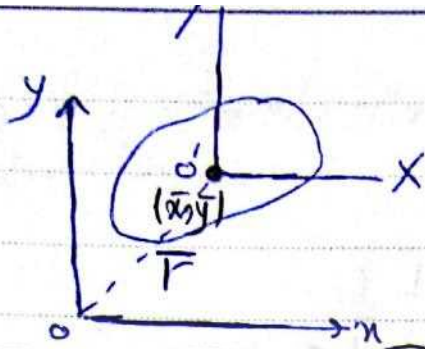
ممان اینرسی را حول هر محوری خواستیم محاسبه کنیم. همان الان را موازی آن محوری بگیریم تا حاصل

$$I_1 = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} y^2 x b dy = \frac{1}{12} a^3 x b$$

تا محور در هم جا برابر باشد.

ممان اینرسی





انتقال محورها:

$$I_x = I_{x'} + A \bar{y}^2$$

محور مرکزی از مرکز سطح می‌گذرد

$$I_y = I_{y'} + A \bar{x}^2$$

$$I_{xy} = I_{x'y'} + A \bar{x} \bar{y}$$

$$J_o = J_{o'} + A \bar{r}^2$$

محور مرکزی سطح

شعاع زيراسيون

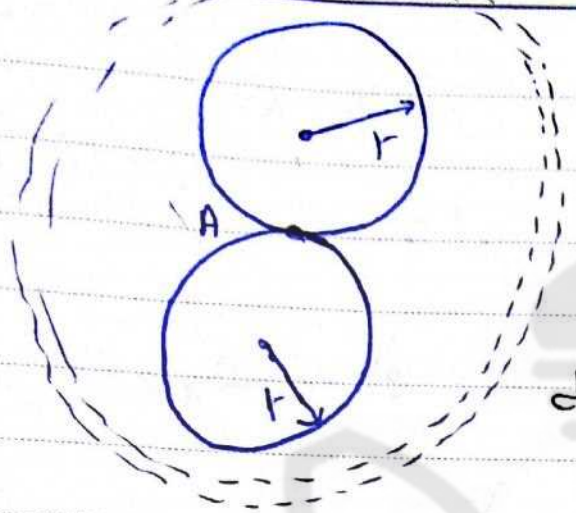
$$r_x = \sqrt{\frac{I_{x'}}{A}}$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_{y'}}{A}}$$

$$r_o = \sqrt{\frac{J_{o'}}{A}}$$

subject
date

$$\frac{1}{2} \pi R^4 + \pi R^2 \times r^2 = \frac{3}{2} \pi r^4 \quad A$$



مثال ۱ شعاع ژیراسیون حول نقطه A
مسئله کنگوری سراسری مکانیک

$$r_o = \sqrt{\frac{J_o}{I}}$$

نقطه

$$r_A = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \pi R^4}{2 \pi R^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

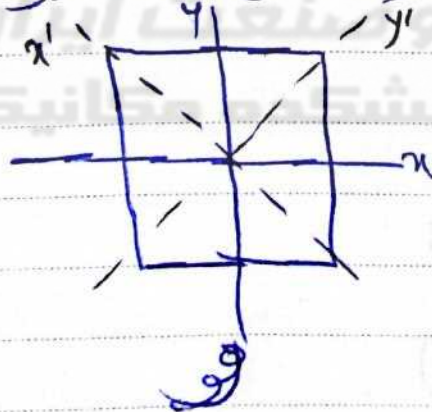
$$J = 3 \pi R^4$$

مثال

ممان انرسی عکلی $\times 2$
دایره بالا حول A

معموم می توان همراه برداشت و میا حلقه شارب گرفت که مساحت آن برابر مساحت دایره است و شعاع حلقه، شعاع ژیراسیون است.

در یک مثلثی متساوی الساق که از مرکز بلند I حول آن ها محاسبه است.

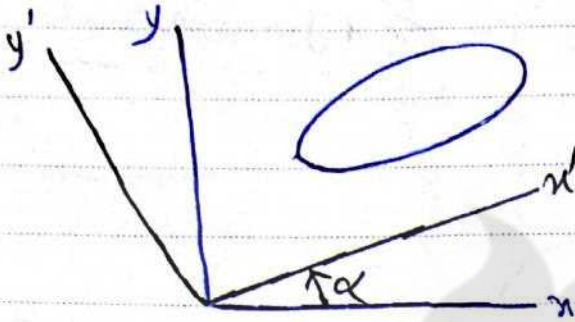


$$I_x = I_y = k$$

$$\checkmark I_{x'} = I_{y'} = k$$

۱۱

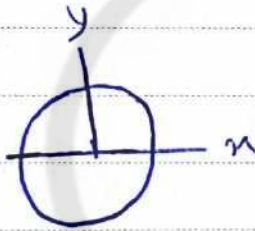
Date _____



زاویه بین x' و x : α

$$\begin{cases} I_x \\ I_y \\ I_{xy} \end{cases} \text{ اینها را داریم} \Rightarrow \begin{cases} I_{x'} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha \\ I_{y'} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha \\ I_{x'y'} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha \end{cases}$$

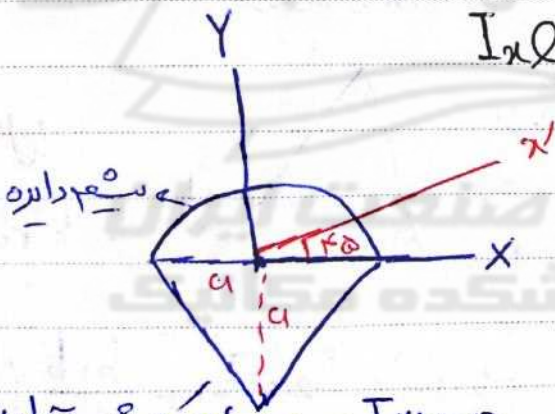
حقیقتا کلا ۵۰



در دایره مثلثاتی :
محور x : $\cos$
محور y : $\sin$

$$(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$



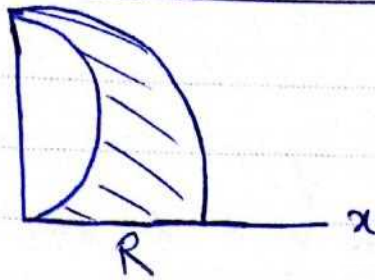
$$I_{x'} = 0 \quad \text{مثال ۱}$$

از محور x' به سمت x حرکت می کنیم

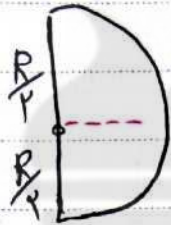
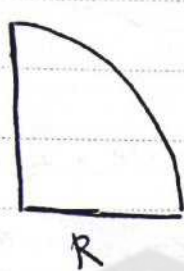
علامت α :
+ ← یاد ساعتگرد
- ← ساعتگرد

$$I_{xy} = 0 \quad \leftarrow \text{از این جهت محور تقارن دارد}$$

$$I_{x'} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha \Rightarrow I_{x'} = \frac{I_x + I_y}{2}$$



مثال ۱: I هاشور فاصله حول x ؟

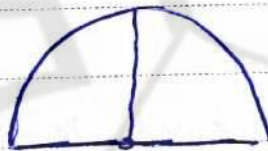


$$I_x = \frac{1}{14} \pi R^4 - \left(\frac{1}{8} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^4 \right) + \frac{\pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 x \left(\frac{R}{2} \right)}$$



$$I = \frac{1}{8} \pi R^4 = \frac{1}{8} \pi R^4 + \frac{1}{8} \pi R^4$$

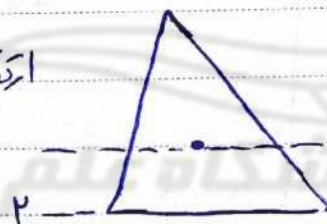
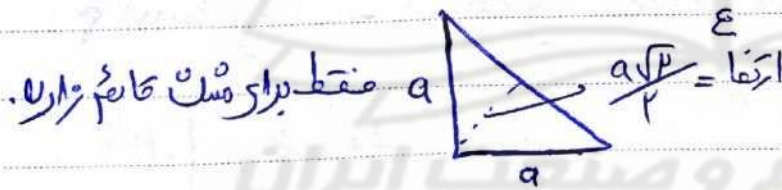
$$\text{دفعه دایره} = \frac{1}{8} \pi R^4$$



$$\frac{1}{14} \pi R^4$$

$$\frac{1}{8} \pi R^4 = \frac{1}{14} \pi R^4 + \frac{1}{14} \pi R^4$$

موتی ندارد حول کدام محور باشد.



مثال ۲

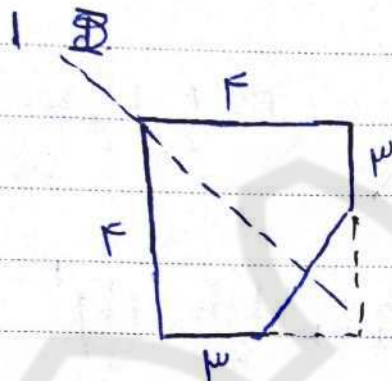
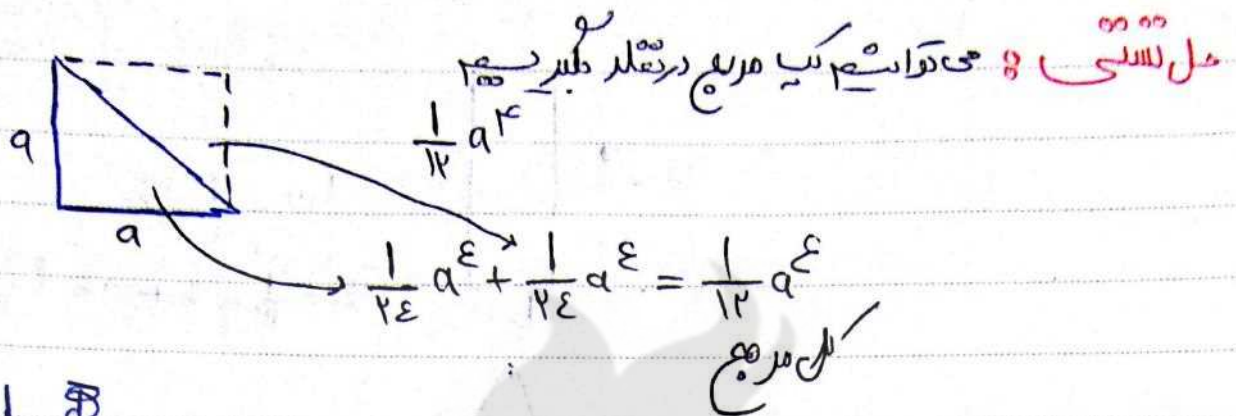
$$\frac{1}{36} h^3 \times b = I_1$$

$$I_{\text{وتر}} = \frac{1}{12} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^3 \times a\sqrt{3}$$

$$I_2 = I_1 + \frac{h \times b}{2} \left(\frac{h}{3} \right)^2$$

$$\text{حول ارتفاع} = \frac{1}{12} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^3 \times a\sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{12} h^3 \times b$$

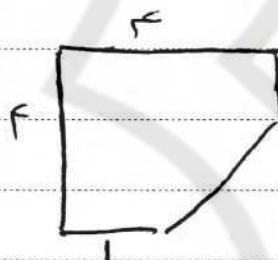
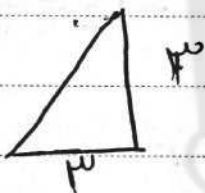


مثال

$$I_1 = ?$$



$$\frac{1}{12}$$

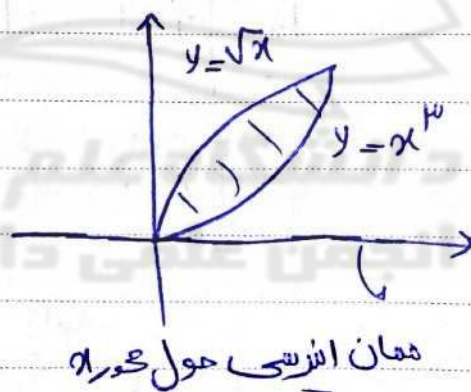


$$\frac{1}{12} (k)^4 - \frac{1}{24} k^4$$

$$I_x = \iint x^2 dm dy$$

$$I_y = \iint y^2 dm dy$$

$$I_{xy} = \iint xy dm dy$$



$I_{(1)} = \frac{1}{12} a^3 b$
 $I_{(2)} = \frac{1}{12} a^3 b + a b \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} a^3 b$

$I = \frac{1}{34} h^3 x b$

$I_2 = \frac{1}{34} h^3 x b + \frac{h x b}{2} \times \left(\frac{h}{3}\right)^2$
 $\Rightarrow I_2 = \frac{1}{12} h^3 x b$

$y^2 = 10x$
 $x = \frac{y^2}{10}$
 $I_x = \int_0^{y_0} y^2 (10 - x) dy$
 $= \int_0^{y_0} y^2 \left(10 - \frac{y^2}{10}\right) dy$

$I_x = \int_A y^2 dA$
 $I_y = \int_A x^2 dA$
 $I_{xy} = \int_A xy dA$

اگر حول محور عمود بر صفحه در فضا
 افان سو

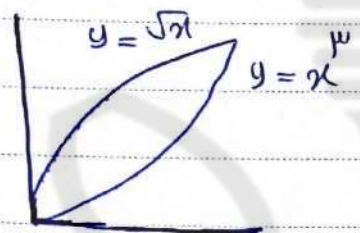
معنی دارد

$$I_x = \int_0^{10} \frac{1}{3} y^3 dx = \frac{1}{3} \int_0^{10} (\sqrt{40-x})^3 dx$$

$$I_x = \iint y^2 dx dy = \int_0^{10} \left[\int_0^{\sqrt{40-x}} y^2 dy \right] dx$$

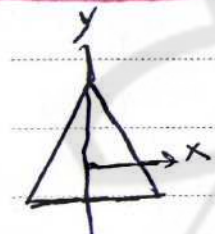
مثال ۱: میان اشیای حول محور x را بدست آورید.

$I_{xy} = ?$
 $I_y = ?$

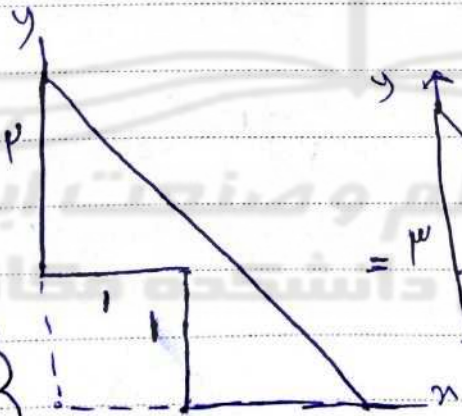


$$I_{xy} = \iint xy dy = \int_0^{10} \left[\int_0^{\sqrt{40-x}} xy dy \right] dx$$

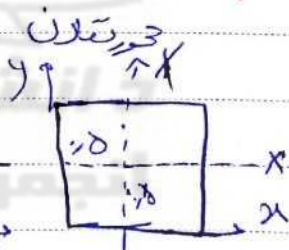
در مثال قبل:



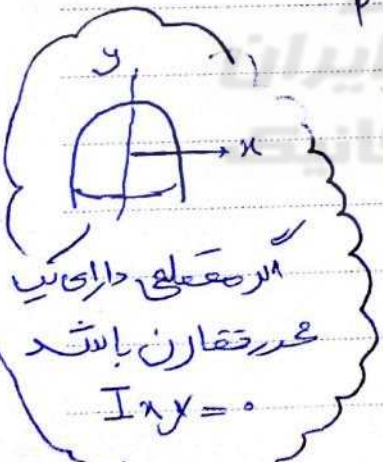
$$I_{xx} = 0$$

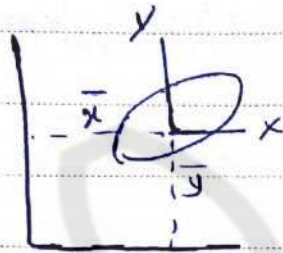
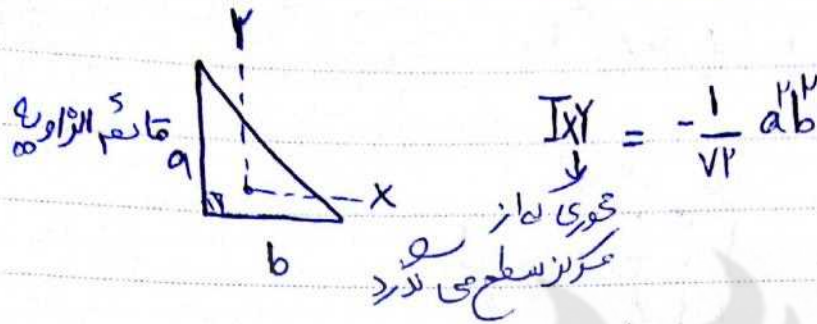


مثال ۲: $I_{xy} = ?$



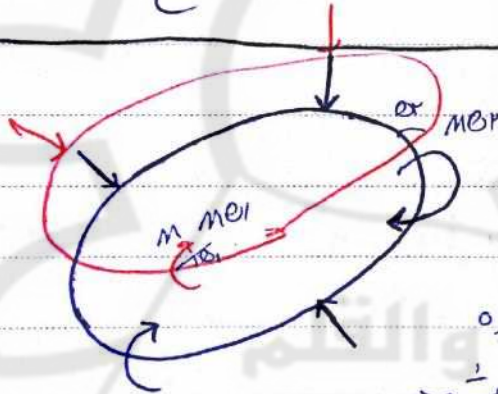
$$I_{xy} = -\frac{1}{12} \cdot 1^3 + \frac{1 \times 1}{12} (1 \times 1) - \left[0 + 1 \times 1 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \right]$$





$$I_{xy} = I_{xy} + \bar{x}\bar{y}A$$

مختصات مرکز سطح نسبت به محورها



کار مجازی

نیروها وارد شده است و به تقارن سیم است فرض می کنیم اندکی جابجاشود

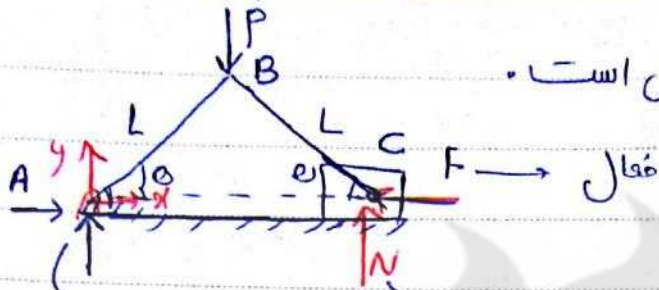
تقریب کار مجازی مجموعه کارهایی که انجام می دهند صفر است.

$$\delta W = 0$$

Subject

Date

مثال



$\delta = F$ مثال قلاب نوع اول است.

جابجایی ثابت است در محوری گیریم.
نیروهای که کار انجام می دهند نیروها فعال هستند
غیرفعال (از برای جابجایی عمود است)
باید حرکت نمی کند
غیرفعال

نقاط ی
مضخات نیروها فعال را می نویسیم. (هر دو نقطه موازی دارند و ی)

$$y_B = L \sin \theta$$

نیرو در حرکتی است

$$x_C = 2L \cos \theta$$

مضخات آن را در همان

جهت می نویسیم.

همان y_B است. (اگر حرکتی نبرد)

$$\delta y_B = L \cos \theta \delta \theta$$

تغییری

$$\delta x_C = -2L \sin \theta \delta \theta$$

$$\delta U = -P(L \cos \theta \delta \theta) - F(-2L \sin \theta \delta \theta) = 0$$

در جهت منفی است
اگر F در جهت x است.

$$\Rightarrow F = \frac{P}{2} \cos \theta$$

Subject

Date

در تکیه: $L \cos \theta \times P - 2L \sin \theta \times F = 0$

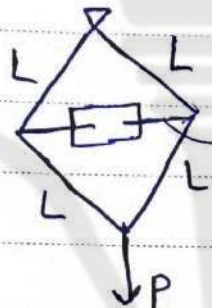
فاصله $L \sin \theta$ بود مشق گرفتیم

و در P ضرب کردیم

قاب متحرک
قاب نوع اول

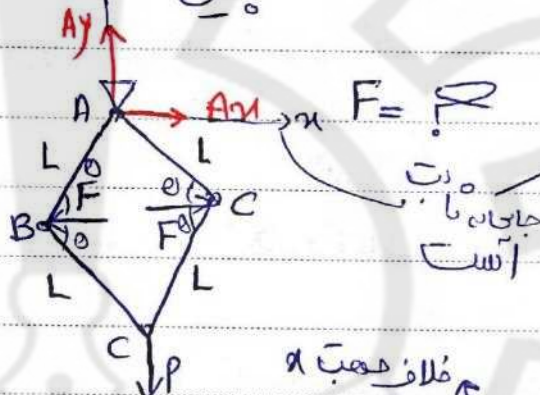


مثال ۱



نیروی F

مختصات
یاسی



نیروی داخلی F و P

$F = \infty$

جابجایی
است

مواضع y
مواضع x

در جهت مثبت x است

$$-L \sin \theta \times F + L \sin \theta \times (-F) + 2L \cos \theta \times P$$

در جهت مثبت y است

$L \cos \theta$

$-L \cos \theta$

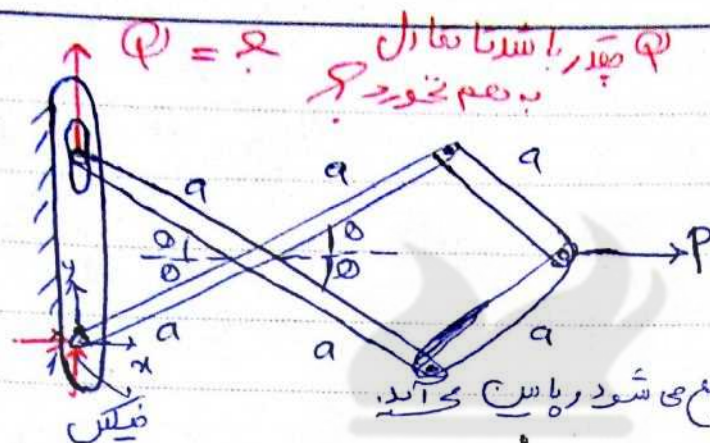
$$y_A = +2L \sin \theta$$

$$2F \sin \theta = 2P \cos \theta$$

$$\Rightarrow F = P \cot \theta$$

Subject

Date



در هنگام بار

حل از مضمحل ۳ - مثلث است

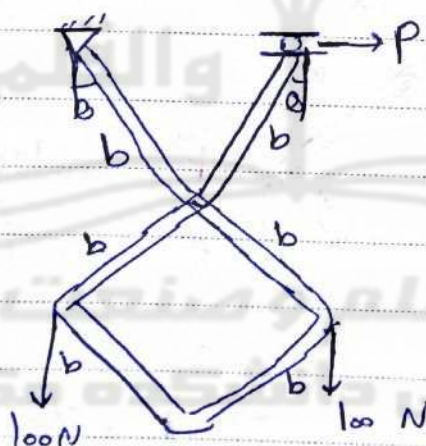
$$P = 3a \cos \theta$$

$$Q = 2a \sin \theta$$

$$-3a \sin \theta \times (P) + 2a \cos \theta \times (Q) = 0$$

+ درجهت + درجهت

$$\Rightarrow Q = \frac{3}{2} P \tan \theta$$



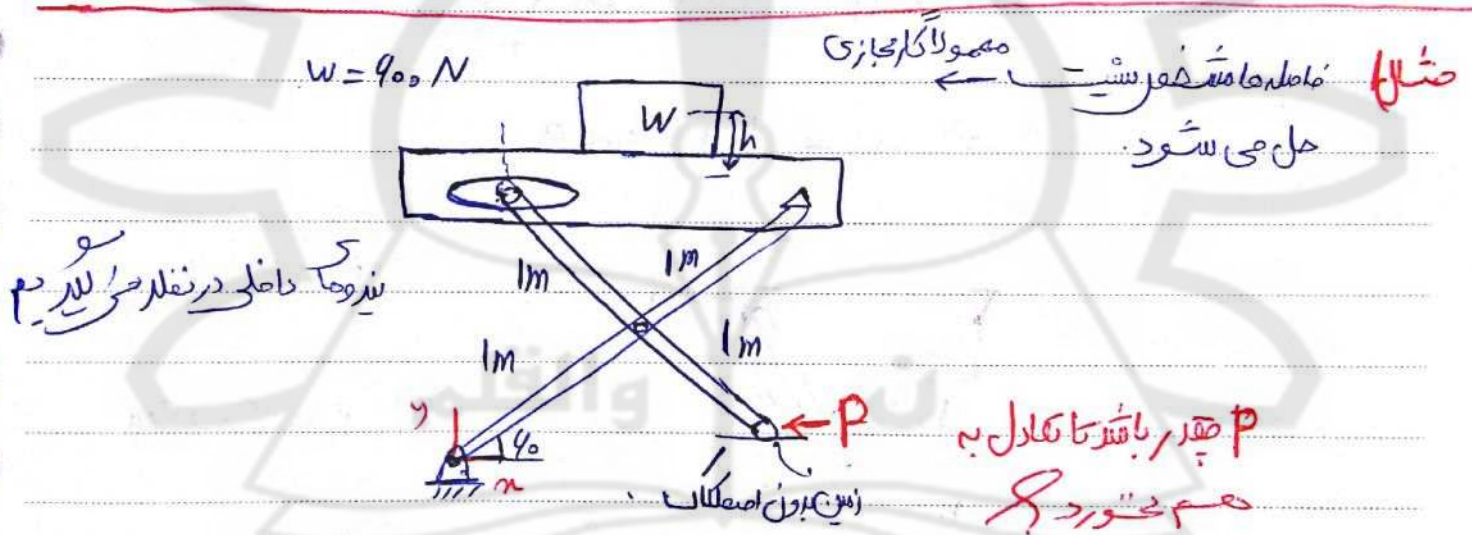
$$P = Q$$

$$2.50 \cos \theta$$

$$1.5 \tan \theta$$

$$100 \sin \theta$$

$$300 \cos \theta$$



$$\theta = 40^\circ$$

$$P = 2050$$

$$W = 2 \sin \theta + h$$

مست

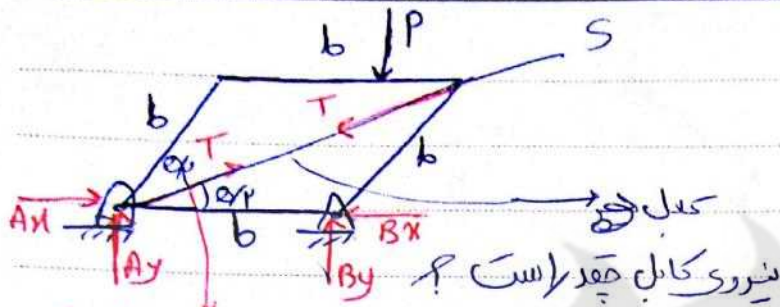
مست

40°

$$-2 \sin \theta (-P) + 2050 (-W) = 0$$

$$\theta = 40^\circ \rightarrow P \checkmark$$

Date _____



$$T = ?$$

این T خفای نیست
زیرا اصل شاره حرکت
نیکی کند

نیرو خفای T و P

معدرا بر حسب نیرو یا انرژی نویسیم و در جهت خودش حرکت می دهد

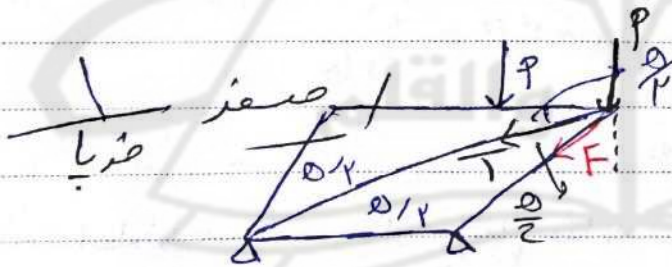
$$y_p = b \sin \theta \quad \delta y_p = b \cos \theta \delta \theta$$

$$S_T = 2b \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \delta S_T = -b \sin \frac{\theta}{2} \delta \theta$$

چون T در راستای است

تکیم در راستای و جابجا می کنیم
و در خافله هندز می کنیم

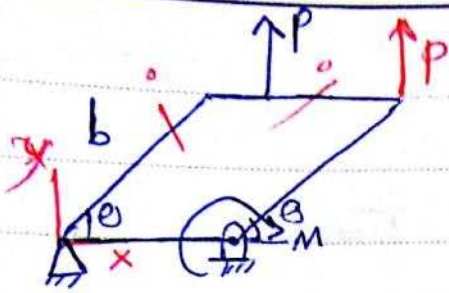
$$-P(b \cos \theta \delta \theta) - T(-b \sin \frac{\theta}{2} \delta \theta) = 0$$



مثال

P را هم جابجا قرار بدیم فرقش نمی اند
زیرا خافله همان است

$$T = \frac{P \cos \theta}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

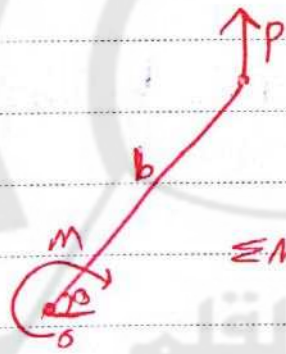


$$y_p = b \sin \theta \Rightarrow \delta y_p = b \cos \theta \delta \theta$$

$$\theta_M = \theta \Rightarrow \delta \theta_M = \delta \theta$$

$$P(b \cos \theta \delta \theta) - M \delta \theta = 0$$

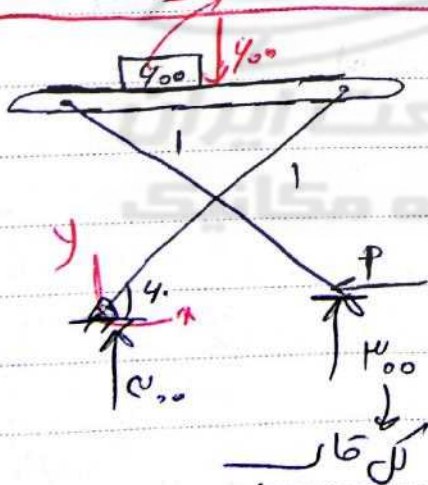
$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{M}{Pb}$$



$$\Sigma M_O = 0 \Rightarrow P \times b \cos \theta - M = 0$$

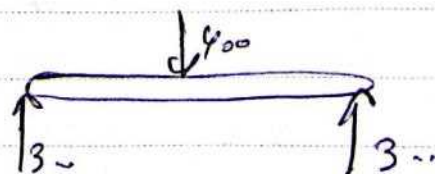
$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{M}{P \times b}$$

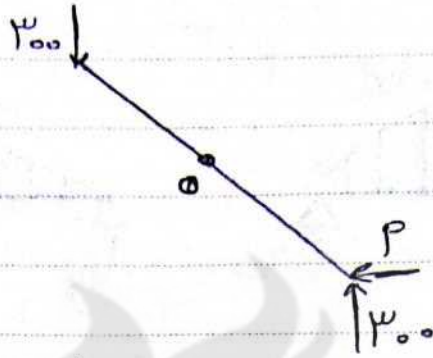
خی‌ناریم و سله



حاصله ندراده ← بداریم جابجایی مناسب

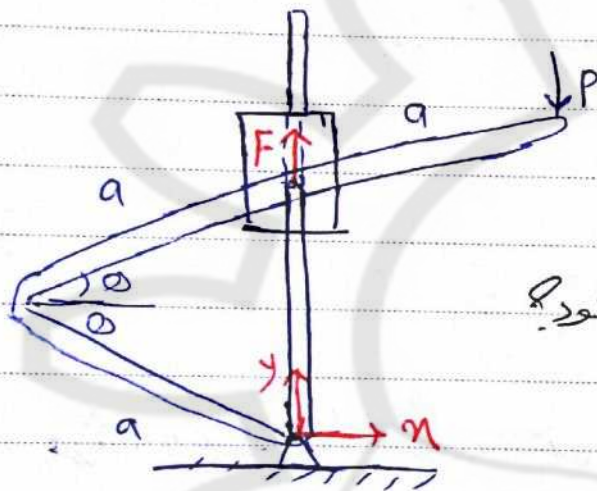
۴۰۰ را هر جابجایی را اشتباهی است





$$\sum M_o = 0 \Rightarrow 300 \times 1 = P \times \sin 40^\circ$$

$$\Rightarrow P = \checkmark$$



با P یکنوازی آید
F را می داریم تا سیستم نیاید

F چه قدر باشد تا تعادل برقرار شود؟

معاد: P و F

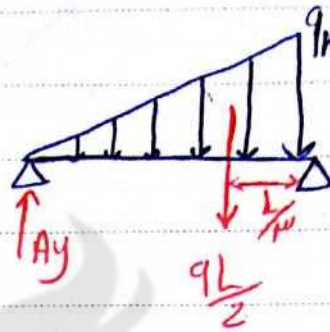
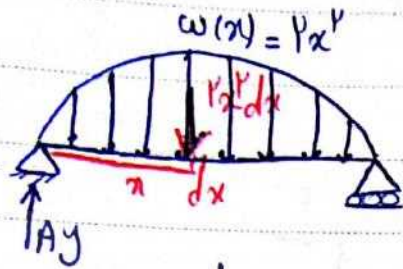
$$y_p = 3a \sin \theta$$

$$y_F = 2a \sin \theta$$

$$3a \cos \theta (-P) + 2a \cos \theta (F) = 0$$

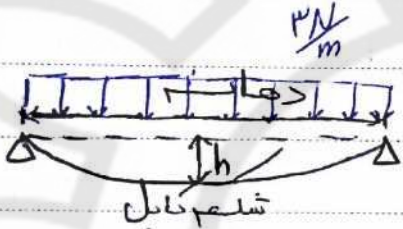
$$F = \frac{3}{2} P$$

در این جا به نداشتن درست است.

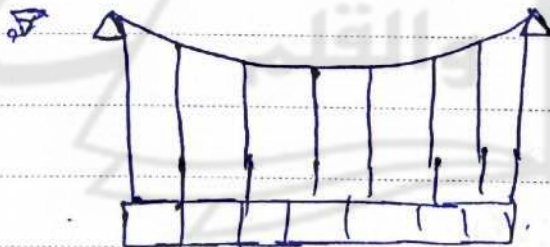


$$A_y \times L + \int_0^L \gamma x^2 dx (L - x) = 0$$

$$\Rightarrow A_y \checkmark$$

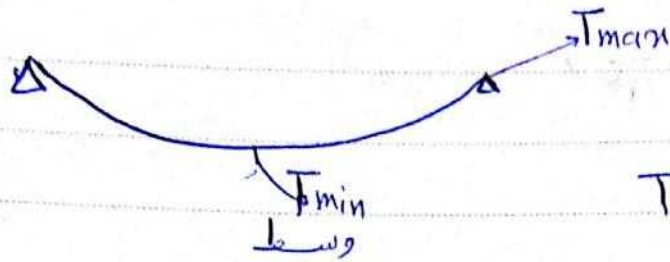


وزن قابل را به صورت یک بار گسترده نشان می‌دهند

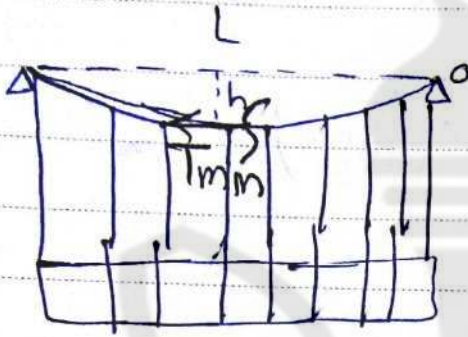


می‌دهند

خودکابل را به وسیله در تقارن می‌گیریم



T_{max}, T_{min}
عوز سوال الست



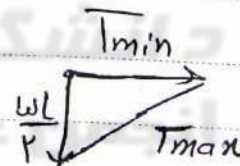
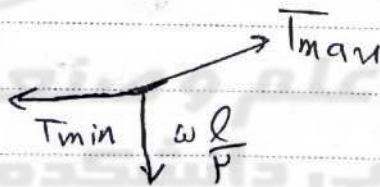
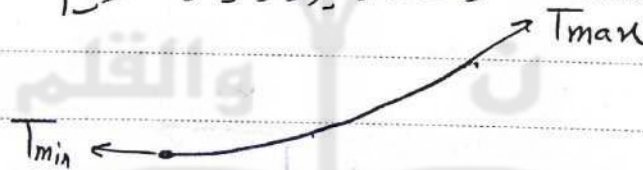
مثال

$$T_{min} = ?$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow T_{min} \times h - w \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} = 0$$

$$\rightarrow T_{min} = \frac{wL^2}{8h}$$

$T_{max} = ?$ یعنی توان $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$
نویسید زیر زاویه را نداریم

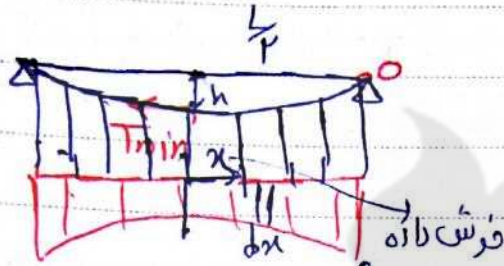


$$T_{max} = \sqrt{T_{min}^2 + \left(\frac{wL}{2}\right)^2}$$

$$a + bx^3$$

$$\omega = \omega_0 + (\omega_1 - \omega_0) \cdot \frac{1}{L^3} x^3$$

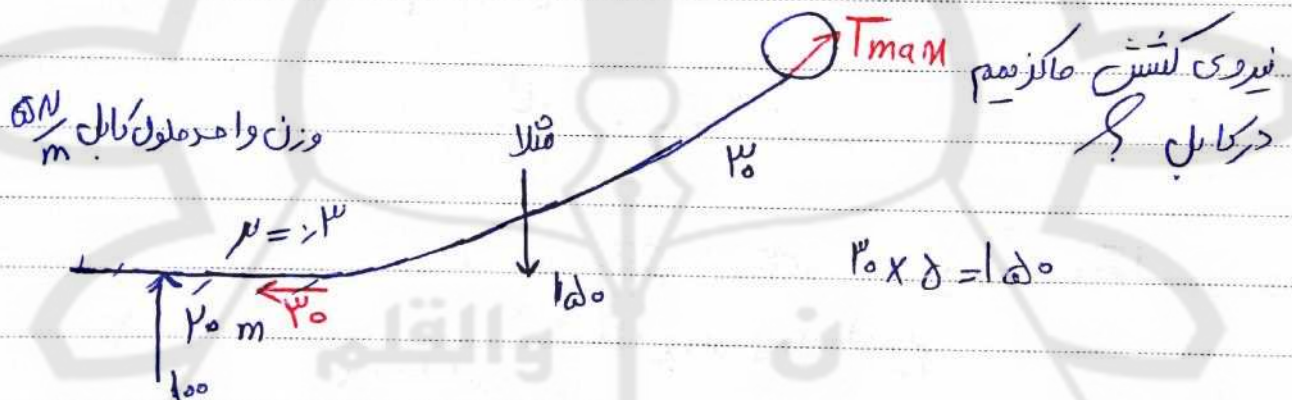
مثال



$$T_{min} \times \frac{L}{2} - \int_0^{L/2} (a + bx^3) dx \times \left(\frac{L}{2} - x \right) = 0 \Rightarrow T_{min} \checkmark$$

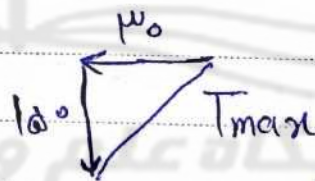
ادامه حل در جزوه

چاپ



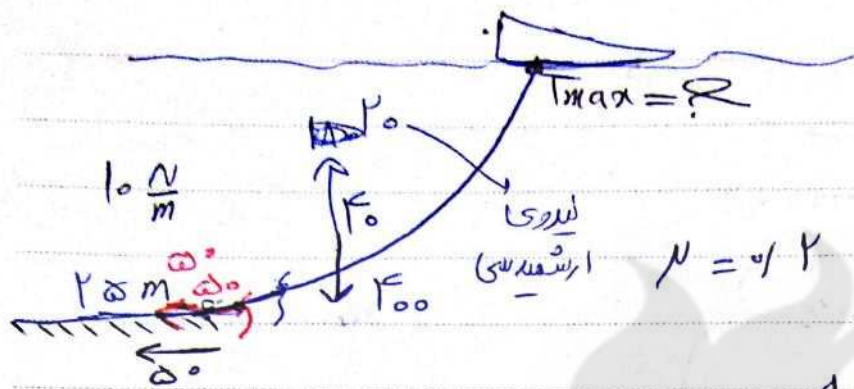
$$f = 100 \times \mu = 30$$

$$\frac{5N}{m} \times 100m = 100N$$

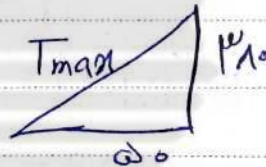


$$\Rightarrow T_{max} = \sqrt{100^2 + 30^2}$$

Date _____



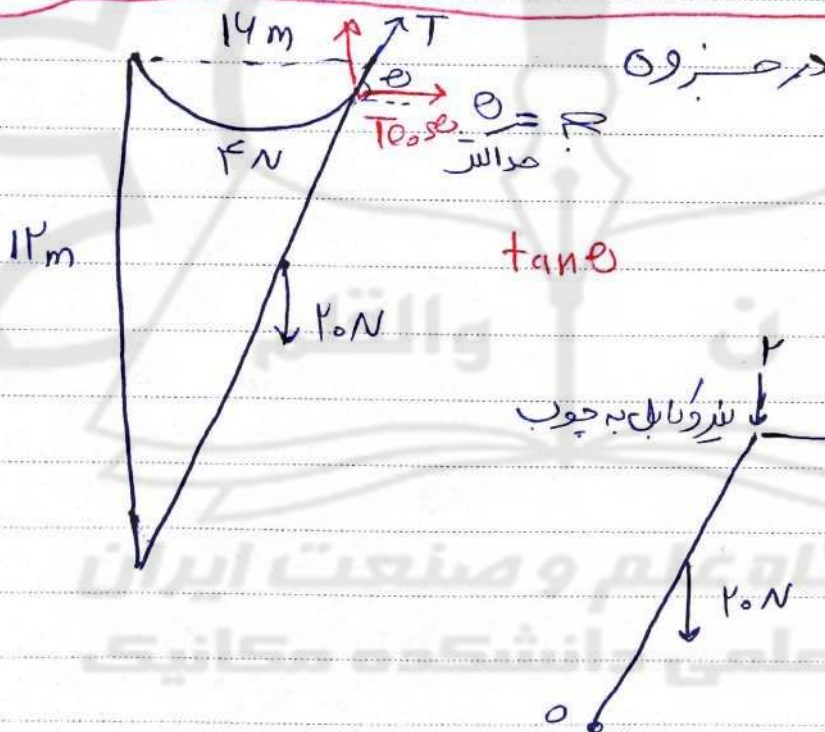
وزن 250 می رود
250 جواب



$$F = 250 \times 2 = 500$$

در بند رفت از اصطردش صرف نقل کنید

$$8 \times 2 =$$



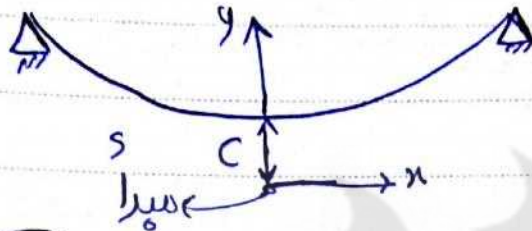
$$\sum M_o = 0 \Rightarrow R_x \checkmark$$

PAPCO

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{2}{R_x}$$

Date _____

* نکته *

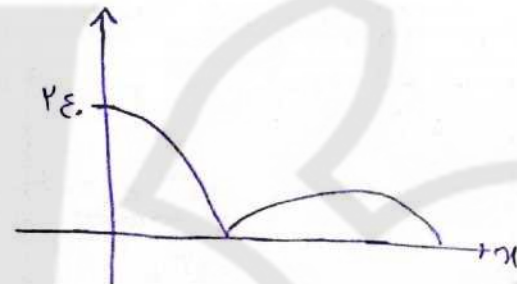
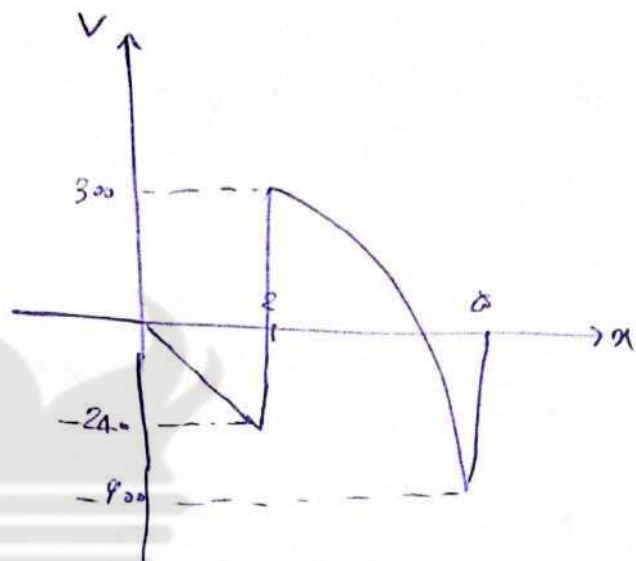
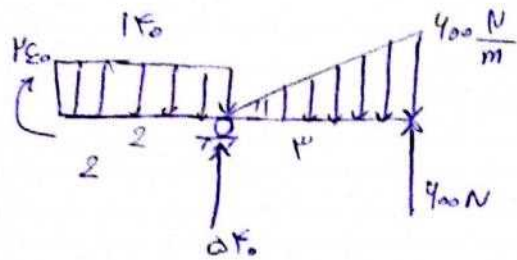


$$s = c \sinh \frac{x}{c}$$

$$y = c \cosh \left(\frac{x}{c} \right)$$

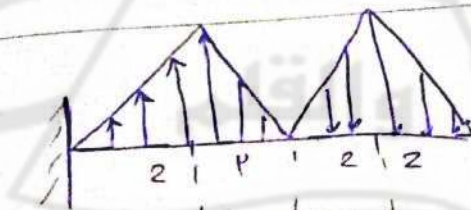
$$y^2 - s^2 = c^2$$

معادله تابلو ابرکت فزین
خودش جاست



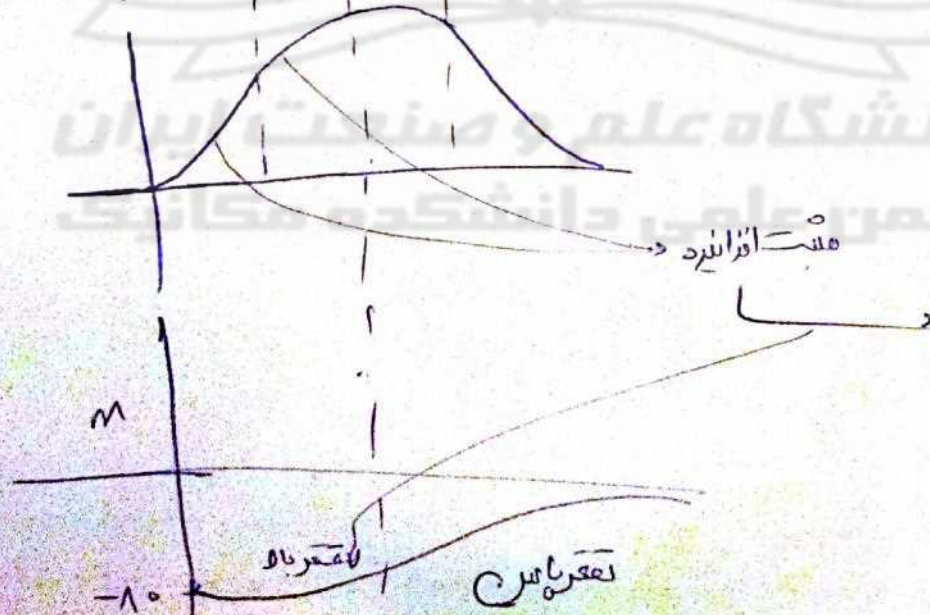
$$M_2 = 240 - (12 \times 2 \times 1) = 0$$

نکات: اگر پایه وسط باشد لزومی ندارد M صفر باشد روی پایه در اول و آخر M صفر است



$$80 - M = 0 \Rightarrow M = 80$$

شکل



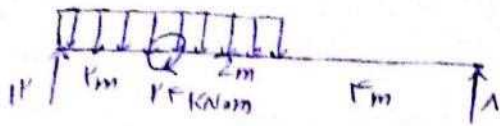
یا دتره

مقدار انحراف

مقدار انحراف

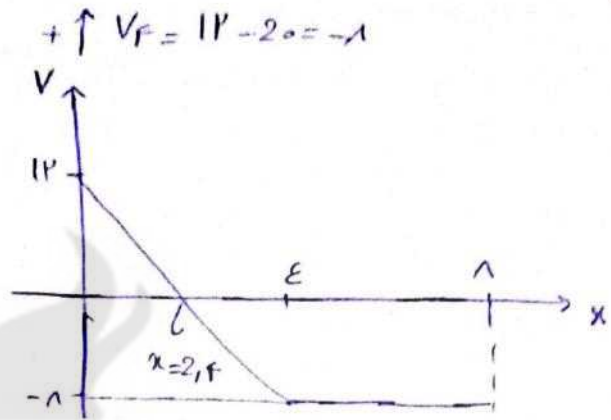
مقدار انحراف

مثال ۱۵



$$\frac{x}{8-x} = \frac{12}{8}$$

$$x = 2,4$$



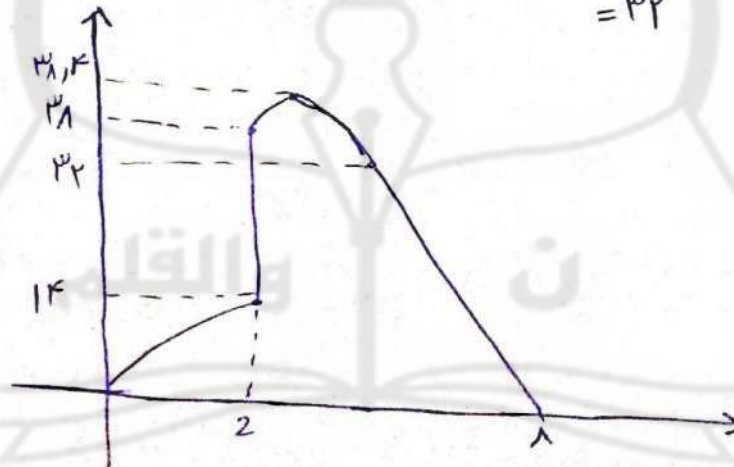
$$\overset{+}{\curvearrowright} M_2 = 12 \times 2 - 10 = 14$$

$$\overset{+}{\curvearrowright} M_{2,4} = 12 \times 2,4 + 24 - (2 \times 2,4 \times 2 \times 1,2) = 0$$

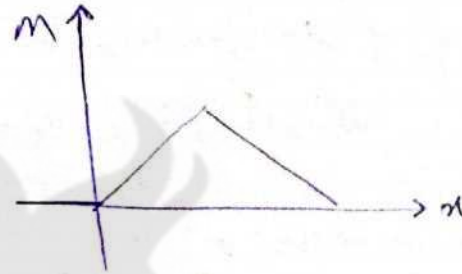
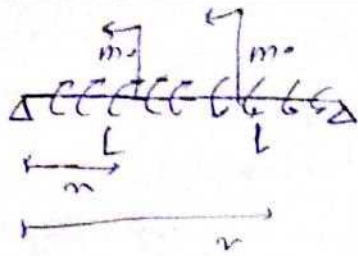
$$= 31,2$$

$$\overset{+}{\curvearrowright} M_8 = 12 \times 8 + 24 - (2 \times 8 \times 4 \times 2) = 0$$

$$= 32$$



دانشگاه علم و صنعت ایران
انجمن علمی دانشکده مکانیک



استاد به مندرستی تستاره می گیریم و R_A و R_B را بدست می آوریم



$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\rightarrow m_0 L - 3m_0 L + R_A \times 2L = 0 \\ -2m_0 L &= R_A \times 2L \\ \boxed{R_A = m_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\rightarrow m_0 L - 3m_0 L + R_B \times 2L = 0 \\ -2m_0 L &= -R_B \times 2L \\ R_B &= m_0 \end{aligned}$$

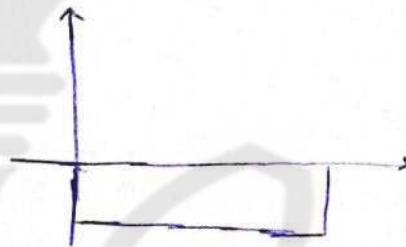
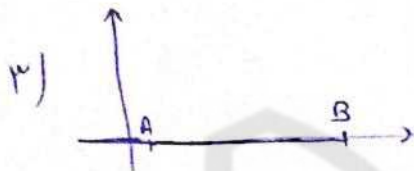
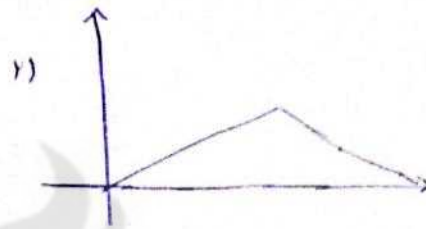
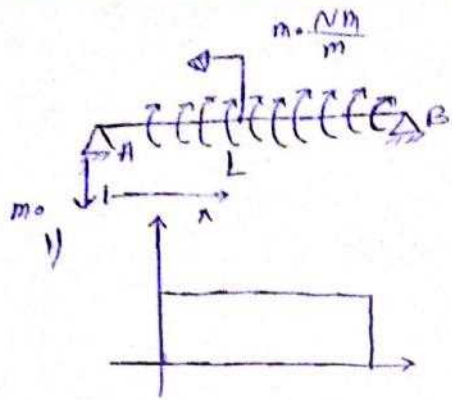
$$0 < x < L \rightarrow m_0 x + m_0 x = M$$

$$-m_0 x + m_0 L - 3m_0 (x - L) = M$$

$$M = 8m_0 L - 4m_0 x$$

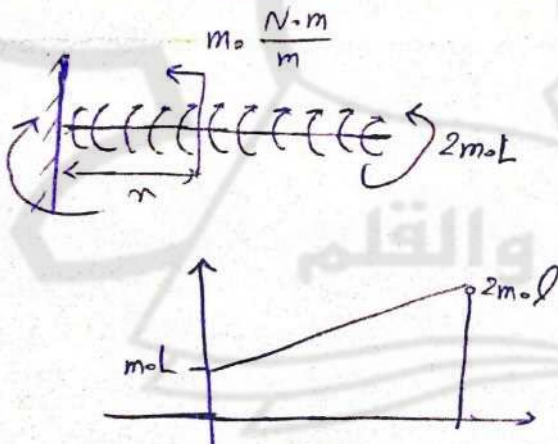
دانشگاه علم و صنعت ایران
انجمن علمی دانشکده مکانیک

مثال ۱



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A \times L + l \times m_0 = 0 \Rightarrow R_A = -\frac{1}{L} m_0$$

$$-m_0 \cdot \frac{L}{2} + m_0 \cdot x = M \Rightarrow M = 0$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow m_0 \cdot L - 2m_0 \cdot L + M = 0$$

$$M = m_0 \cdot L$$

$$m_0 \cdot \frac{L}{2} + m_0 \cdot x = M$$

درجه ۱
 است راست یا در راست است
 سمت چپ ساعت
 درجه ۲
 است راست یا لاغنی است
 سمت چپ یا لاغنی است