

تئوری سازه‌ی I (دکتر دولشاهی)

Subject
Date

پهن 42

معین و نامعین :

هدف : توضیح مفاهیم به همراه چند مثال

برابر با تعداد معادلات تعادل استاتیکی

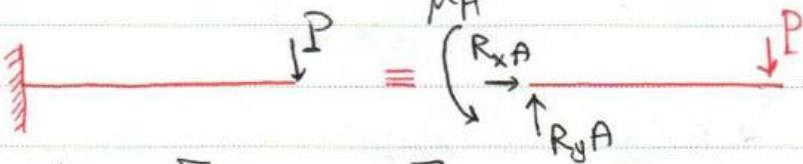
معمولاً برابر تعداد

Reaction (r)

تعداد مجهولات - تعداد مجهولات = n

معین

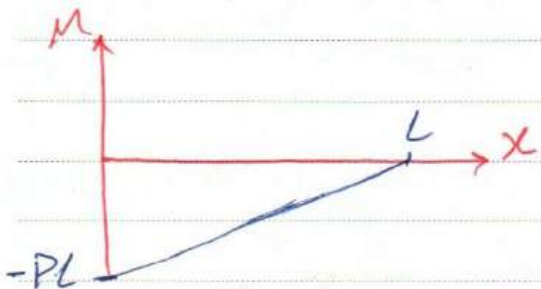
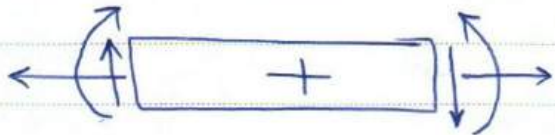
$$n = 3 - 3 = 0$$



$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M = 0$$

معین : معمولاً صرفاً با استفاده از معادلات استاتیکی بدست می‌آید.

قرار داد همان با نیروی داخلی +

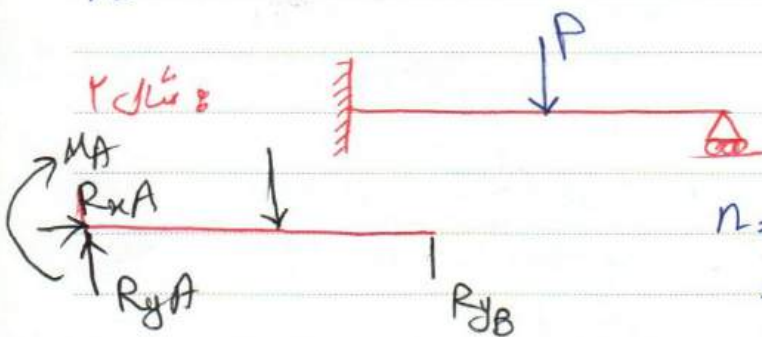


member
 $M = 1$

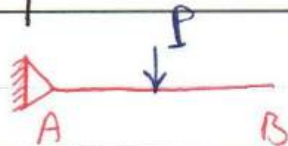
تعداد معادلات $M = 3$

$$n = r - m$$

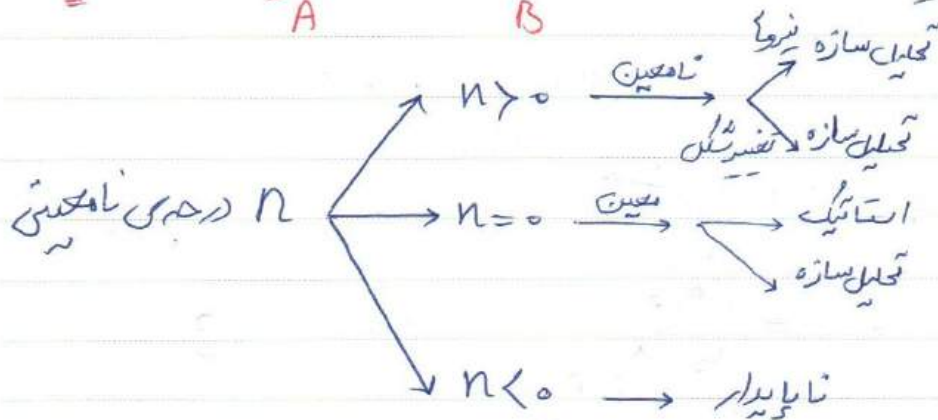
$$= 3 - 2 = 1 \rightarrow \text{درجه نامعین}$$



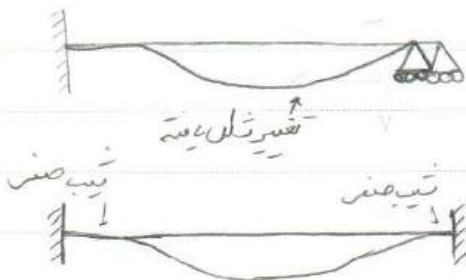
مثال ۳ =



$$n = -1$$

چون $n < 0$ ناپایدار

تغییر شکل

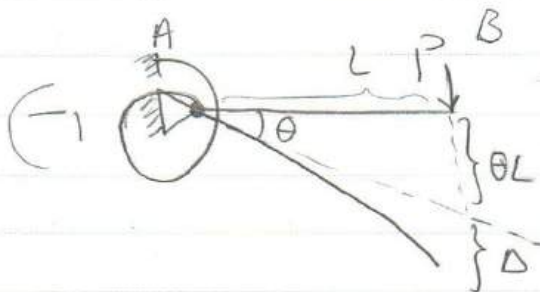


$$n = 0$$

M

P

P



$$n = 0$$

L

در فضای ۲ بعدی
2D

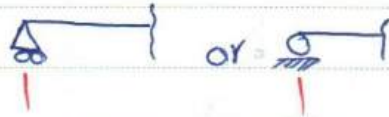
نظم راه

غاطی

شکل شتاب

تعداد واسه
نظم راه

$$r=1$$

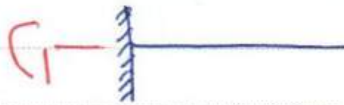


مقطعی



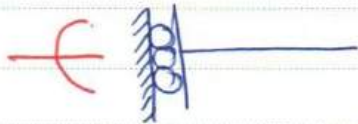
$$r=2$$

گیردار



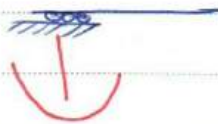
$$r=3$$

لغزنده گیردار



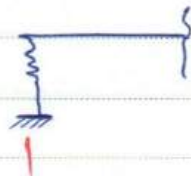
$$r=2$$

گیردار غاطی محوری



$$r=2$$

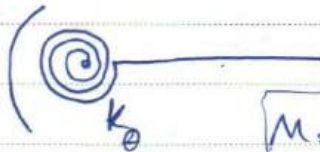
فنر انتقالی



$$r=1$$

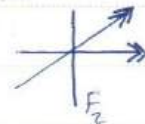
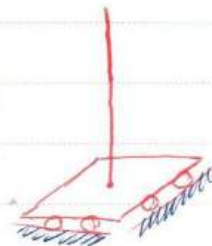
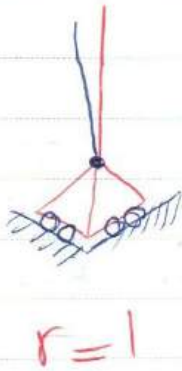
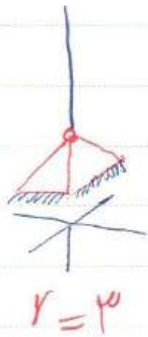
$$P = k_s \Delta$$

فنر لچکی
-5

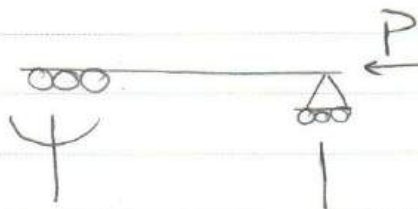


$$r=1$$

$$M = k_\theta \theta$$



Torsion را خست فرزند کنیم

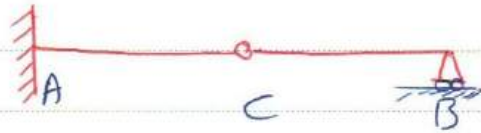


$$n = r - 2m = 3 - 3 = 0$$

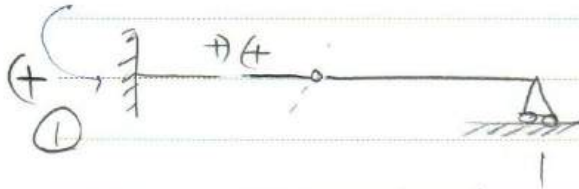
معین ناپیدا



زمانیکه در سازه ای فنر داشته ایم برای بررسی نیروی کششی یا فشرده فنر را به بستن یا بستن میزنیم



$$n = r - 3m = 4 - 3 = 1$$



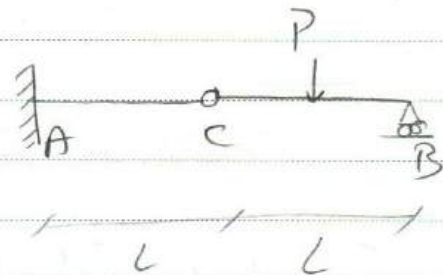
X

منفصل نیست

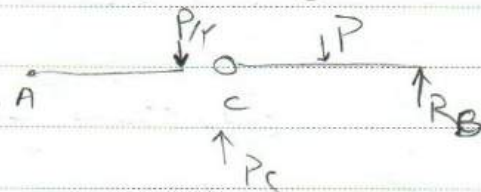
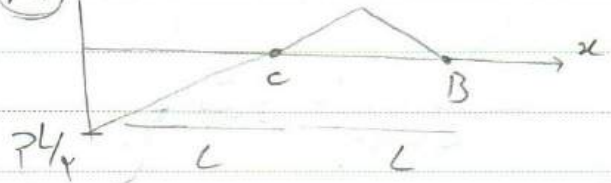


$$n = (3 + 2 + 1) - 3 \times 2 = 0$$

بیشتر از هدف دار باشد می تواند برای ما منفعت داشته باشد.



(M)

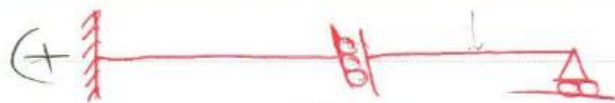


$$\sum M_C = -\frac{PL}{2} + R_B L = 0 \rightarrow R_B = \frac{P}{2}$$

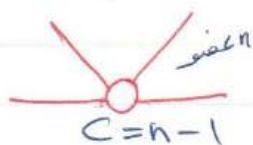
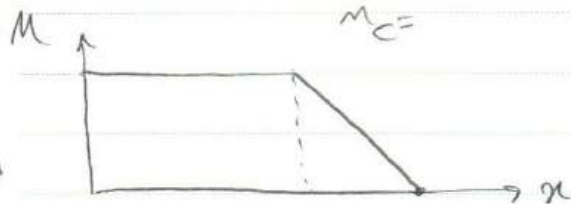
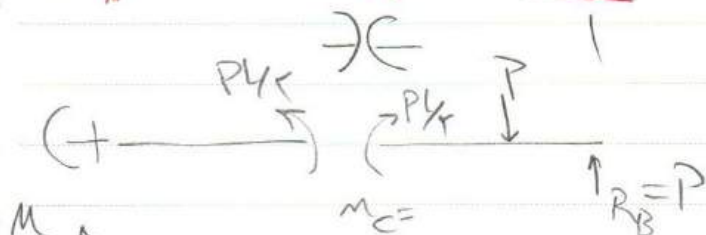
$$R_C = +\frac{P}{2}$$

$$\sum M_A = \frac{P}{2} \cdot L = \frac{PL}{2} \checkmark$$

درجه‌ی نامعین که تعداد معادلات شرط است



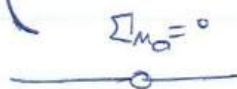
$$n = 4 - (3 + 1)$$



نقطه

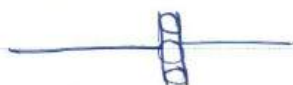
معادلات شرط

$$C = 1$$



۱- اتصال مفصل خمشی

$$C = 1$$



۲- مفصل برشی

$$C = 1$$



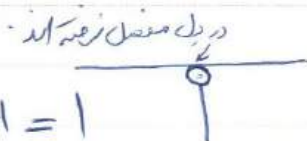
۳- اتصال مفصل محوری

$$\begin{cases} \sum M = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases}$$

$$C = 2$$

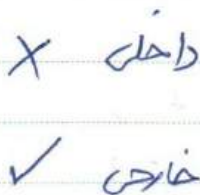


۴- اتصال غلطک داخلی



$$C = n - 1 = 1$$

۵- اتصال نیمه صلب



معصی و ناعصی

در حلقه اخبار شوران ۳ مؤلفه حذف می گردد.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

تعداد معارفیات شرطاً

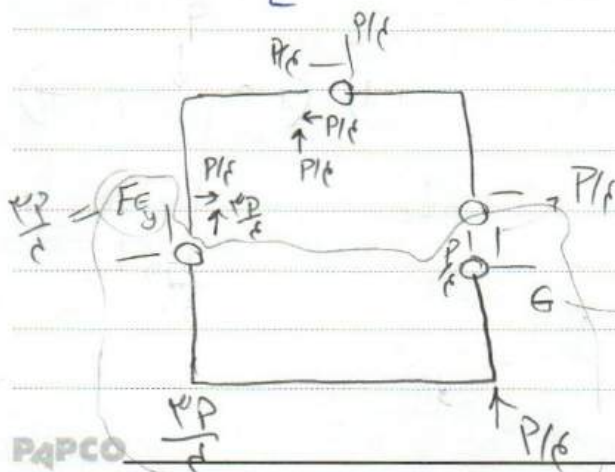
مؤلف کی تلبہ راجس تعداد حلقہ کی سستہ



مجلس

فاز

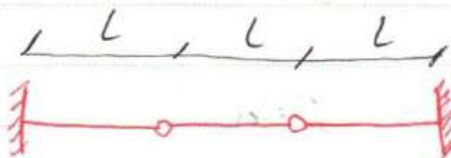
↓



بیلر حل دھندلے باجہ ۳۰ درجہ ازاد کنیم.

میان حول G نسیم $\rightarrow$

تیرها د



$$n = 3K + r - (C + 3) = 1$$



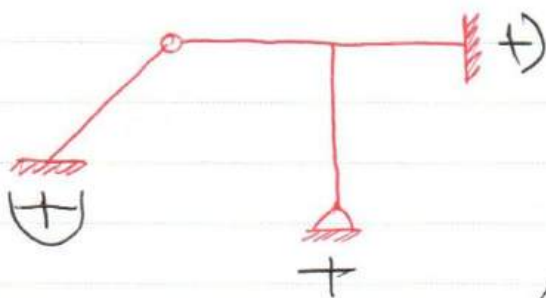
تا ۱۰ = مجهولات

$$3m = 9 > 10 - 9 = 1 \quad \leftarrow \text{درجه نامعین}$$

در تیرهای اینگونه فرض می‌کنیم که نیروهای افقی صفرند. با در نظر گرفتن این فرض مجهولات آن

و معادلات $3 \times 2 = 6$ خواهد بود پس سوال انتظار است تا تیرهای این است.

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$

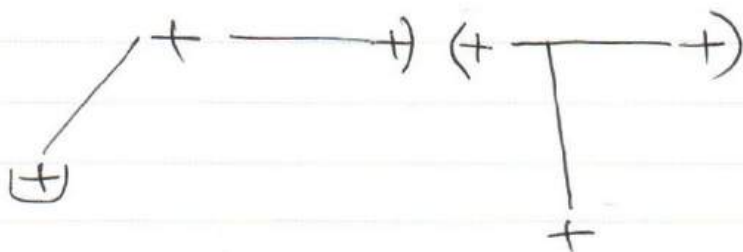


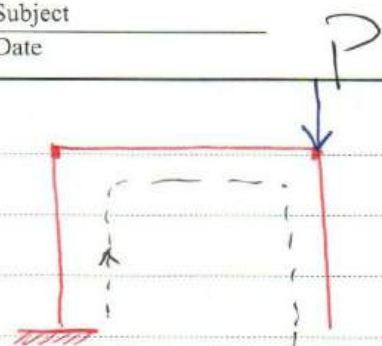
$$n = 3K + r - (C + 3) = 2$$

↓
سه حالت
سه تیرها

مجهولات = ۱۳

$$3m = 9 \rightarrow n = 2$$

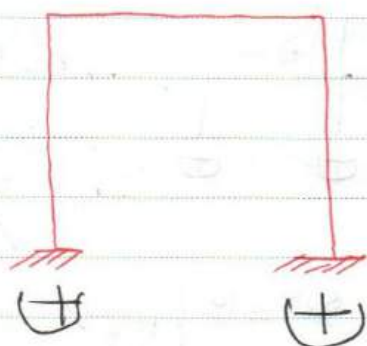




قاب ها :

جهت تکان کردن از راست

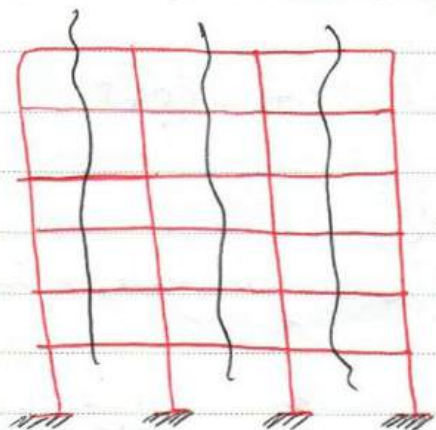
قاب



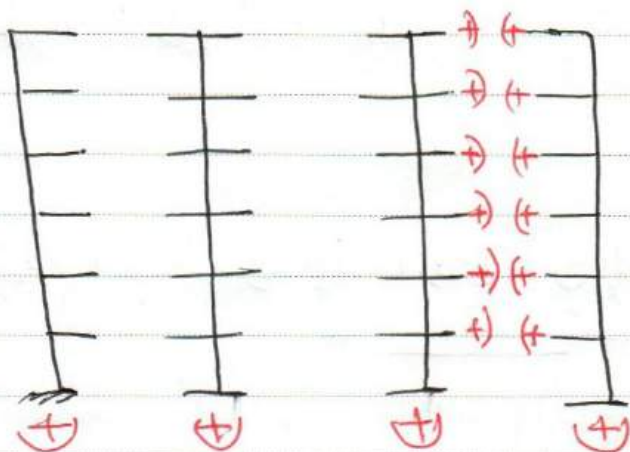
$n = 3$
تعداد مفصلات = 3

$$n = 3K + r - (c + 3) = 3 \checkmark$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 3 4 0



$\Rightarrow$



مفصلات = $12 + 52$

تعداد اعضا = $3 \times 4 = 12$

$$n = 4 \times 3 \times 3 = 36$$

مؤلفه های
درجه طاق
تعداد برش

درجه نامعین

$$n = 3K + r - (c + 3) = 36$$

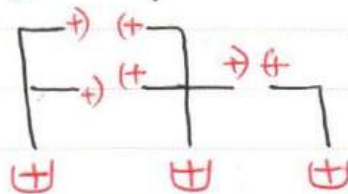
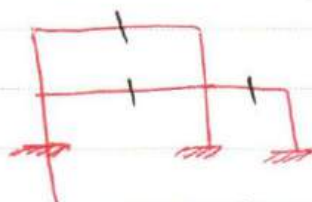
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 15 12 0

درجه نامعین خارجی $\rightarrow 9$

$54 \checkmark$
داخلی $\rightarrow 15 \times 3 = 45$

نکته: زفایله سازه تحت بارها بنی قرار گیرد و وسط تیرهای داخلی همان صفر است.

(مثال)

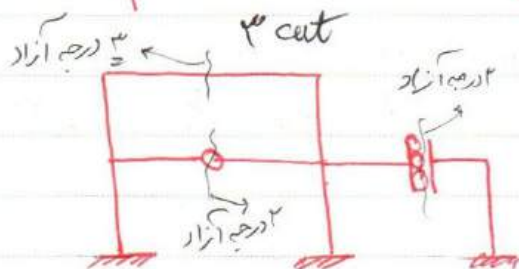


$$\rightarrow n = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{مجهولات} = 6 \times 3 = 18$$

$$\text{معادلات} = 3m = 9$$

$$\checkmark 54$$



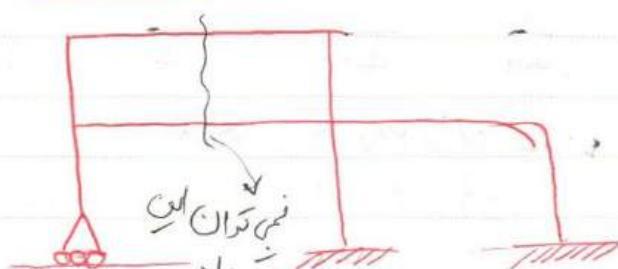
$$\left. \begin{array}{l} \text{مجهولات} = 4 \times 2 = 14 \\ \text{معادلات} = 3m = 9 \end{array} \right\} n = 7$$

$$n = 3K + 2 - (C + 3)$$

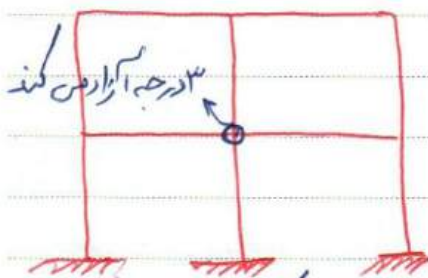
۳ انحراف یافته

نکته ۲: زفایله در یک سازه می لایریم بر شیم باید سازه را به چند سازه می معین باید کرد.

تبدیل کنیم



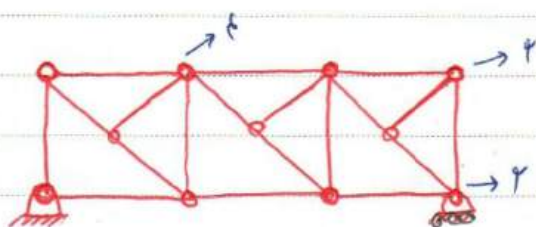
زیرا سمت چپ تا باید لایر است.



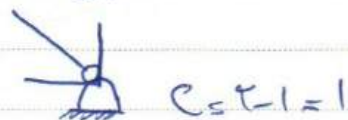
خارجی = ۶
داخلی = ۶

درجه نامعینی = ۱۲

هر cut درجه آزادی ۳ می‌کند و یک قلاب = ۲ درجه آزادی می‌کند



خارجی

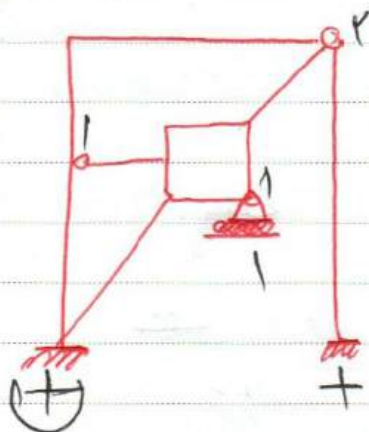


$$N = 3K + r - (C + 3) = 3 \times 9 + 2 - (14 + 3) = 0$$

$$n = m + r - 2j = 11 + 2 - 2(11) = 0$$

مفصل

فصلک صرفاً برای خرابی



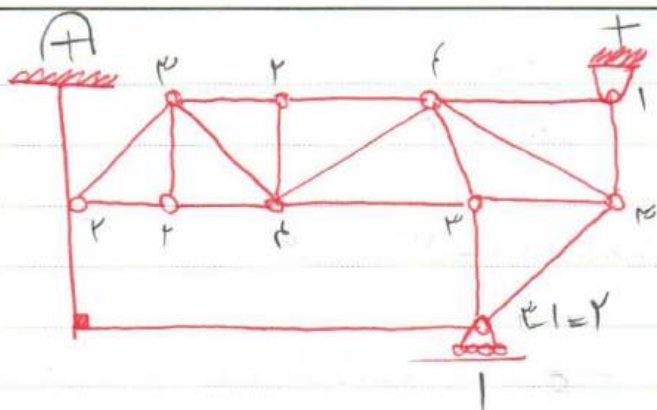
$$n = 3K + r - (C + 3) = 8$$

↓ ۳ ↓ ۴ ↓ ۴

خارجی = ۴ - ۴ = ۰ ✓

تعداد درجه آزادی

درجه آزادی آزاد شده



$$n = 3K + 1 - (C + 3) = 0$$

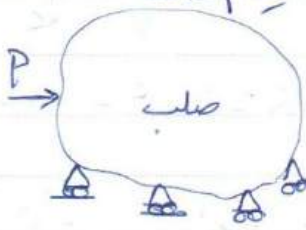
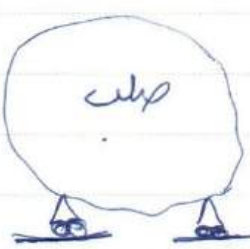
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 9 4 24

$$= 27 + 1 - (24) = 4 \checkmark$$

بنداری و نایبنداری ← داخلی

خارجی ← حداقل ۳ قید شرط داشته باشد.

غیر موازی
غیر هم راست



① ۳ قید ندارد

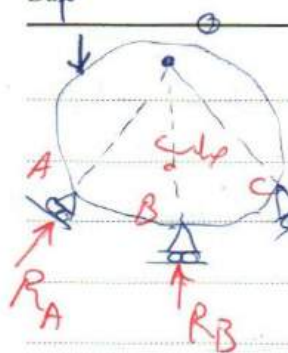
نایبنداری
(موازی)

نایبنداری

② $n = -1$ نایبنداری اضافی

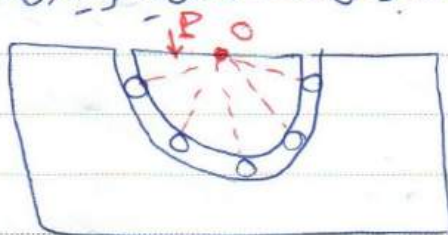
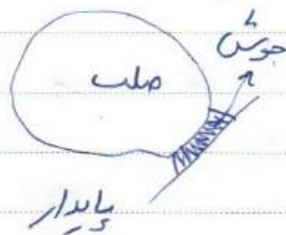
$$\sum M_O = 0 ?$$

نیاید



در حال حاضر M حول O صفر نیست به هم خاطر نیاید R_C است.

ساده ترین نوع تکیه ده جوش است که شرایط یابیداری را برقرار می کند.



نیاید

نیایداری داخلی

روش کمی بررسی نیایداری و نیایداری

۱- روش بررسی ۲ یافتن اجسام صلب و نحوه ی اتصال آنها به هم

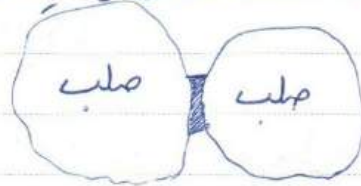
۲- روش احمال بار

۳- روش بار صفر

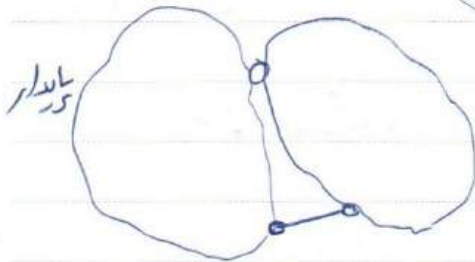
۴- روش درمیان ضرایب

۵- روش هنری

۱-۱- اتصال دو جسم صلب ← حداقل ۳ قید مشروط



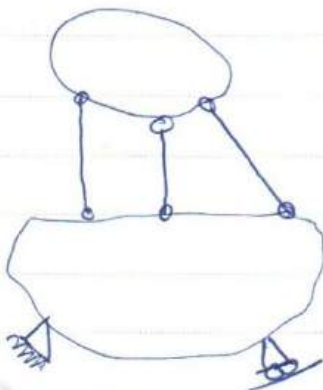
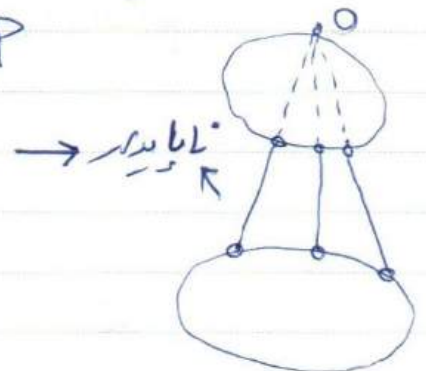
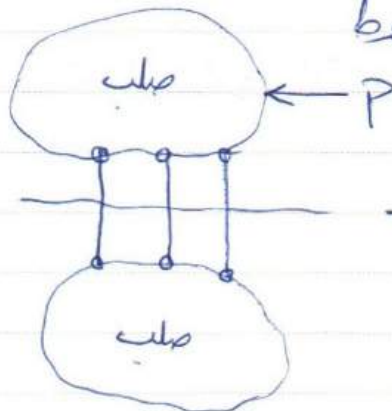
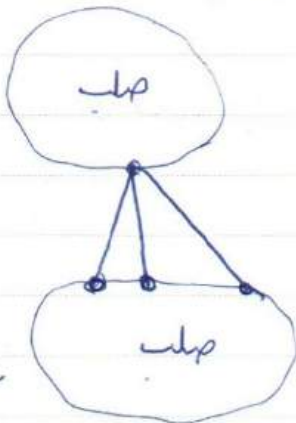
(i) اتصال جوشی

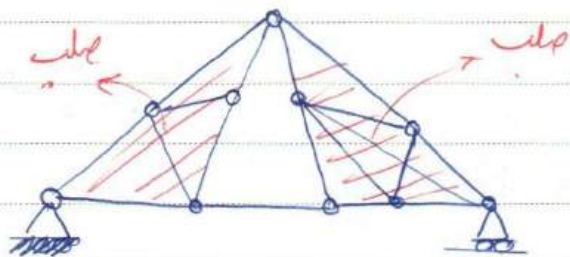


(ii) به کمک یک مفصل و یک میله مشروط



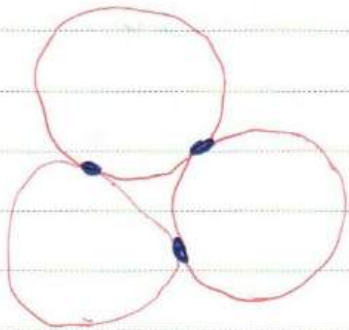
(iii) به کمک سه میله مشروط



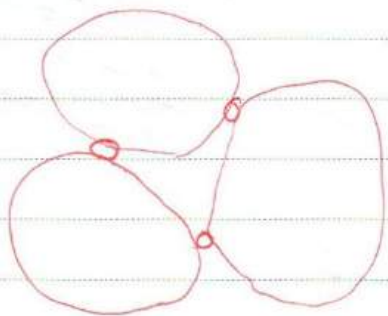


۱-۲ - اتصال ۳ هم محل

(i) اتصال جوش

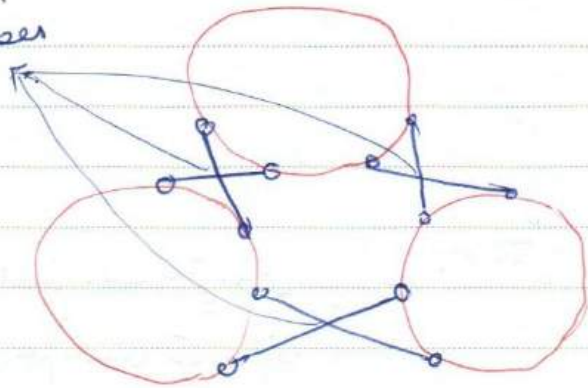


(ii) استفاده از سه مفصل مشروط

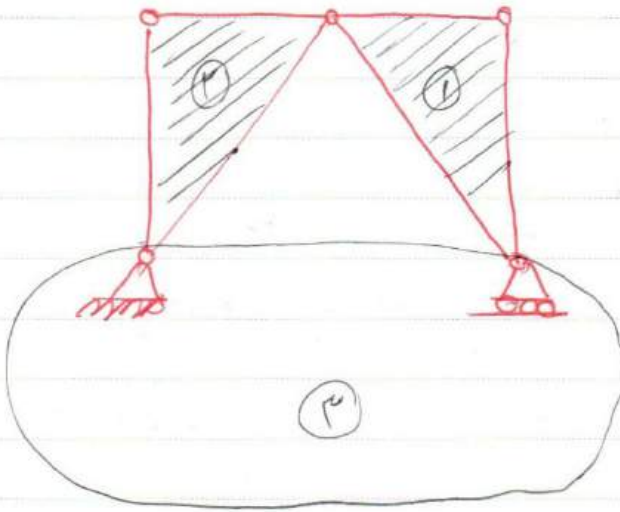


(iii) استفاده از ۴ مفصل مشروط

مفصل جوش

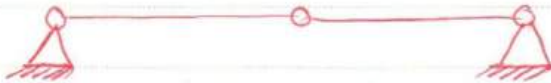


(مثال)



اتصال ۳ = هم صلب

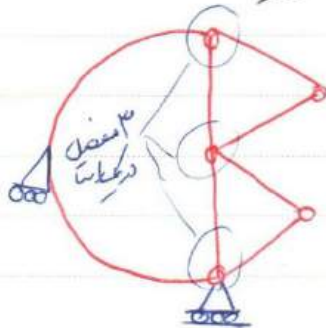
باید



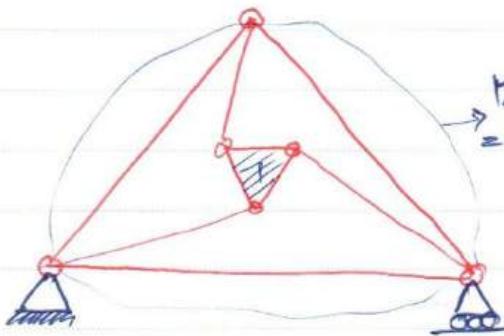
اتصال ۳ = هم با pin

که در امتداد یکدیگر نگیرند.

باید

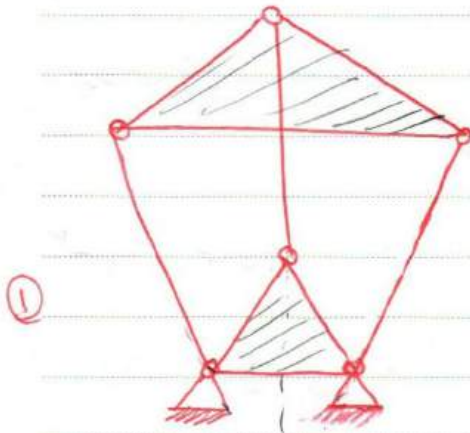


باید



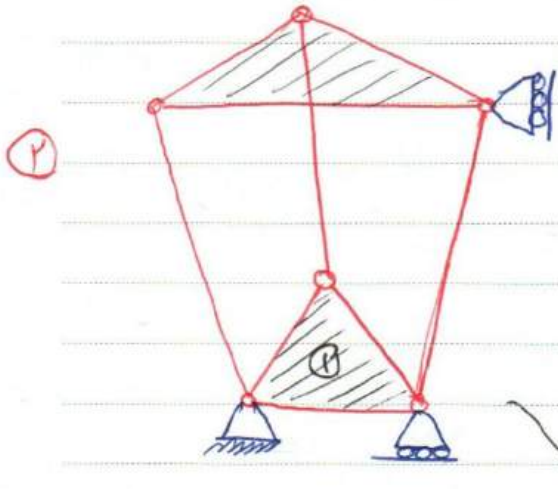
۲ هم صلب با ۳ میانی غیر هم خطی
۳ هم متصل شده اند

خریدار ۲: پیدا کردن خریداری ساده و نحوه ی اتصال آنها به یکدیگر



در حالت اول اتصال دو جرم صلب به یکدیگر

۳ میله ی هم رس می باشد پس باید لرزه را است.



در این حالت جرم ① هم از نظر داخلی و هم از

نظر خارجی باید لرزه را است پس عضو از زمین به

حساب می آید.

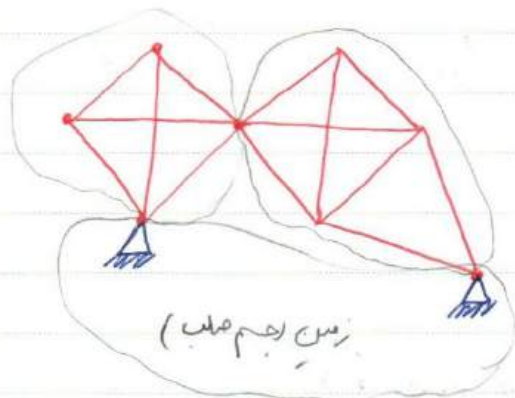
۱- روش بررسی ← بررسی پایداری داخلی با توجه به نحوه اتصال اجسام صلب +

بررسی پایداری خارجی

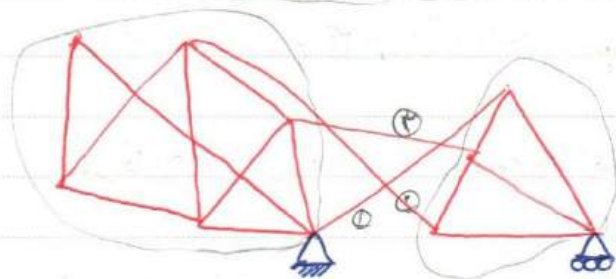
حدود ۳ قید کلیه ناهم شرط

۲- روش اعمال بار

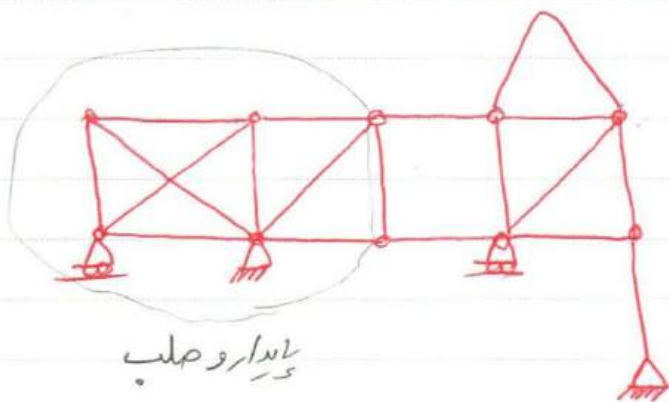
۳ جسم با ۳ مفصل به هم وصل پایداری شده اند →



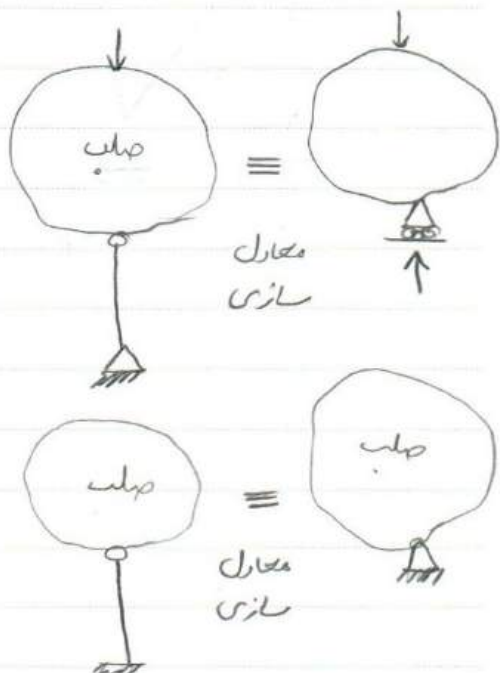
۳ جسم صلب

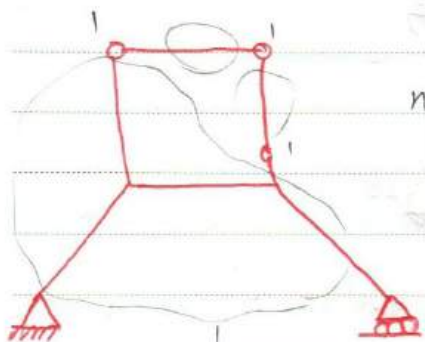


۲ جسم صلب با ۳ مفصل به هم وصل شده اند



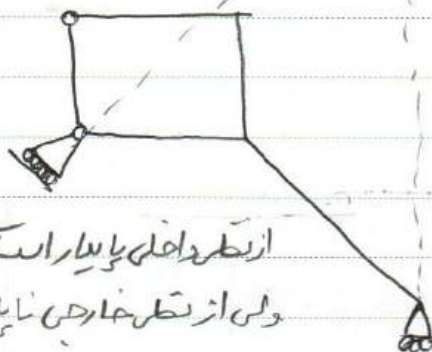
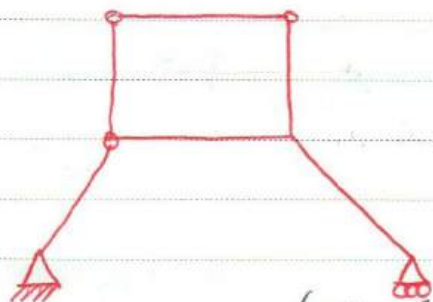
پایداری و صلب



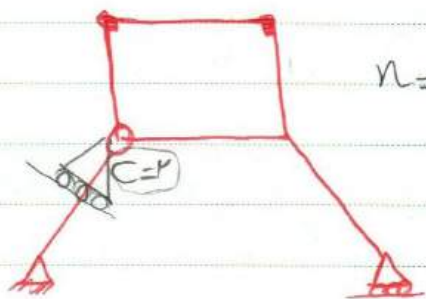


$$n=0$$

۳ مصلب با ۳ مفصل

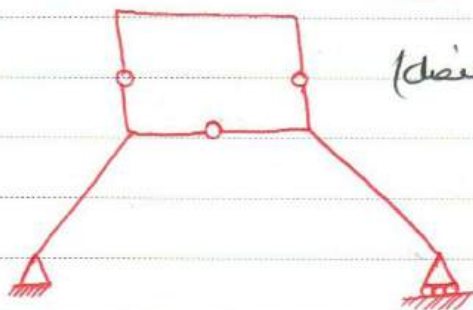


از نظر داخلی باید ار است
ولی از نظر خارجی نباید ار است. (۲ مفصل ۵۵ دارد)

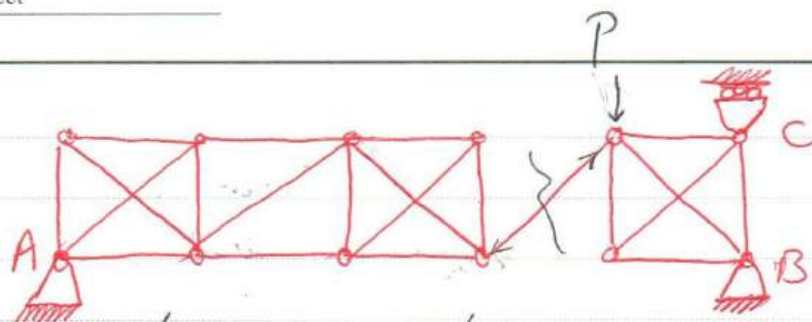


$$n=1$$

نابایار



۳ مصلب با ۳ مفصل (۲ مصلب)

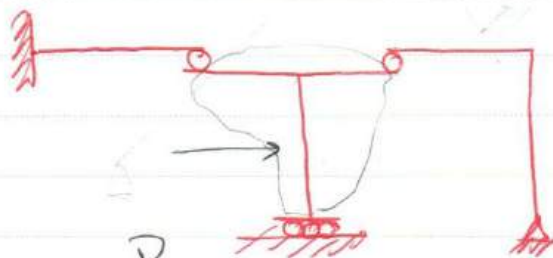


نا بایدار

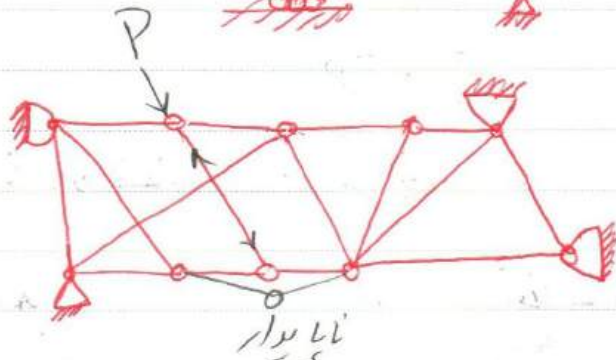
برای بررسی تعادل بار P را در نقطه‌ی مدنظر وارد می‌کنیم و شکل را ۲ قسمت می‌کنیم در عضوهای

نیروی کششی یا فشاری وارد می‌شود و تعادل تحت جیب شکل با همان گرمی حول نقطه A

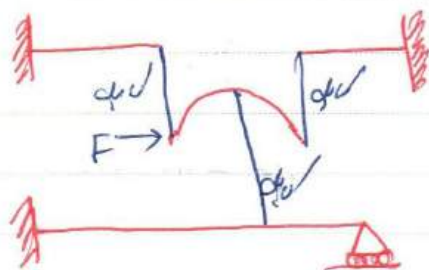
بهم می‌خورد



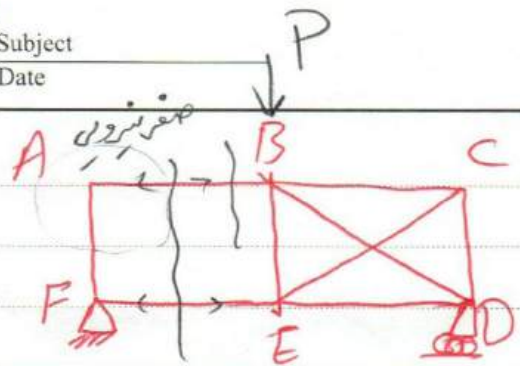
نا بایدار



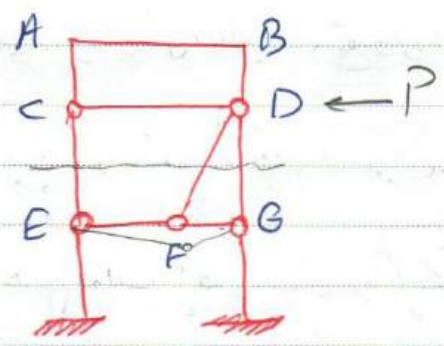
نا بایدار



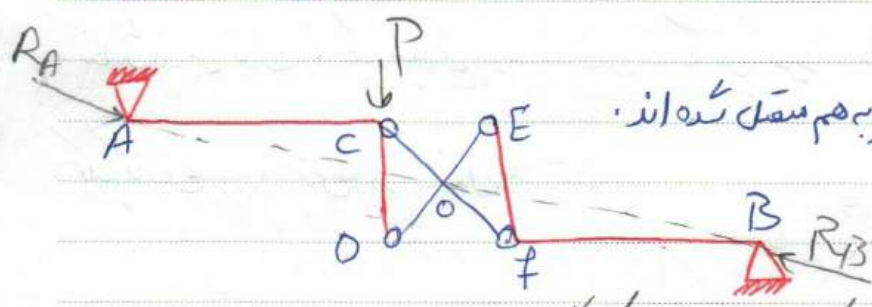
نا بایدار



حول نقطه F در شکست حد
محال بگیریم به تناقض می‌رسیم.



P در نقطه D به سمت چپ عضو CD
صفر نیروی است که نیرو به FD وارد می‌گردد
پس در F تعادل برقرار نمی‌گردد.



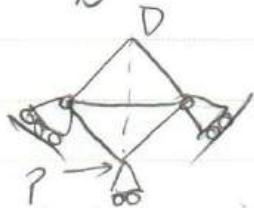
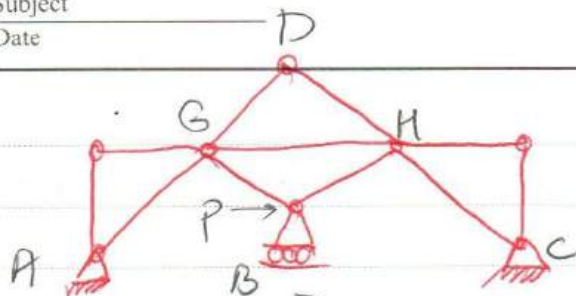
شکست قاب است نباید به هم متصل شده اند.

بار P را در نقطه C وارد می‌کنیم و مؤلفه‌های کشش را در نقاط A و B حساب می‌کنیم.

می‌آید (مقدار از وار کردن P به دلیل یاد تعادل بودن شکست در نقطه O مؤلفه‌های کشش را می‌گیریم).

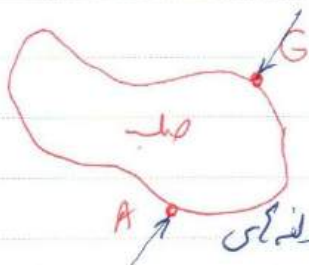
در A و B باید از O بگذرند. حال اگر بار P را وارد کنیم و حول A محال بگیریم (برای آن شکست).

آنگاه همان در A صفر نمی‌شود.



از نظر داخلی صلب است ولی اگر بار P را

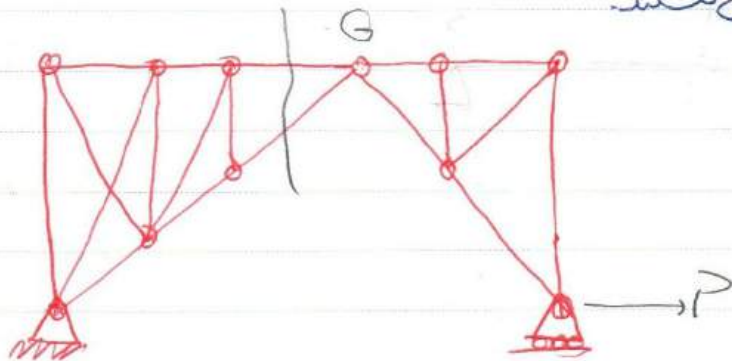
به چپم وارد کنیم آنگاه $\sum M_D \neq 0$ است.



چشم صلب ۲ هر مفصل زمانیکه حرکت هیچ بارگذاری خارجی

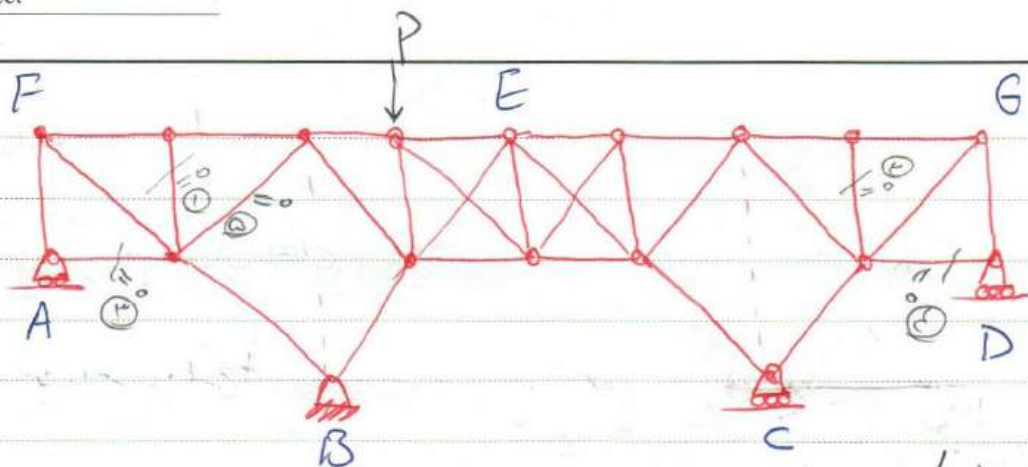
نیایند می توان با یک میله ی دوسر مفصل جایگزین کرد و مؤلفه ای

کلیه گاهی در راستای دو مفصل هستند.

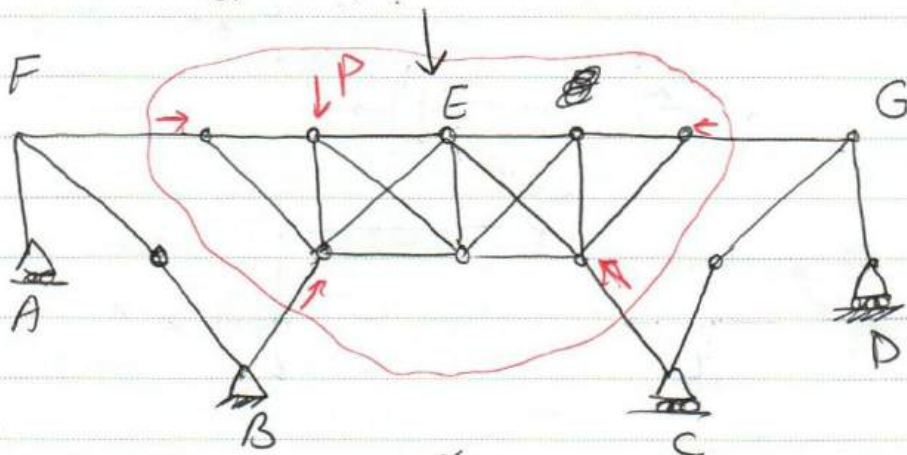


اگر بار P به B وارد شود $\sum M_A = 0$ آنگاه $\sum M_B \neq 0$ می گردد. مثال اگر برای مقطع راستی

$\sum M_G$ بنویسیم مخالف صفر می شود.



اگر می‌خواهیم که این نیروی P را حذف کنیم
و به جای آن یک نیروی P را در جهت مخالف اعمال کنیم

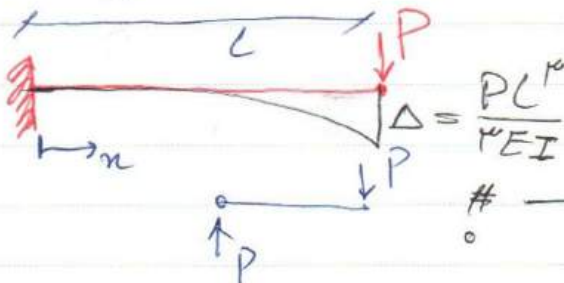


تمام مؤلفه‌های نیروی P را برای مقطع بالا از E می‌گذرانیم و P را حول E همان ایستادگی می‌کنیم
همان مخالف هم‌راست و متعادل می‌داریم.

استاتیك تیر و قاپ :

تیر رسم دیگرام نیروهای داخلی

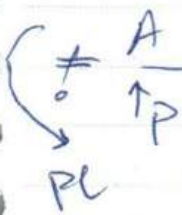
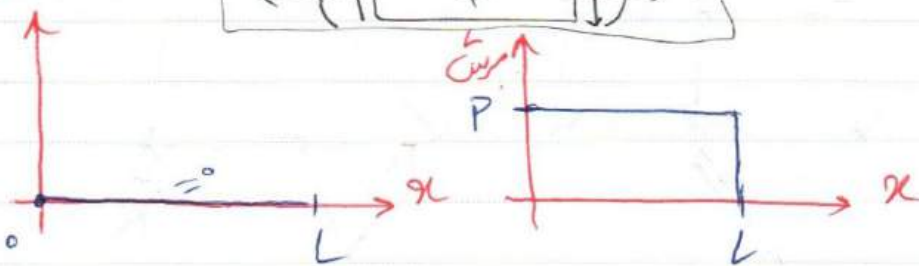
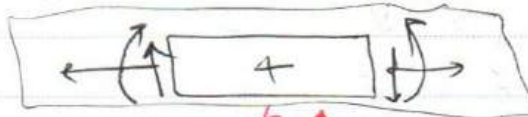
برش، نیروی محوری، خمشی



$$\# \rightarrow F_x = 0$$

$$\# \rightarrow \sum F_x = 0$$

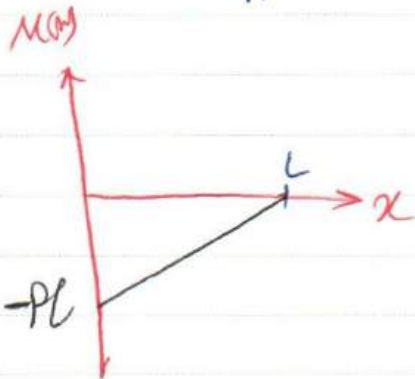
نیروی محوری

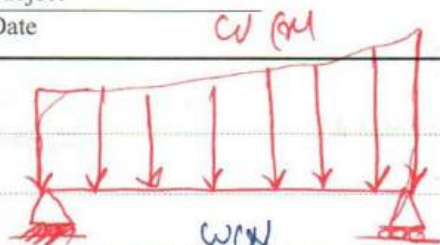


$$\# \rightarrow M(x) \# \rightarrow \downarrow P$$

$$\sum M_A = 0 \quad \rightarrow -PL - M(x) + P(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = -PL + Px$$





بدان نظر داریم w به سمت پایین + مثبت برداشته می شود

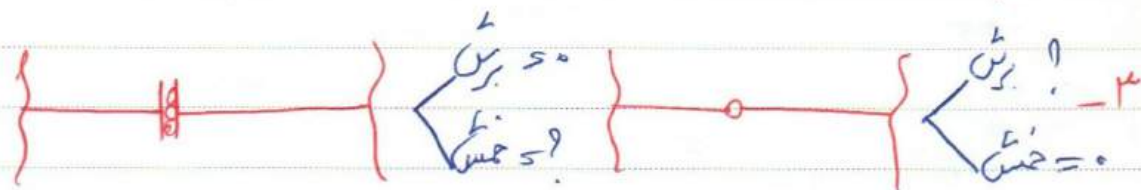
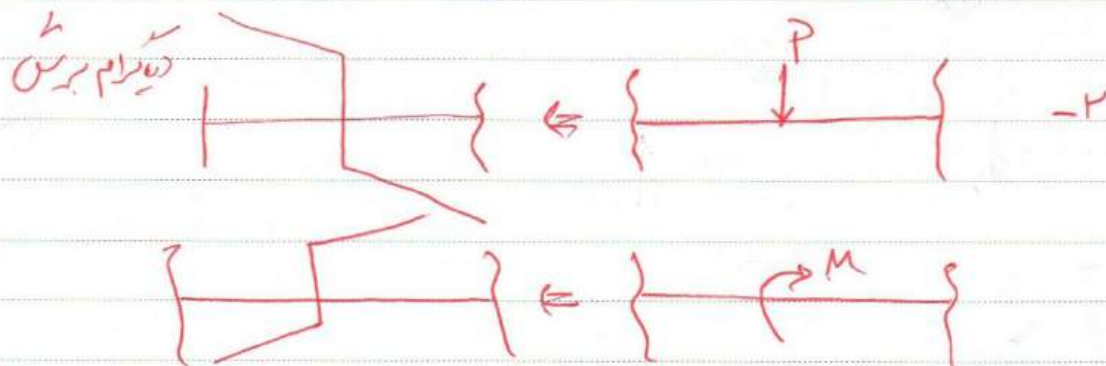
$$V + dV + w(x)dx = V(x) \rightarrow V + dV + w(x)dx = V(x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -w(x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -w(x) \quad \frac{dM}{dx} = V(x) \Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = -w(x)$$

برش ثابت $w(x) = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0$

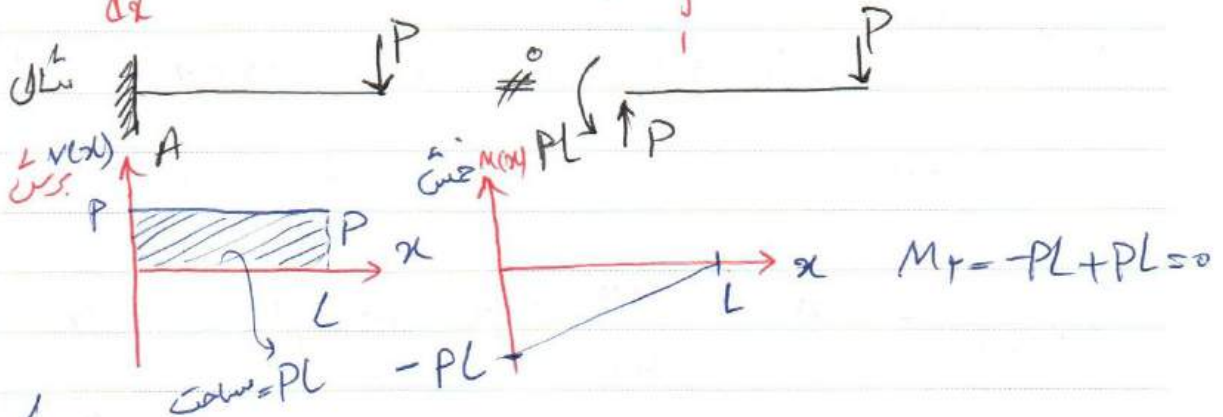
$\frac{dM}{dx} = C \rightarrow$ خط مستقیم



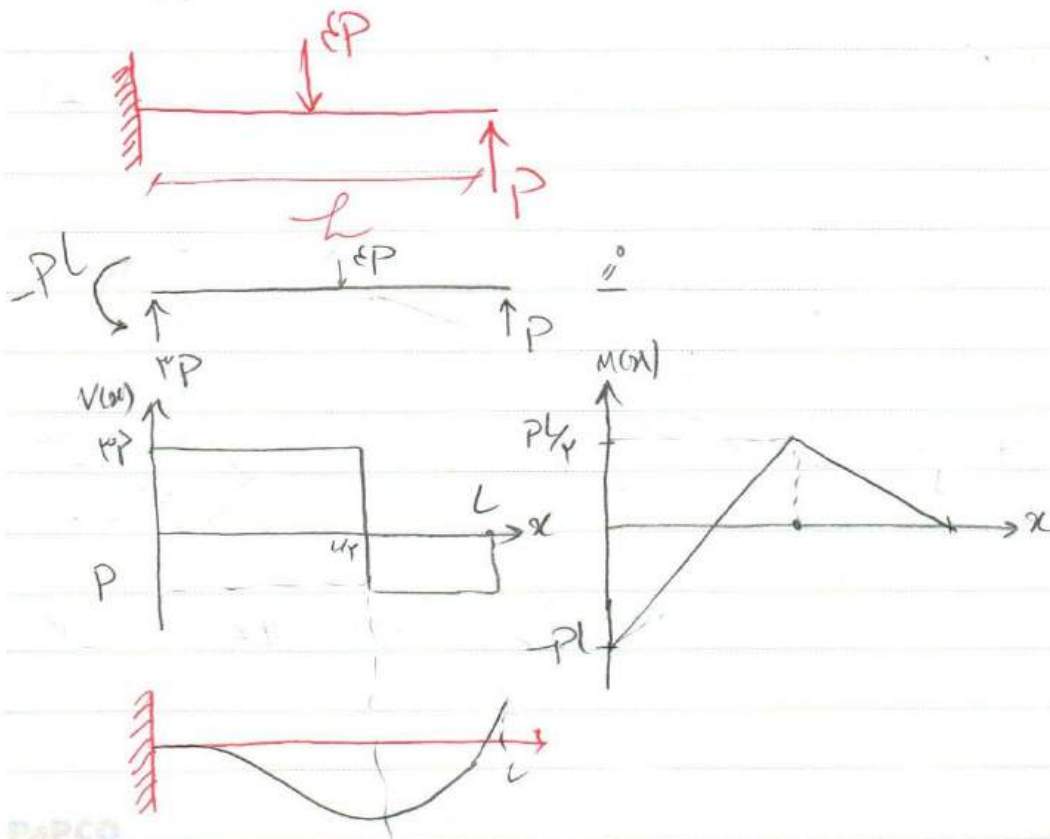
۴- در محل اعمال بار متمرکز $\leftarrow$ دایرگرام همش دارای شکستگی است.

$$\frac{dV}{dx} = -w(x) \rightarrow V_2 - V_1 = -\int_1^2 w dx \quad -a$$

$$\frac{dM}{dx} = T(x) \rightarrow M_2 = M_1 + \int_1^2 T dx$$

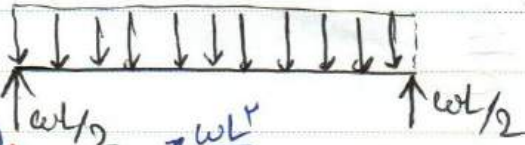
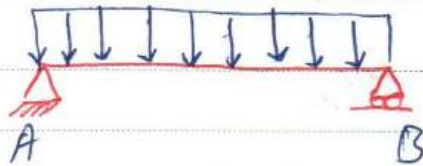


$$\Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = -w(x) \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

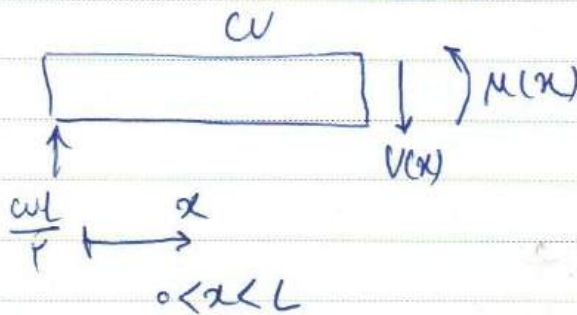
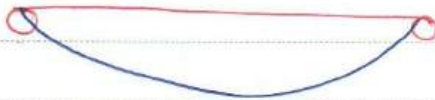
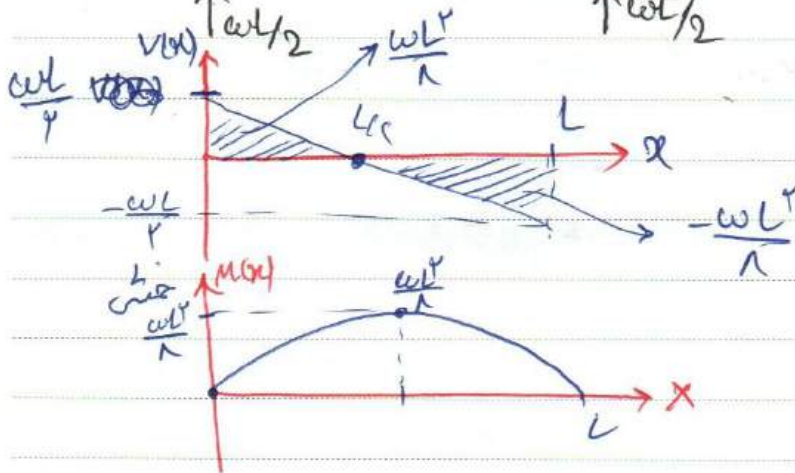


(مثال)

w



در تمام طول

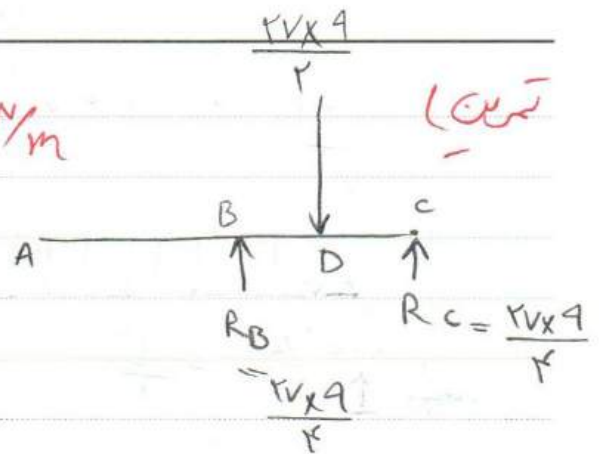
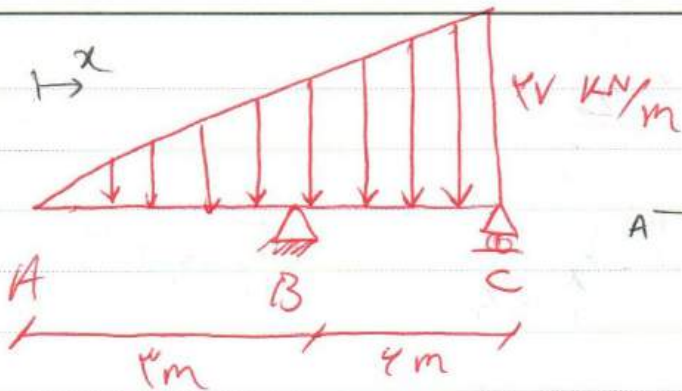


$$\sum F_y = 0 \longrightarrow wx + V = \frac{wL}{2}$$

$$\longrightarrow V = \frac{wL}{2} - wx$$

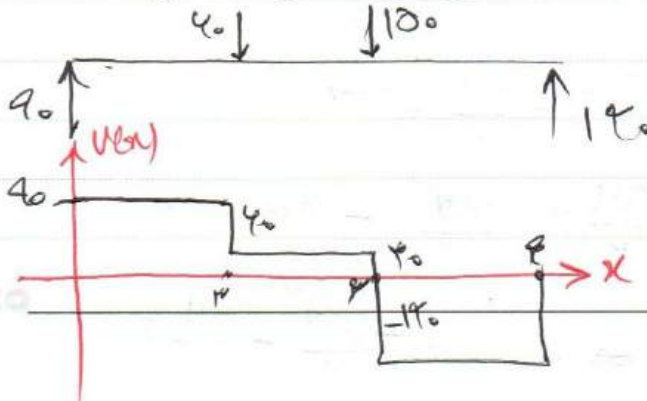
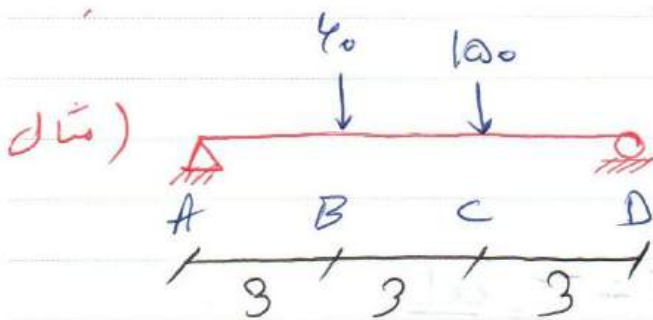
$$\sum M_C = 0 \quad \text{Clockwise} \longrightarrow \frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2} - M(x) = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = -\frac{wx^2}{2} + \frac{wL}{2}x$$

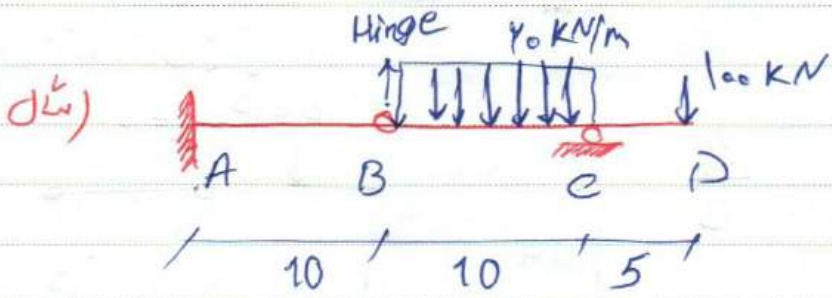
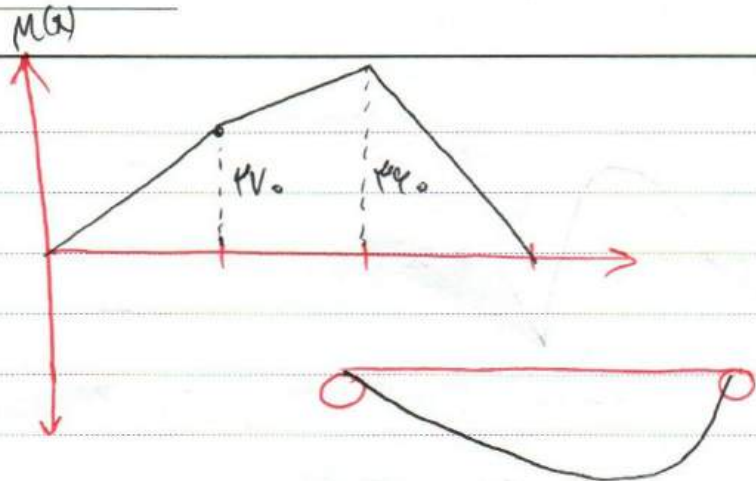


For $0 < x < 3$ $V = \frac{2V}{3}x$

For $3 < x < 7$ $V = \frac{2V}{3} \times \frac{3^2}{2} - \frac{2V \times 3}{2} + \frac{2V}{3}x(x-3)$



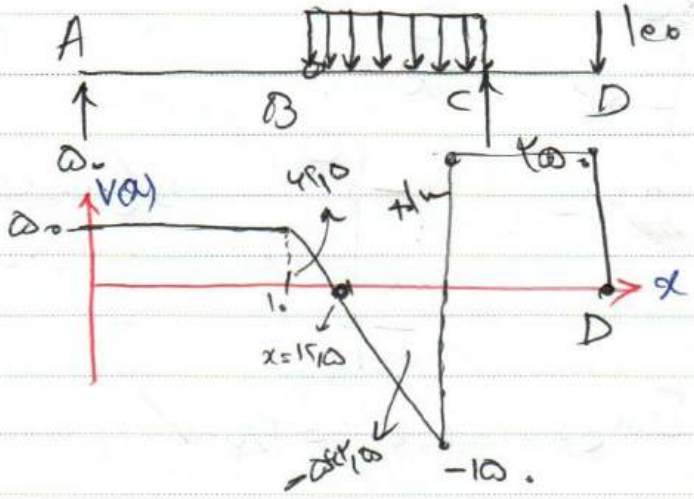
مساحت زیر منحنی



Σ M_B = 0 → C_y = 400 kN

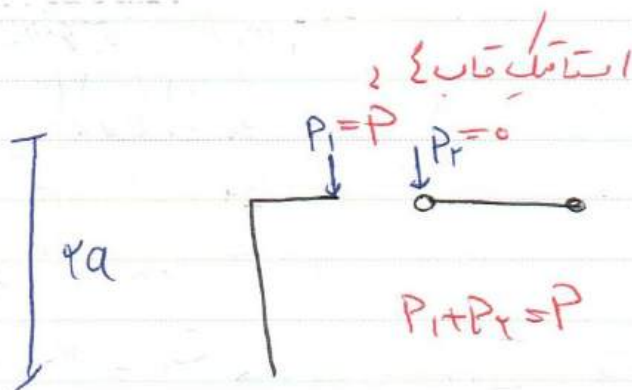
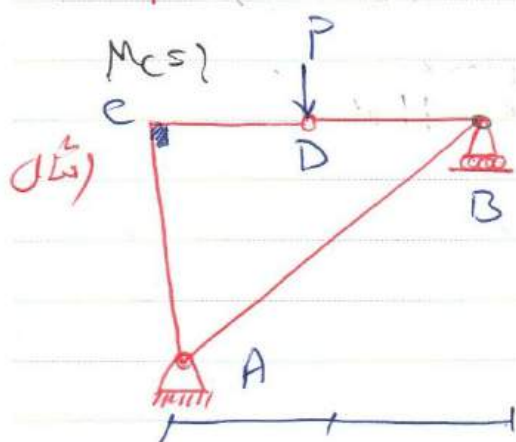
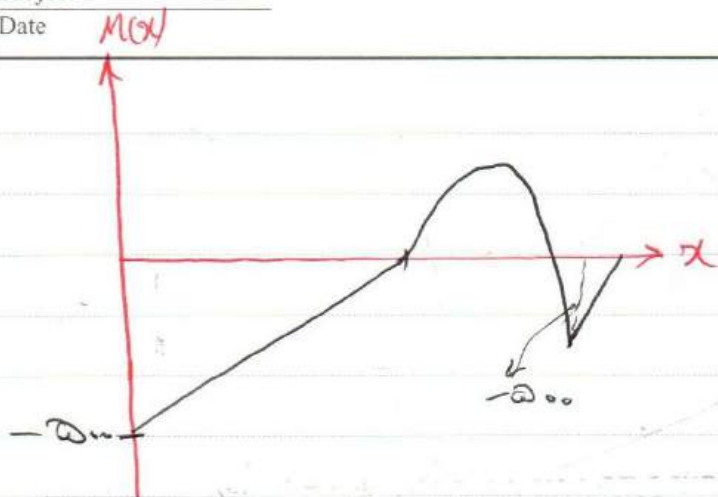
Σ F_y = 0 → A_y = 200 kN

Σ M_A = 0 → M_A = 200 kN.m



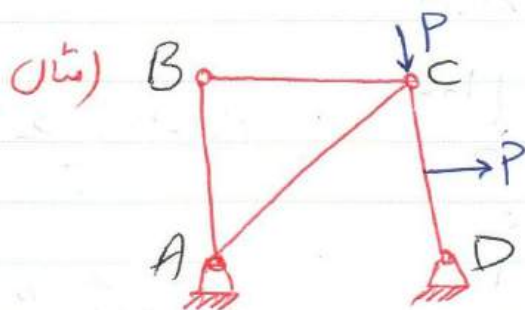
البرسم دیاگرام انوار

۲- دیاگرام برش

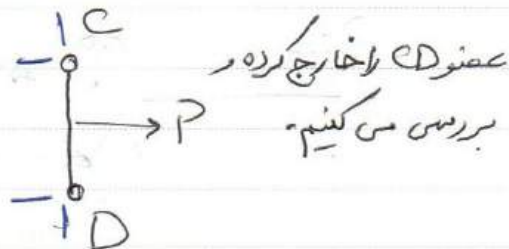


چون عضو DB دو نیروی استاتیسی برش

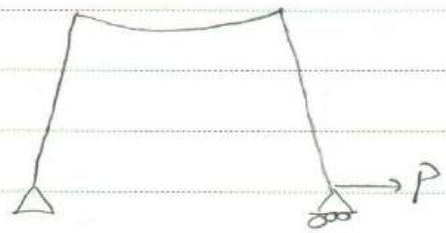
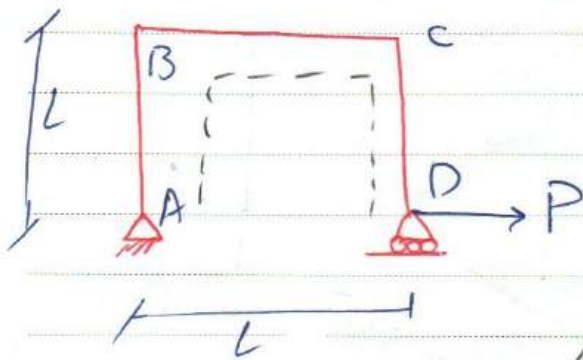
ندارد و پس باز P در عضو ACD وارد می شود پس $M_C = Pa$



$$R_x^D = ?$$

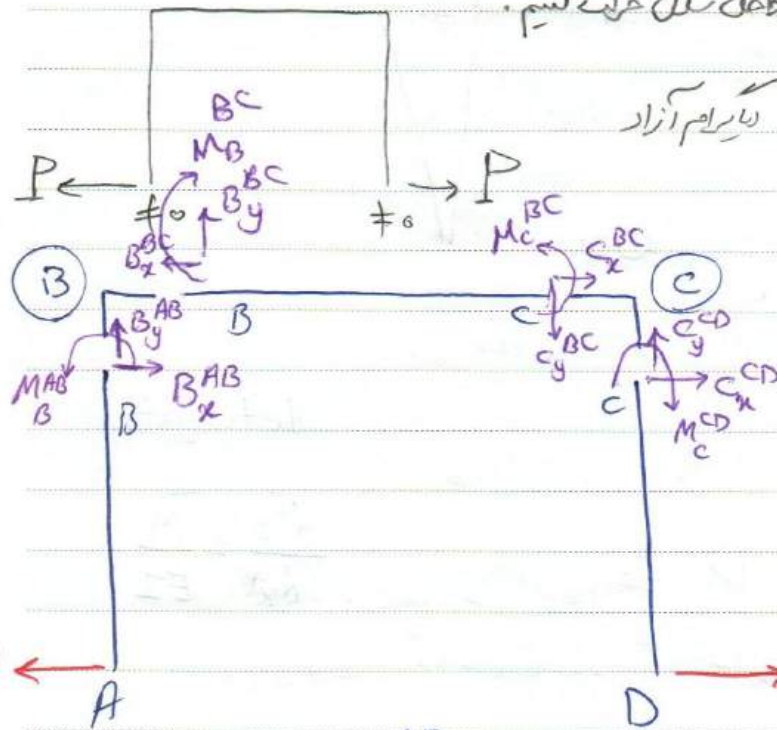


$$\sum M_C = 0 \rightarrow R_x^D = P/2 \checkmark$$



در رسم نمودارهای برش و چرخش باید دقت در شکل حرکت کنیم.

در رسم نمودارهای برش و چرخش باید دقت در جهت و مقدار را داریم آزاد و فرض می‌کنیم

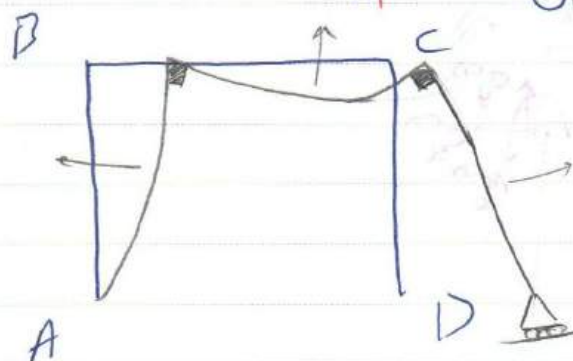
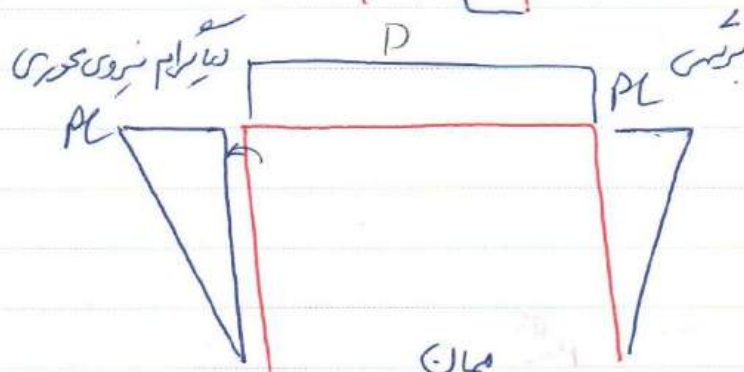
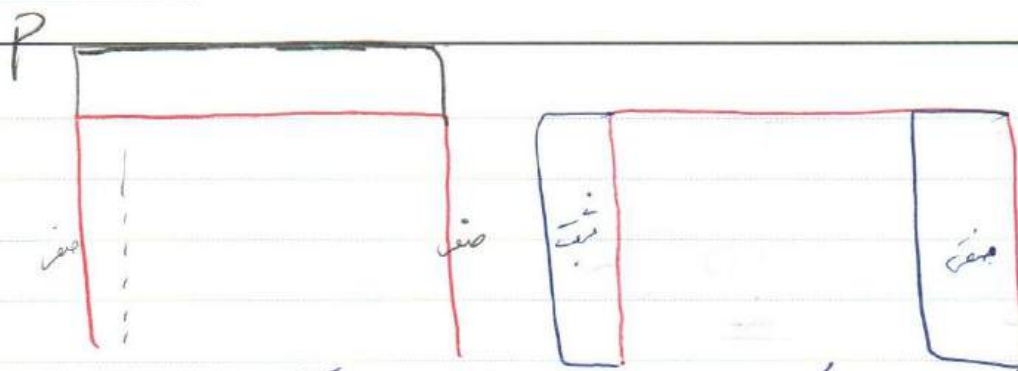


عصر

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x^{AB} = P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y^{AB} = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow M_B^{AB} = PL \end{array} \right\} AB$$

B چرخش

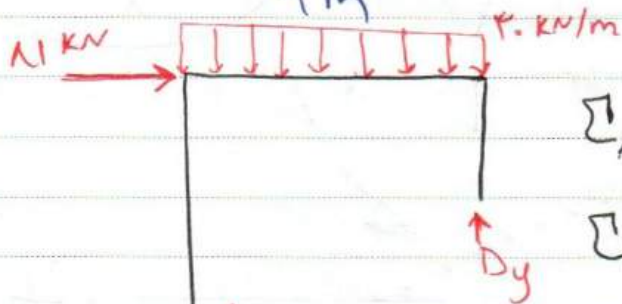
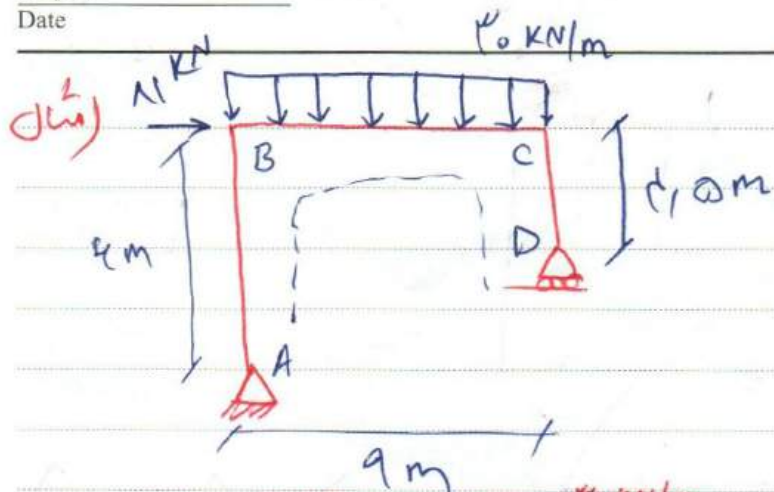
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x^{AB} = B_x^{BC} \Rightarrow B_x^{BC} = P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y^{BC} = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow M_B^{BC} = PL \end{array} \right\} B$$



deformation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

لے اگر محال + براد جهت تقعر شل + است -

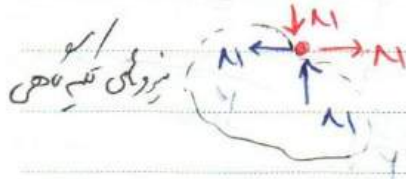
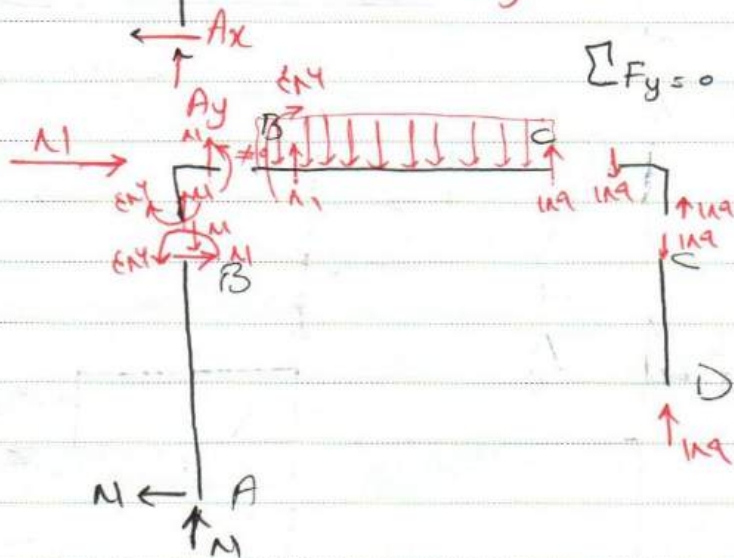


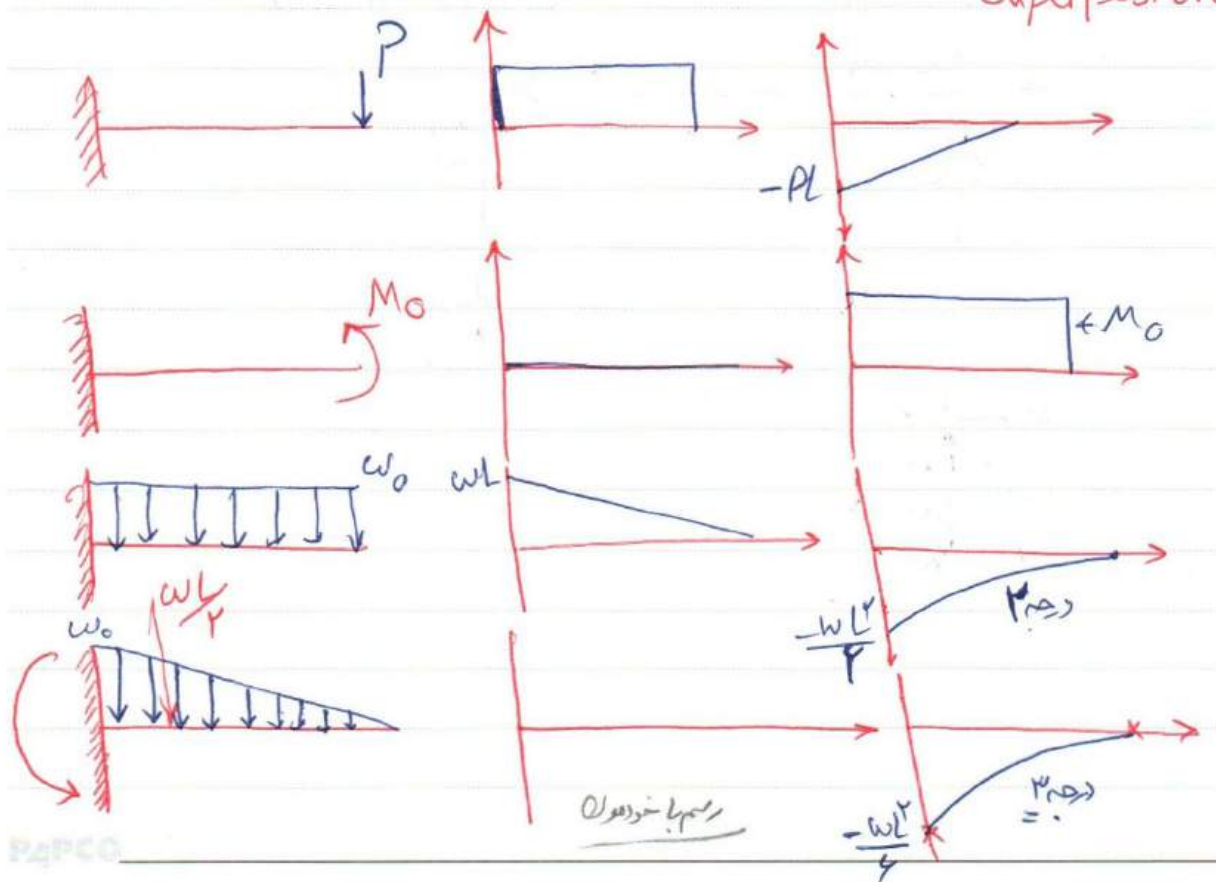
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 11 \times 4 + 10 \times 9 \times \frac{4}{2} = D_y \times 9$$

$$\Rightarrow 119 \text{ kN}$$

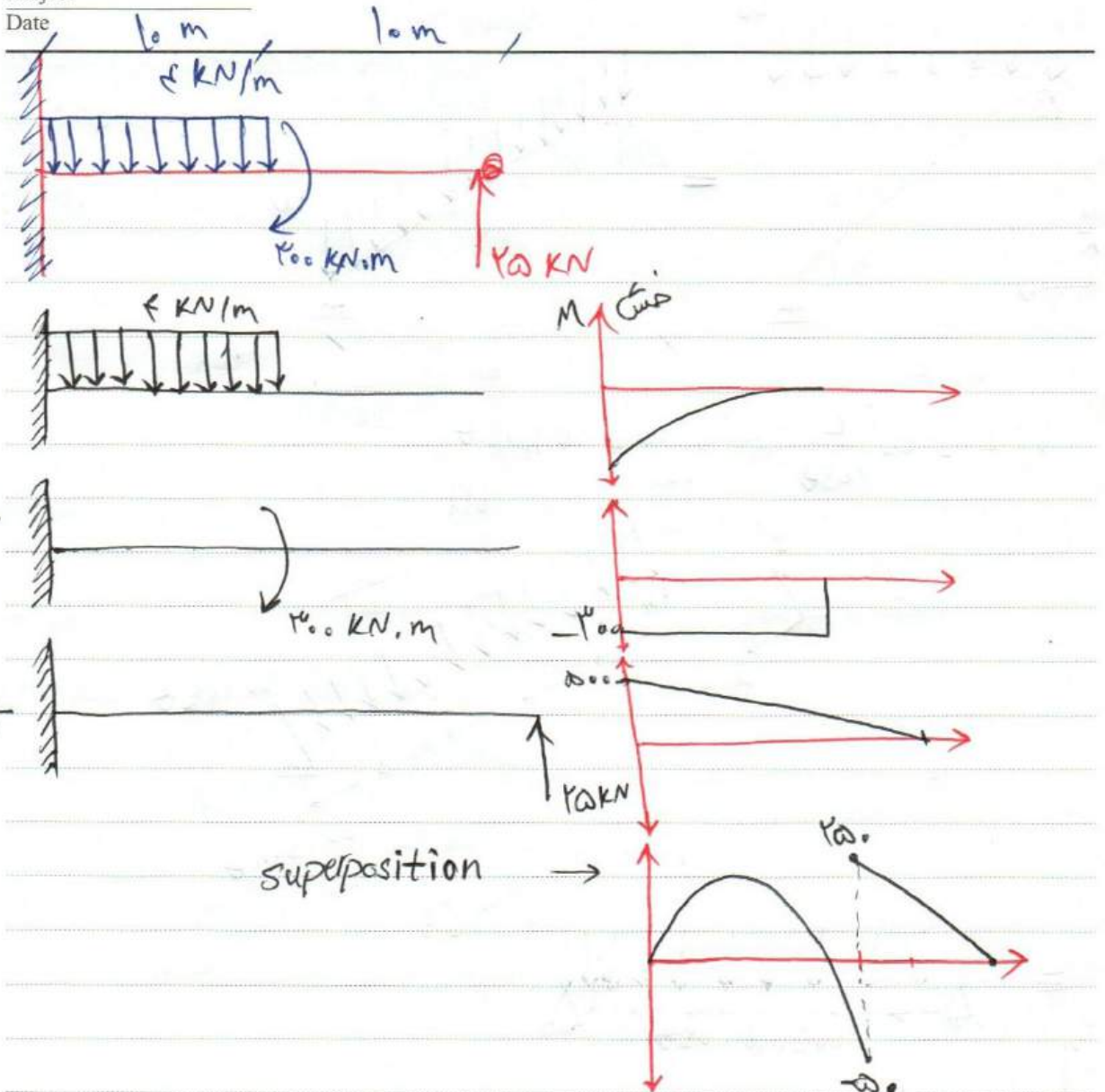
$$\sum F_x = 0 \quad A_x = 11 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y = 11 \text{ kN}$$



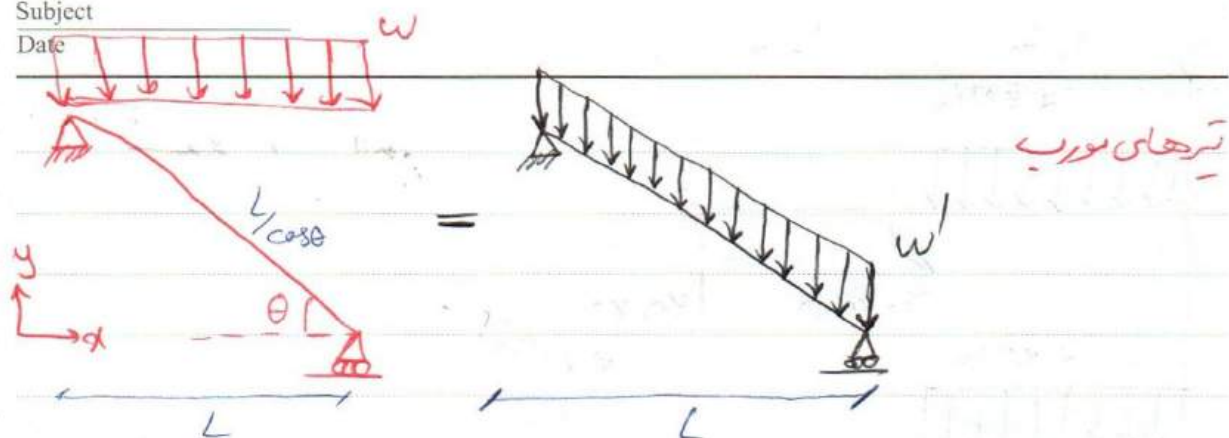


Subject
Date



Subject

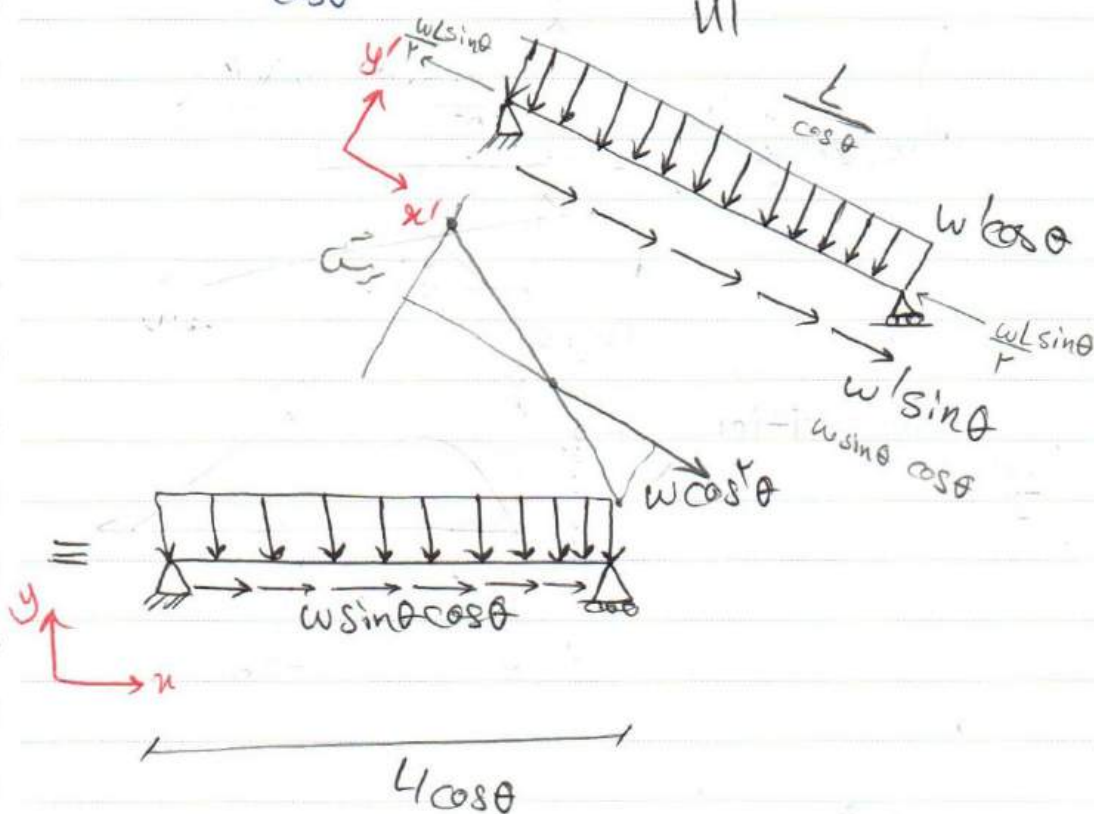
Date

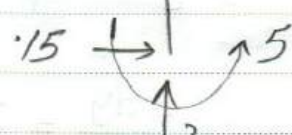
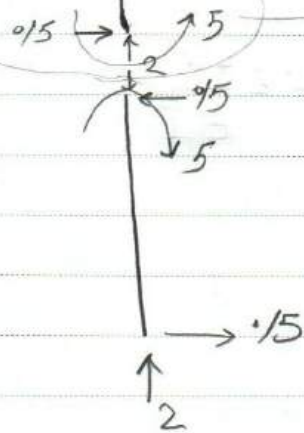
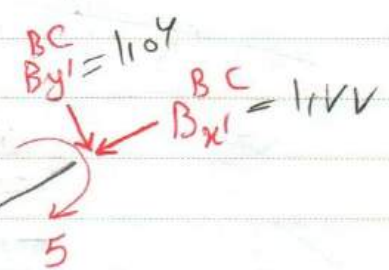
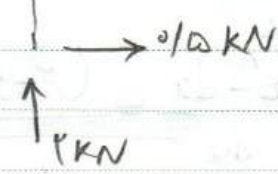
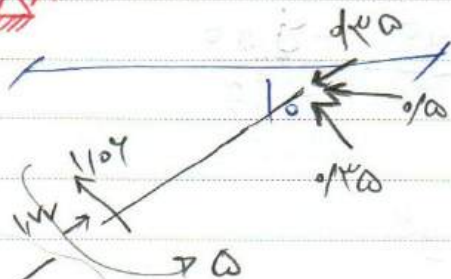
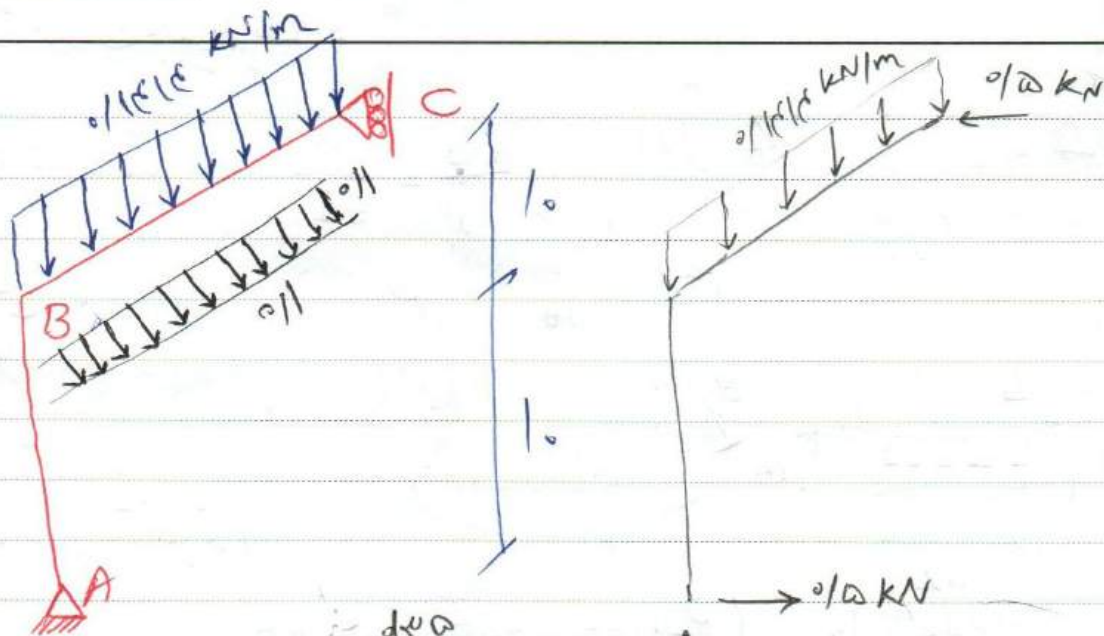


تیرهای مورب

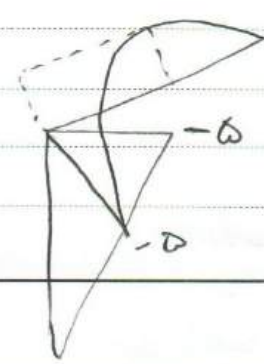
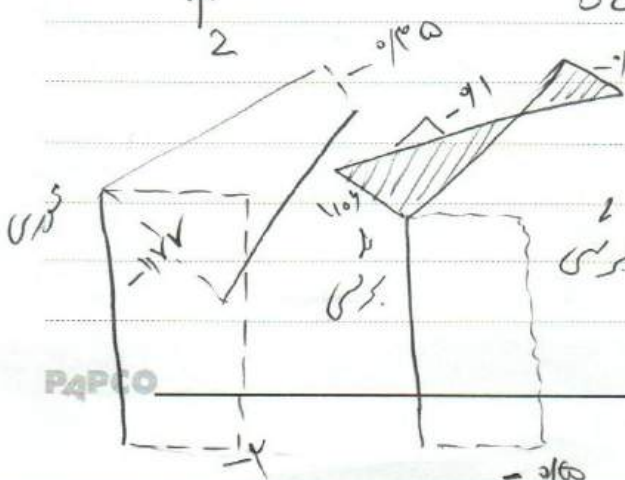
$$wL = w' \frac{L}{\cos \theta} \rightarrow w' = w \cos \theta$$

||





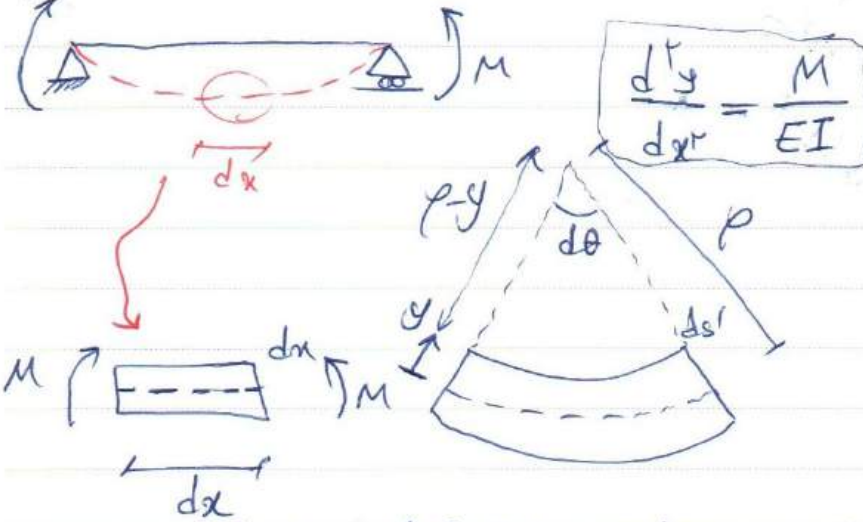
$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\rightarrow \frac{B_y^{BC}}{\sqrt{r}} - \frac{B_x^{BC}}{\sqrt{r}} + 0.10 = 0 \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow \frac{B_y^{BC}}{\sqrt{r}} + \frac{B_x^{BC}}{\sqrt{r}} = +1 \end{aligned} \right\}$$



Subject _____

Date _____

بیست آوردن خبر ترها



انتقال مستقیم

کند سطح

تیز و دمج

انرژی (کامپلیمینت)

بار واحد

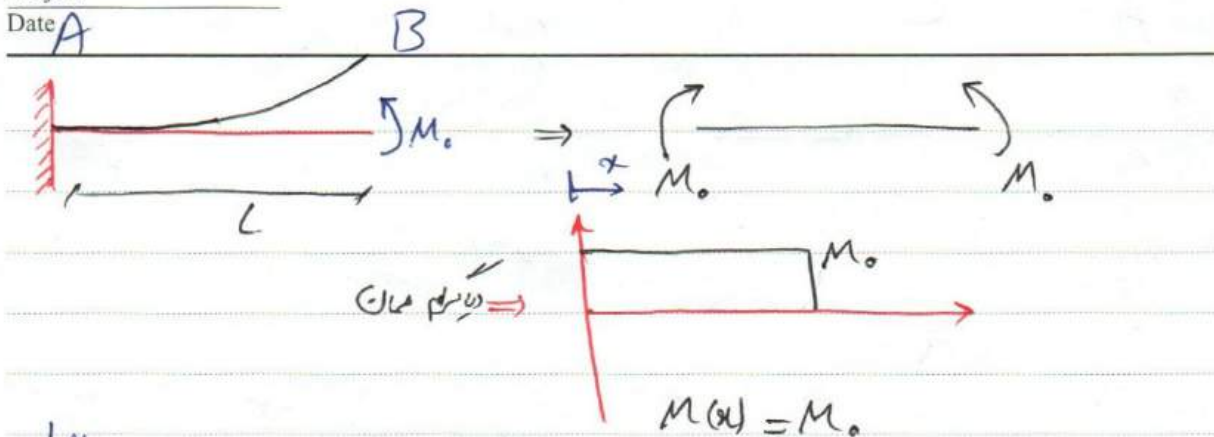
$$e = \frac{ds' - dx}{dx} = \frac{(\rho - y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{-y d\theta}{\rho d\theta}$$

اینجا

$$k(\theta) = \frac{1}{\rho} = \frac{y^4}{(1+y'^2)^{3/2}} \approx y^4$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{-y}{r} \Rightarrow \frac{-My}{IE} = \frac{-y}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{+M}{EI}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{+M}{EI}$$

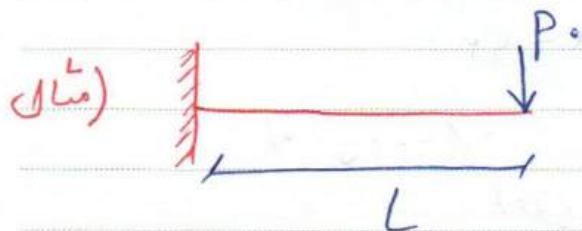


$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_0}{EI} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{M_0 x}{EI} + C_0 \rightarrow \theta(x) = \frac{M_0 x}{EI} \quad (I)$$

$$\rightarrow y = \frac{M_0 x^2}{2EI} + C_0 x + C_1 \rightarrow g.w = \frac{M_0 x^2}{2EI} \quad (II)$$

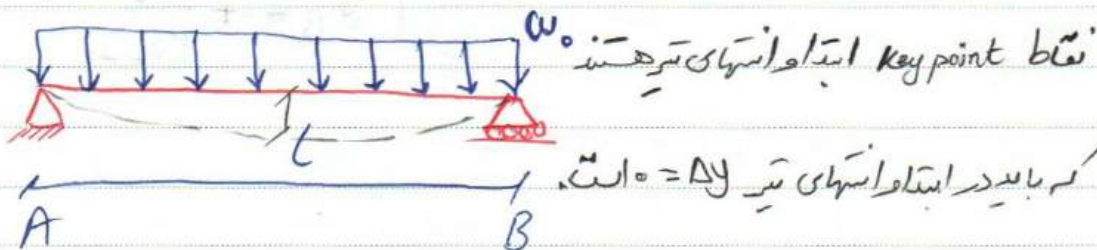
A $\rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_0 = 0 \\ C_1 = 0 \end{cases}$

at B $\left\{ \begin{aligned} \theta_{max} &= \frac{M_0 L}{EI} \\ g.w_{max} &= \frac{M_0 L^2}{2EI} \end{aligned} \right.$

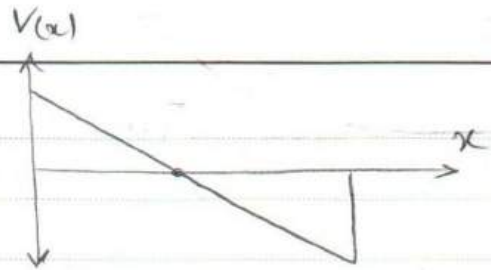
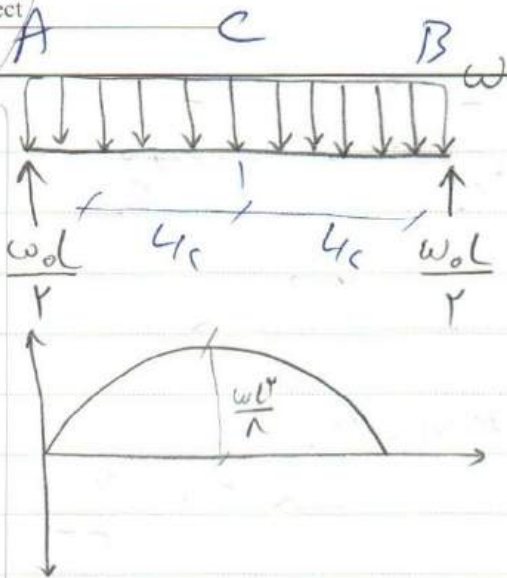


$$M(x) = -PL + Px = P(x-L)$$

deflection $\Delta(L) = \frac{PL^3}{3EI}$



$\rightarrow x$



$$M(x) = \frac{wL}{r}x - \frac{wx^2}{r}$$

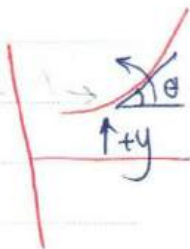
$$\theta = \frac{w}{rEI} \left(\frac{Lx^2}{r} - \frac{x^3}{r} \right) + C_1$$

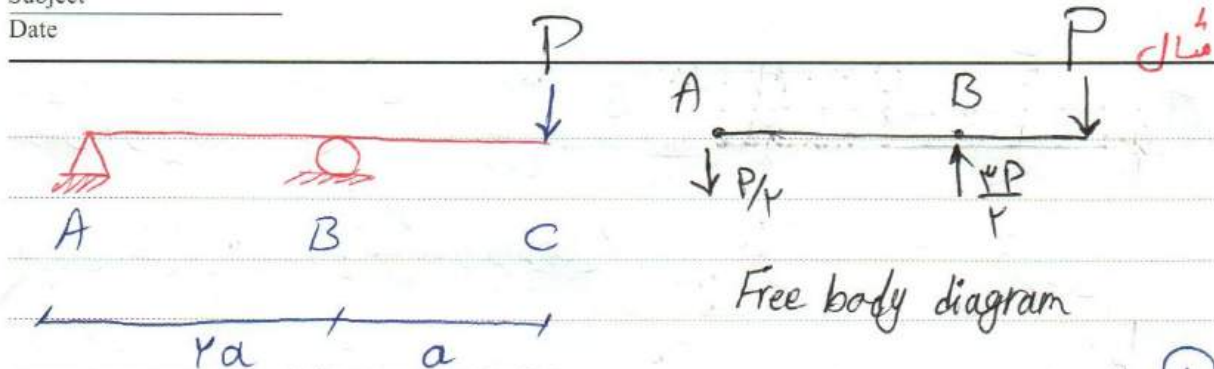
$$y = \frac{w}{rEI} \left(\frac{Lx^3}{r} - \frac{x^4}{1r} \right) + C_1x + C_2$$

$\frac{-wL}{rEI}$ ($x=L, y=0$)
 $\frac{wL}{rEI}$ ($x=0, y=0$)

$$\Rightarrow y_c = \frac{-w}{rEI} \frac{wL^3}{EI}$$

$$\begin{cases} \theta_A = \frac{-wL^2}{rEI} \\ \theta_B = + \frac{wL^2}{rEI} \end{cases}$$





$$0 \leq x \leq 2a \quad M = -\frac{P}{4}x \quad \rightarrow \quad E I y_1 = -\frac{P}{12}x^3 + C_1 x + C_2 \quad (1)$$

$$2a \leq x \leq 3a \quad M = -\frac{P}{4}x + \frac{3P}{4}(x-2a) = Px - 2Pa = P(x-2a)$$

$$\rightarrow \quad E I y_2 = \frac{P}{4}x^2 - \frac{3}{4}Pax^2 + C_3 x + C_4 \quad (2)$$

در معادله ① به تنهایی با توجه به اینکه دو شرایط اولیه در آن قیمت تیر داریم $\Delta y_A^y = 0$ و $\Delta y_B^y = 0$ می توان C_1 و C_2 را بدست آورد.

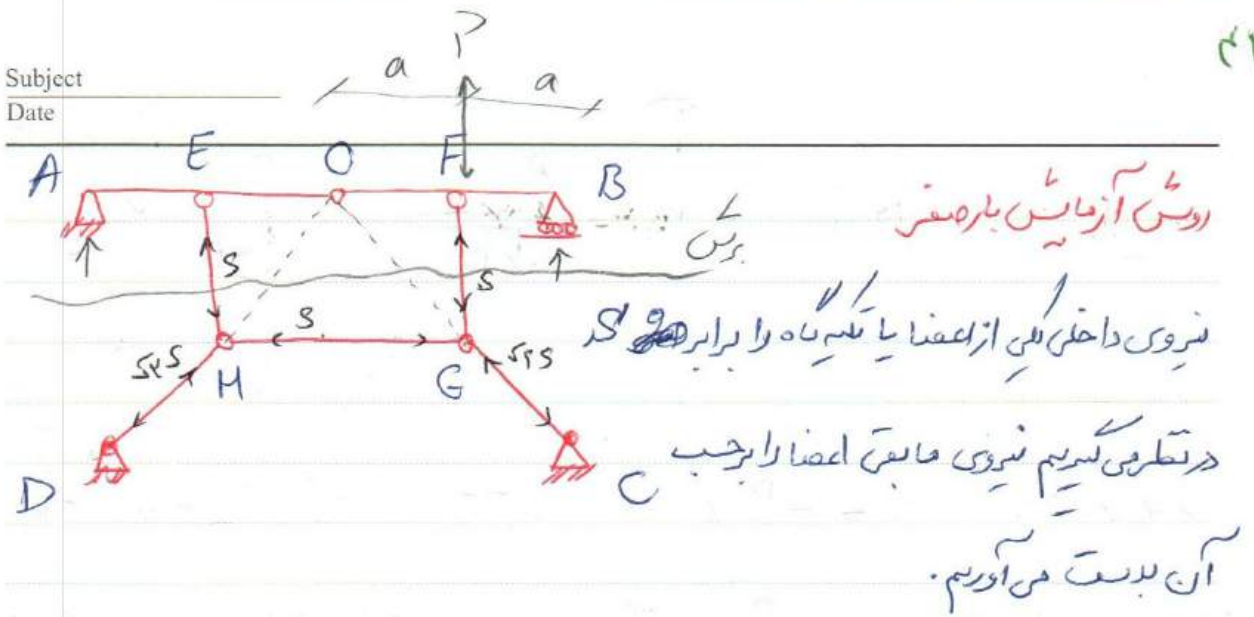
$$y_{x=0} = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \quad y_1(2a) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{Pa^2}{3} \quad \checkmark$$

$$(2) \quad y_1(0) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y_2(2a) = 0 \\ y_1'(2a) = y_2'(2a) \end{array} \right.$$

① برای حل معادله ①

② برای حل معادله ②

به کمک این دو معادله C_3 و C_4 بدست می آید.



در صورتیکه به علت نقص یکی از معادلات تعادل $S = 0 \leftarrow$ سازه باید بار در غیر این صورت سازه ناپایدار است.

ابتدا بار I را در نقطه‌ای F وارد می‌کنیم تا تکیه‌گاهی که می‌خواهیم C و D اهری را از O می‌گذراند پس در $\sum M_O = 0$ تأثیری نمی‌گذرانند تا تکیه‌گاهی که می‌خواهیم در A و B بدست می‌آید داریم:

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow P \times a + R_A \times 2a - R_B \times 2a = 0$$

$$\Rightarrow P = 2(R_B - R_A) \quad \text{II}$$

برای اعضای بالای برش $\sum M_O = 0 \Rightarrow P \times a + R_A \times 2a - R_B \times 2a + S_1 a - S_2 a = 0$

$$\Rightarrow P = 2(R_B - R_A) + (S_1 - S_2) \quad \text{I}$$

$$\text{I, II} \Rightarrow \boxed{S_1 = S_2}$$

$$\sum F_y = 0 \quad P = R_A + R_B + S_1 + S_2$$

بررسی دقیق تر بعداً صورت گیرد.

نکته: تیرهای چند تکه

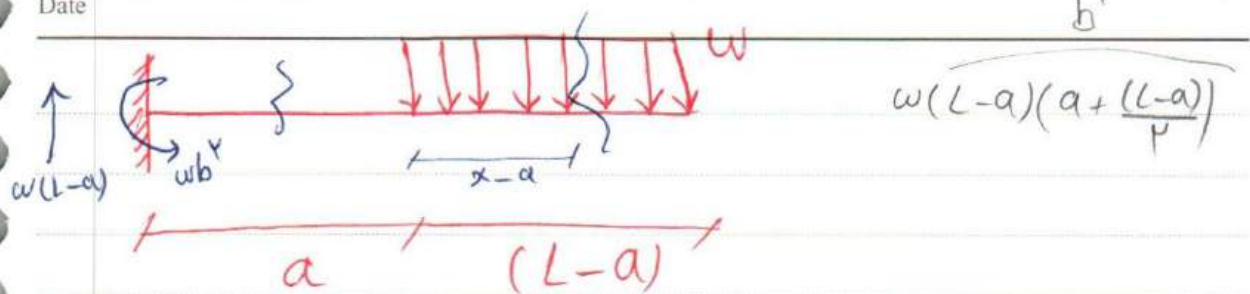
۱- در محل تکه‌ها یا اعمال بارهای متمرکز

۲- در محل تغییرات (I)

$$\begin{array}{l} \theta_L = \theta_R \\ \Delta_L = \Delta_R \end{array} \rightarrow \text{پیوستگی تیر}$$

x

44

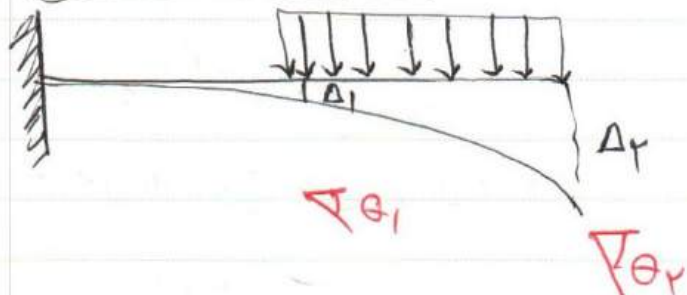


$$y_1(0) = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad M(x) = -wb^r + w(L-a)x$$

$$y_1'(0) = 0 \quad a < x \leq L \quad M(x) = -wb^r + w(L-a)x - \frac{w(x-a)^2}{2}$$

$$y_1(a) = y_r(a)$$

$$y_1'(a) = y_r'(a)$$



θ_1 و θ_r منفرجات.

روش تشریحی ۲ $\rightarrow$ قانون اول
قانون دوم

هدف: به دست آوردن خیز و شیب در سرتیر بوسیله تشریحی

مرکز سطح مولد $\frac{M}{EI}$ نسبت پستی اول A

$$t_{A/B} = \int_A^B x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \int_A^B \frac{M}{EI} dx \quad t_{A/B}$$

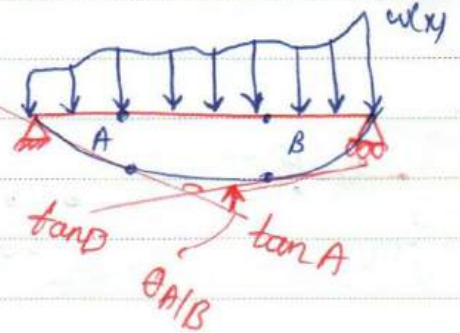
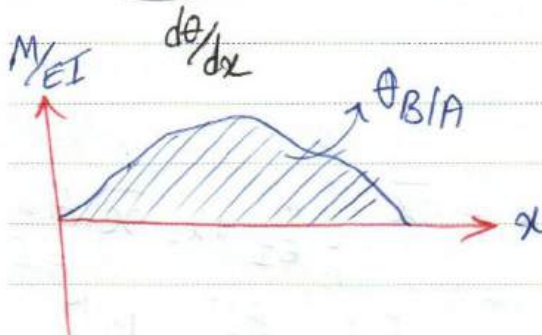
قانون اول $\rightarrow$ شیب $\theta_{A/B}$

قانون دوم $\rightarrow$ خیز (deflection)

قانون اول تشریحی + هندسه

$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \Rightarrow d\theta = \frac{M}{EI} dx$$



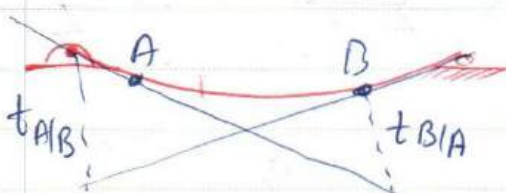
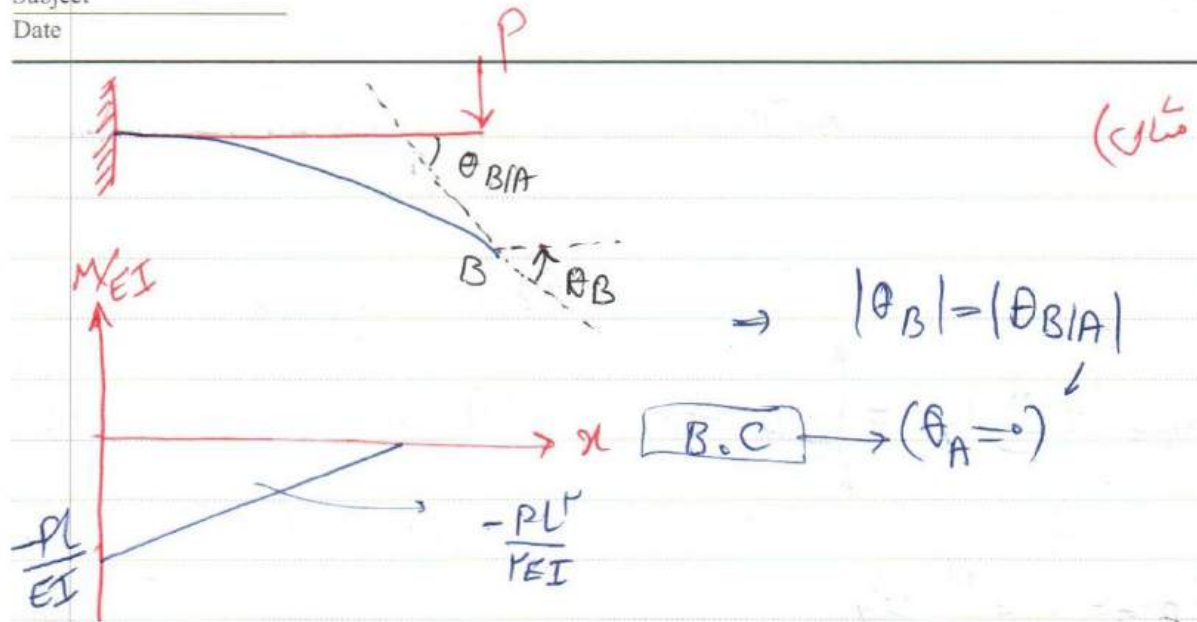
الگوریتم استفاده از روش تشریحی ۲

۱- ترسیم دیاگرام آزاد

۲- ترسیم دیاگرام $\frac{M}{EI}$

۳- ترسیم منحنی تغییر شکل یا فنته بزرگنمایی شده

۴- استفاده از قوانین تشریحی + هندسه

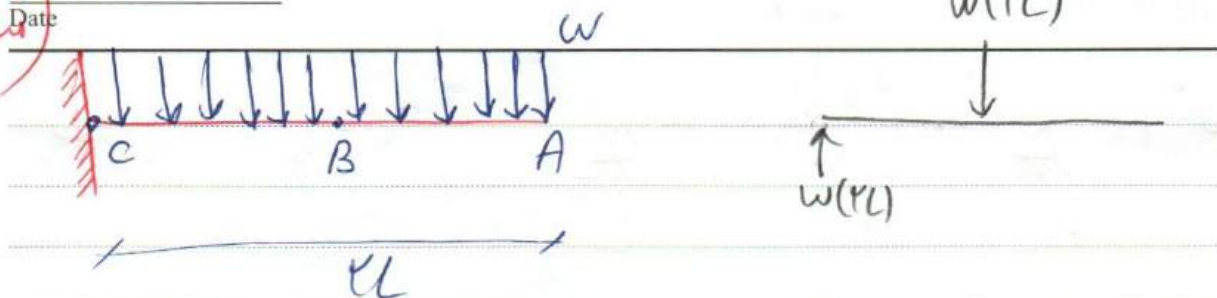


$$|\Delta_B| = |\Delta_{B/A}| = \int_B^A x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \int_B^A \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \frac{A_M}{EI}$$

$$= \frac{2}{3} L \times \frac{PL^2}{2EI} = \frac{PL^3}{3EI}$$

deflection Δ مثال

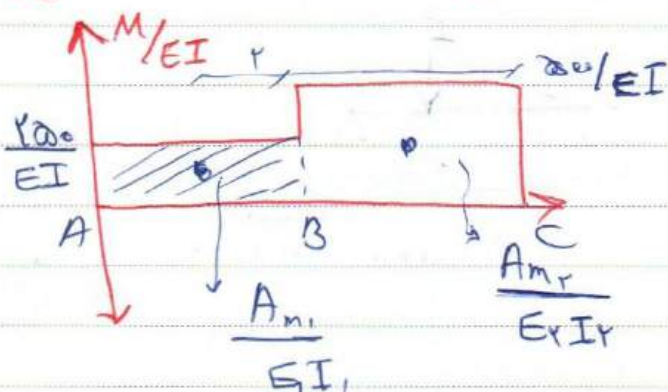
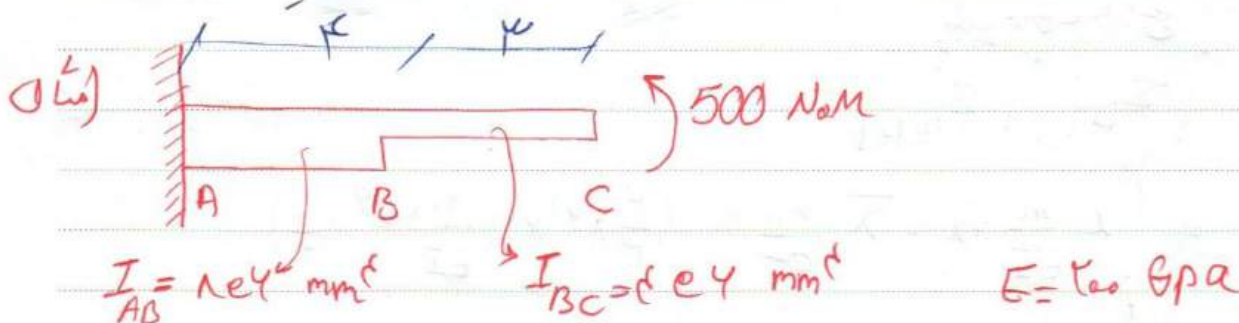
Subject _____
Date _____



$|\theta_A - \theta_B| = ?$ $|\theta_{A/B}| =$

$\frac{M}{EI}$

$\Rightarrow |\theta_{A/B}| = \int_0^L \frac{-wx^2}{EI} = \frac{wL^3}{4EI}$ ✓

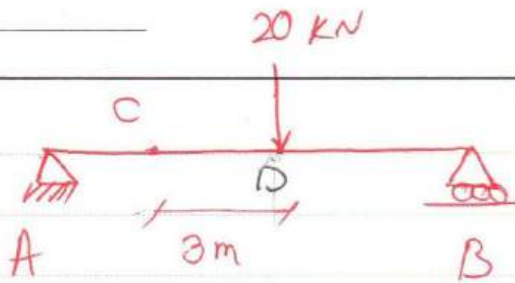


$\Delta_B = t_{B/A} = \left[\frac{200 \times r}{EI_{AB}} \right] \times r = 1.0 \text{ mm}$

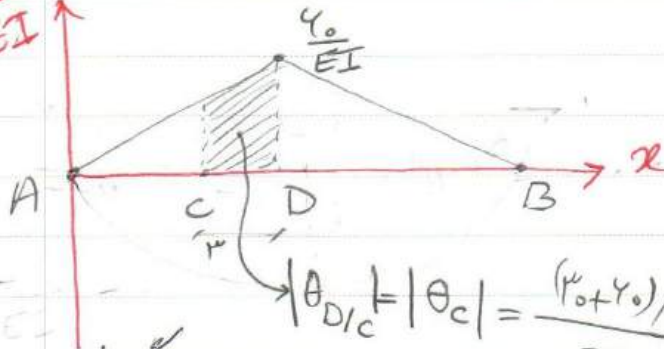
$\Delta_C = t_{C/A} = \left[\frac{200}{EI_{BC}} \right] \times r + \left[\frac{200 \times (r)}{EI_{BC}} \right] \times (1.0 \text{ m}) = 1.01 \text{ mm}$

$\Delta = r + 1.01$

(مسئله)



$\theta_c = ?$ ①
استفاده از قانون اول تیرهای + هندسه

 $\frac{M}{EI}$ 

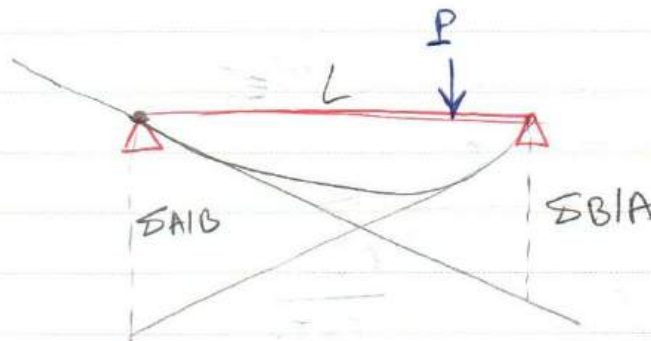
تبدیل به صورت گرافیک

$$|\Sigma_D| = |\Sigma_{A/D}|$$

$$= \int_A^D x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \frac{A_m}{EI} = \left(\frac{r}{3} \times 4\right) \times \left(\frac{40 \times 4 \times \frac{1}{2}}{EI}\right)$$

$$\Sigma_D = ? \text{ ②}$$

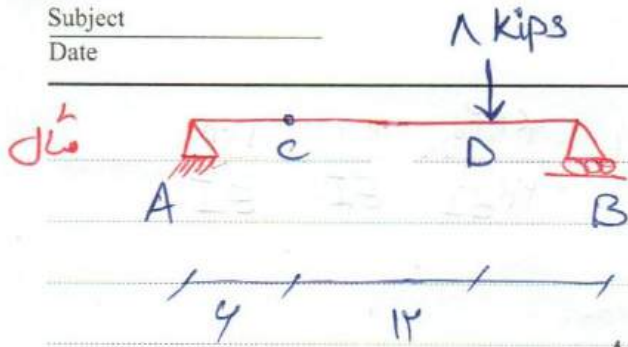
مثال ۸



$$\theta_A = \frac{|\Sigma_{B/A}|}{L}$$

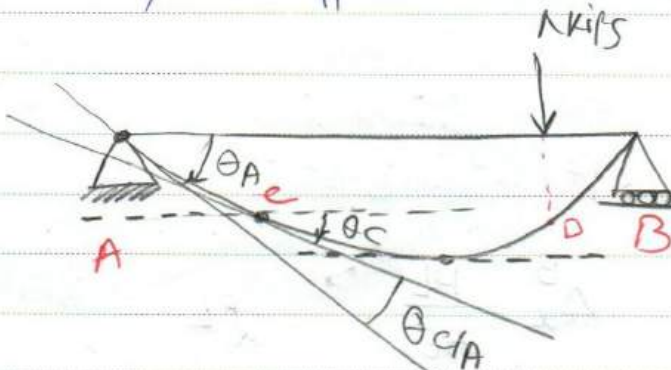


Subject _____
Date _____



$$\begin{cases} E = 29 \text{ ksi} \\ I = 400 \text{ in}^4 \end{cases}$$

$\theta_c = ?$



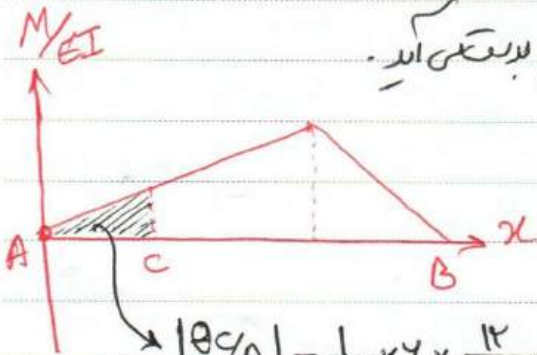
$$|\theta_{C/A}| + |\theta_C| = |\theta_A|$$

$$|\theta_C| = |\theta_A| - |\theta_{C/A}|$$

$$\frac{\Delta_{B/A}}{L}$$

از قانون اول
✓

از قانون دوم بدست می آید.



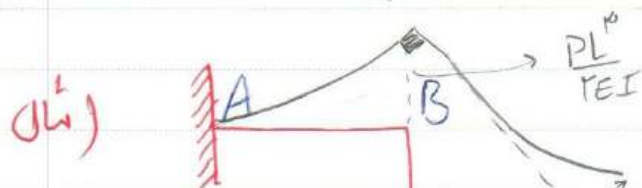
$$|\theta_{C/A}| = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{12}{EI} = \frac{24}{EI}$$

$$\Delta_{B/A} = \int_A^B x \frac{M}{EI} dx = \int_0^4 x \frac{M}{EI} dx + \int_4^{16} x \frac{M}{EI} dx = \frac{124}{EI}$$

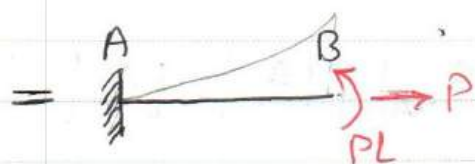
$$\begin{cases} A_M = \\ \bar{x} = \frac{4}{2} \times 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_M = \\ \bar{x} = (4 + \frac{1}{2} \times 12) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\theta_c| = \frac{|\Sigma_{B/A}|}{2L} - |\theta_{C/A}| = \frac{440}{2EI} - \frac{36}{EI} = \frac{144}{EI}$$



به خاطر الاستیسیت
تیر BC بزرگ داده است. $\Delta_x^B = \frac{PL}{AE}$
در اثر حرکت B به سمت بالا و چپ داده

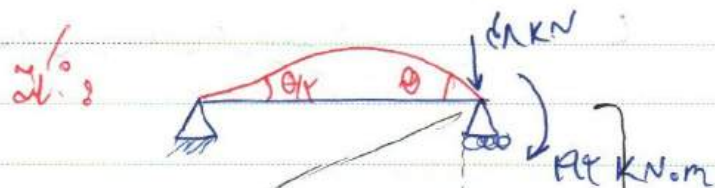
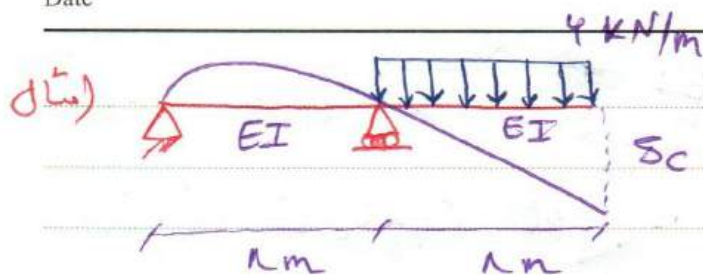


$$\Delta_x^B = \frac{PL}{AE}$$

$$|\theta_B| = |\theta_{B/A}| = \frac{ML}{EI} = \frac{PL^2}{EI}$$

$$\Delta_y^B =$$

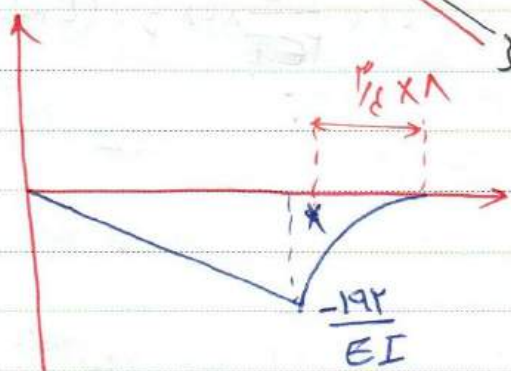
تکین کردن



$$\Delta_{c/B} = ?$$

$$|\Delta_c| = |\Delta_{c/A}| - \gamma |\Delta_{B/A}|$$

$$\Delta_{c/A}$$



$$\Delta_{c/c} = ? = \frac{1}{EI} \times \left| \frac{192}{EI} \right| \times 1$$

(مثال) با توجه به دیاگرامهای M و Q در تصویر

مقدار تغییر مکان نقطه C نسبت به مماس بر نقطه A را بیابید.

$$\Delta_{C/A} = \int_A^C \frac{M}{EI} dx = \frac{-PL}{EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}L\right) + \frac{PL}{EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \left(L + \frac{1}{3}L\right)$$

* معنی به خاطر علامت از نمودار

در شکل مقابل نقطه C را 1 mm به سمت بالا حرکت می دهیم مقدار M_A را بیابید.

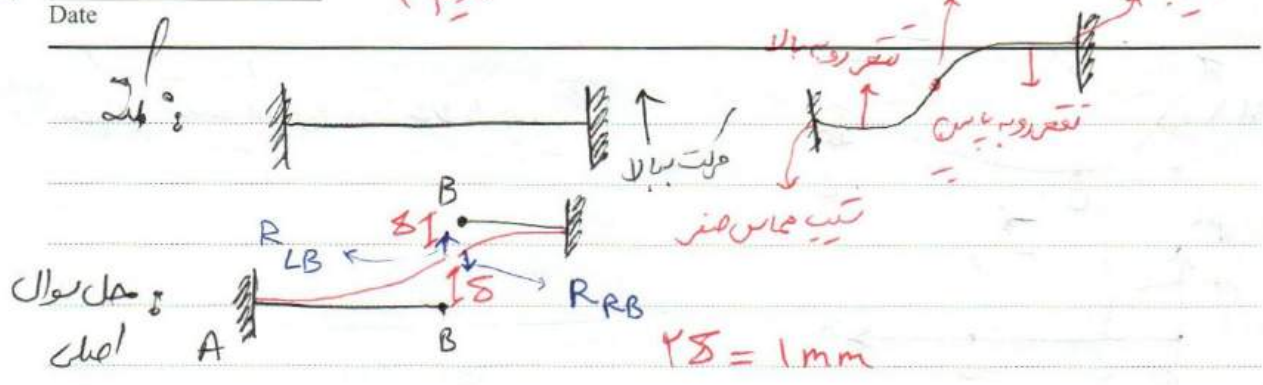
$M_A = ?$

Subject _____
Date _____

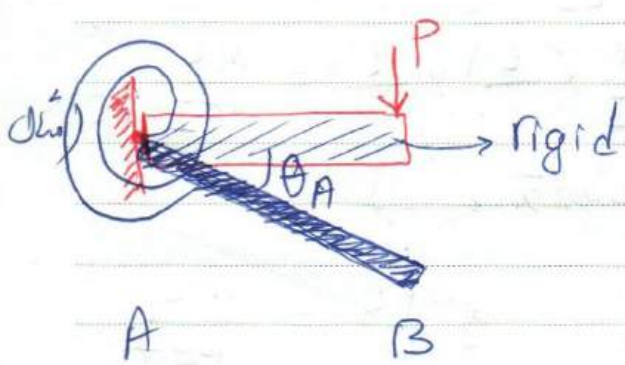
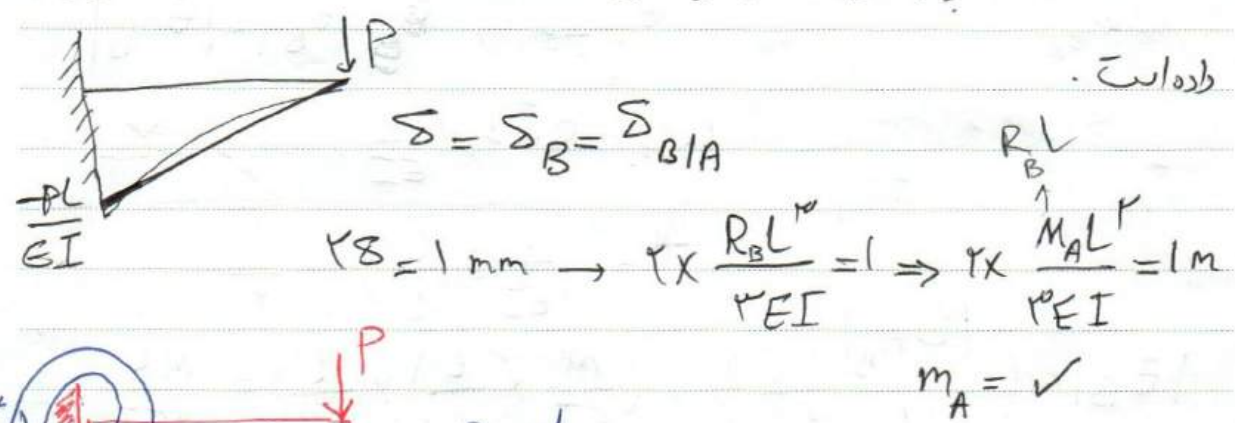
پین (در این نقطه می شود که در این نقطه پین داریم)

تکینگی عطف است پس همان صفر است (در این نقطه)

تکینگی عطف



هر وقت ثابت و جیب تیر مثل یک تیر انعطاف است که به اندازه δ در ابتدای آن تغییر جایابی



در اینجا تیر داریم و جسم به صورت صلب است

جسم اگر rigid نبود باید جمع حالت

$\delta_B = \theta_A \times L$

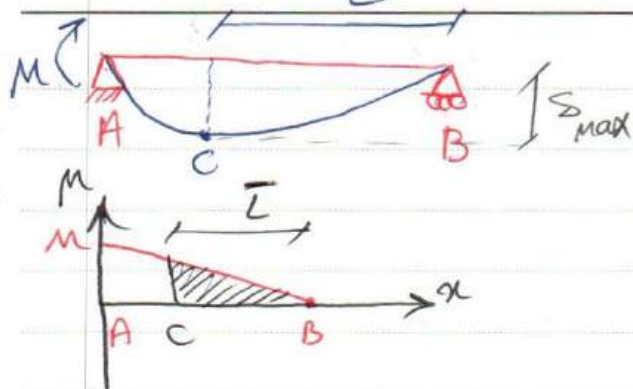
deflected + $\Delta \theta$ را با هم در نظر گرفت.

$M = k_{\theta} \cdot \theta_A$
 $M = -PL$

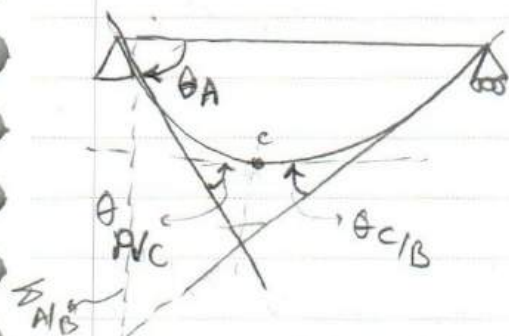
$\Rightarrow \theta = \frac{-PL}{k_{\theta}} \Rightarrow \delta_B = \theta_A \times L$

$\delta_B = \frac{-PL}{k_{\theta}} \times L \checkmark$

اگر rigid نبود $\delta_B = \frac{-PL^2}{k_{\theta}} + \left(\frac{PL^3}{3EI} \right)$



محد اکثر تغییر مکان در تیر بالا را بیابید.



$$\theta_C = 0 \Rightarrow |\theta_B| = |\theta_{C/B}|$$

⚡ تحت زیر تیر مقدار $\frac{M}{EI}$ از B تا C (مجهول)

$$\Delta = \left(\frac{M}{EI} \times \frac{L}{2} \right) \times \left(\frac{L}{2} \right) \quad (I)$$

$$|\theta_B| = \left(\frac{|\Delta_{A/B}|}{L} \right) = \frac{1}{L} \times \left(\frac{M}{EI} \times \frac{L}{2} \right) \times \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{ML}{4EI} \quad (II)$$

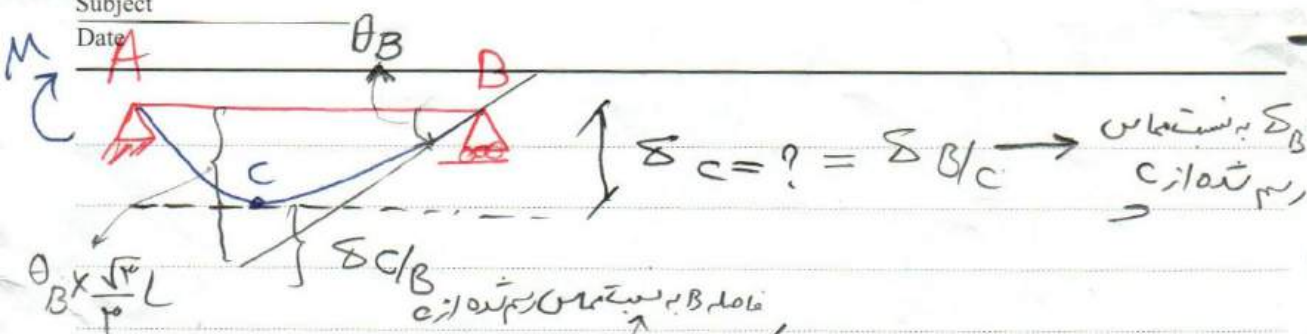
← $\bar{x}$ از نقطه اول A

$$|\theta_A| = \sim \sim \sim \sim \times \frac{2L}{3} = \frac{ML}{3EI}$$

$$\Rightarrow \bar{L} = \frac{\sqrt{3}}{3} L$$

$$|\theta_{C/B}| = |\theta_B| \quad (I=II) \rightarrow \frac{M\bar{L}^2}{2LEI} = \frac{ML}{4EI} \rightarrow \bar{L}^2 = \frac{1}{2} L^2$$

$$\rightarrow \bar{L} = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

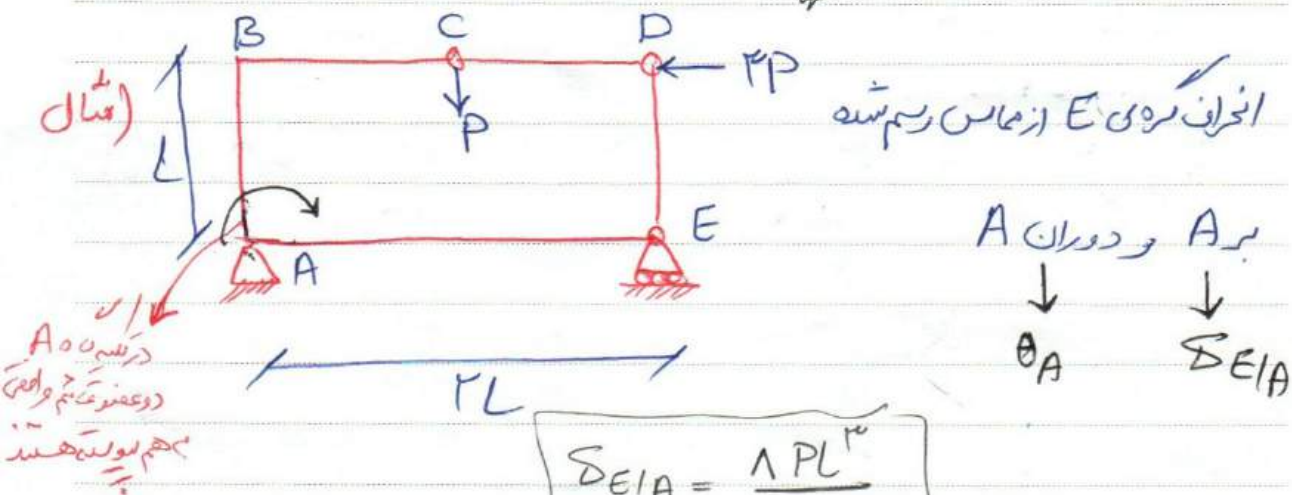


فاصله C به نسبت به B

نسبت به B

نسبت به C

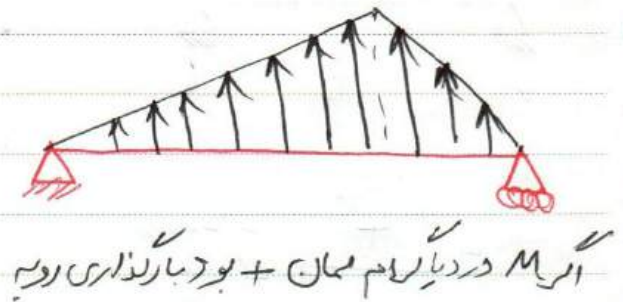
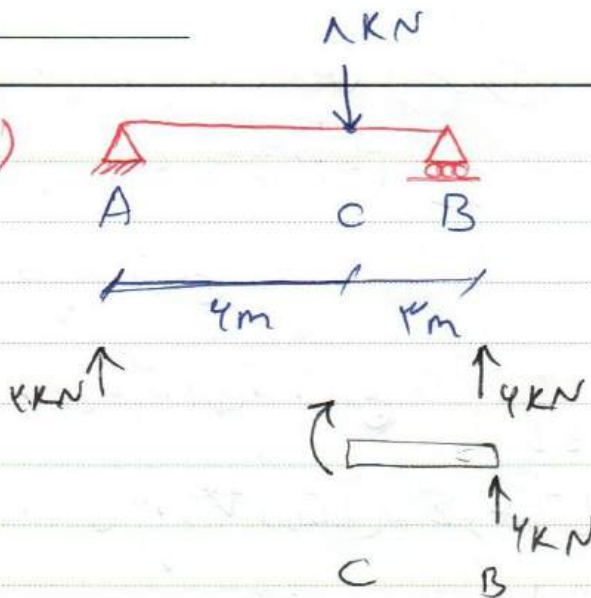
$$\left\{ \begin{array}{l} |\delta_c| = |\delta_{B/C}| \\ |\delta_c| = \left[\theta_B \times \frac{\sqrt{3}}{4} L \right] \cdot \frac{\delta_c}{B} \end{array} \right.$$



Subject _____

Date _____

(مثال)



اگر M در دیوار هم همان + بود بارگذاری رویه
بالا می شود و برعکس.

$$\frac{dV}{dx} = w(x) \rightarrow V = \int w(x) dx \quad M = \int \int w$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = w(x) \quad \theta \left(\frac{dy}{dx} \right) = \int \frac{M}{EI} dx \quad y = \int \int \frac{M}{EI}$$

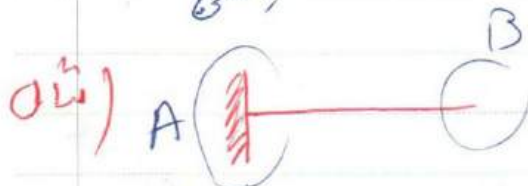
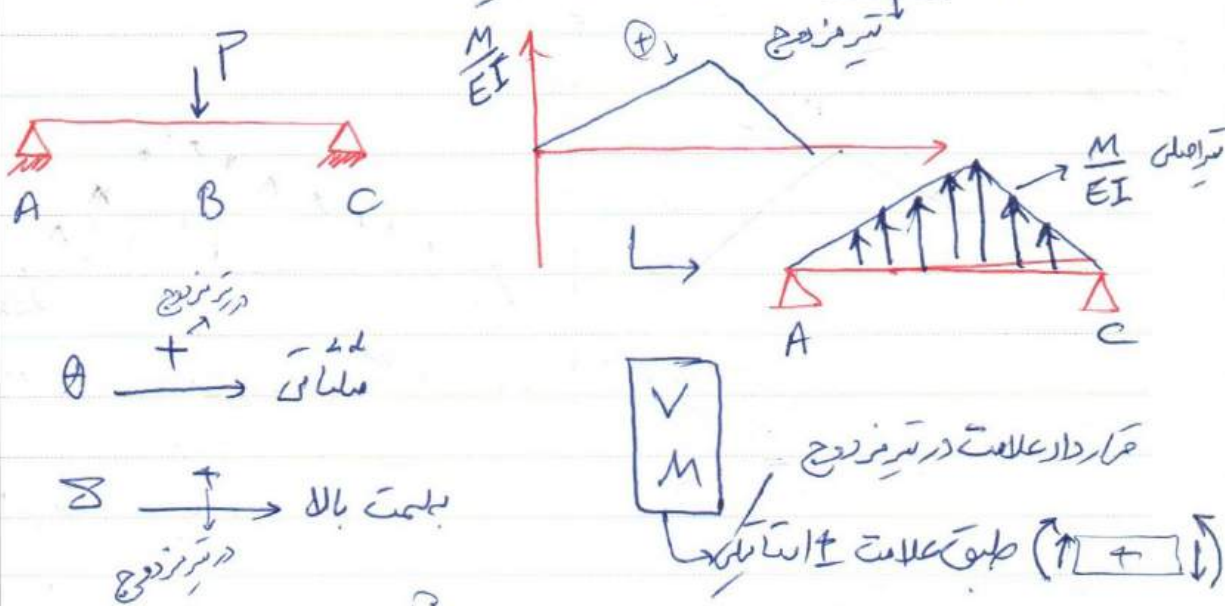
مراحل نام به نام اجزای روش تیر مزدوج

۱- تحلیل تیر اصلی و ترسیم دیاگرام $\frac{M}{EI}$

۲- ترسیم تیر مزدوج

۳- اعمال بارگذاری تیر مزدوج $\frac{M}{EI}$ در تیر اصلی

۴- محاسبه M و V در نقاطی که θ در تیر اصلی خواسته شده است.



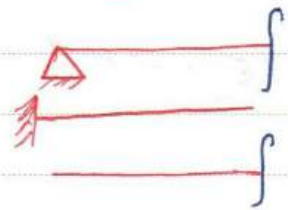
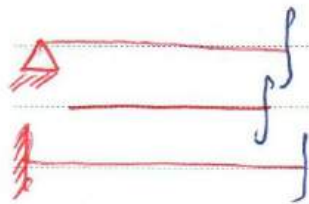
$$A \begin{cases} \theta = 0 \longrightarrow V = 0 \\ \delta = 0 \longrightarrow M = 0 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \theta \neq 0 \longrightarrow V \neq 0 \\ \delta \neq 0 \longrightarrow M \neq 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{در سمت مزدوج باید یک طبقه ناه} \\ \text{صلب قرار دهیم تا این شرط} \\ \text{برقرار گردد.} \end{array}$$

جدول سیرمکی مزدوج

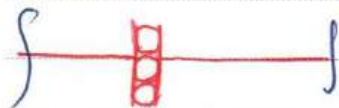
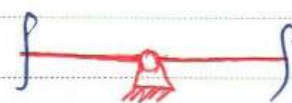
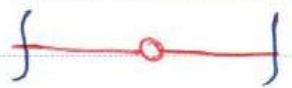
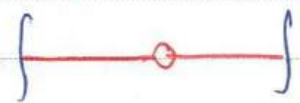
تیر اصلی

تیر مزدوج



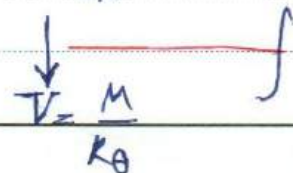
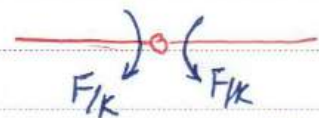
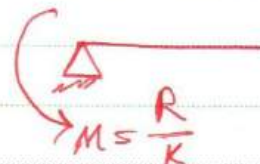
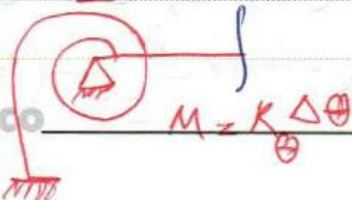
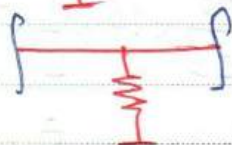
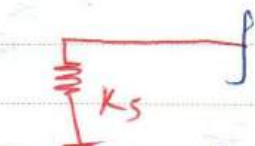
$$\begin{cases} \theta = 0 \\ \delta \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_s = 0 \\ M \neq 0 \end{cases}$$



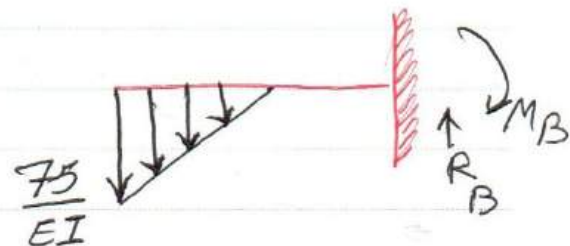
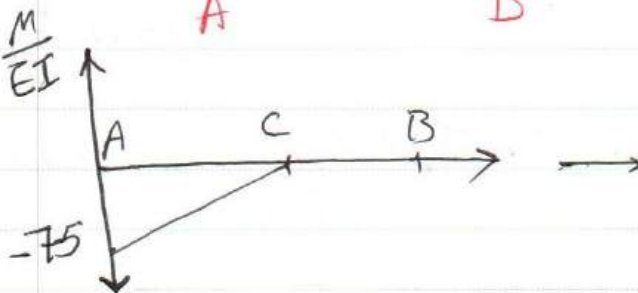
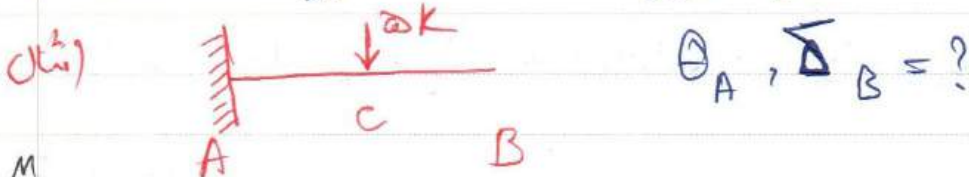
در صورتی که در تیر اصلی $\theta_L \neq \theta_R$ به معنای آن است که در تیر مزدوج $V_L \neq V_R$ (یا برعکس) قائم یک به یک نباشد)

در صورتی که در تیر اصلی $\delta_R \neq \delta_L$ به معنای آن است که در تیر مزدوج یک به یک در آن نقطه داریم



سوال ۱) جداکننده تغییر مکان! جداکننده M در تیر مزدوج که $V=0$ در تیر مزدوج است

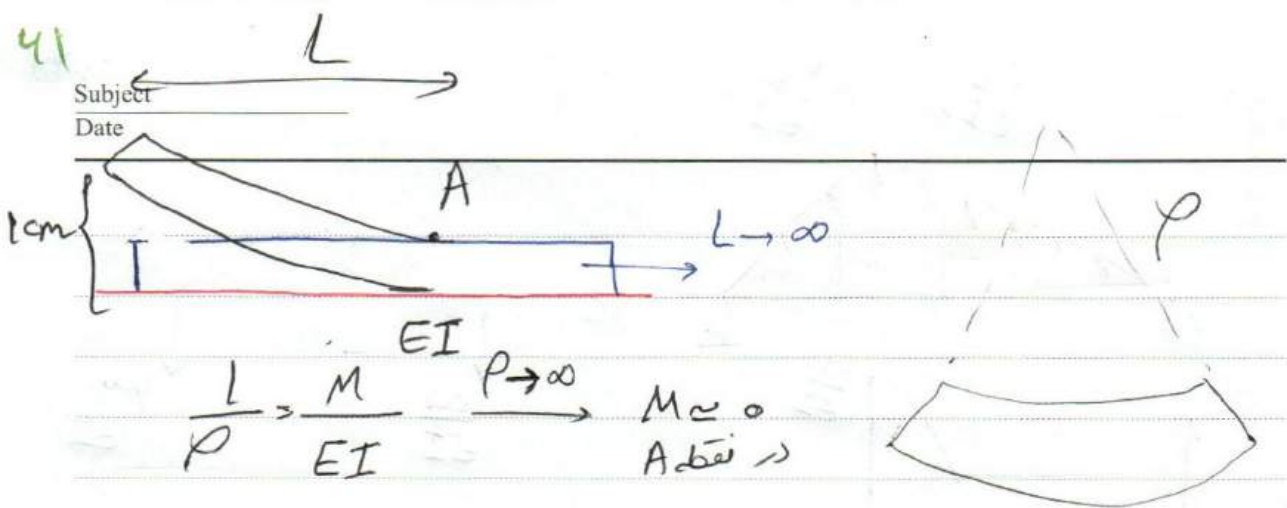
مثال ۱) تیر مزدوج را ترسیم نماید.



$$R_B = -\frac{75}{EI} \times 15 \times \frac{1}{2} = \frac{-562.5}{EI}$$

↓ θ خلاف جهت مثبات

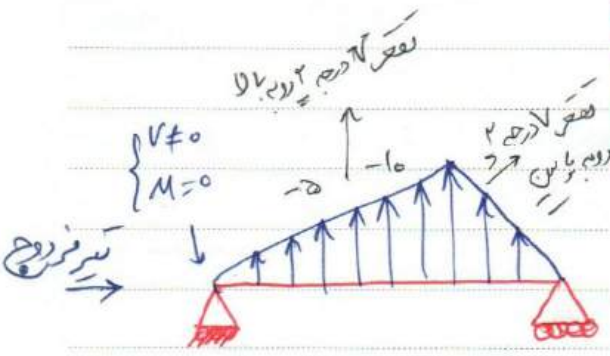
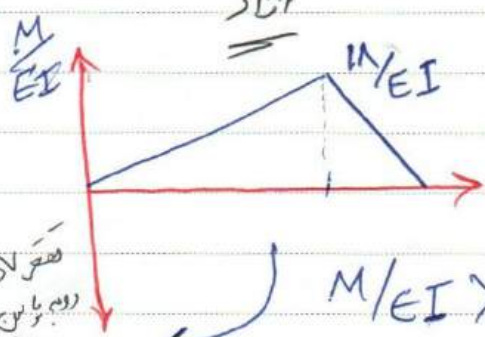
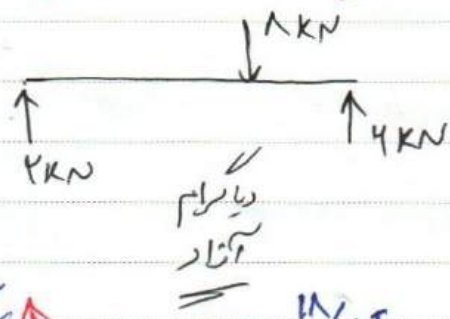
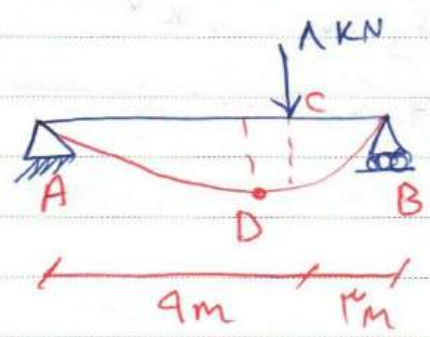
$$M_B = (-1) \times \frac{562.5}{EI} \left(15 + \frac{2}{3} \times 15 \right)$$



$$M_A = 0 \rightarrow PL = \frac{wL^2}{2} \rightarrow P = \frac{wL}{2}$$

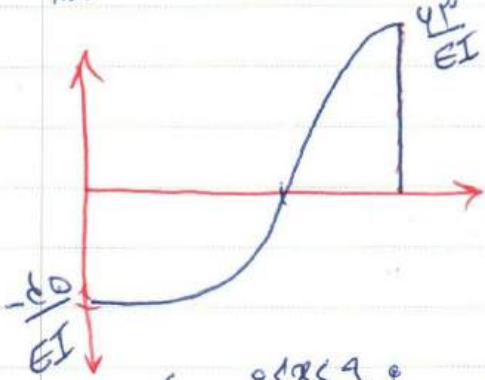
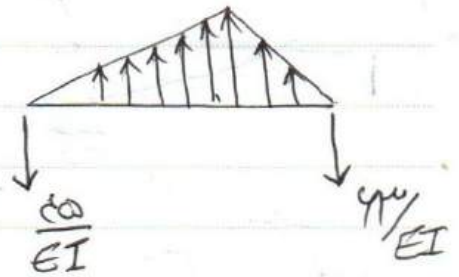
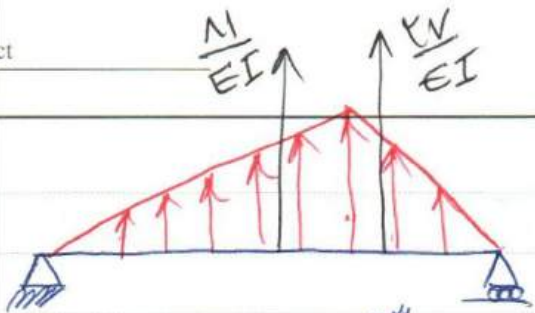
$$\frac{P L^2}{2EI} - \frac{w L^2}{6EI} = 1 \text{ cm}$$

حالت تعادل در تیر مقابل را بدست آورید.

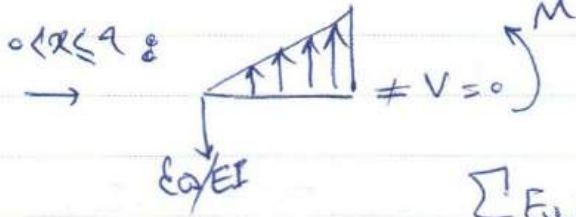


$$M/EI > 0 \rightarrow \text{بار مثبت بالا}$$

$$\begin{cases} dv/dx = -w(x) \\ d^2v/dx^2 = -dw/dx \end{cases} \rightarrow \text{جهت تغییر}$$



بدرت نقطه ای
 $V=0$

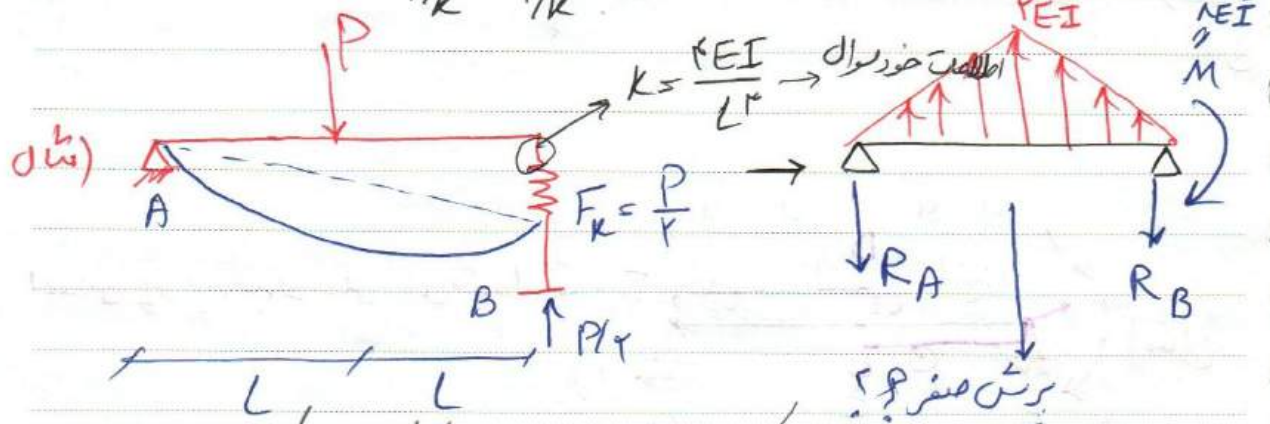
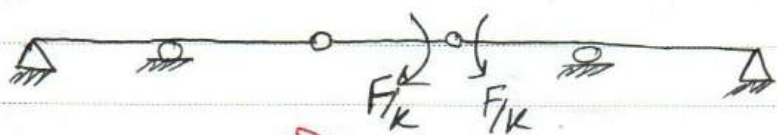
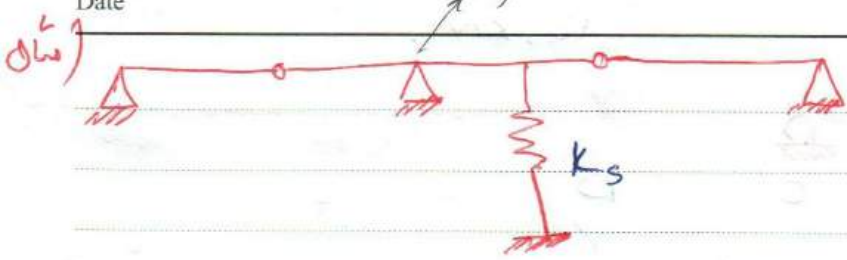


$$\sum F_y = 0 \rightarrow x \checkmark$$

• $0 < x < 9$ ← حرکت من شود

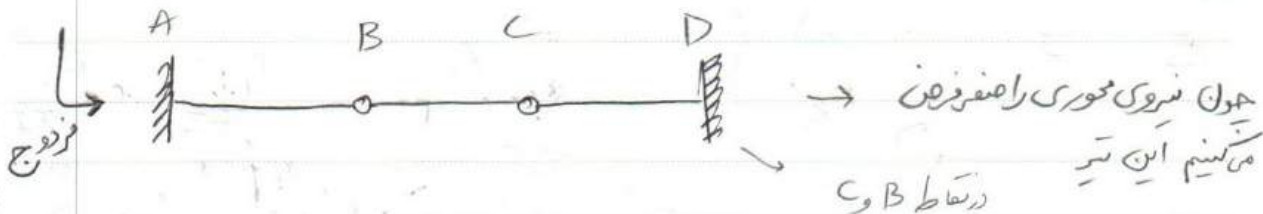
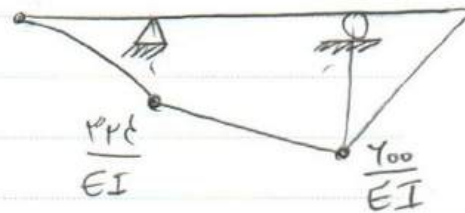
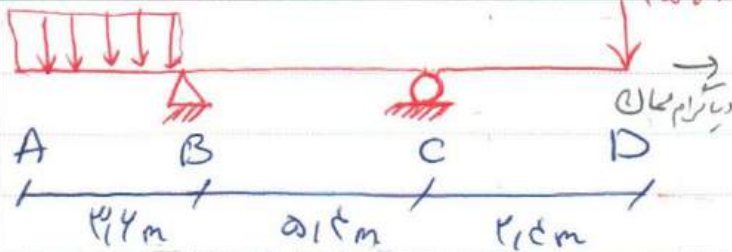
تیرین

تیرین

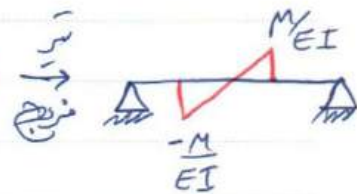
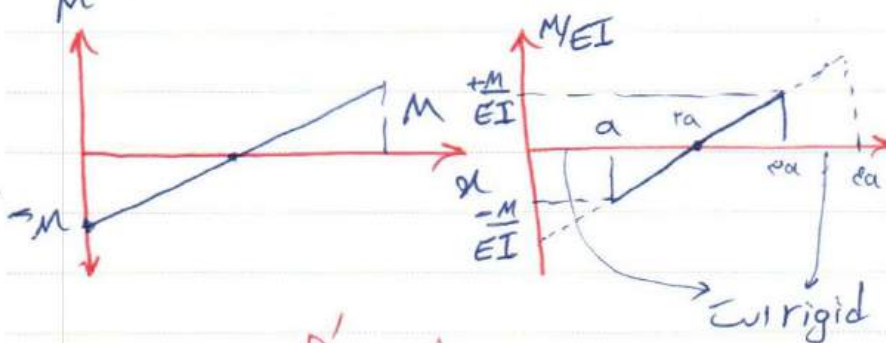
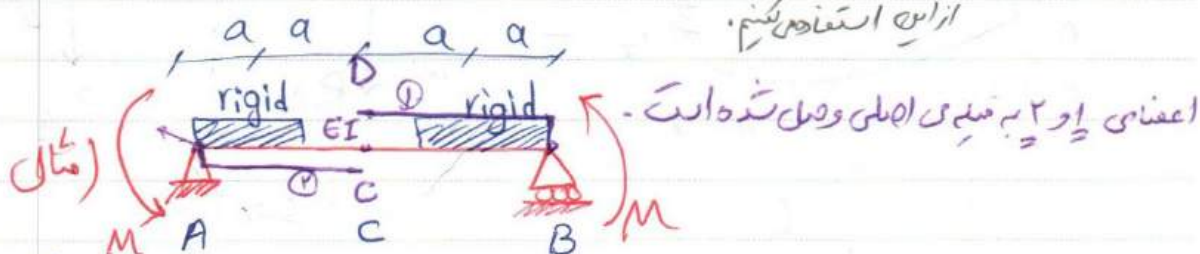


باز هم باید قیاساً دو قسمت کنیم یعنی اول و دوم که اگر مطالبه کنیم بین پ و L جایی

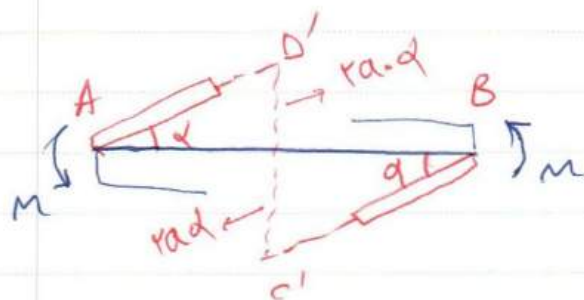
همان صفر می شود.

10 kN/m 20 kN 

چون نیروی محوری را صفر فرض می‌کنیم این تیر در نقاط B و C مکان صفر است و از این استفاده می‌کنیم.



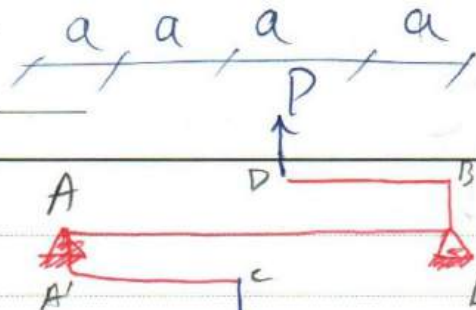
تیر فریج به همراه بارگذاری



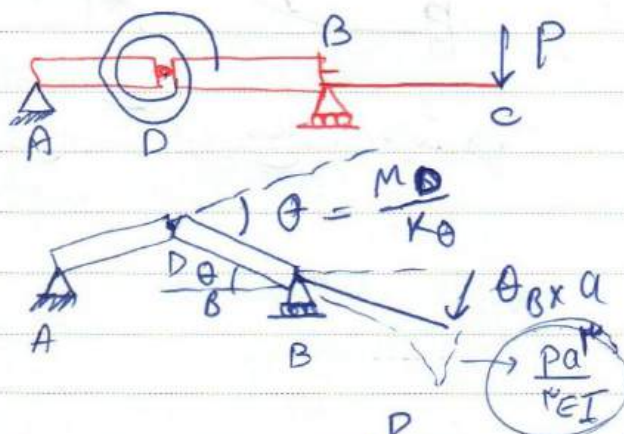
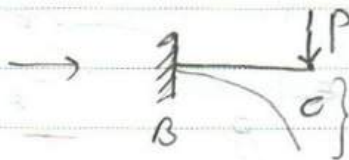
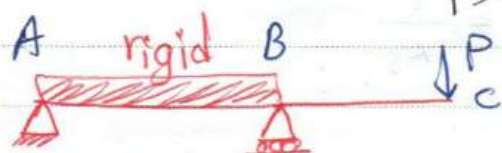
$$\delta_{C,D} = ra \cdot \alpha$$

$$\alpha_A = \alpha_B$$

VIP



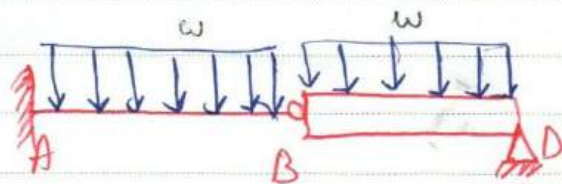
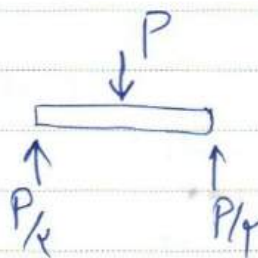
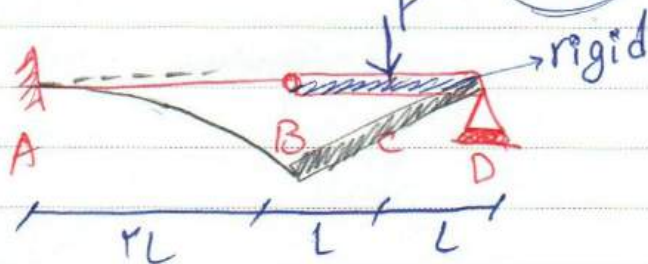
دو بار P در نقاط A و B میان وارد می‌شوند و در A و B در اثر مکان تغییر زاویه داریم و در خرد DB' و CA' هم خیز داریم که باید جمع کنیم.



$$* F = K \Delta$$

$$M = K_{\theta} \theta$$

θ نسبت بین دو عضو

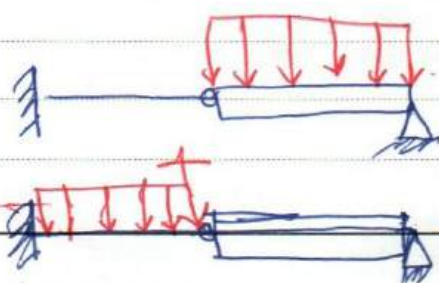


تغییر مکان
تغییر زاویه

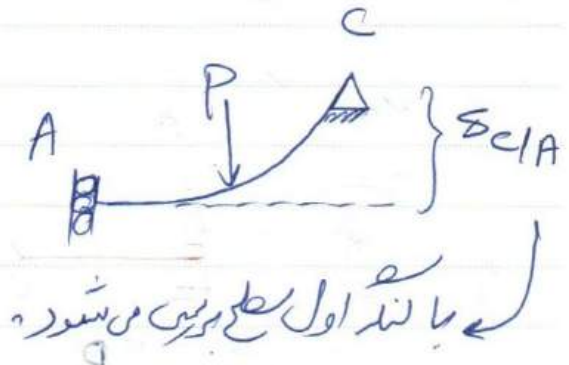
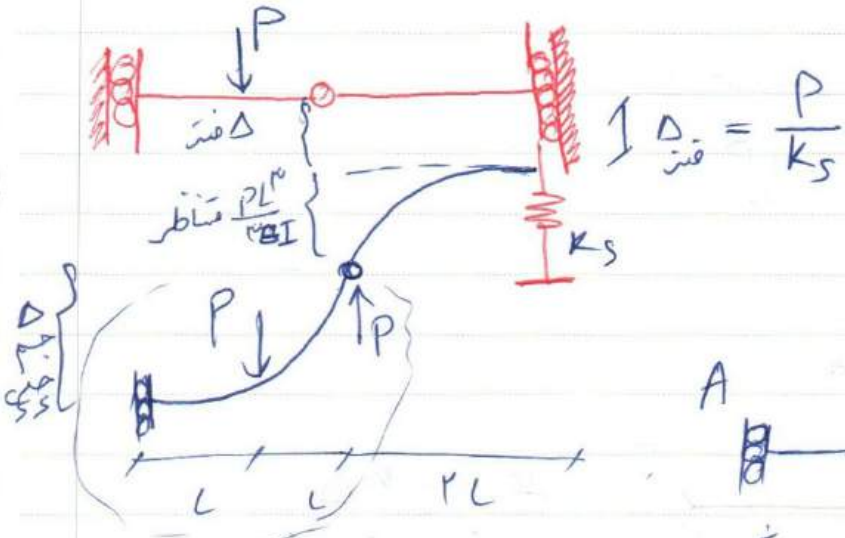
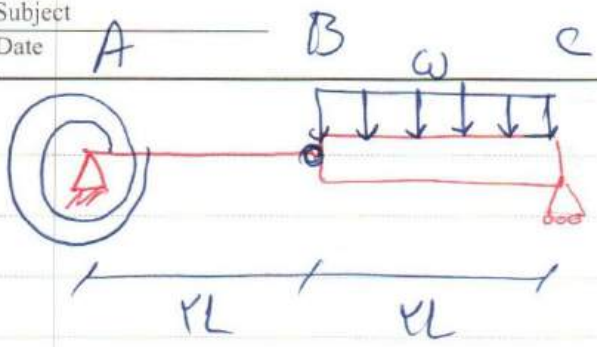
PAPCO

مقاومت، انحراف در B

$$\frac{wL^4}{8EI}$$



Subject
Date



با انداز اول سطح برین من بشود

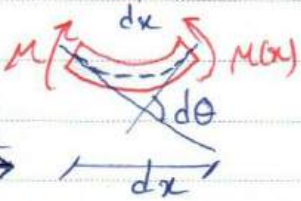
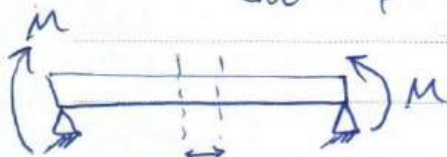
۱- بار واحد

۲- کشیدگی

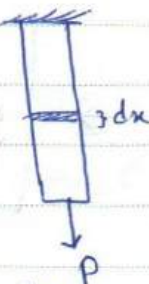
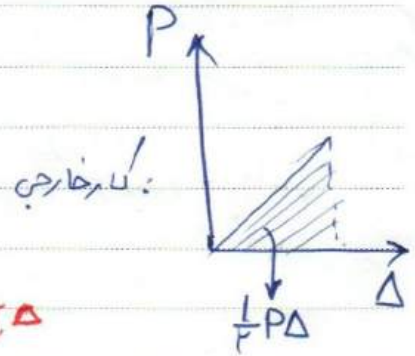
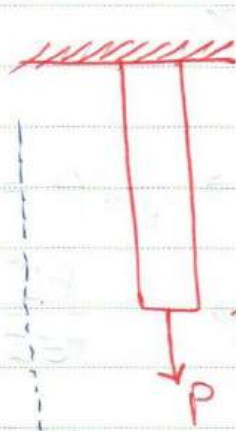
$$U_{\text{internal}} = U_{\text{external}}$$



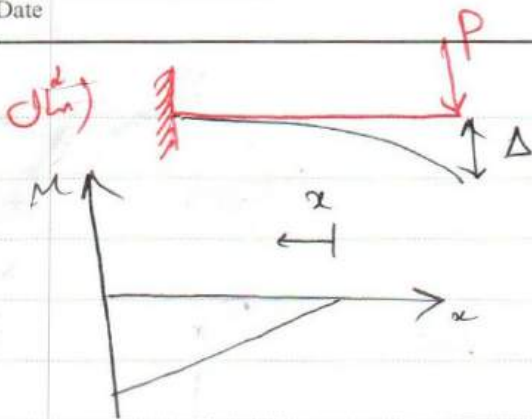
$$U_{\text{ext}} = \frac{1}{P} M \theta$$



$$\int_0^L \frac{1}{P} M(x) d\theta = \int_0^L \frac{M^2 dx}{EI}$$

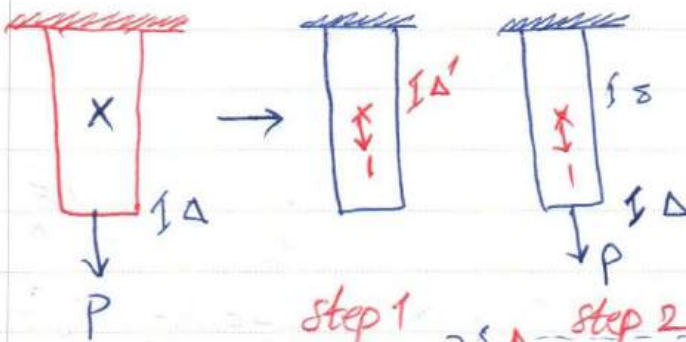


$$\int_0^L \frac{1}{P} \epsilon dV = \int_0^L \epsilon dV = \frac{1}{P} \frac{P^2 L}{AE} = \frac{1}{P} \frac{P^2 L}{AE} = \frac{PL}{AE}$$

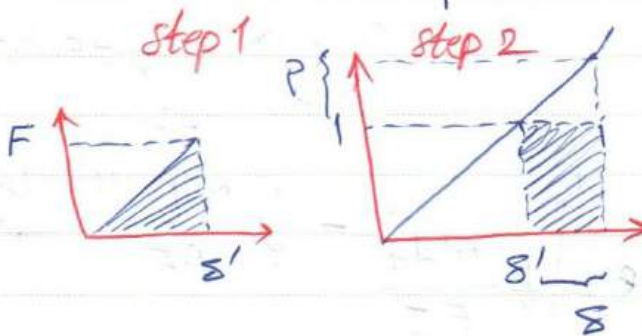


$$\frac{1}{2} P \Delta = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{(-Px)^2}{EI} dx$$

$$\rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{3EI} \quad \checkmark$$



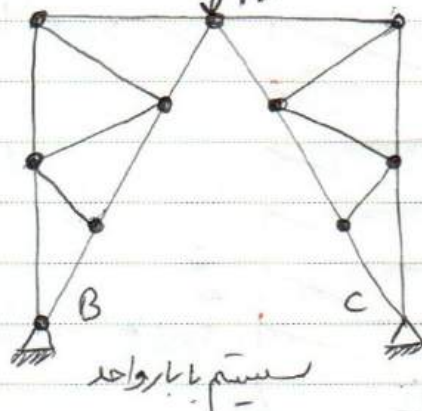
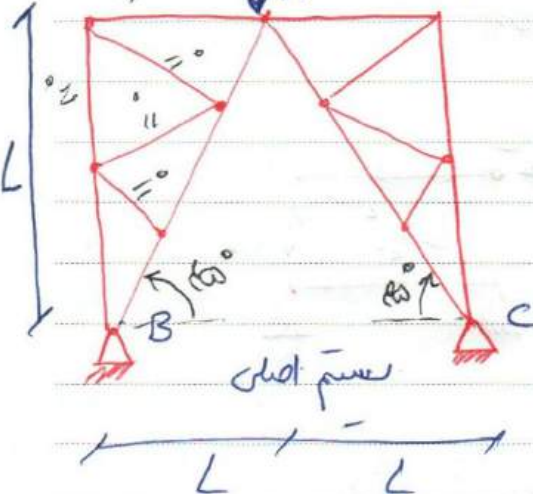
روش بار واحد



$$U_{ext} = \frac{1}{2} P \Delta + \frac{1}{2} P \Delta$$

$$U_{int} = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{P}{A} \frac{P}{AE} \cdot A dx = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{P^2}{AE} dx$$

مثال) جانبی نقطه‌ای تحت بارگذاری P را بدست آورید. ۲

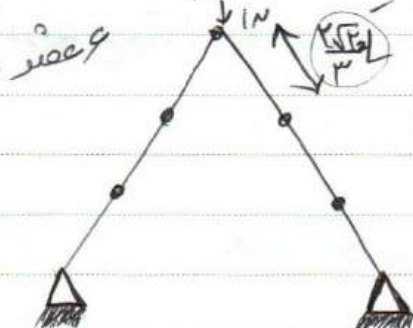


$$\Delta V_A = ?$$

$$1 \times \Delta V_A = \sum n \left(\frac{N L}{A E} \right)$$

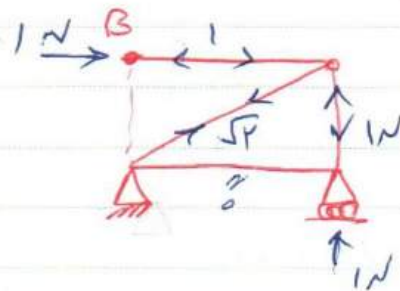
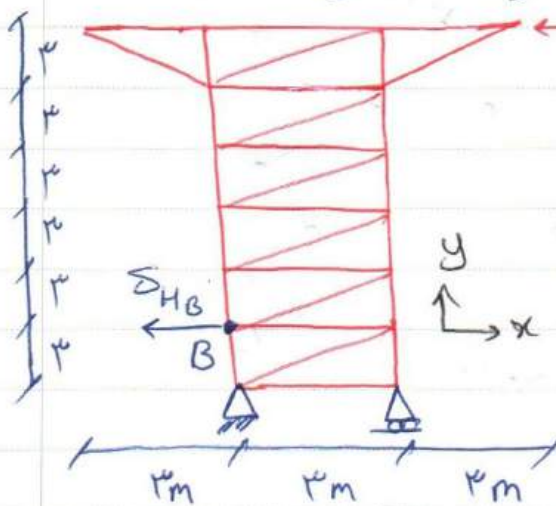
بارگی داخلی سازه اصلی $\downarrow$ بارگی سازهی ببار واحد $\nwarrow$

حال باید سازهی خرابی را تحلیل کنیم که ابتدا اعضای صفر نیروی را حذف می‌کنیم.



$$1 \times \Delta V_C = 4 \times \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\left(\frac{P \sqrt{2}}{2} \right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} L \right)}{A E} \right]$$

مثال) تغییر مکان نقطه ی B را در سازه ی زیر بدست آورید.



سازه با بار واحد

(N)

سازه ی اصلی

(N)

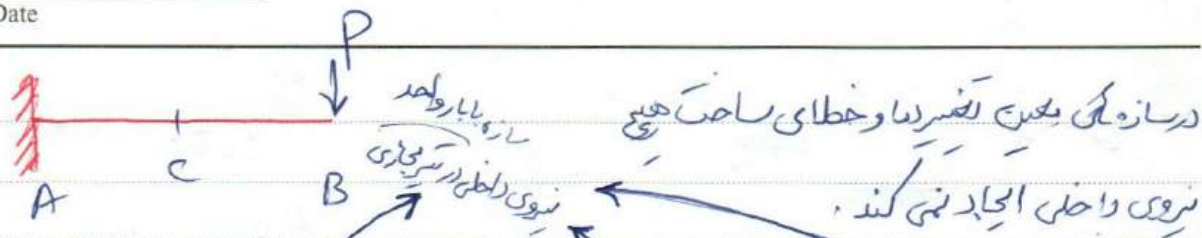
نیروهای داخلی مجازی

$$1 \times \sum_{i=1}^6 \Delta_{HB} = \sum_{i=1}^6 n \frac{N \Delta L}{AE}$$

$$\rightarrow 1 \times \Delta_{HB} = - (1 \times 50) \times \frac{3}{AE} - (1 \times 50 \times \frac{3}{AE})$$

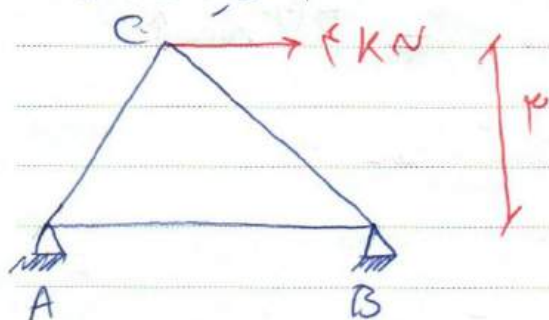
horizontal B

$$+ - (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 50) \times \frac{\sqrt{2} \times 3}{AE}$$



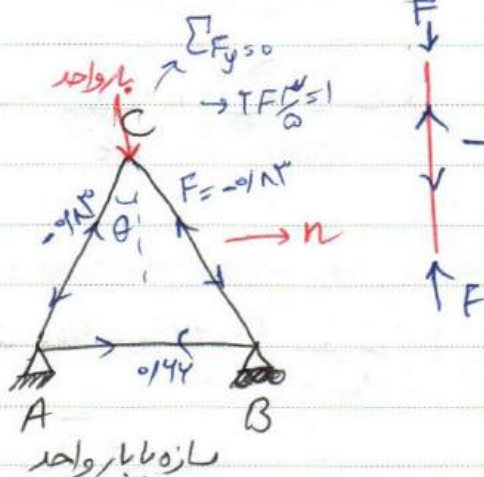
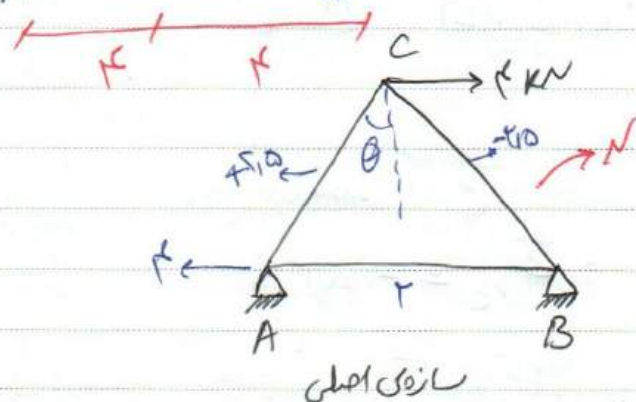
$$1 \times \Delta = \sum n \frac{NL}{AE} + \sum n \times L \alpha \Delta T + \sum n \Delta L + \dots$$

خطای سازه
تغییر طول در اثر دما
اثر نیروی داخلی



$$\Delta_{VC} = ?$$

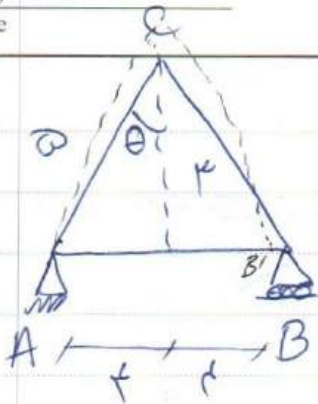
مثالی



$$1 \times \Delta = \sum_{i=1}^n n_i \frac{N_i L_i}{AE} \quad \cos \theta = \frac{2}{5}$$

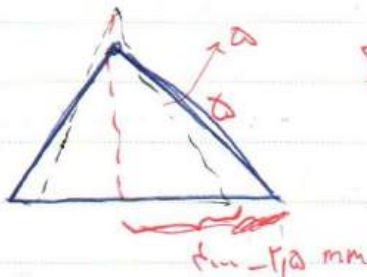
Member	N	L	nNL
AC	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	4	$-\frac{4}{\sqrt{5}}$
AB	$+\frac{2}{5}$	4	$+\frac{8}{5}$
BC	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	4	$-\frac{4}{\sqrt{5}}$
			$+\frac{8}{5}$

$$1 \times \Delta = \frac{8}{5EA}$$



$\delta_{V_C} = ?$ (مثال)

$AB = 2 \text{ mm}$ کوتاه تر



$$\delta_{V_C} = H' - 1.732 = 1.732 \text{ mm} \uparrow$$

$$H' = \sqrt{2000^2 - (2000 - 1.732)^2}$$

$$\Delta = \sum \frac{nNL}{AE} + \sum n \alpha L \Delta T + \sum n \Delta L$$

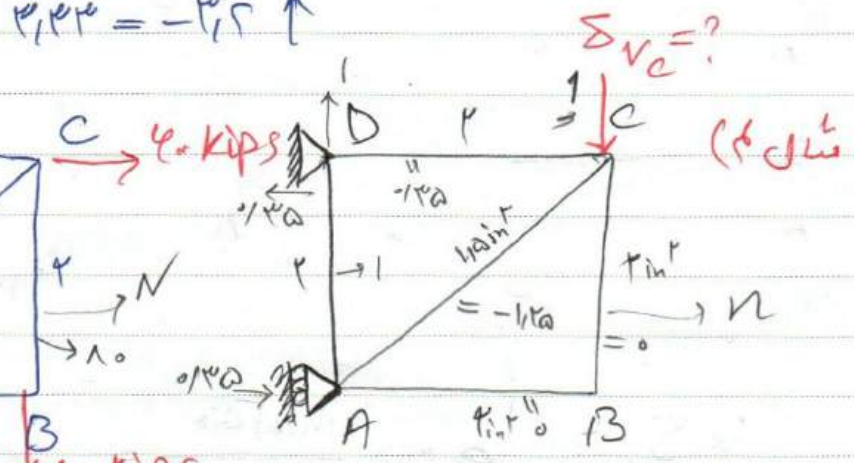
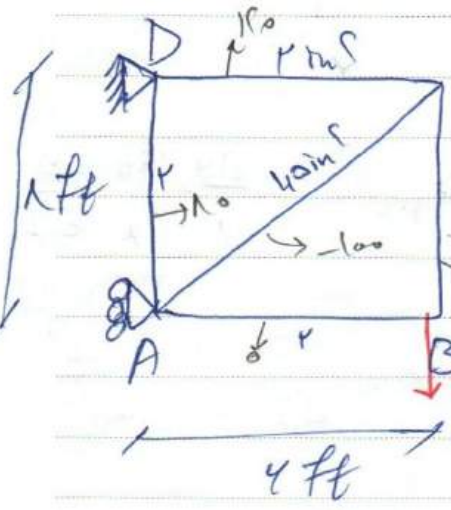
↓
تغییر در طول
مثال ۰.۰۰۱۲۲ است

$$\Delta_{V_C} = (0.122)(-0.001) \rightarrow \delta_{V_C} = -0.000122 \uparrow$$

چون بار واحد رو به پایین بود و δ_{V_C} مثبت شد پس رو به بالا است.

شکل ۳) در صورتی که بارهای ثابت باشند و هم خطای را حذف

$$\Delta_{VC} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} = -\frac{1}{12} \uparrow$$



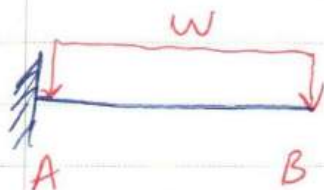
حل/سوال

$$1 \times \Delta = \sum n \frac{NL}{AE} + \sum n \alpha \Delta T L$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 12 \times (4 \times 12)}{2 \times 10^6} + \frac{1 \times 10 \times 12 \times 12}{2 \times 10^6} + \frac{-10 \times 12 \times 12 \times 12}{10 \times 10^6}$$

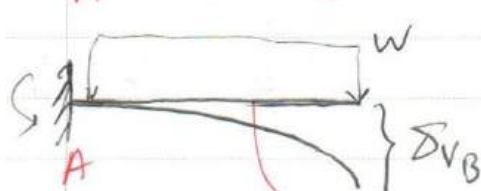
$$+ 1 \times \frac{1}{4} \times 10^{-5} \times 10 \times (12 \times 12) = 0.0001$$

مجموع



$$\delta_{vB} = ?$$

بار واحد در تیر

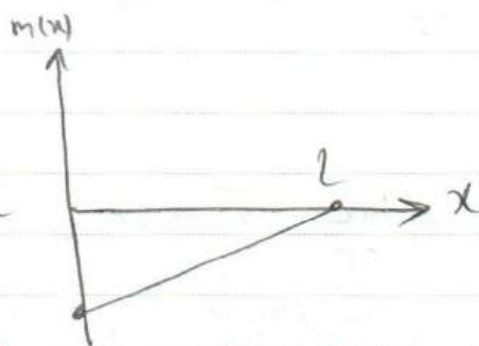
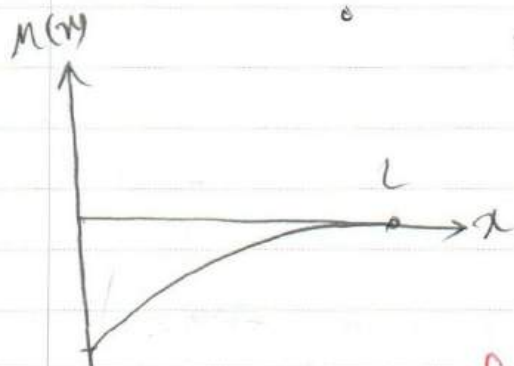


سازه اصلی



$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

$$1 \times \delta_{vB} = \int_0^L m(x) \frac{M(x) dx}{EI} = \int_0^L -x \times \frac{-wx}{EI} dx = \frac{wL^3}{6EI}$$



$$1 \times \Delta = \int m(x) \frac{M(x) dx}{EI} + \int n(x) \frac{N(x) dx}{EA} +$$

اثر تغییرات طولی

اثر تغییر در تیر

اثر نیروی محوری

$$+ \sum \frac{F_s}{K_s} + \sum m \frac{M}{K_\theta}$$

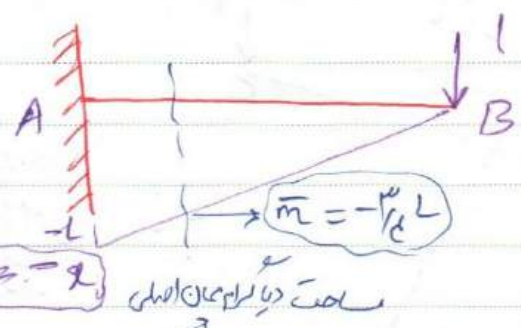
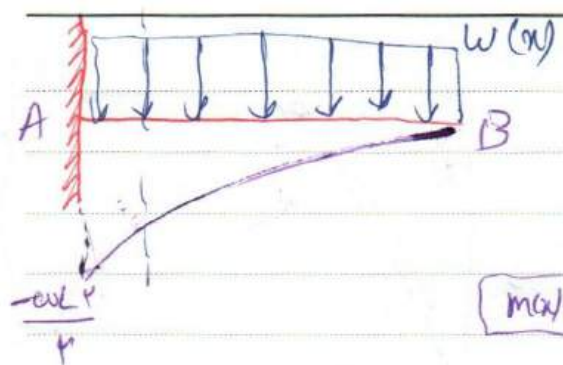
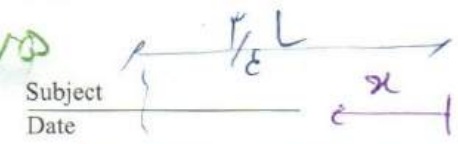
فشار انتقالی

فشار محوری

نیروی در سازه با بار واحد
نسبت تغییرات طولی
اصلی

VSP

Subject _____
Date _____



نقطه موثر $\times \rightarrow$
$$= \int m(x) \frac{M(x) dx}{EI} = A_m \frac{\bar{m}}{EI}$$

محاسبه در مرکز سطح $\rightarrow$
$$= -\frac{1}{L} \times L \times \frac{wL^2}{2} \times -\frac{3}{4}L = +\frac{wL^4}{8EI}$$

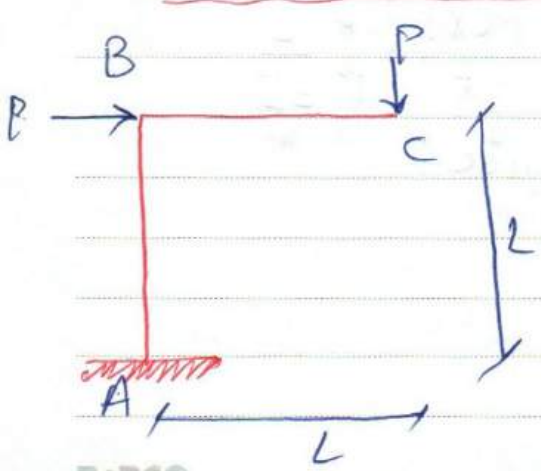
محاسبه نقطه B $\rightarrow$

حل اگر تارایی نقطه B را نخواهیم بدست آوریم :



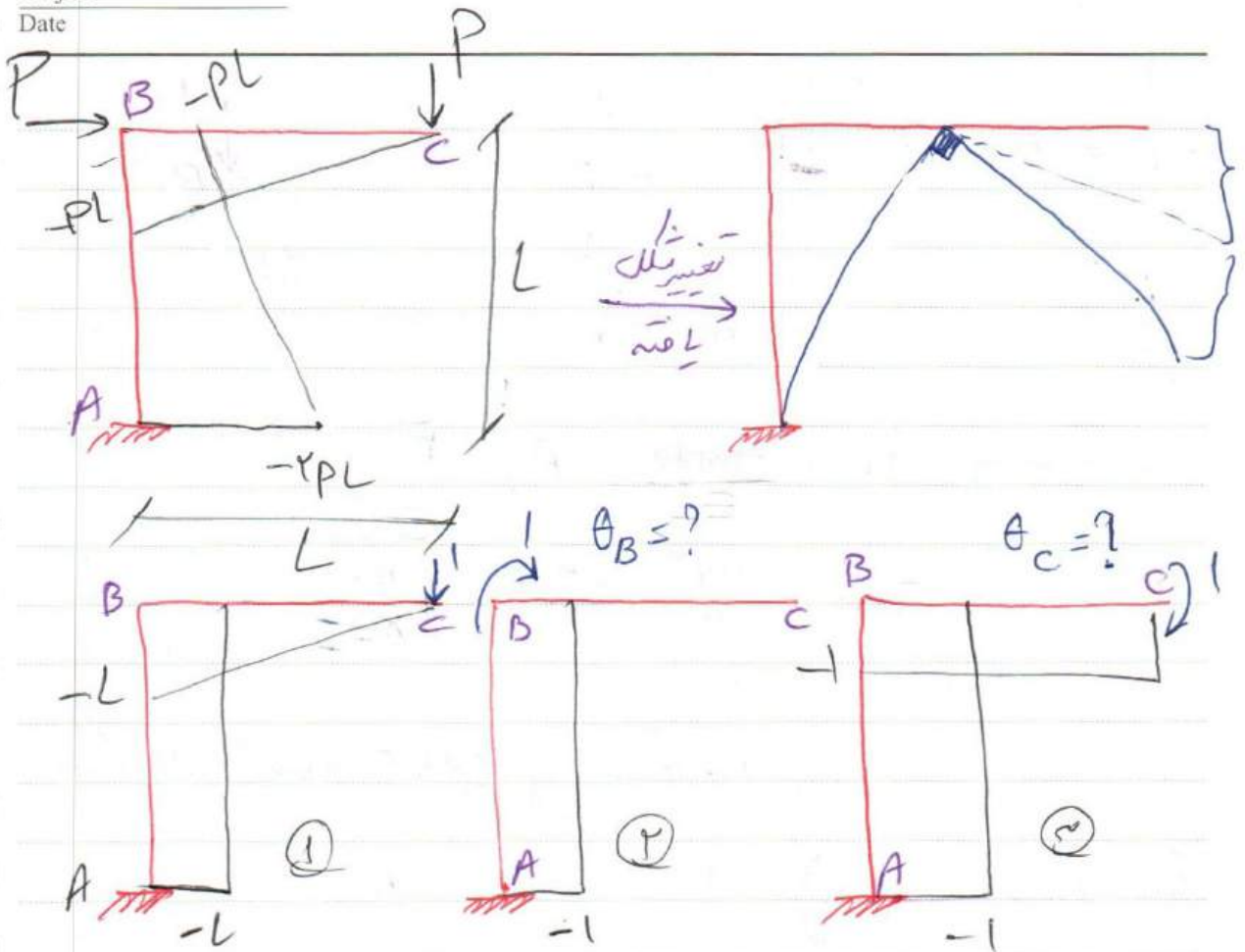
$$\int m(x) \frac{M(x) dx}{EI} = \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \left[-\frac{1}{L} \times L \times \frac{wL^2}{2} \right] \times -1$$

$$= \frac{wL^4}{4EI}$$



مثال قالب ($\Sigma v_c = ?$
 $\theta_B = ?$
 $\theta_c = ?$)

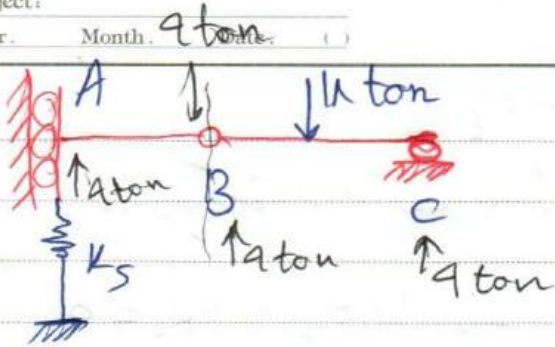
$$1 \times \theta = \int m \frac{M}{EI}$$



① برای عضو ۱

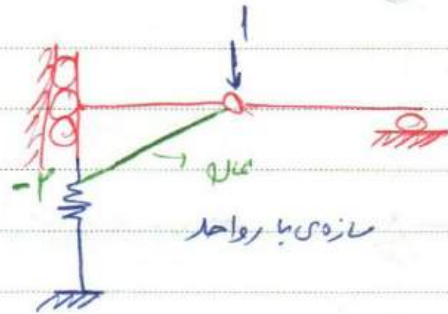
$$L \times \sum V_c = A_m \frac{\bar{m}}{EI}$$

$$= \underbrace{\left(\frac{PL + xPL}{EI} \right) \times L \times L}_{A_m^{AB}} + \underbrace{\left(\frac{PL \times L}{EI} \right) \times \frac{x}{L}}_{A_m^{BC}}$$

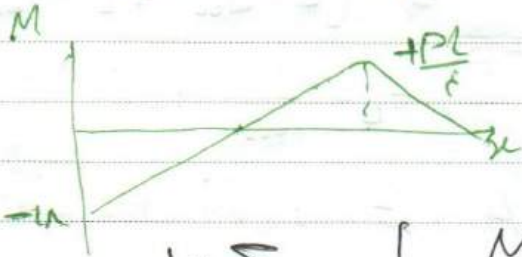


$$\delta_B = ?$$

مثال نمر ۴



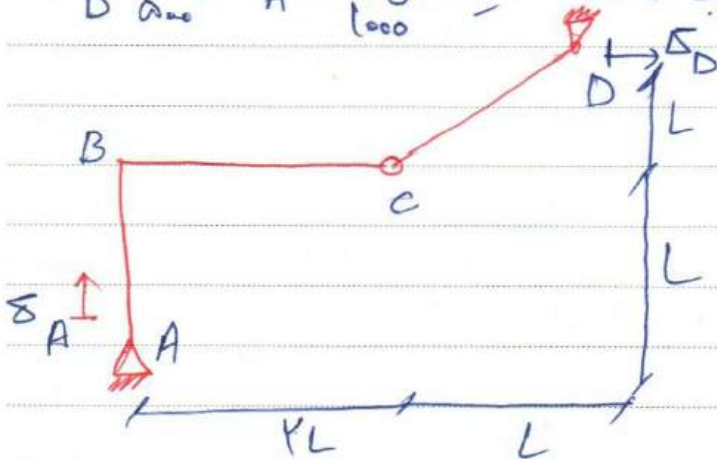
سازه با روابط



$$1 \times \delta_B = \int m \frac{M}{EI} + \int \frac{F_s}{k} \left(\frac{A_m}{A} \right) \bar{m}$$

$$= A_m \frac{\bar{m}}{EI} + 1 \times \frac{9}{k_s} = \frac{(-1 \times 2)}{2EI} \times \left(\frac{2 \times 2}{3} \right) + \frac{9}{k_s}$$

مثال مقدار دوران گوی B بر اثر نشست گوی A و D $\delta_A = \frac{L}{1000}$ و $\delta_D = \frac{L}{500}$



$$n = 3k + 2r - (G + P)$$

معین است $n = 50 \rightarrow$

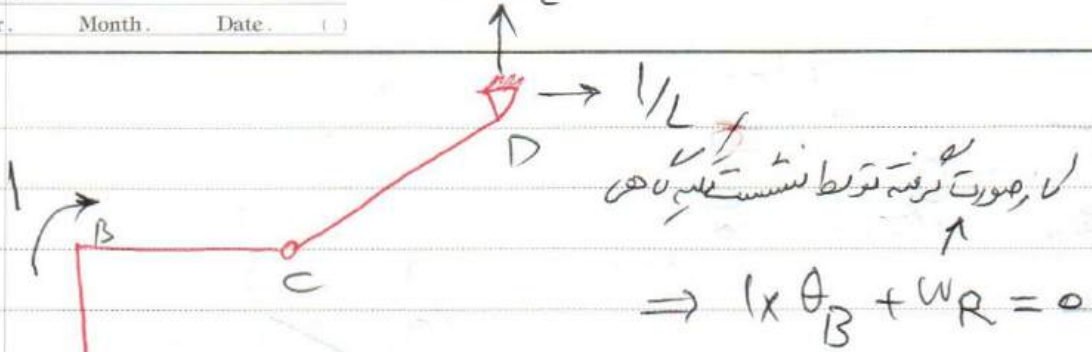
این سازه یک سازه است که در آن هیچ نیروی

داخلی در سازه ایجاد نمی کند.

Subject :

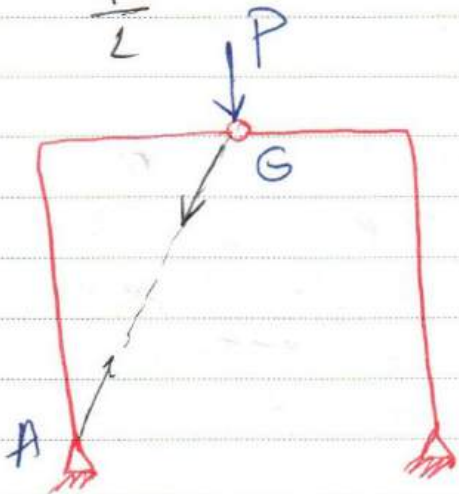
Year . Month . Date . ()

$$\delta_A = \frac{L}{1000} \quad \delta_D = \frac{L}{2000} \times \frac{1}{L}$$



(سازه با بار واحد) $\rightarrow 1 \times \theta_B + \left[\frac{1}{L} \times \frac{L}{2000} + \left(-\frac{1}{L} \times \frac{L}{1000} \right) \right]$

$$\rightarrow \theta_B = -\frac{1}{1000} \text{ (rad)}$$

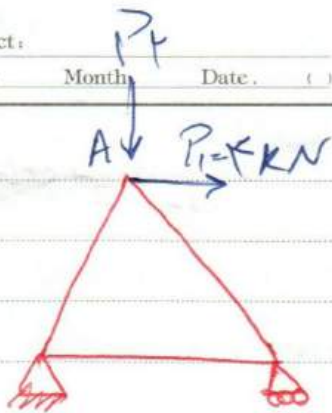


V9

Subject:

Year: Month: Date: ()

قصر نامستطاب



۱- محاسبی انرژی

$$U = \sum N_i \frac{N_i L_i}{AE} \times \frac{1}{2} = \sum \frac{N_i^2 L_i}{2 A_i E_i}$$

انرژی

۲- $\frac{\partial U}{\partial P_1} = \sum_{\text{Horizontal}}$

$\frac{\partial U}{\partial m} = \theta$ برای تیر و ...

$$\frac{\partial U}{\partial P_r} = \sum_{\text{vertical}}$$

$\delta_{v_c} = ?$ (تای)

$$U = \sum \frac{N_i^2 L_i}{2 EA}$$

$$\Rightarrow \delta_{v_c} = \frac{\partial U}{\partial P}$$

نامستطاب

$$\rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \sum_{i=1}^n N \frac{\partial N}{\partial P} \times \frac{L}{AE} = 1014V \times \frac{1}{AE} \checkmark$$

	N	$\frac{\partial N}{\partial P}$	N(P=0)	L	$N \frac{\partial N}{\partial P} \times L$
AB	$0.44P + 2$	0.44	2	1	
AC	$0.22P$	0.22	0	0	
BC	$-(0.44P)$	-0.44	0	0	

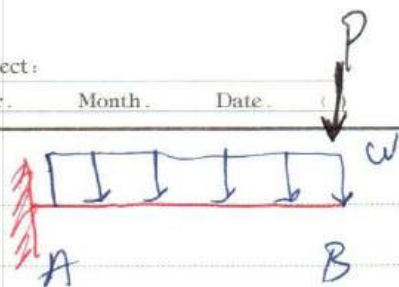
$$\sum = 1014V$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

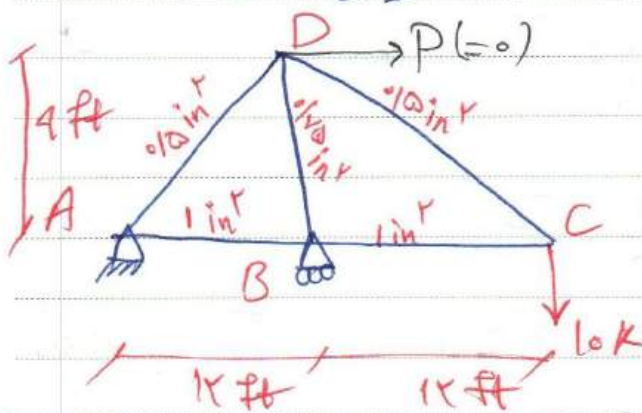


$$\delta_B = ?$$

برای تقریب داریم

$$U(P) \rightarrow \delta_{Bv} = \frac{\partial U}{\partial P}$$

$$\downarrow \int \frac{M(x)^2 dx}{2EI}$$



$$\delta_{HD} = ?$$

در نقطه D یک بار P به راست وارد می کنیم

مثال کتاب Hibler

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial P} = \delta \\ \frac{\partial U}{\partial m} = \theta \end{array} \right.$$

$$U = \int \frac{M(x)^2 dx}{2EI} + \int \frac{N(x)^2 dx}{2EA} + \int \frac{T(x)^2 dx}{2GJ} +$$

$$+ \frac{F^2}{2ks} + \frac{M^2}{2k\theta}$$

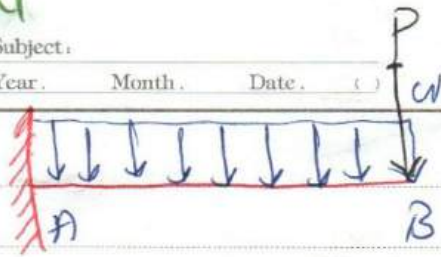
↓ فنر انتقالی ↓ فنر چرخشی

↓ اثر محیط

11

Subject:

Year: Month: Date: ()



$$\Delta V_B = ?$$

(مثال)

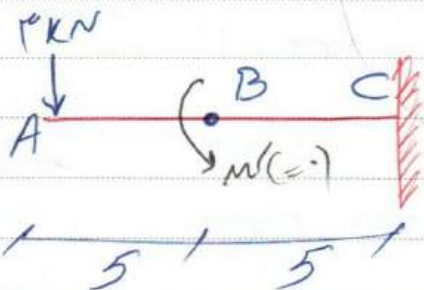
$$V = \int \frac{M(x)}{EI} dx \xrightarrow{\frac{\partial u}{\partial P} = \Delta V_B} \Delta V_B = \int_0^L M(x) \frac{\partial M}{\partial P} \frac{dx}{EI}$$

$$M(x) = -Px - \frac{wx^2}{2} \rightarrow \frac{\partial M}{\partial P} = -x$$

$$\rightarrow \Delta V_B = \int_0^L \left(-\frac{wx^2}{2} \right) x (-x) \frac{dx}{EI} = \frac{wL^4}{16EI}$$

$P=0$ ولی $M(x)$ چون در جهت P و w در جهت P آمده است.

تغییر : چرخش θ_B



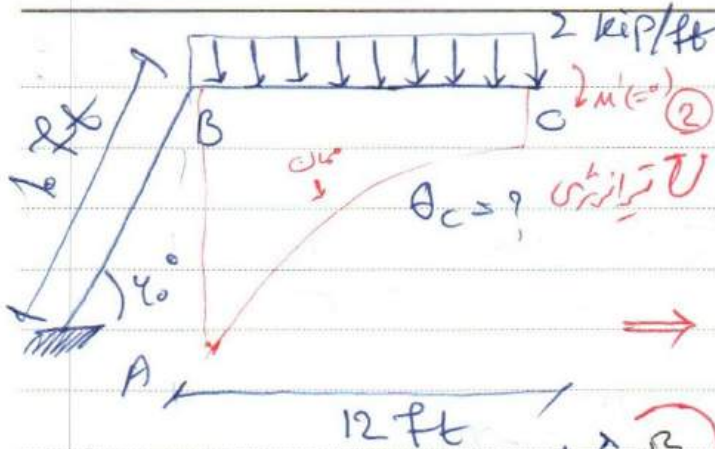
$$\theta_B = ? \quad (\text{مثال})$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\textcircled{1} \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial p} = \delta \\ \frac{\partial u}{\partial m} = \theta \end{cases}$$

12



$$U = \int \frac{M(x) \delta}{2EI} dx + \int \frac{M(x) \theta}{EI} dx + \dots$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial M'} \frac{dx}{EI}$$

AB :

$$\begin{cases} M(x) = -M' - 12x \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = -1 \end{cases}$$



BC :

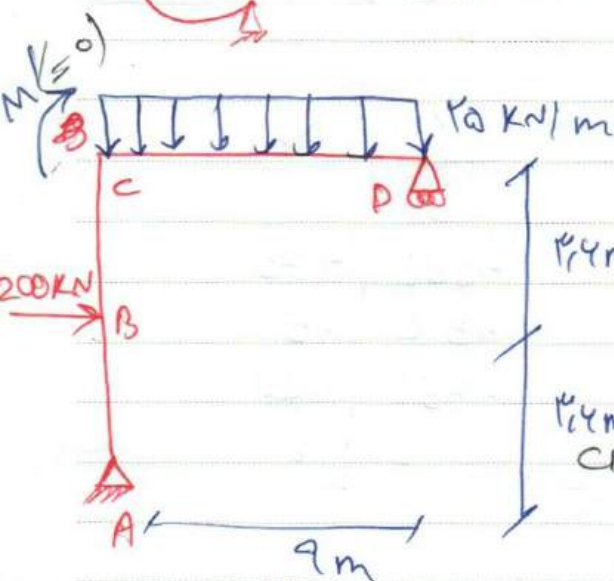
$$\begin{cases} M(x) = -M' - x^2 \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta_c = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial M'} \frac{dx}{EI}$$

$$= \int_0^{12} (12x + x^2) \frac{dx}{EI} + \int_0^{12} x^2 \frac{dx}{EI} = \checkmark$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 AB member x member

روش استیلانو برای عضو دایره ای استفاده می گردد.

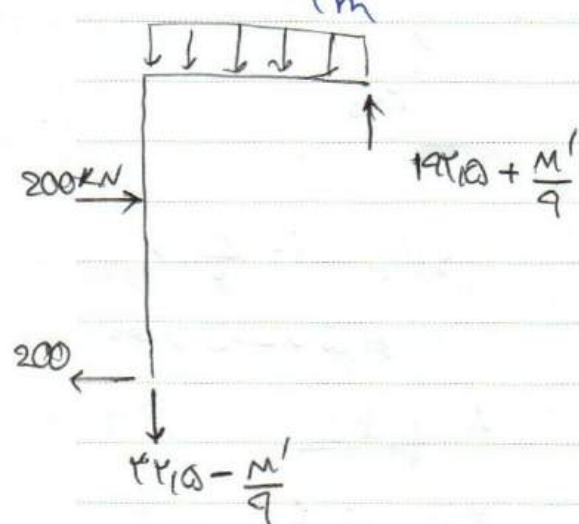


مثالی $\theta_c = ?$

$$\theta_c = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial M'} \frac{dx}{EI}$$

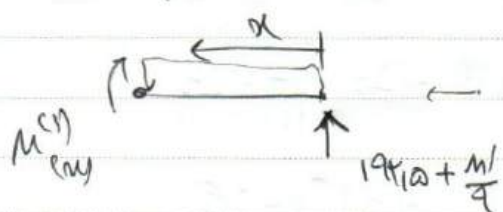
چون در نقطه B بار 200 kN داریم باید هم را به

3 قسمت تبدیل کنیم و نهایتاً می شود AB، BC و CD



$$AB = \begin{cases} M_{AB} = +200x \\ \frac{\partial M_{AB}}{\partial M'} = 0 \end{cases} \quad X$$

$$BC = \begin{cases} M(x) = 720 \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = 0 \end{cases} \quad X$$



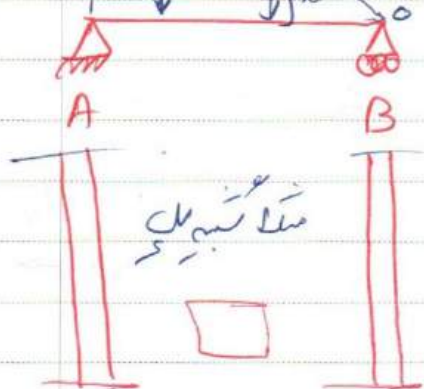
$$CD = \begin{cases} M(x) = (1440 + \frac{M'}{9})x - \frac{20x^2}{2} \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = x/9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta_c = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int_0^9 \left[\left(1440 + \frac{M'}{9} \right) x - \frac{20x^2}{2} \right] \frac{x}{9} \frac{dx}{EI} = \frac{29412}{EI}$$

خطای

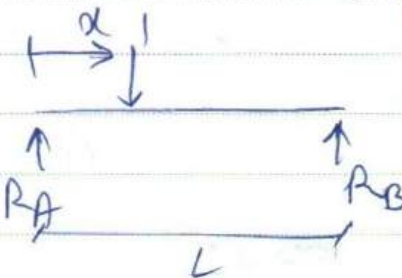
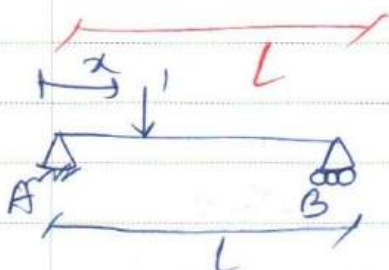
A سازه
(4x4)

خطای
معمول



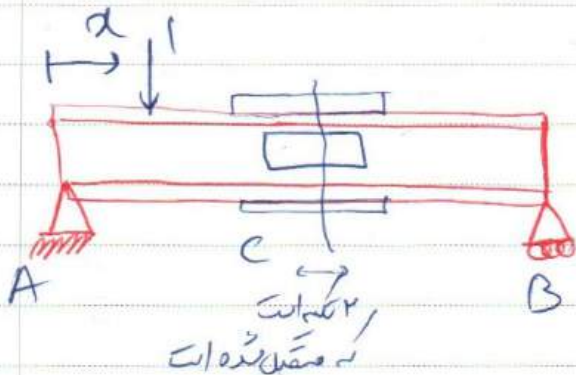
تیرچه
RA

X	RA
0	1
0.25L	0.75
0.5L	0.5
0.75L	0.25
L	0

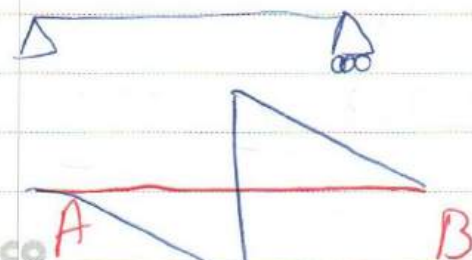


$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_A \times L = 1(L-x) \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{L} \checkmark$$

معمول خطای



x	Vc
0	0
0.25L	-0.25
0.5L	-0.5
0.75L	+0.5
L	0



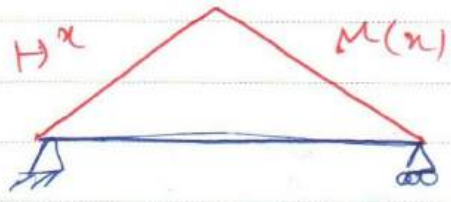
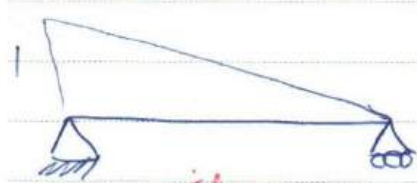
V خطای

تفاوت بین خطای اثر و دایگرام همان

۱- دایگرام همان برای بار ثابت است اما در خطای اثر بار متغیر نیست.

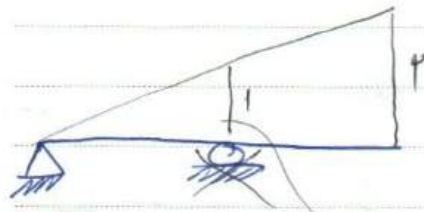
۲- در خطای اثر، واکنش و در یک نقطه لای خواهیم.

$H \times$

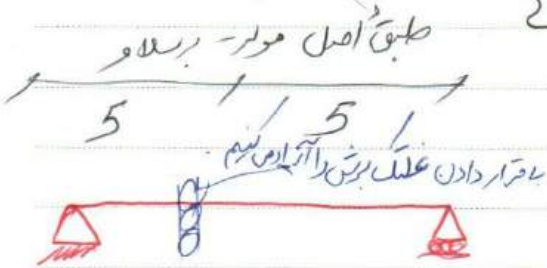


نسبت آوردن مؤثری خطای اثر

مثال $By = ?$

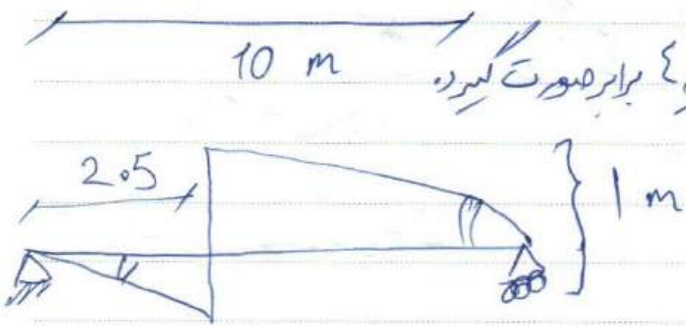


$$\sum M_A = 0 \rightarrow 1 \times x = By \times 5 \rightarrow By = \frac{x}{5}$$



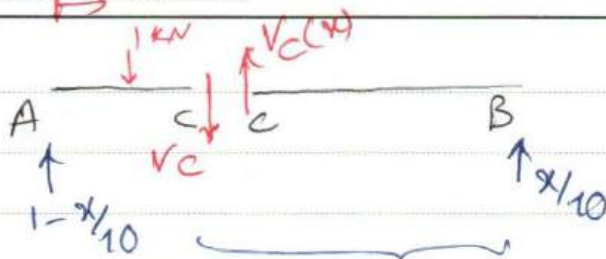
خطای اثر برش

باید جابجایی به نحوی باشد که تغییر زاویه برابر صورت گیرد.



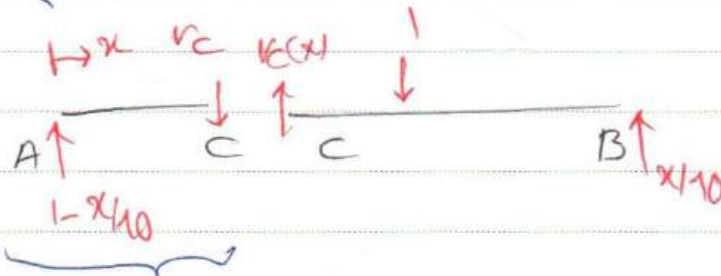
$$0 \leq x \leq 2.5$$



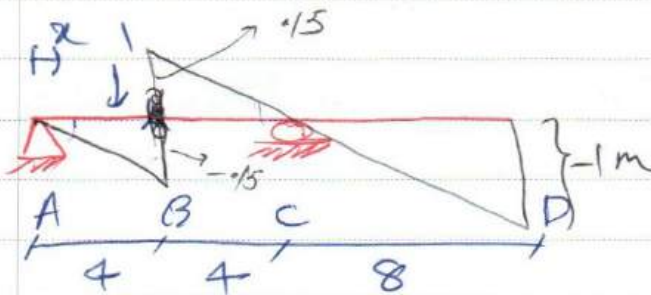


$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_C = -\frac{x}{10}$$

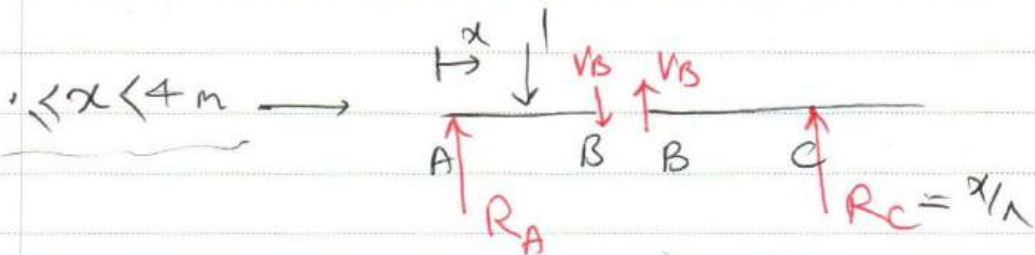
$$2.5 \leq x \leq 10$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_C = -\frac{x}{10} + 1$$

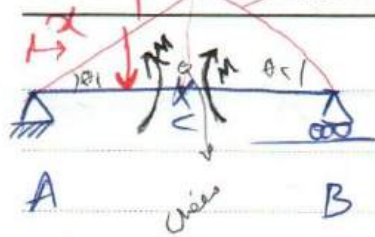


مکانی خط تأثیر برش در B



$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B = -\frac{x}{10}$$

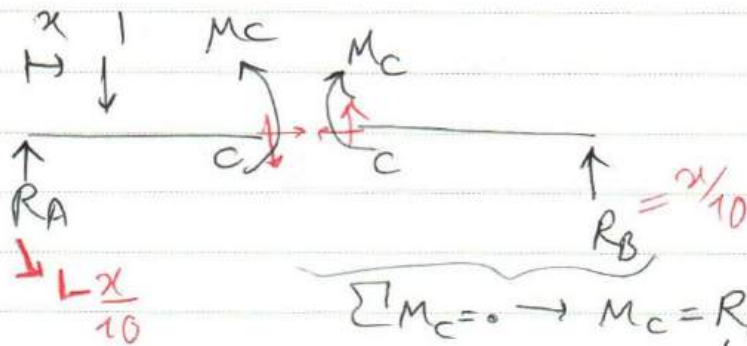
برای بازه $0 < x < 4$
مکانی حالت قبلی



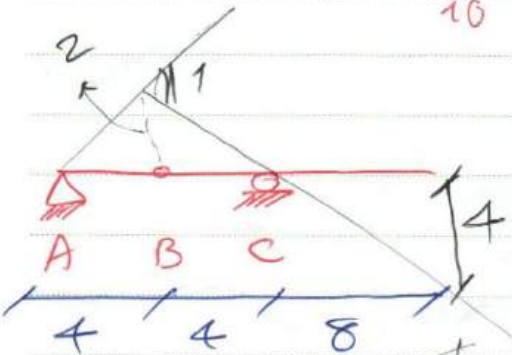
مثال ۱ خط تأثیر مکان در C

10 m

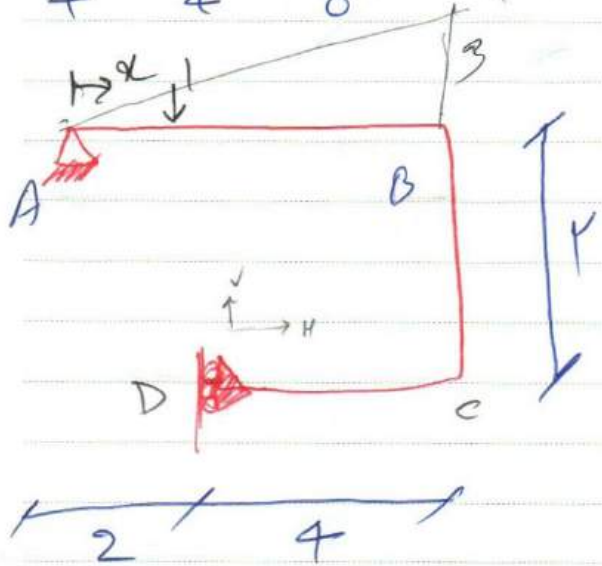
• $x \leq 5$:



$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_C = R_B \times 5 = \frac{x}{2}$$



مثال ۱ خط تأثیر مکان در B ؟



مثال ۱ خط تأثیر D_H ؟

$$\sum M_A = 0 \rightarrow$$

$$1 \times x = D_H \times 2$$

$$\Rightarrow D_H = \frac{x}{2}$$

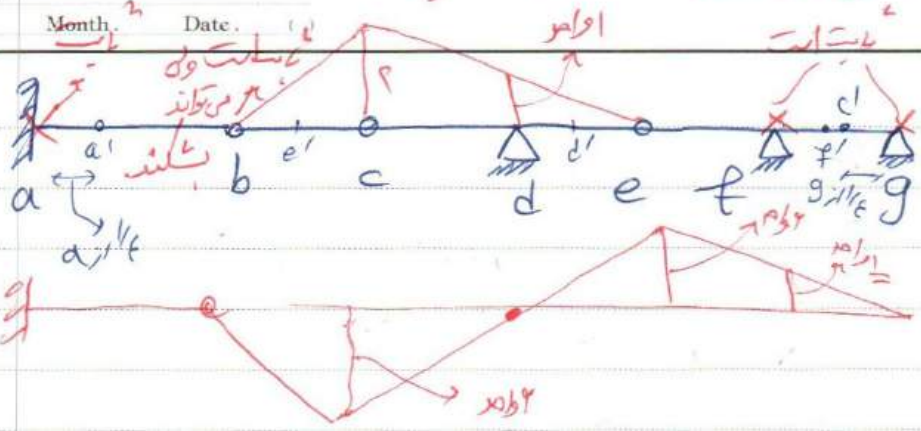
۱۸ کسب دارای خط تأثیر منفی است و فشار دارای خط تأثیر مثبت است.

Subject:

Year:

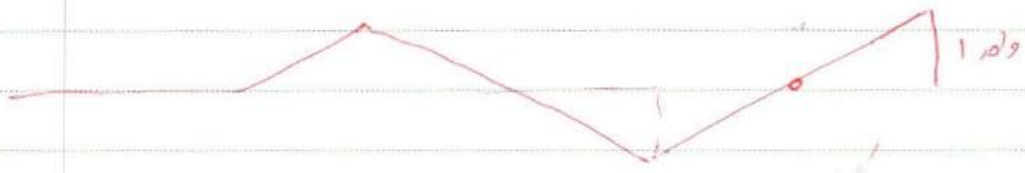
Month:

Date:

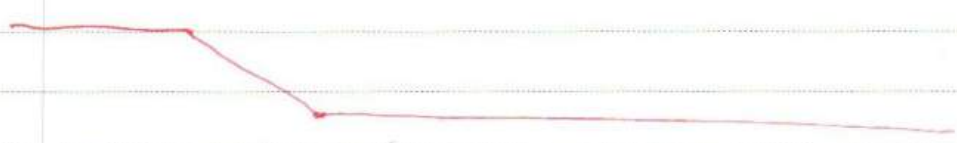


جابجایی δ

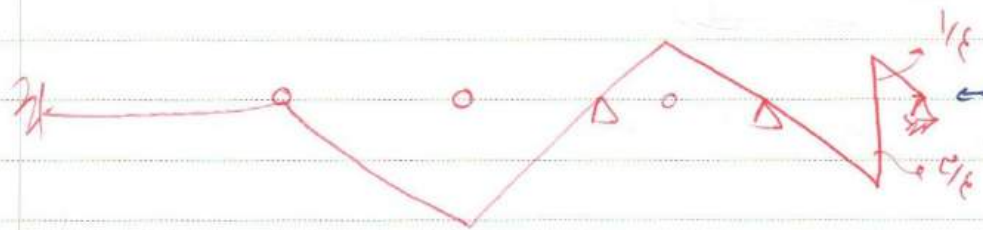
جابجایی f



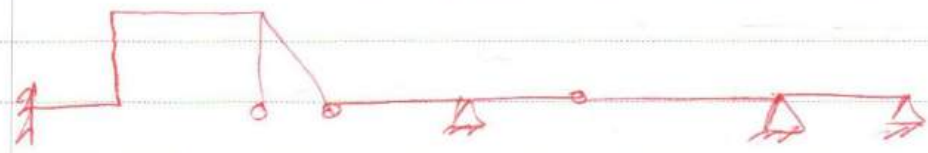
جابجایی g



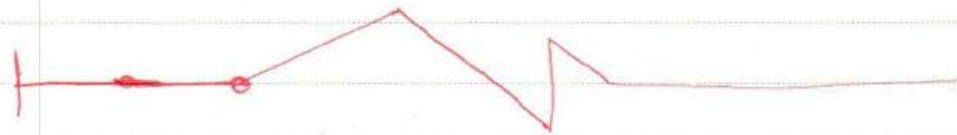
جابجایی R_d



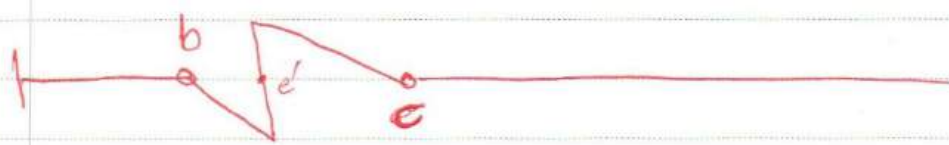
برش در d



برش در a'

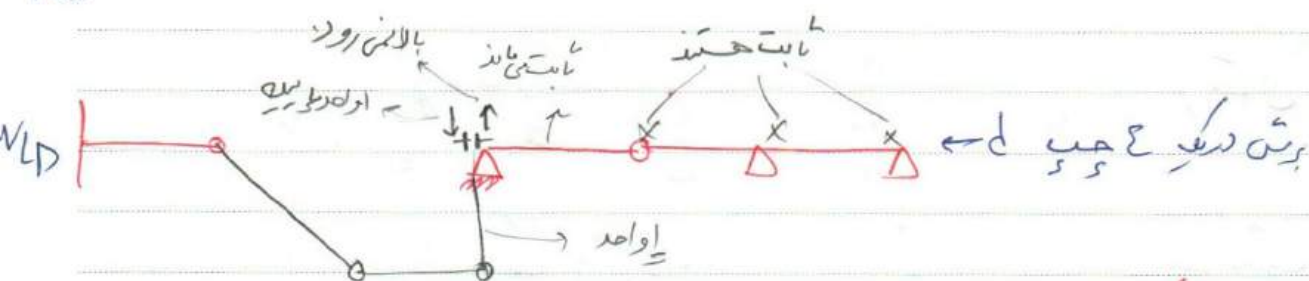


برش در d'

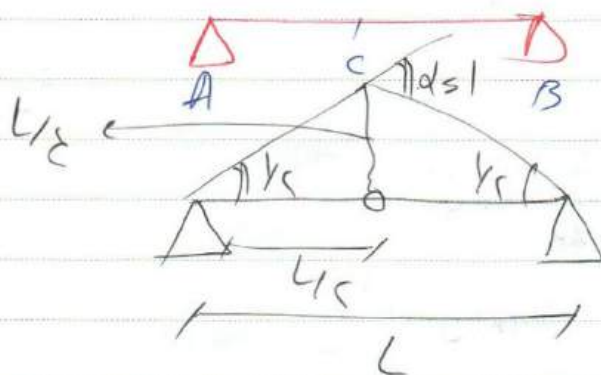


برش در e'

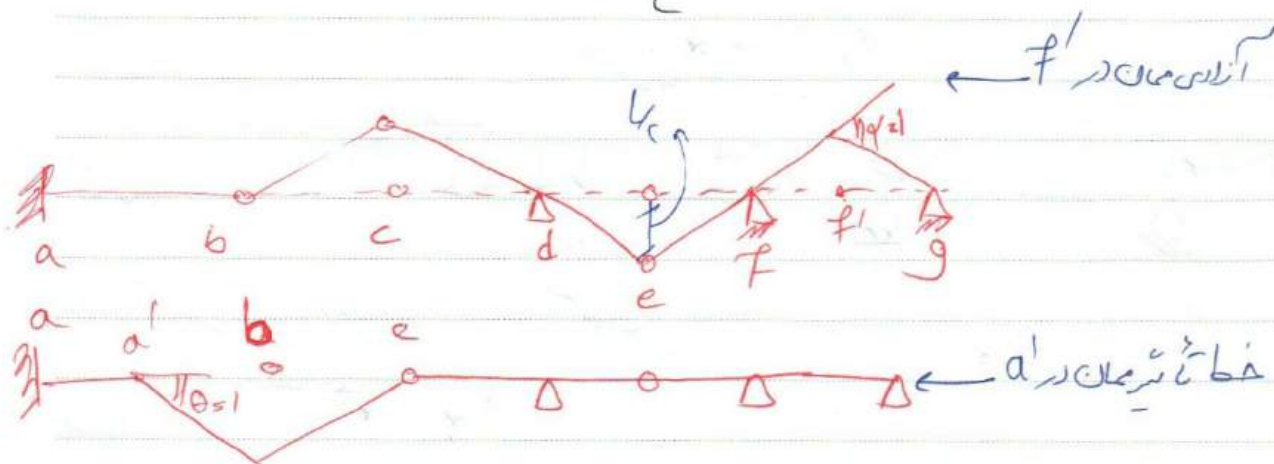
1

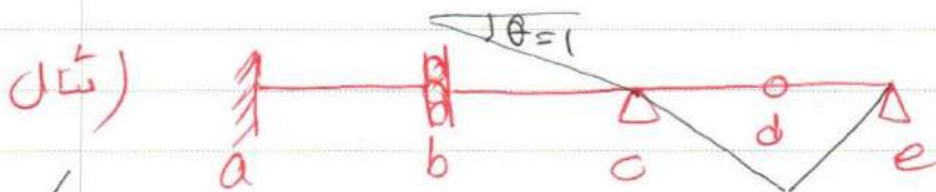
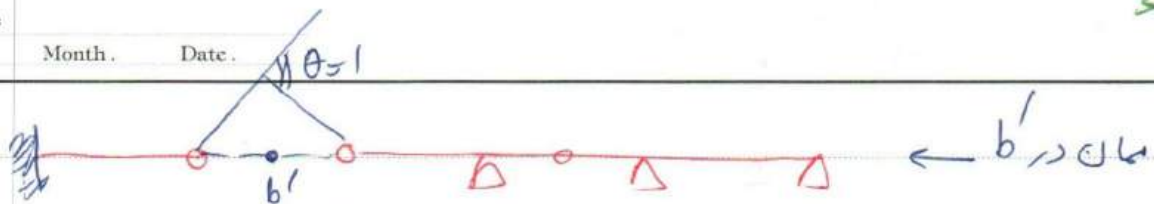


خط - تاشرمان



از نرسه سال در





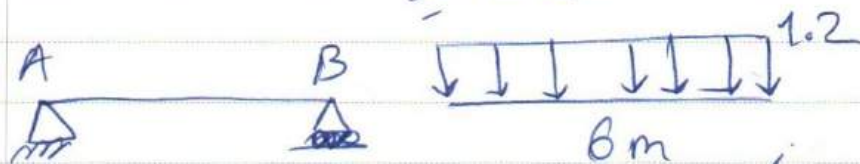
نقطه b' در اول خردش غلغله برش بود و با همان راهم در آن آزاد کردیم سمت چپ غلغله
چپ بجا نمی خورد و ثابت است و فقط سمت راست آن را واحد به بالا می برد تا θ شود.

بار بر خط تأثیر

نیروی متمرکز: $F = \sum_{x_i} P_i y_i$

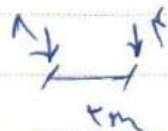
بار گسترده: $F = \int_{x_1}^{x_2} w(x) y(x) dx$

عرف خط تأثیر



مثال

بار گسترده داریم و یک بار متمرکز دو نقطه ای که فاصله ای ۲ متر



طول دارد

حد اکثر نیروی برش در فاصله ۴ متری از A

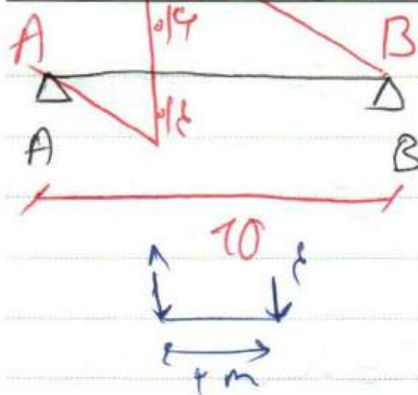
91

Subject:

Year:

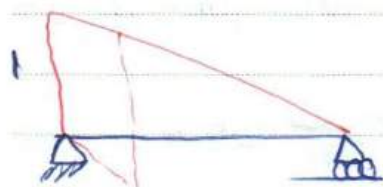
Month:

Date:



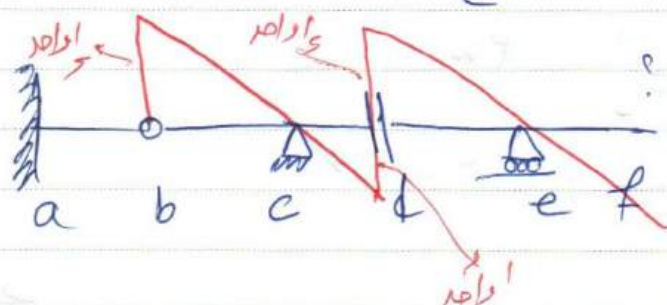
$$\text{مقدار بارش} = 0.14 \times 10 + 0.18 \times 10 + \left(0.14 \times 10 \times \frac{1}{2}\right) \times 10 = 8.154$$

مثال) مقدار نیروی بارش در تیر زیر



$$P_1 > P_2$$

$$\text{مقدار بارش} = P_1 x + \frac{(L-x)}{L} \times P_2$$



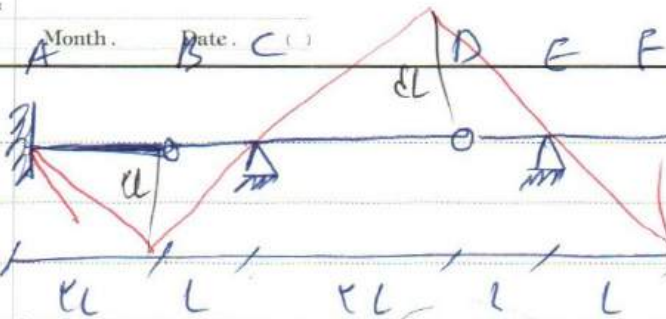
مثال) خط تأثیر بارش در نقطه b

Subject:

Year:

Month:

Date: ()



مثال بار w با طول متغیر

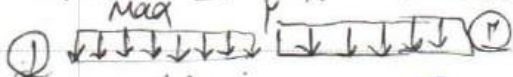
حرکت میکند. $M_A = ?$

$$\int_{n_1}^{n_2} w(x) y dx = w(x) \int_{n_1}^{n_2} y dx$$

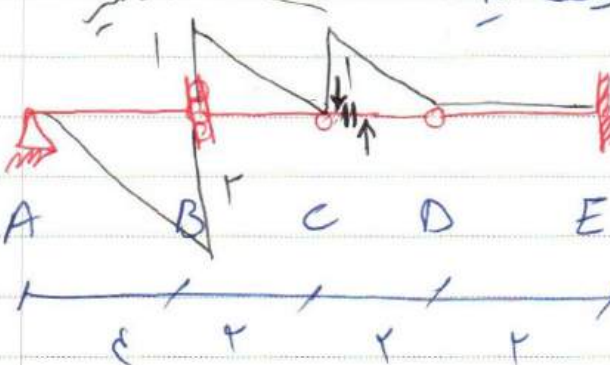
ثابت

مساحت در بازه ی E تا C ثابت است

$$M_{max} = \frac{1}{2} \times 2L \times 4L \times w = 4wL^2$$



مثال قدر مطلق حداکثر برش در سمت راست نقطه C



بار w با طول متغیر

$$⑤ \quad W A_2 = w \times 2 \left[\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} \right] = 2w$$

$$① \quad W A_1 = w \times (2 \times 2 \times \frac{1}{2}) = 2w \quad \checkmark$$

42

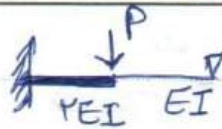
Subject:

Year: Month: Date: ()

گتھیں تیرگی نا مھین (روشن تھیں) :

$$n = 0 \rightarrow$$

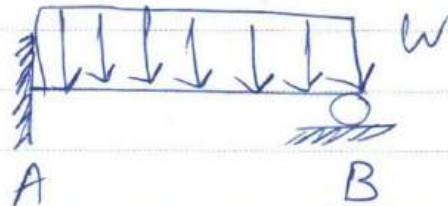
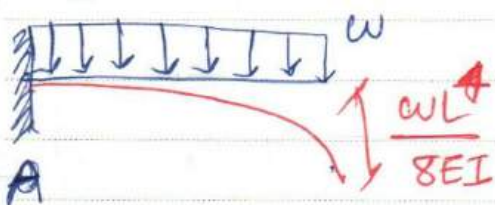
استاتیک



$n > 0 \rightarrow$ استاتیک + قوانین
گتھیں تھیں

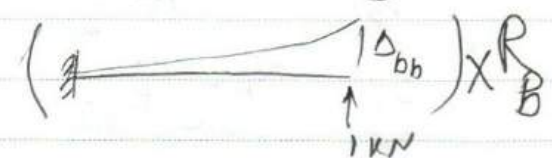
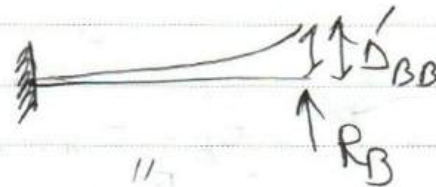
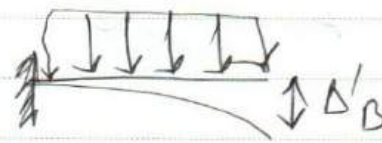
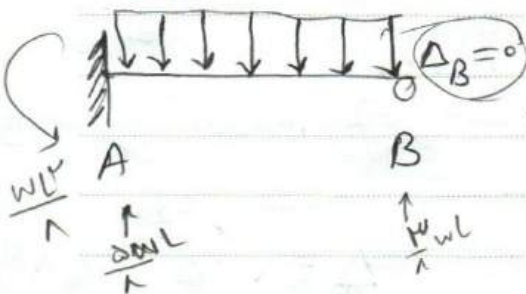


$$\frac{wL^5}{8}$$



تیر فوق دلائی ! درجہ نا مھین است ہاں حل آں

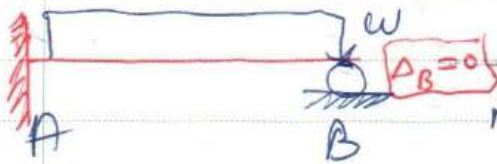
حل را را بہ دو قسمت تقسیم می کنیم



$$\Delta_B = \Delta'_B - \Delta'_{BB}$$

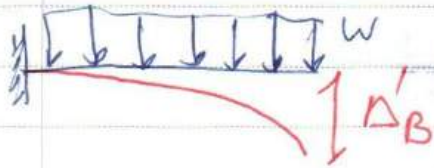
$$\Delta_B = \Delta'_B - \Delta'_{BB} \cdot R_B$$

$$R_B = \frac{\Delta_B - \Delta'_B}{-\Delta'_{BB}} = \frac{\frac{wL^4}{8EI}}{-\Delta'_{BB}}$$



$$n = (K + R + C) = 1$$

سؤال اول



$$n = 0$$



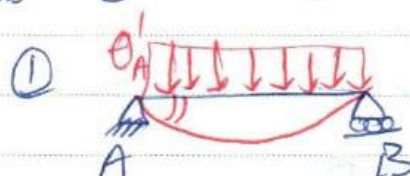
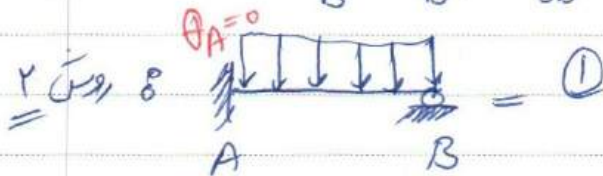
III

$$\delta = 1 \text{ or } 0$$

$$R_B$$

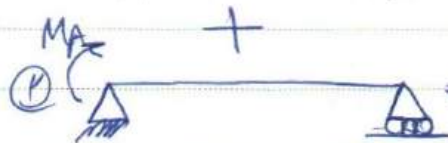


$$n = 1 \rightarrow \Delta_B = \Delta'_B + \delta_{bb} \times R_B \rightarrow R_B \checkmark$$



$$\delta = 1 \text{ or } 0$$

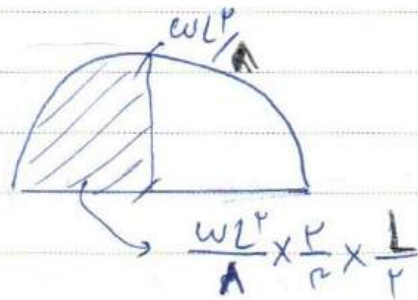
الزاوية في المرفق θ



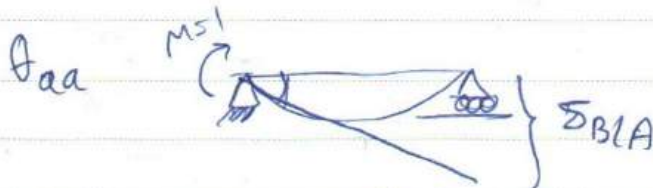
$$\theta_{aa} = (1 \uparrow \theta_{aa}) \times M_A$$

$$\theta_A = \theta'_A + \theta_{aa} M_A$$

$$\theta_{A/C} = \theta'_A = \frac{WL^3}{6EI}$$



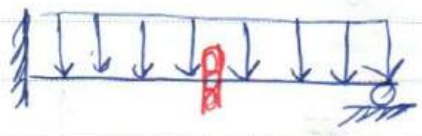
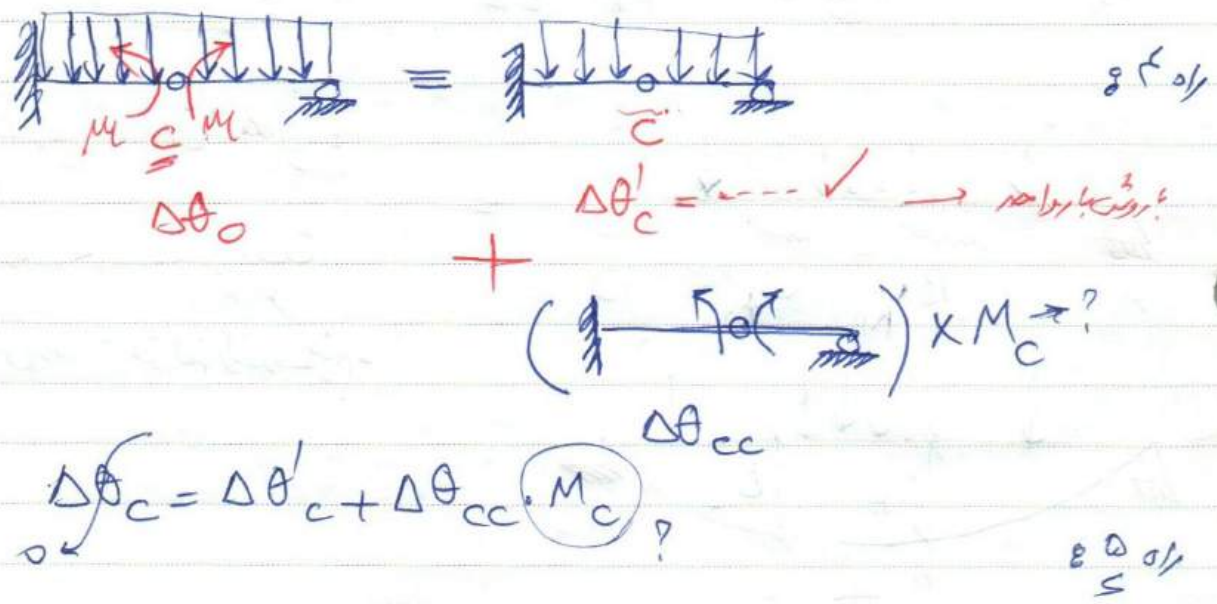
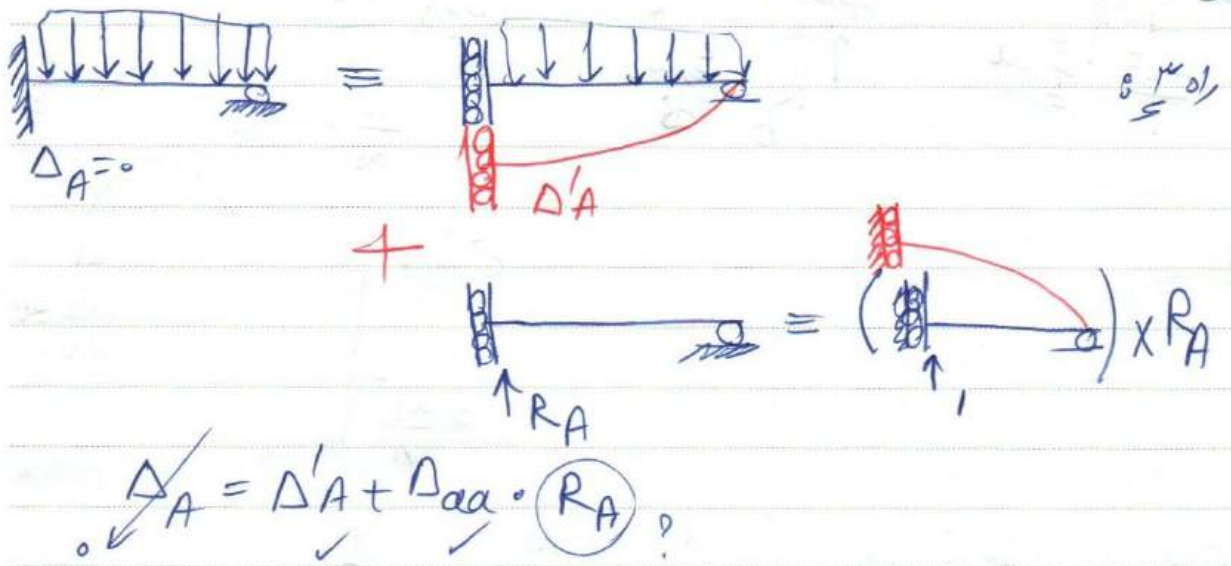
$$\frac{WL^3}{6} \times \frac{1}{L} \times \frac{L}{6}$$



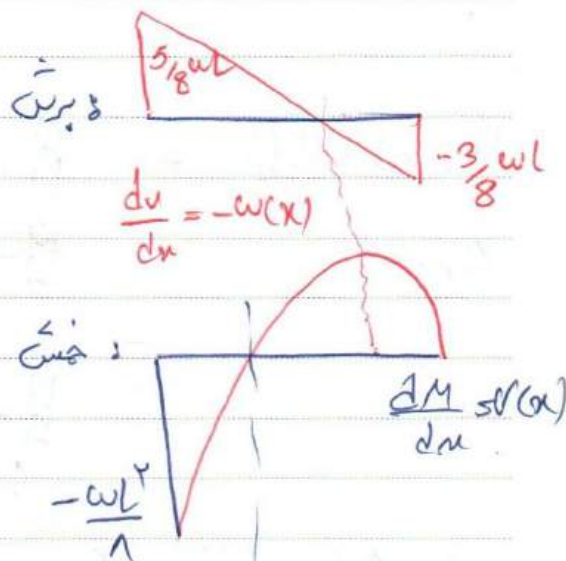
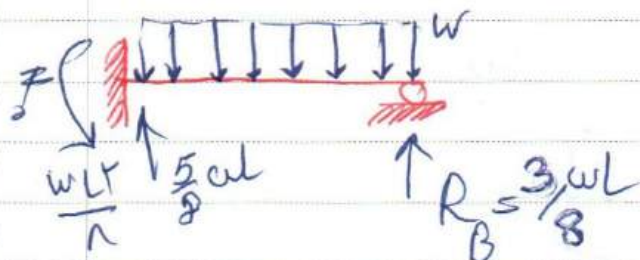
$$\theta_{aa} = \frac{\delta_{B/A}}{L} = \frac{1 \times L}{3EI}$$

$$\rightarrow M_A = \frac{WL^2}{6}$$

وادی دیگر حل سوال کون است که مؤلفین قائم تکیه ماه A را حذف کنیم و باید گفت کنیم همیشه سازو باید پس از حذف یک مؤلفه باید باقی بماند.

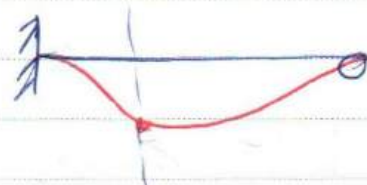


در روش ۲ زمانه $M_A = \frac{wL^2}{8}$ بدست آمد بقیه مجهولات به طور کامل بدست می آید.



نمایافته باشد تعادل را می بیند
در برعکس

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$



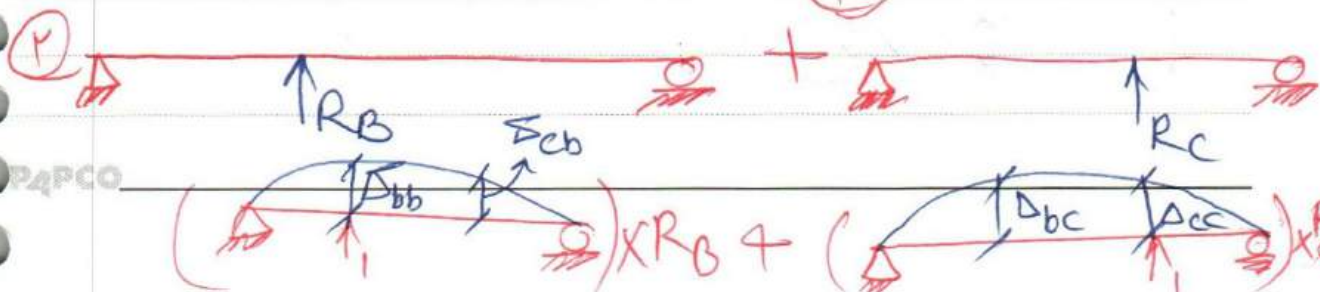
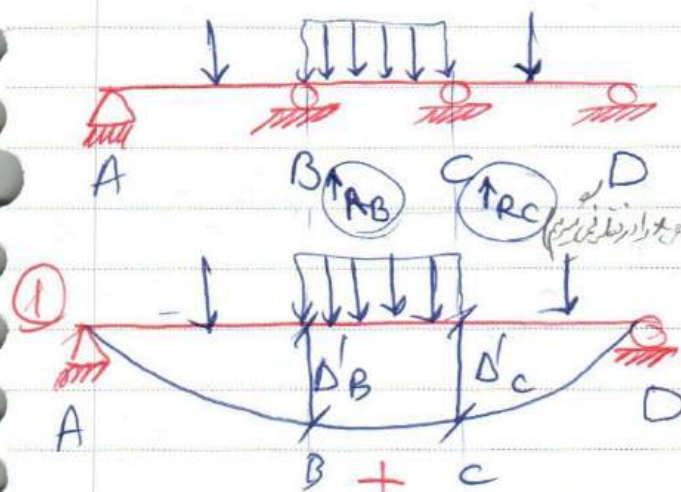
سازه دو درجه نامعین است

سازه دو درجه نامعین است

پس باید ۲ مؤلفه را حذف کنیم.

$$n = 3K + r - (c + r)$$

$$n = 0 + 3 - (2) = 1 \checkmark$$



9V

Subject:

Year:

Month:

Date:

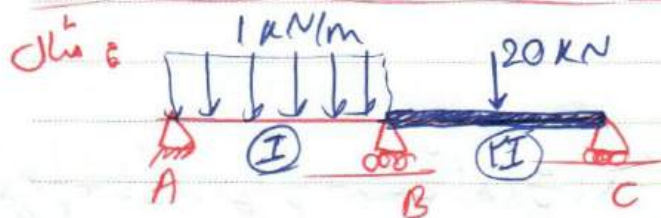
()

$$\begin{cases} \Delta_B = \Delta'_B + \delta_{bb} R_b + \delta_{bc} R_c \\ \Delta_C = \Delta'_C + \delta_{cb} R_b + \delta_{cc} R_c \end{cases}$$

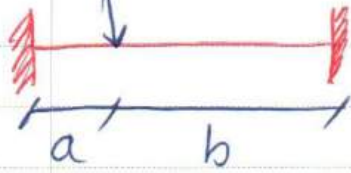
$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \Delta_B \\ \Delta_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta'_B \\ \Delta'_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ \delta_{cb} & \delta_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_b \\ R_c \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\bar{\Delta} = \bar{\Delta}' + \bar{\Delta} X}$$

↓
شکل

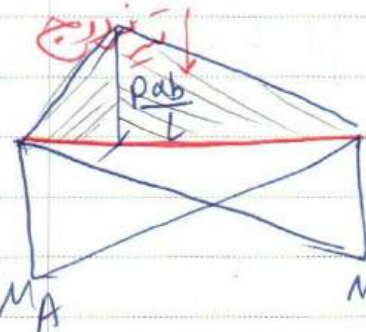
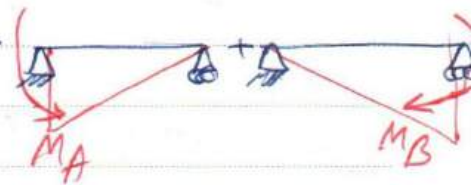
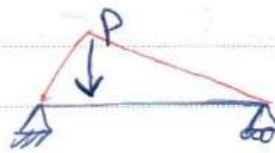
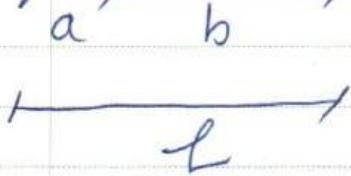


استاندارد B را قرار دهید.



۲. جابجایی

استاده از تیر مزدوج



مکان های تیر اصلی
همان بارگذاری روی
تیر مزدوج هستند.

$$\textcircled{1} \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{Pab}{L} \times \frac{L}{r} = \frac{L}{r} (M_A + M_B)$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \sum M_B = 0 \rightarrow$$

$$\frac{Pab}{L} \times \frac{a}{r} \left(b + \frac{a}{r}\right) + \frac{Pab}{L} \times \left(\frac{b}{r}\right) \times \left(\frac{r}{r} L\right) = \frac{1}{r} M_A \times \left(\frac{r}{r} L\right) + \frac{1}{r} M_B \times L \times \frac{L}{r}$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{Pab^2}{Lr}$$

$$M_B = \frac{Pa^2b}{Lr}$$

$$a = b \text{ اگر } \downarrow$$

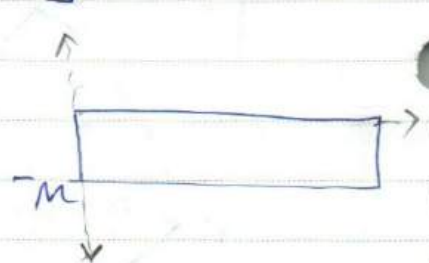
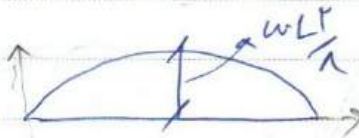
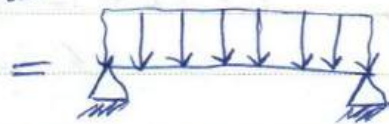
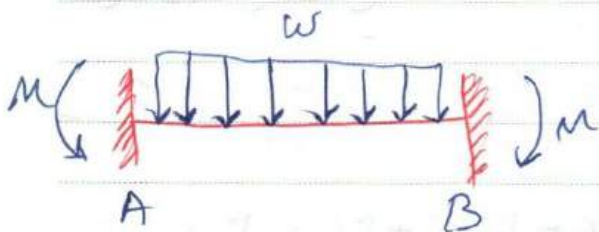
$$a = b \text{ اگر } \downarrow$$

$$M_A = \frac{PL}{8}$$

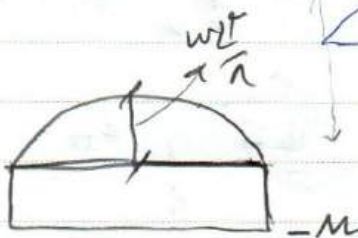
$$M_B = \frac{PL}{8}$$

حل ناهمبند

تشریح :



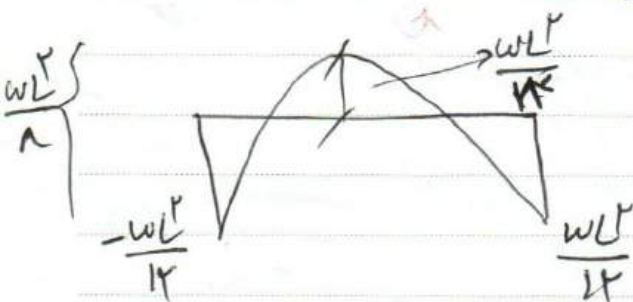
میزان



$$\Rightarrow \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{wL^2}{8} \times \frac{2}{3} L = M \times L$$

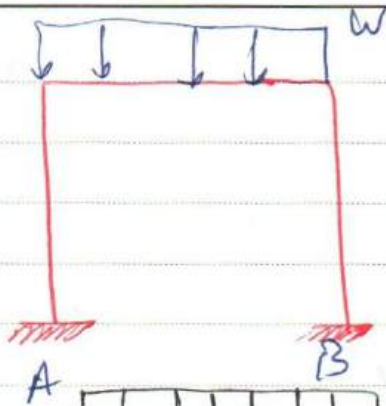
در تشریح

$$\Rightarrow \frac{wL^2}{12} = M \quad \checkmark$$



$$\frac{wL^2}{12} + M_c = \frac{wL^2}{8}$$

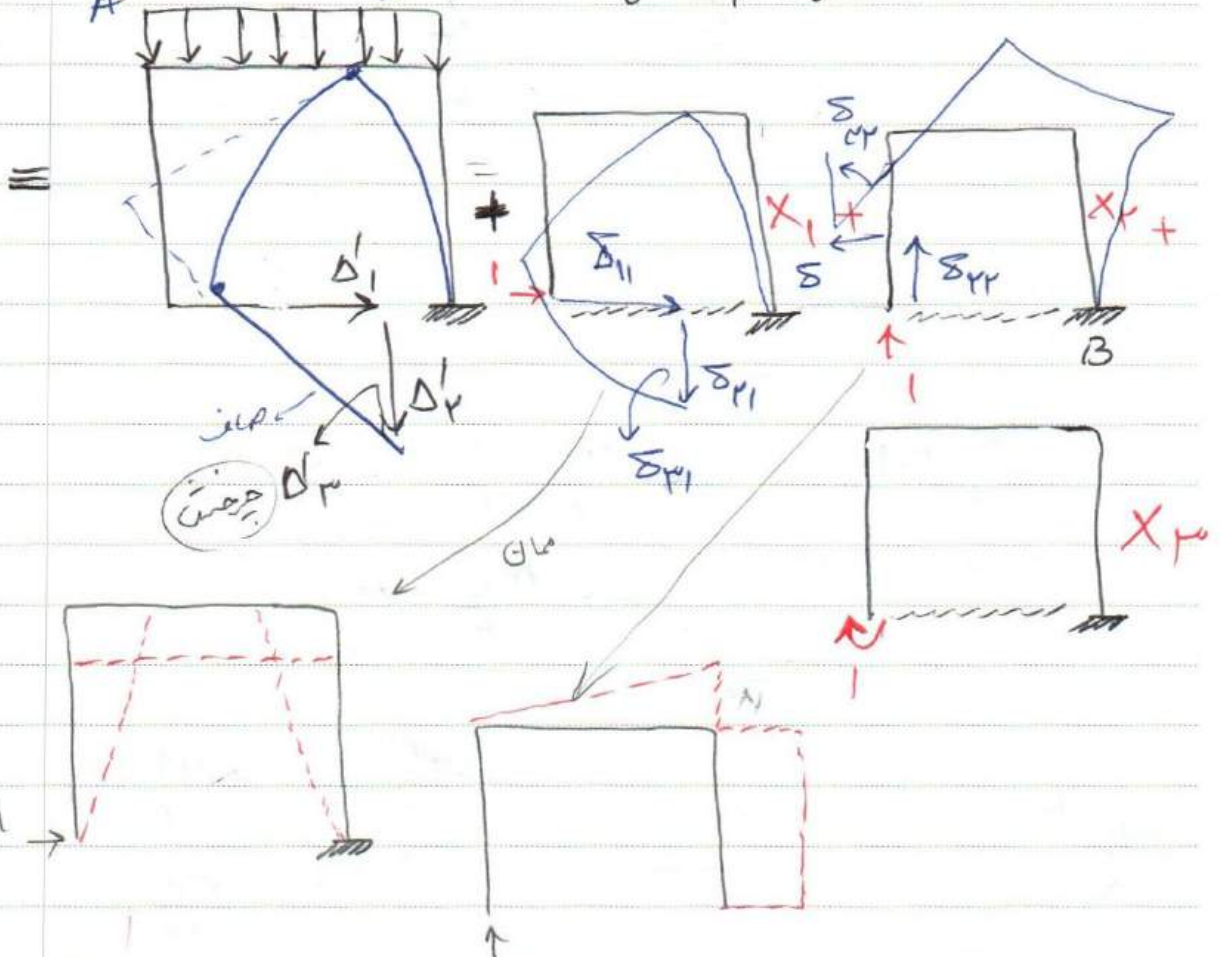
$$M_c = \frac{wL^2}{24}$$



حل قاب های نامعین

با از روی تغییر شکل

$$n = 3K + 1 - (2 + 2) = 3 \checkmark$$



$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta'_1 \\ \Delta'_2 \\ \Delta'_3 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \text{sym} & & \delta_{33} \end{bmatrix}$$



Subject:

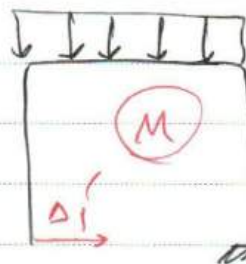
Year:

Month:

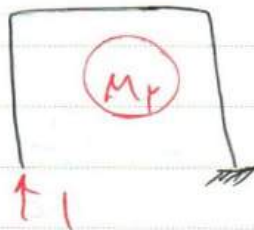
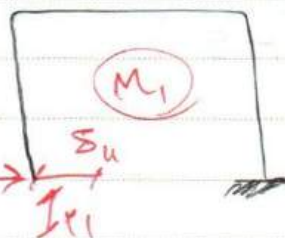
Date:

$$\delta_u = \int \frac{M_1 r dx}{EI}$$

$$\Delta_s \Delta' + \delta \bar{x}$$

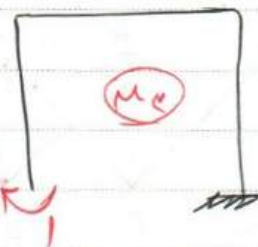
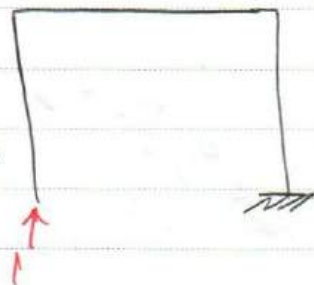


+

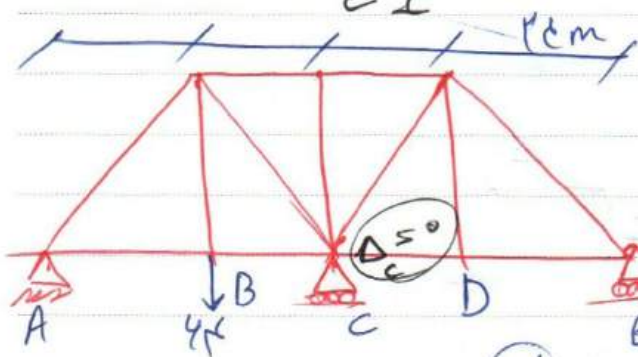


برای مثال

$$\Delta'_r = \int \frac{M M_r dx}{EI}$$

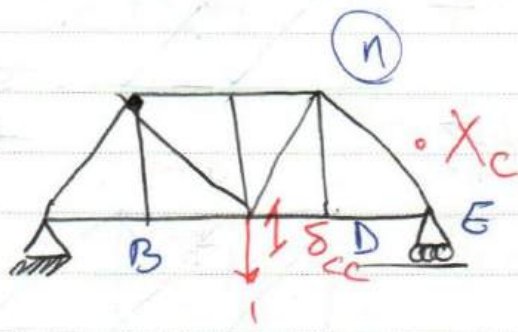
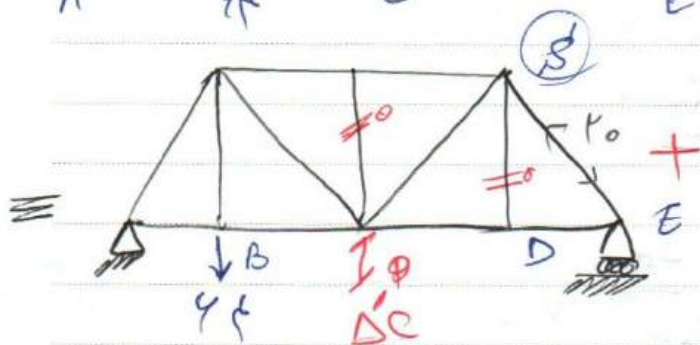


$$\delta_{r1} = \int \frac{M_1 M_r dx}{EI} = \delta_{1r}$$



خرابی نامعین

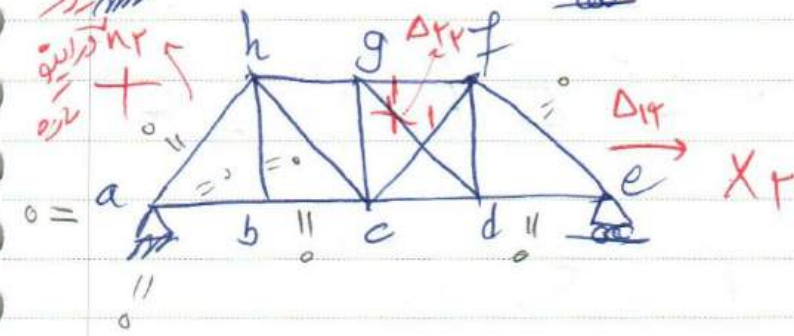
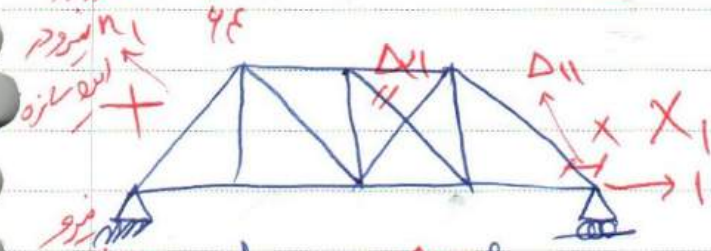
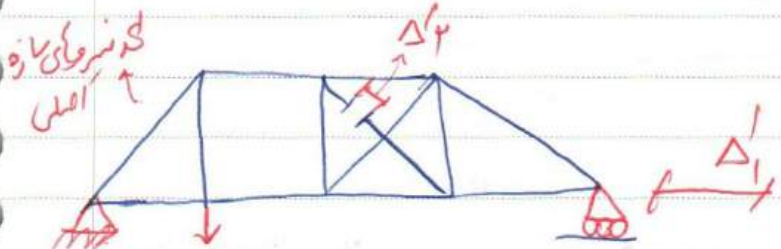
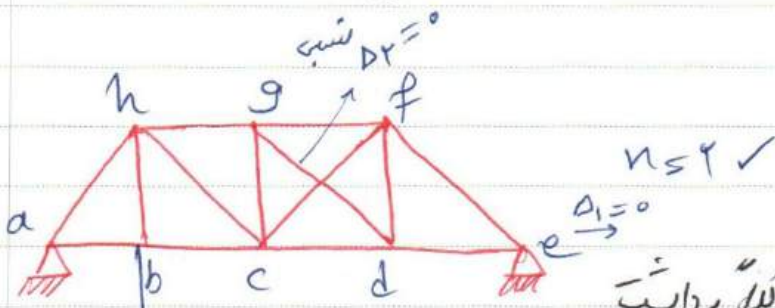
$$n = m + r - j = 1$$



$$\Delta_c = \Delta'_c + \delta_{cc} X_c$$

خطی $1 \times \Delta_c = \sum \frac{nSL}{AE}$

$$\delta_{cc} = \sum \frac{n^2 L}{AE}$$



1.2

Subject:

Year:

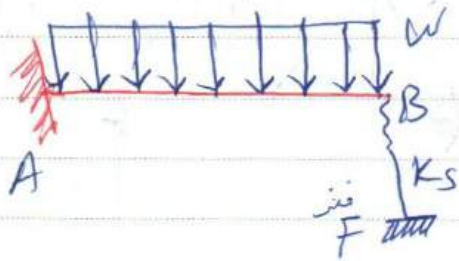
Month:

Date:

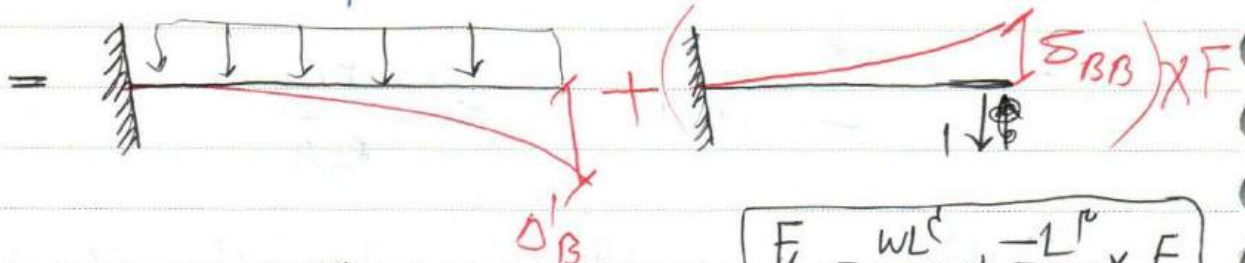
$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_1' \\ \Delta_2' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}$$

$\sum \frac{n_1 S L}{AE}$ $\sum \frac{n_2^2 L}{AE}$ $\sum \frac{n_1 n_2 L}{AE}$

تغیر مکان سازگار



$$\Delta_B = \Delta_B' + \delta_{bb} X_B \rightarrow \text{نیز در B}$$



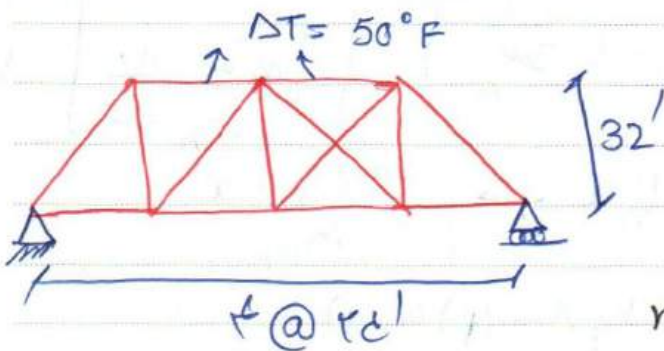
$$F \left(\frac{1}{k} + \frac{L^3}{3EI} \right) = \frac{WL^4}{8EI}$$

$$\frac{F}{k} = \frac{WL^4}{8EI} + \frac{L^3}{3EI} X F$$

$$F = \frac{WL^4/8EI}{1/k + L^3/3EI}$$

$$\begin{aligned} k \rightarrow \infty &\rightarrow F = \frac{WL^4}{8EI} \\ k \rightarrow 0 &\rightarrow F = 0 \end{aligned}$$

برای تست

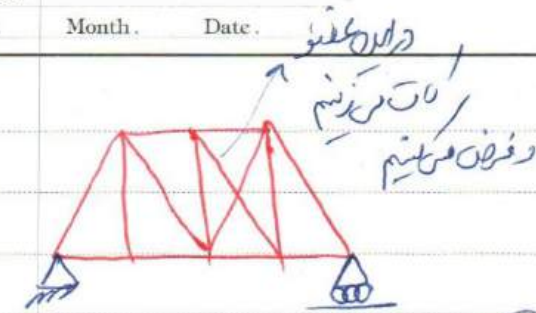


تغیر دما در خرابی نامعین

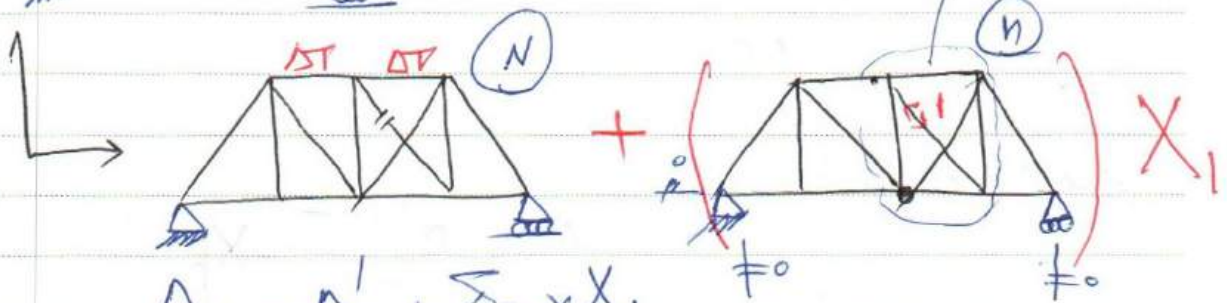
$$\alpha = 4.5 \times 10^{-4} / ^\circ F$$

$$n = m + r - j = 1$$

برای حل ایده آن است که یک عضو حذف کنیم.



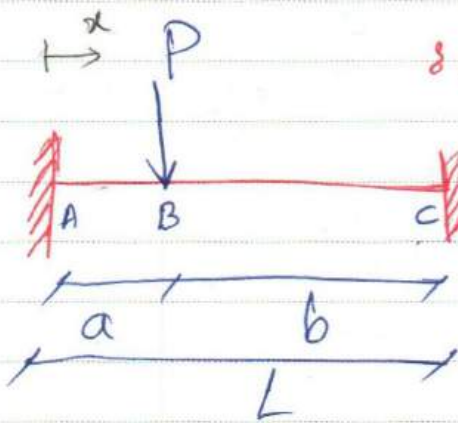
نیروی داخلی مقدار همین بولک می افتد.



$$\Delta_c = \Delta_c' + \sum c_c x X_1$$

$$\sum n(\Delta TL)$$

$$\frac{\sum n^2 L}{EA}$$



حل نامعین با استفاده از روش تنبلیانو

$$n=2$$

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

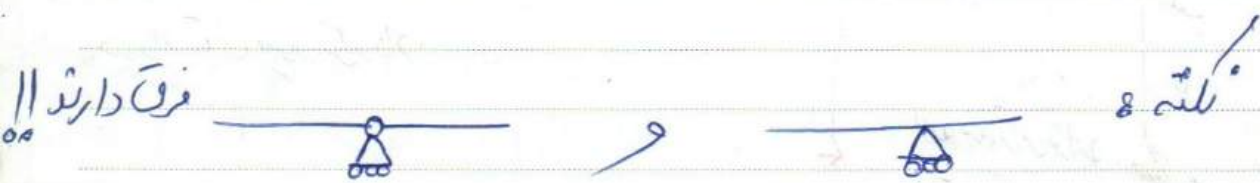
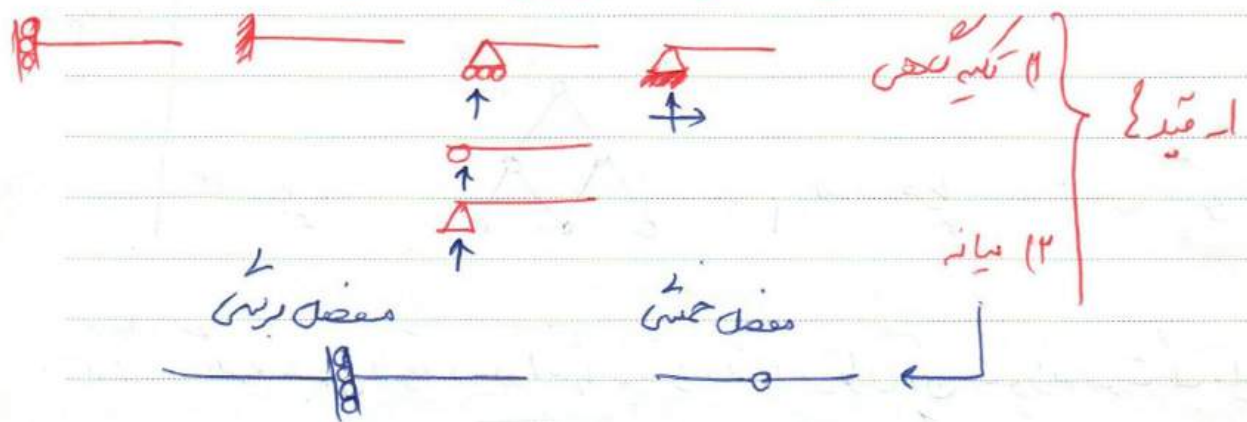
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial V_A} \\ \frac{\partial U}{\partial M_A} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \int M \frac{\partial M}{\partial V_A} \frac{dx}{EI} \\ \int M \frac{\partial M}{\partial M_A} \frac{dx}{EI} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

$$AB: M_1(x) = M_A + V_A x \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \partial M_1 / \partial V_A = x \\ \partial M_1 / \partial M_A = 1 \end{array} \right.$$

$$BC: M_2(x) = M_A + V_A x - (P)(x-a)$$

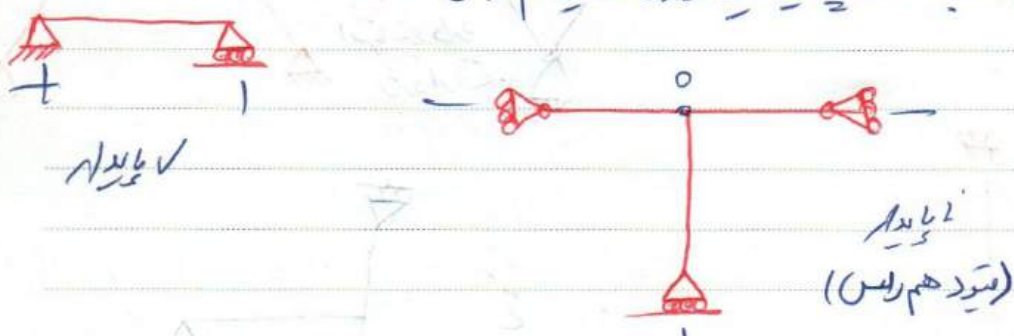
$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \partial M_2 / \partial V_A = x \\ \partial M_2 / \partial M_A = 1 \end{array} \right.$$

دو تکیه ۱۱، ۱۲، ۹۳ جاسی = مفصلی علیک گيردار نغزنده پيردار

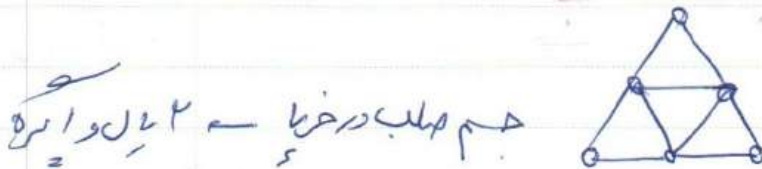
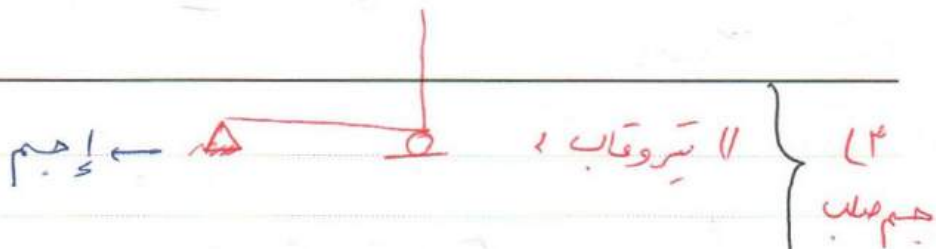


بایدگی و یا پایداری

۱۱ برای یک جسم صلب ۳ قید غیر موازی و غیر هم راس

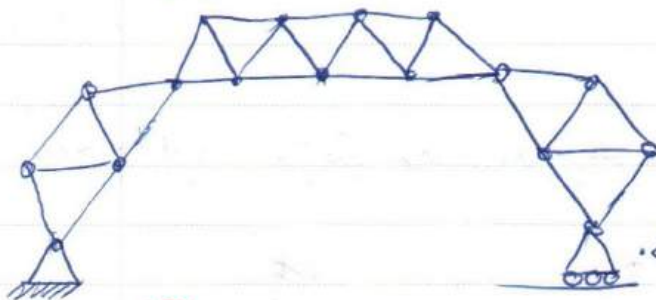
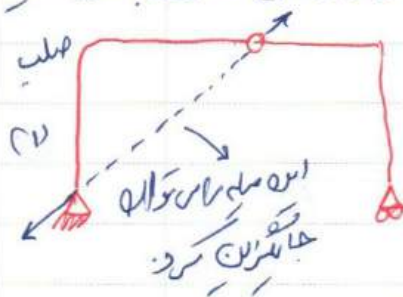


۱۲ وجود سمت پایداری (حذف عضو پایداری را اتصال به زمین)



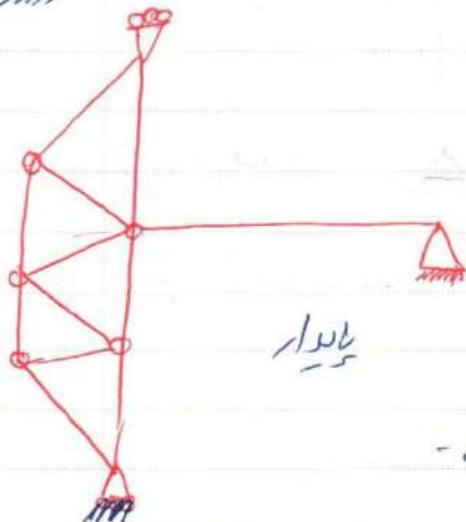
۱۲ خرابی

تذکره: اگر به جسی صرفاً در در استنها نیرو وارد شود می توان آن عضو را به صورت یک صلب در راستای نیرو قرار داد.



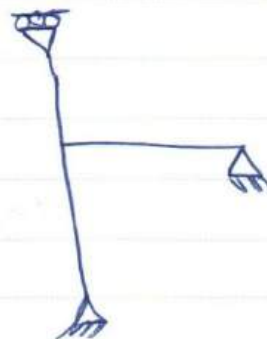
چون در ۲

استنها نیرو وارد شده است.

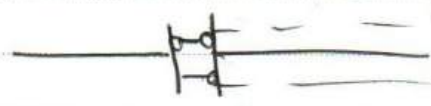
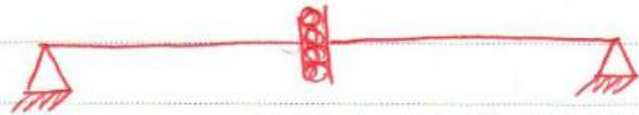


باید

ع
چون در وسط نیرو وارد شده است.



۳) مفصل در یک راستای ناپایدار



در این نهایت به هم می‌زنند

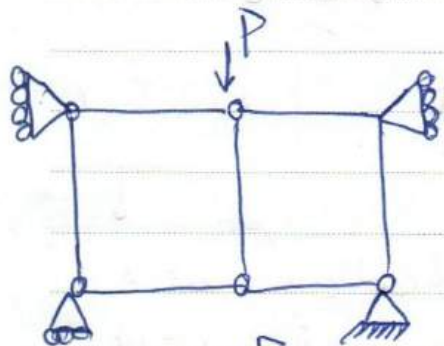
۳ مفصل در این نهایت به هم می‌زنند ناپایدار است

۵- جهت بارگذاری (شرط لازم و نه کافی)

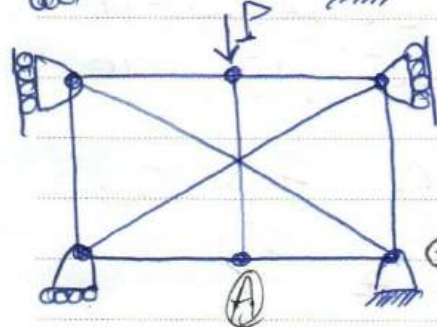
اگر جهت تمام بارگذاری ها یکدست باشد

لے فقط برای اثبات ناپایداری می‌توان استفاده کرد. یعنی اگر بارگذاری پیدا کنیم جهت

آن بار، سازه ناپایدار شود ← ناپایدار



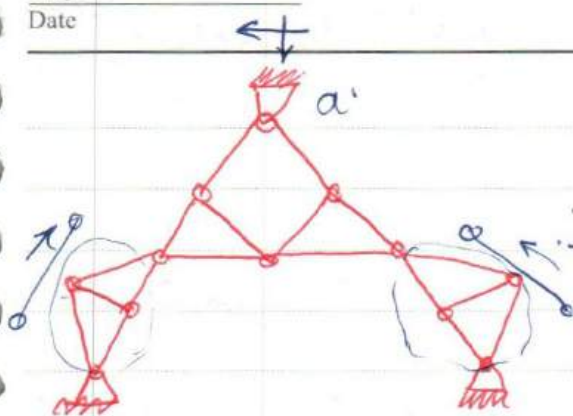
ناپایدار



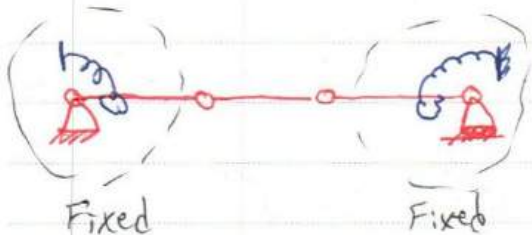
مثال می‌زنیم سازه در این سوال با این روش قبلی به نتیجه نمی‌رسیم باید روش بارگذاری را امتحان کنیم

در بالا و پایین سازه ۳ مفصل در یک راستا داریم، بنابراین

بارگذاری نمی‌تواند انتقال یابد پس ناپایدار است



نقطه ها در a هم یکسان هستند.



تایید

$$DI = 2 + 2(a) - (2 + 2) = 1 \quad \checkmark$$

R K

حل ساده گی ممکن و

۲- خراب

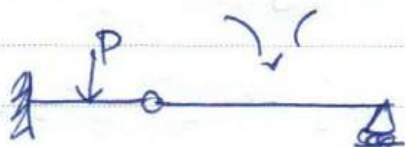
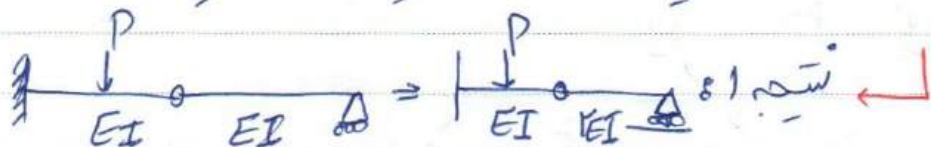
۱- تیر و قاب

(a) محاسبه عکس العمل های تکیه ها
(b) محاسبه نیرو و ممان داخلی در یک نقطه
(c) رسم دیاگرام خشی و برشی



نکات مهم :

۱) نکته: اعضای در تکیه عکس العمل نمی بینیم و به تاثیر ندارد !

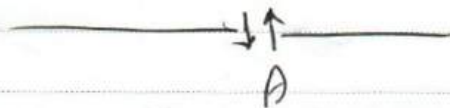
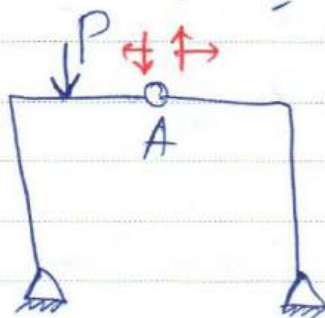
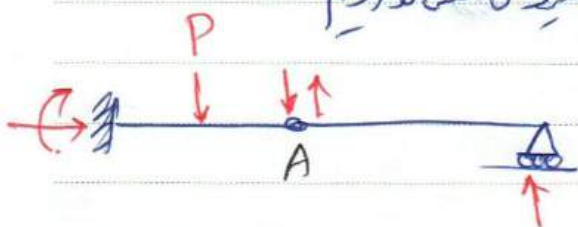


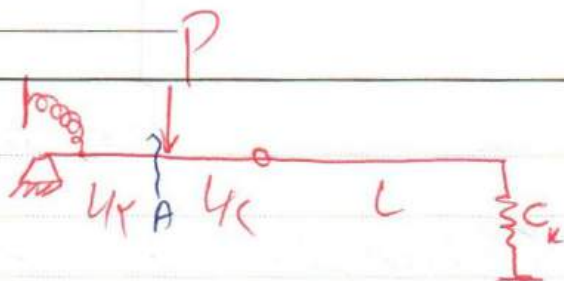
۲) نکته: جسم صلب تاثیر در نیروهای داخلی و عکس العمل نمی بینیم و به تاثیر ندارد



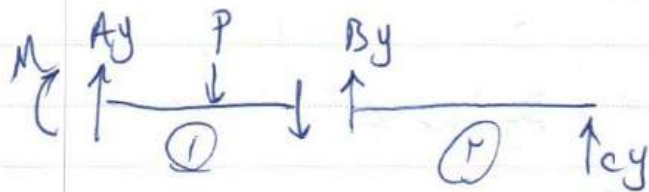
چونکه خواست تاثیر در تحلیل بازه ندارد

۳) تفاوت تیر و قاب * در تیر نیازی به نیروهای افقی نداریم



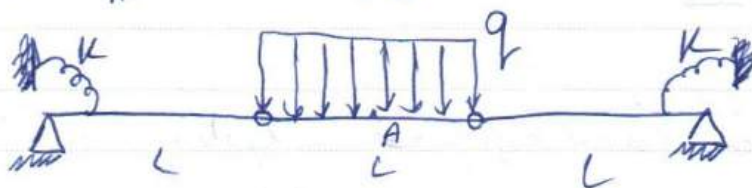


مثال ۱ - بند



① $\sum M_B = 0 \quad C_y = 0 \rightarrow B_y = 0 \rightarrow A_y = 0$

$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow V_A = P \\ \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = 0 \end{cases} \quad M = -PL$



مثال ۲

$M_A = ?$

(۴) درجه‌ی نامعین و هندسی ← درجه‌ی نامعین مثبت
 ثابت
 قیدی ← درجه‌ی نامعین منفی
 سازه
 نابایدار
 پایدار
 درجه‌ی نامعین



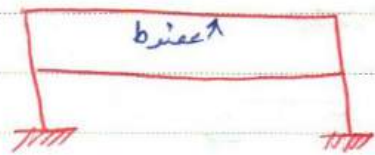
(الف) روش کلی برای تمامی حالت‌ها

$$DI = (4b + r) - (c + 3) \quad (1)$$

$$DI = (4k + r) - (c + 3) \quad (2)$$

۳ رابطه‌ی $\sum M_s = 0$, $\sum F_s = 0$, $\sum F_x = 0$ (معادلات تعادل)

حلقه‌ها



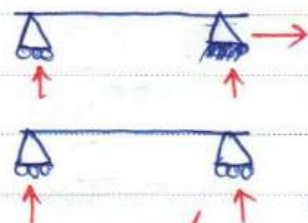
(ب) برای خرابی‌ها $DI = (r + b) - 4j$

(مثال) برای تیر

ذکر کننده تیر است تحت بارگذاری عمودی

$$DI = r - (2 + c)$$

از ذکر کننده تیر است نیروی در راستای افقی نداریم

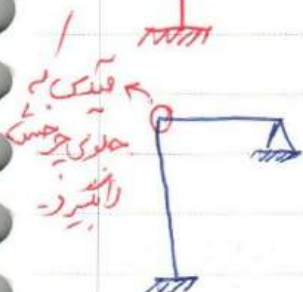
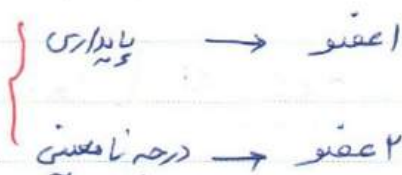


تیر نیروی افقی ندارد

نکات و ۲ تعداد عکس العمل کلی می‌باشد
 ۲ اگر ذکر کننده تیر است باید نیروی تیر
 عکس العمل کلی می‌باشد و باید بزرگیم

کلی	تیر
$r = 2$	$r' = 1$
$r = 1$	$r' = 1$
$r = 1$	$r' = 1$
$r = 3$	$r' = 2$
$r = 2$	$r' = 1$

(۲) b : تعداد اعضا
 بایداری ← مادی که تیر پیوسته است یک عضو محسوب می گردد -
 درجه نامعین ← بین هر دو گره یک عضو داریم

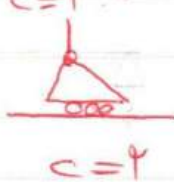
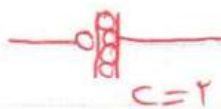
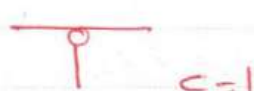
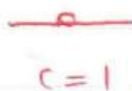


(۳) c : معادلات شرط

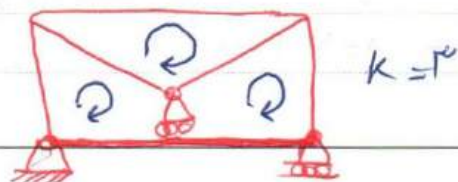
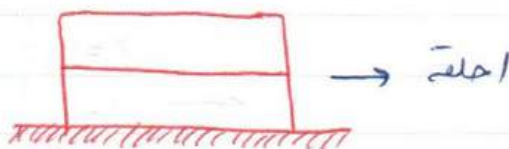
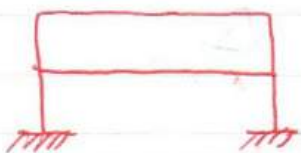
$$r + 3b = 5 + 3(2) = 11$$

$$3j + c =$$

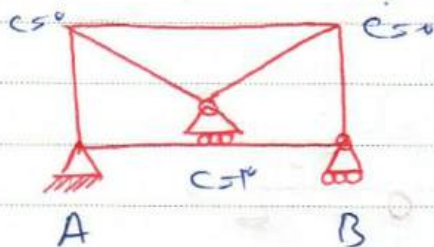
حالاتی که آن اتصال را پیوسته کند ← صلب



(۴) K : تعداد حلقه ها ← حلقه هایی که توسط خود اعضا ساخته شوند، توسط زین مشخص می شوند



⑤ تکیه ها: اعضای اتصال شده به تکیه باید پیوسته (صلب) باشند در غیر این صورت



$C \neq 0$ می باشد یعنی باید پیوسته کنیم.

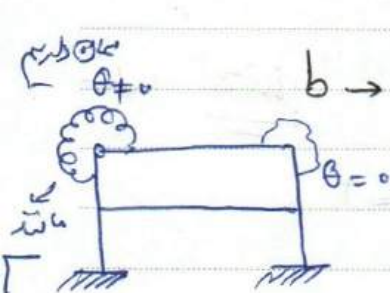
چون تیرها پیوسته اند $C=0$

نسبت به زمین مهار نمی کنیم $\rightarrow$ تعریف C مهار کردن بین عضو است نه زمین

زمین را کنار می گذاریم نسبت به هم مهار می کنیم نه نسبت به زمین $C=1 \rightarrow r=1 \rightarrow B$

تعداد عکس العمل یکی تکیه ها یعنی به زمین وصل می شود $\rightarrow r=3$

$$\begin{aligned} \text{روشن اول} & \quad (r+3b) - (c+3j) = (3+3(1)) - (0+3(0)) = 5 \\ \text{روشن دوم} & \quad (r+3k) - (c+3) = (3+3(3)) - (0+3) = 5 \end{aligned}$$



هر جا اتصال می باشد عضو اجباری کنیم $\rightarrow b$

⑥ فنرها

الف) اتصالات

ب) $\theta \neq 0$ یعنی

در وقت نیرو در آن ایجاد می شود که می خورد.

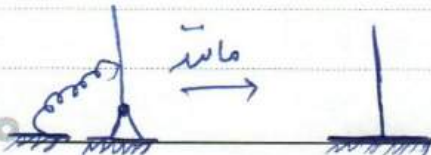
$$M = K\theta$$

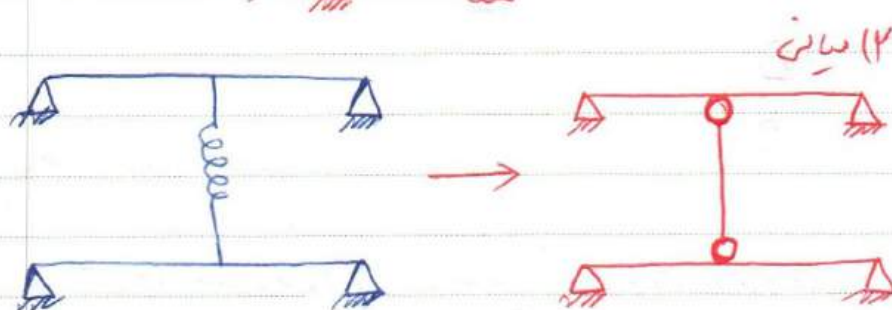
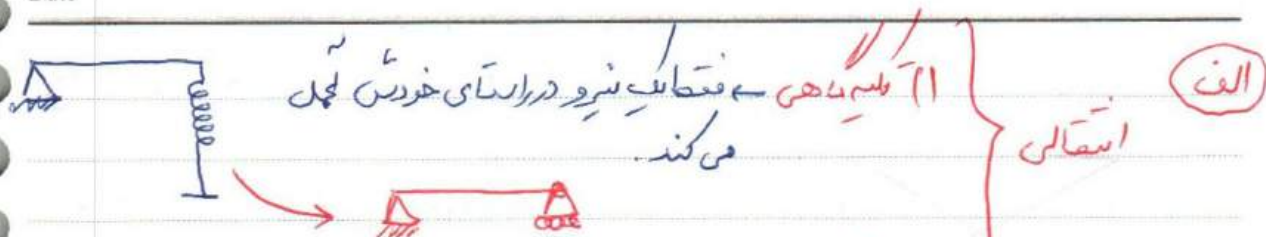
$\theta = 0$ $\rightarrow$ می توان فنر را حذف کرد

فنر بچسب

$$DI+1$$

$\theta \neq 0$ $\rightarrow$ حذف می کنیم درجه نامعینی را $+1$ می کنیم $\rightarrow$





۷) کابل : کابل شارژ نمی کند

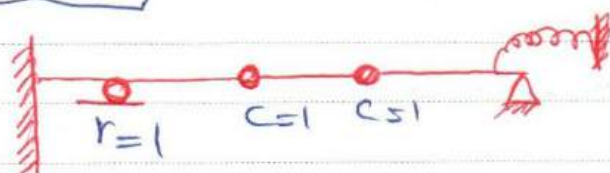
کابل

کششی ← نیرو دارد

فشاری ← نیرو منفرد

DI + 1

← کابل را حذف کن

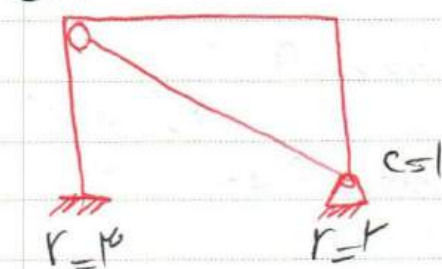


مثال quiz

$$r=2$$

$$DI = (r + 2K) - (C + 2) = 1 + 1 = 2$$

$$c=1$$



$$DI = (r + 2K) - (C + 2) = 2$$

مثال quiz

max, min

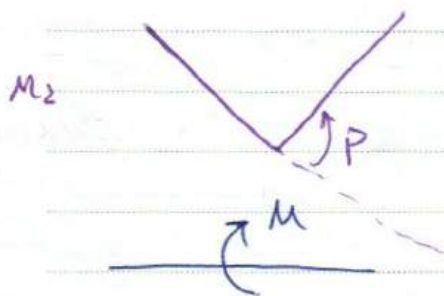
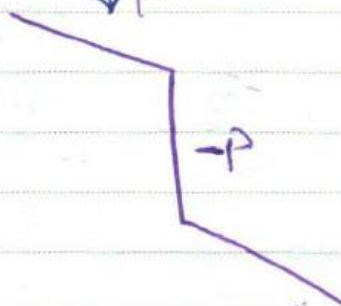
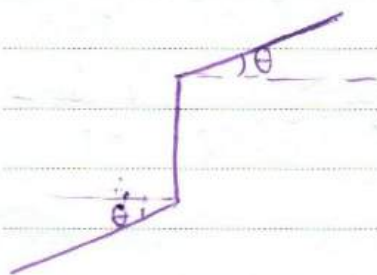
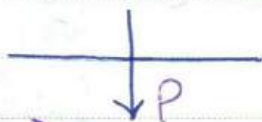
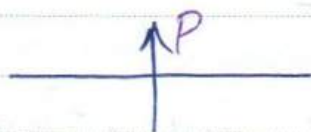
۲- تا راس مشخص شود. (مخصوصاً قاع)

۳- نوع بارگذاری

۱- گسترده {
۴ عدالت درجه ۲
۷ عدالت از درجه ۱ = }
راه حل برای مقطع
از یک است!

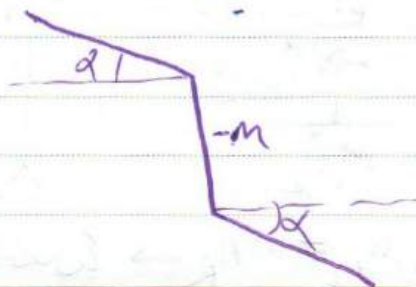
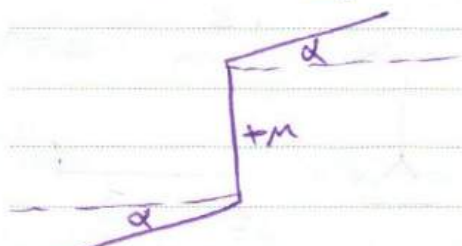
۲- بار غیر گسترده {
۴ و ۷ حتماً خطر هستند

① باہر سے لکھو :



ہیج اسی انداز V_2

هلیج انری ندارد

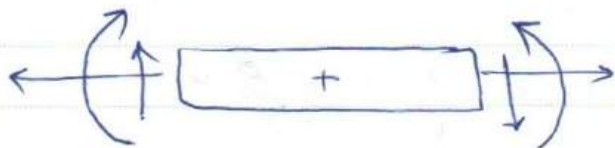




Subject

Date

نکات مهم



(۱) یادآوری قمار دارها :

(۲) سختی اعضا تأثیری در دیاگرام خمشی و برشی ندارد.

← نیرو تبدیل به اتصال کامل می‌کنیم.

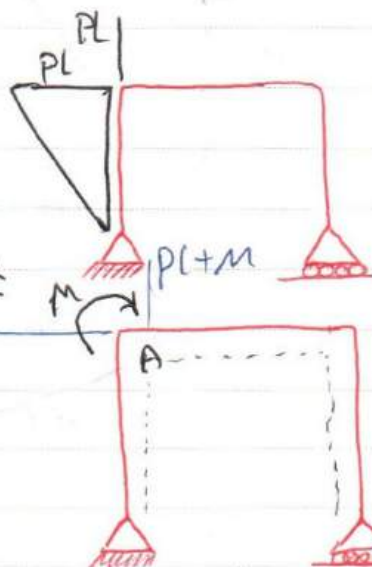
(۳) تأثیر مفضل برشی و خمشی در دیاگرام

- تغییرات بسیار کم در هیچ نموداری نداریم و صرفاً تغییر مقدار می‌کند.

$$M = 0$$

$$V = 0$$

در هر دو طرف اندازه و علامت برابرند



(۴) گروه ها

(a)

(b)

$$M_{AL} = M_{AR}$$

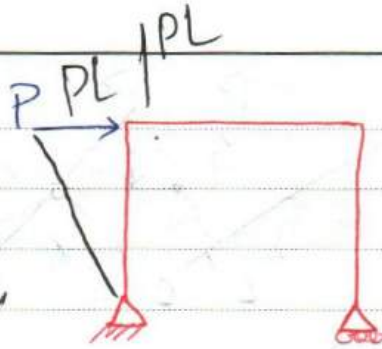
$$\sum M_A = 0$$

$$M + M_{AL} - M_{AR} = 0$$

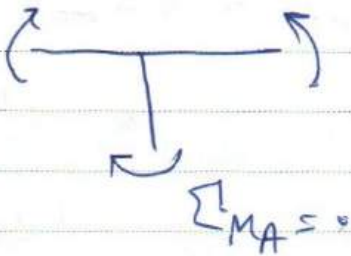
$$M_{AL} \neq M_{AR} \rightarrow \text{تفاوت دارد}$$

$$M_A R = M_A L$$

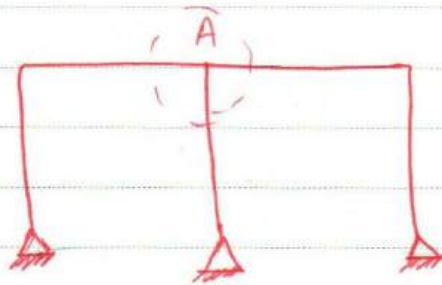
بار متمرکز در دایگرام همان اثر ندارد فقط تغییر
شیب محض می شود.



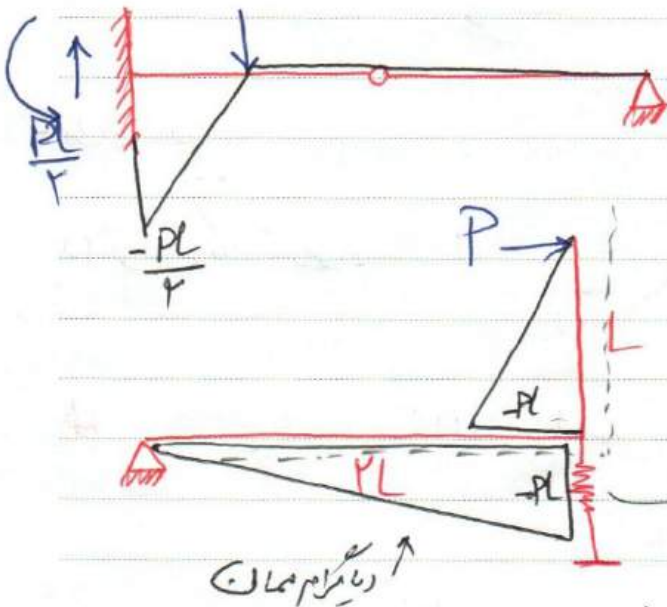
(c)



$$\sum M_A = 0$$

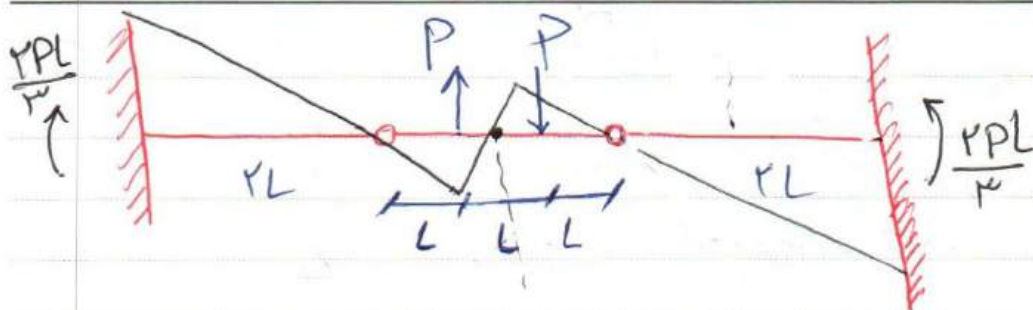


(d)



(مثال)

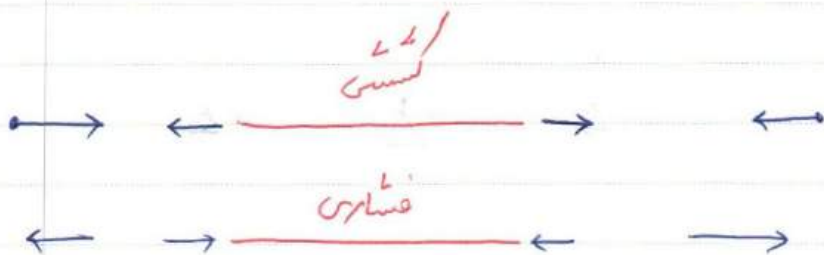
نیروی فنر یا نیروی دایگرام همان
نیی دهد بلکه فقط جهت شیب محض می شود.



TA دوسرے ۵، ۱۲، ۹۲ مقدار چلے ۵

خبر ۲

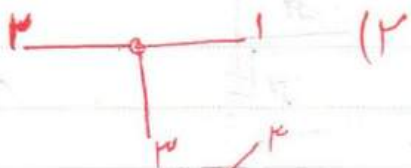
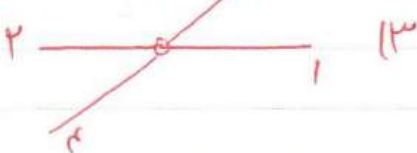
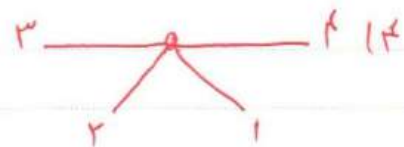
- مَرَدِ دَارِهَا



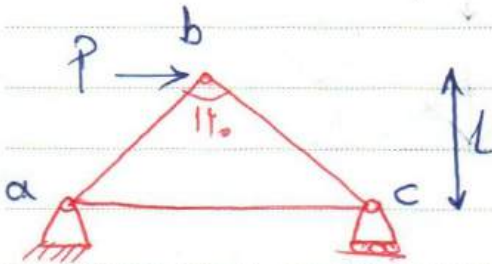
* مراحل حل :

$$0 = F_x = F_y$$

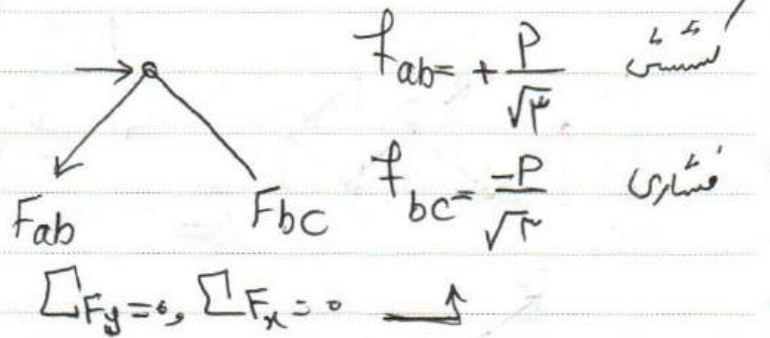
1a) توجہ بہ نکات زیرہ (۱)


$$F_x = 0 \quad F_1 = F_y$$

$$F_1 = F_2, F_3 = F_4$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_1 = F_r$$


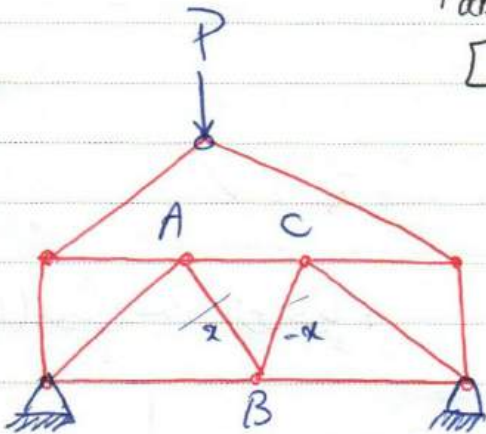
(b) یوئسٹن منصل $\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right\}$ ← حد اکثر دو مجهول در بره



مثال (خبریں زیر را تحلیل کنید)



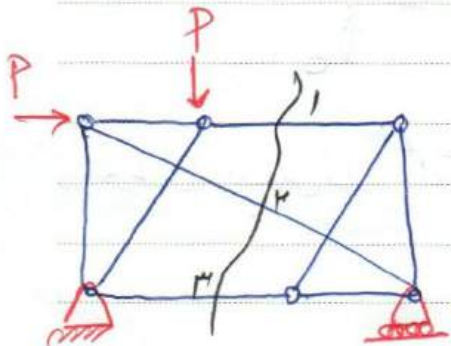
مثال



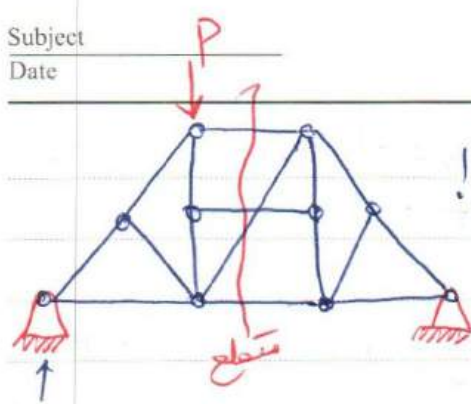
* تذکر: وجود تبار در هت!

تبار $\Rightarrow F_{AB} = F_{BC}$

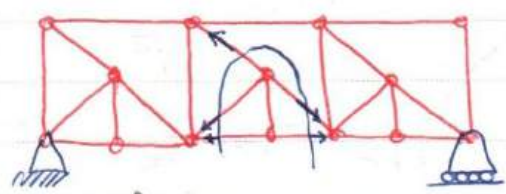
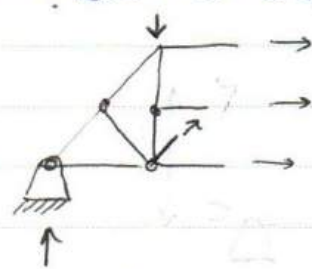
تبار $\Rightarrow F_{AB} = -F_{BC}$ $\Rightarrow F_{AB} = F_{BC} = 0$



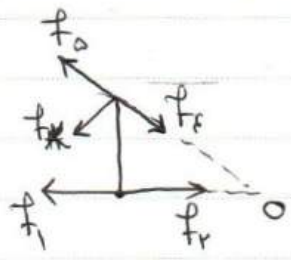
(c) روش مقطع
الف) قسمت جدا شده حد اکثر دارای ۳ مجهول باشد



(ب) همگی اعضای برش افورده موازی باشند به جز یکی!

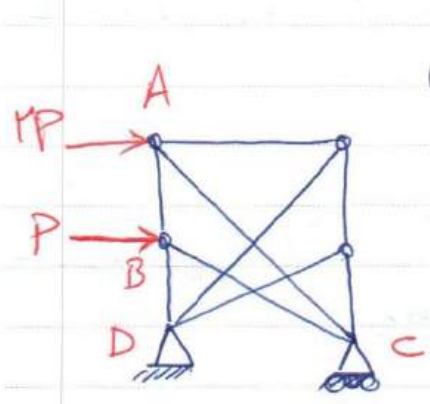


(ج) همگی اعضا هم رس باشند به جز یکی

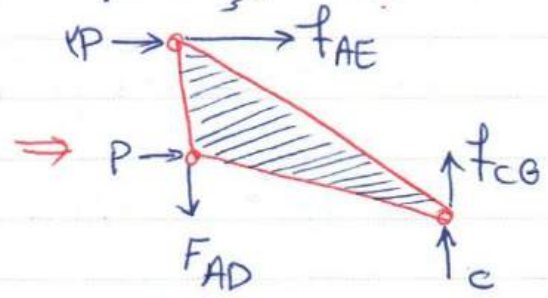


$$\sum M_o = 0 \rightarrow F_{tr} = \checkmark$$

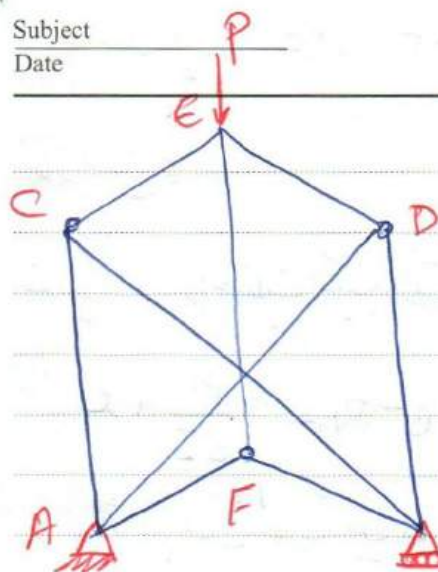
(د) مؤثر جدا ساز خرابی



کاربرد: خرابی‌های مرکب (تشریح)



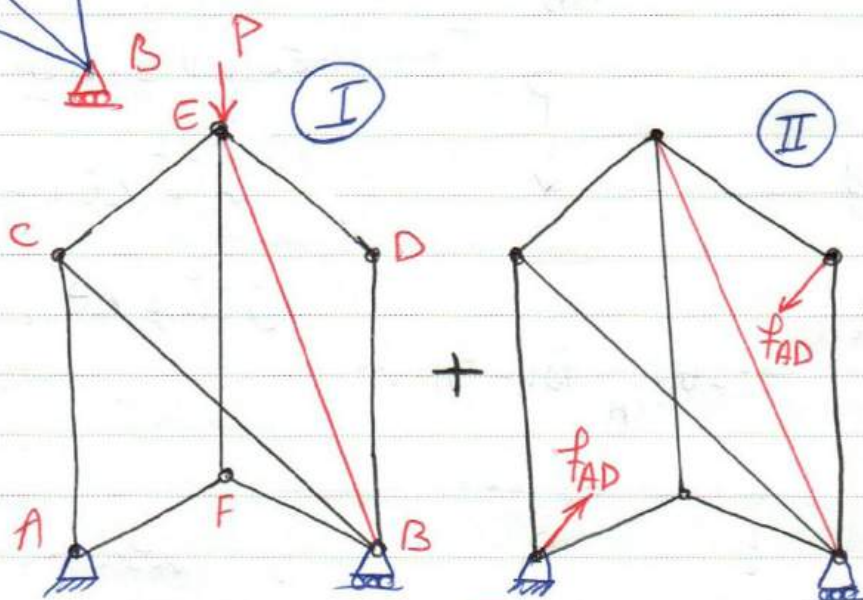
در خرابی مرکب می‌توان مثلاً ۱ را جدا جدا در نظر گرفت و سپس آن را حل کرد.



روش جایابی اجزاء :

کمر برد در خرابیهای بفرنجی

به دو سازه جدا می کنیم
و جواب را سوپریوز
می کنیم.



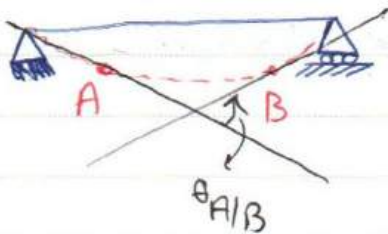
$$F_{BE=0} = F_{IBE} + F_{IIBE} \Rightarrow F_{AD}$$

در این روش یکی از اعضا را حذف کرده و یک عضو فرضی جدید مثل BE را اضافه کرده به کمک

برهم زنی دو شکل I و II مقدار نیروی عضو AB بدست می آید فقط با این فرضیه F_{BE}

در دو شکل صغیر است

لنر سطح



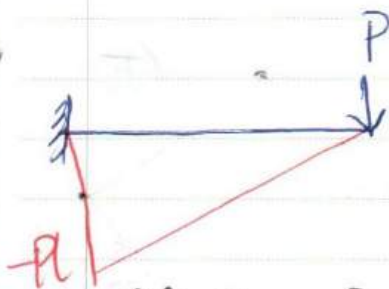
قصہ ۱ (اختلاف شیب دو نقطہ)

$$\Delta\theta = \theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

* دیگر اہم مہم صرفاً بین A و B لازم است.

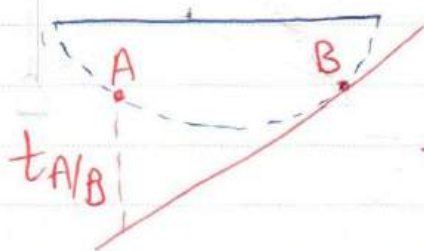
$M (+) \rightarrow \Delta\theta$ مثبتي

$M (-) \rightarrow \Delta\theta$ بار مثبتي



$$\Delta\theta = \theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \text{مست}$$

قصہ ۲



$t_{A/B} \left\{ \begin{array}{l} + \text{ بالی مائل برقی} \\ - \text{ پایس مائل برقی} \end{array} \right.$

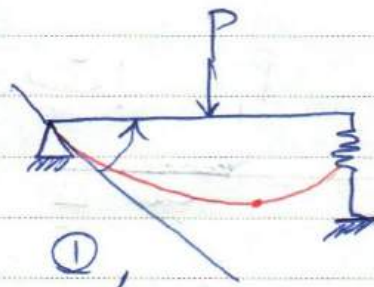
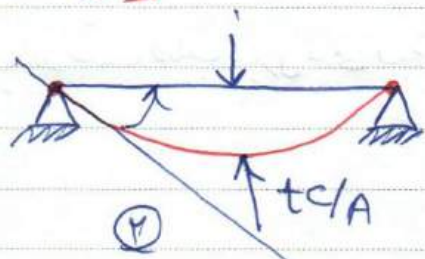
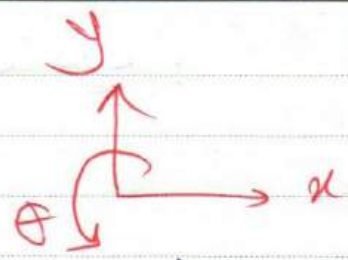
$$t_{A/B} = \text{فاصلہ نقطہ A تا نقطہ B} = \int \frac{(M_{max})}{EI} \cdot d \cdot dx$$

$$= A \times \bar{x}$$

فاصلہ از مرکز ثقلی اول

۲) قوسه داره

$$\Delta \theta = \int \frac{M}{EI} dx$$



مثال

۱ و ۲ حالت در دو حالت ۱ و ۲ یکسان نیست و در حالت ۱ باید میزان $L \cdot \theta = x$ فاصله x

رابطه θ سی حالت ۲ اضافه کرد

نکات اضافه

①

۲) استفاده از قضایای گنجه سطح فقط در تیرهای پیوسته صادق است.



۴۴۴۴۴۴ $\theta_{B/D} = \int \frac{M}{EI} dx$ در $x \rightarrow \theta$
 محدود انتگرال را باید ۲ قسمت کرد

۳) سمت صلب :

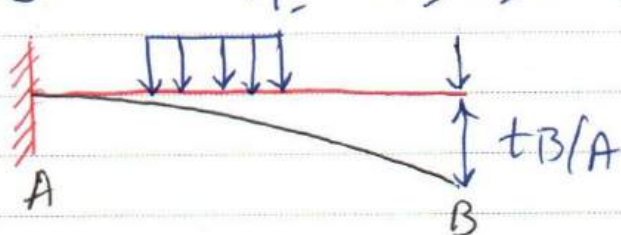
$$\text{صلب} \rightarrow EI \rightarrow \infty \rightarrow \frac{M}{EI} = 0$$

بین دو سمت صلب نیازی به محاسبه همان نیست!



در اینجا $\frac{M}{EI}$ را می‌بینیم

۴) در حالت خاص می‌توانیم با استفاده از تئوری پدیده آورد



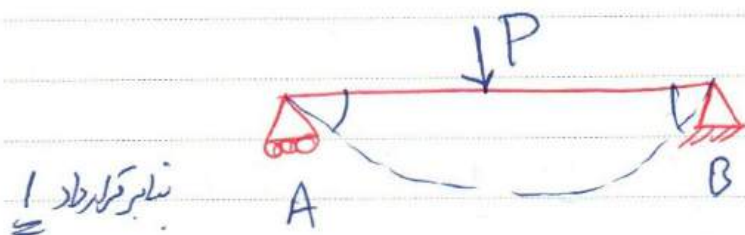
الف) تیر کُشول (کانتیلور)

نقطه‌ای B لازماً
اینها می‌توانند!

$$|t_{B/A}| = |\theta_B|$$

$$\theta_{B/A} = \theta_B$$

ب) حالت متوازن

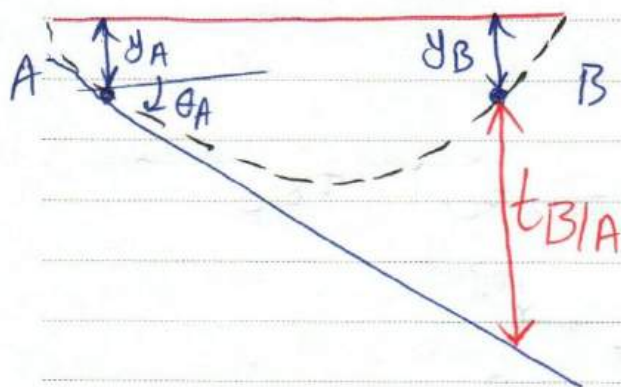


تساوی تیر کُشول

منفی θ_A مثبت θ_B

$$\theta = \theta_B = -\theta_A \rightarrow \theta_{B/A} = 2\theta = \int \frac{M}{EI} dx$$

⑤ محاسبی شیب و جابجایی به روش غیر مستقیم (اندازه)



$$y_A + \theta_A L = y_B + t_{B/A}$$

هدف: y_A

$$y_A = y_B - \theta_A L + t_{B/A}$$

به کمک دایرگرام ممان

نتیجه: برای محاسبی جابجایی در یک نقطه (A) نیاز به دو داده اضافی داریم:

شیب همان نقطه: θ_A

جابجایی نقطه دیگر (خواه: y_B)

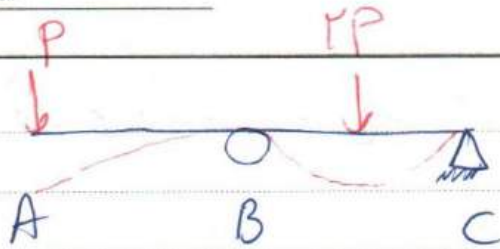
سوال: θ_A و y_B را باید، تنها فقط باید با استفاده از قضیه اول بدست آورد.

$$\Delta \theta = \theta_{A/C} = \theta_A - \theta_C = \int \frac{M}{EI} dx \quad \checkmark$$

باید شیب یک نقطه دیگر را داشت.

سوال بعدی: $\theta_C = ?$ (I) سمت چپ

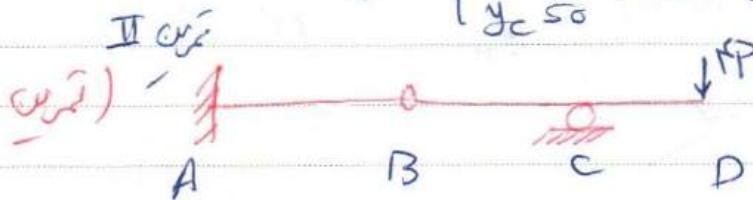
$$y_A + \theta_A L = y_B + t_{B/A} \quad (II)$$



سوال $\delta = y_A$

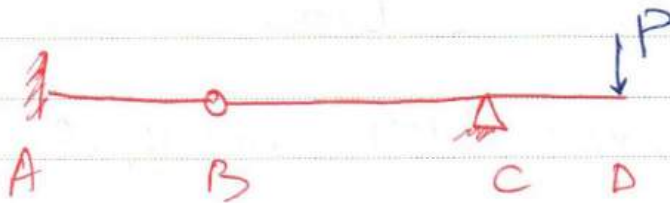
$y_A, \theta_A, y_B = 0$

$$\theta_C \rightarrow \begin{cases} y_B = 0 \\ y_C = 0 \end{cases} \rightarrow \theta_{CAL} = t_{B/C}$$



$y_D, \theta_D, y_C = 0$

$$\theta_B \rightarrow \text{نقطه } t = \text{نقطه}$$



$y_D, \theta_D, y_C = 0$

چون شیب و طول و تریک نه نیست.

نقاط مشخصی $\theta_A, \theta_B, \theta_C$

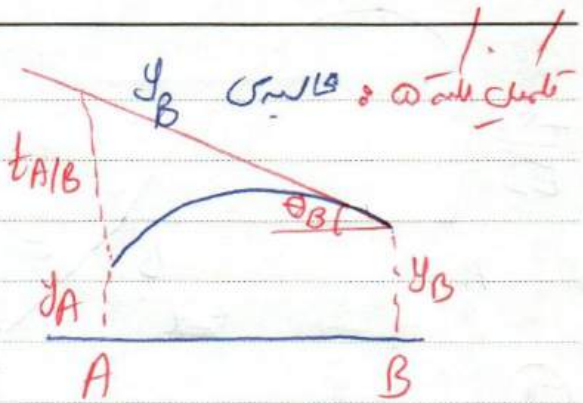
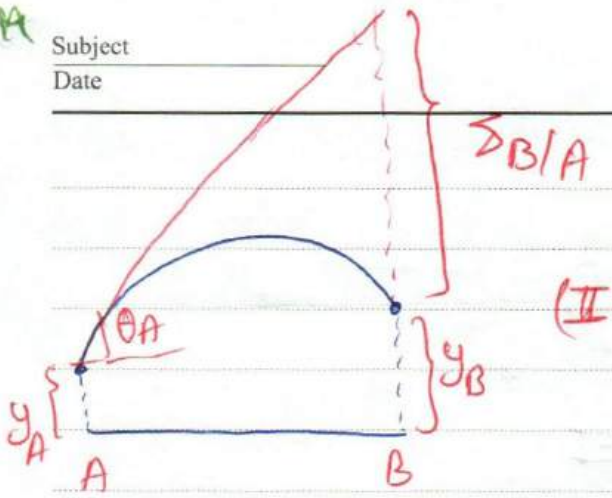
راه حل غالب $\% 50$ (نقطه t) θ_B (AB) تریکسور

$y_B, y_C = 0$

نقطه t (AB) تریکسور

14

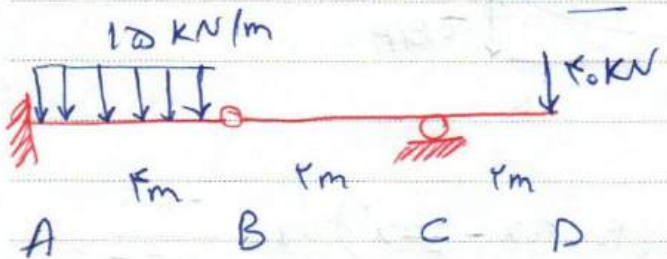
Subject
Date



$$y_A + \theta_A \times L = y_B + t_{B/A}$$

$$y_B + \theta_B \times L = t_{A/B} + y_A$$

بجواب انداز



ساده و سریع حل (نشان)

$$E = 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$$

$$I = 20000 \text{ cm}^4$$

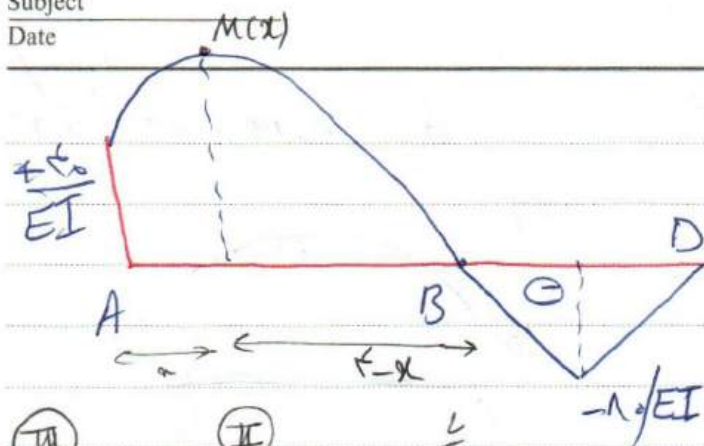
BD بخش :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_B = 0 \rightarrow R_C = 10 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \rightarrow V_B = 10 \text{ kN} \end{array} \right.$$

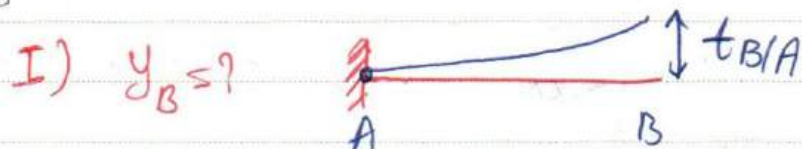
AB بخش :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = 10 \times 2 - 10 \times 2 \times 2 = -20 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow R_A = 10 \text{ kN} \end{array} \right.$$

$$M_{AB}(x) = 10x - \frac{10}{2} x^2$$



③ $y_D \rightarrow \theta_c, y_c / \theta_D, y_c$ $\rightarrow$ شیب و جابجایی این نقطه معلوم
 ② θ_c, y_c
 ① y_B, y_c
 مورد خواسته شده دهنده

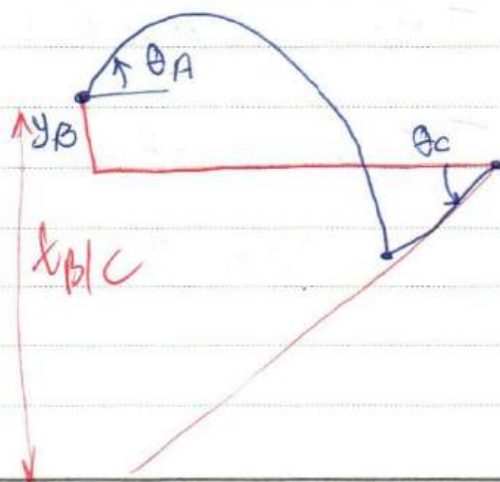


$$y_B = t_{B/A} = \frac{1}{EI} \int_0^L (L-x) \left(F_0 + 2x_0x - \frac{1}{L}x^2 \right) dx = \frac{+11F_0}{12EI}$$

در این مثال همی جهت را مثبت در نظر گرفتیم در این حالت اگر B بالاتر از ما باشد از

A است اگر جواب اشتغال معنی شد یعنی B باید پایین تر از ما باشد.

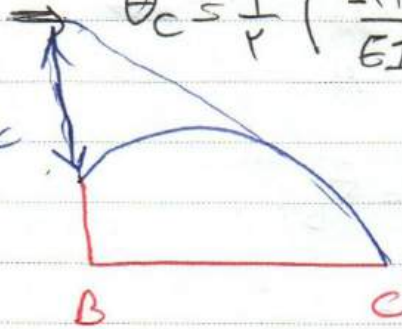
II) $\theta_c = ?$



$$2\theta_c + y_B = t_{B/C} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times (-10) \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{-120}{EI}$$

$$\theta_c = \frac{1}{2} \left(\frac{-120}{EI} - \frac{120}{EI} \right) = \frac{-120}{EI}$$

انحراف
در B
را $t_{B/C}$



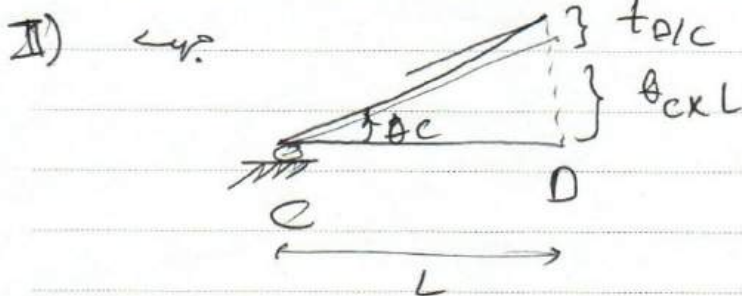
چون $t_{B/C}$ از دو جا y_B و θ_c است!
 بطور هم‌انداز:

I) و اندازه:

$$t_{D/C} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times (-10) \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{-120}{EI}$$

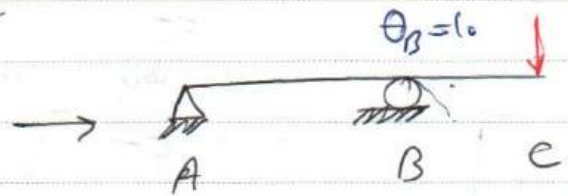
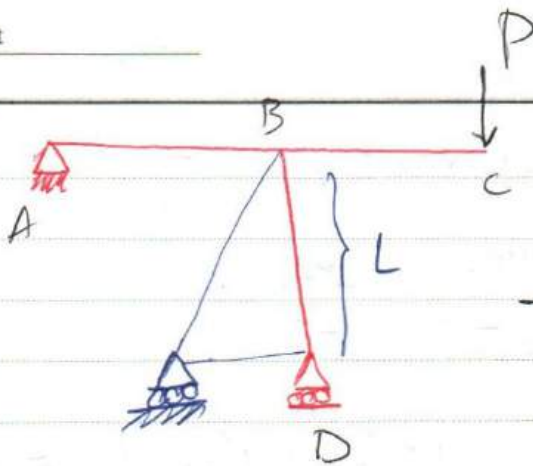
II) چپ:

$$|y_D| = |2\theta_c| + |t_{D/C}| = \left| \frac{120}{EI} \right| + \left| \frac{120}{EI} \right| = \frac{240}{EI}$$



جابجایی در D

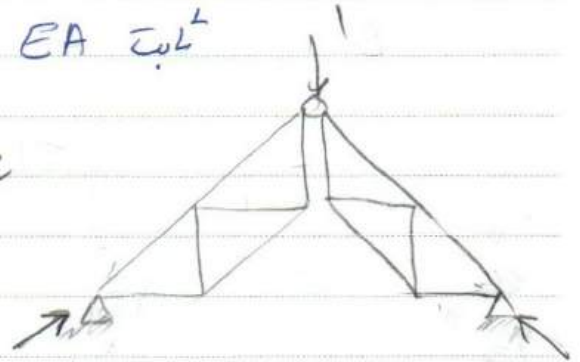
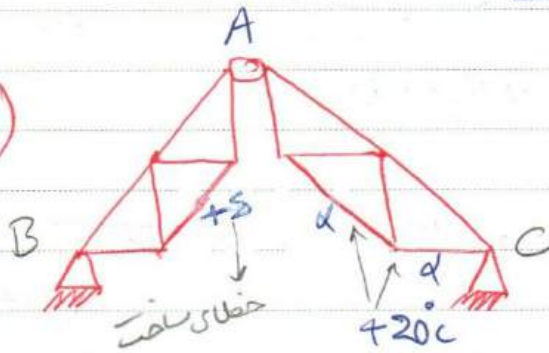
$$y_D = \theta_c \times L + t_{D/C} = \frac{-120}{EI} - \frac{120}{EI} = \frac{-240}{EI}$$



$$\Delta_D = \theta_B \times L$$

$$EA \times \frac{1}{L}$$

(۴ ال)

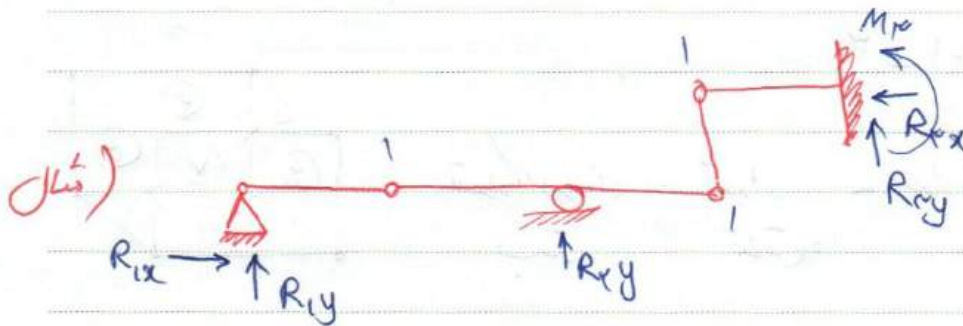


۱- ناپايداري قطعي (خداقل ۳ والس شنه باهي)

۲- پايداري و ناپايداري هندسي

۳- ناپايداري داخلي و جابجايي از يک سويه

۴- معيّن و نامعین



$$r = 4 \quad C = 3$$

I $r = 3 + C \rightarrow 4 = 3 + 3 \rightarrow$ معین است

$$f_i = 2 + 2 + 2 = 4$$

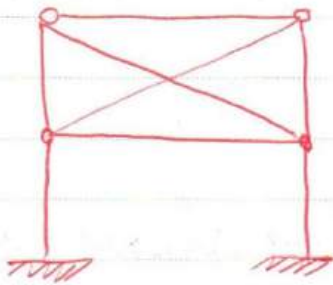
II $n_r = 4 \quad \left. \begin{array}{l} r + f_i = 3 n_r \\ 4 + 4 = 12 \end{array} \right\} \text{معین است}$



$$r = 4$$

$$C = 2$$

$$f_i = 2 + 2$$



$$M - N + 1$$

(I)

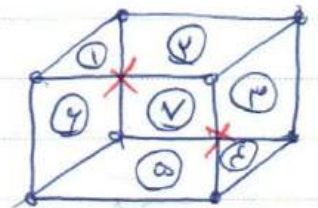
شماره حلقه ها
۲ حالت در دره

M : تعداد سیم ها
 N : تعداد گره ها

$$4 - 4 + 1 = 1$$

(II)

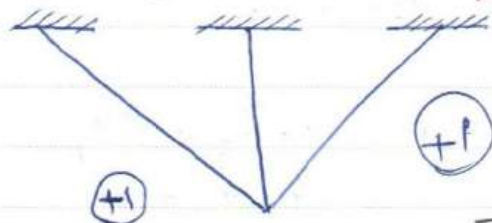
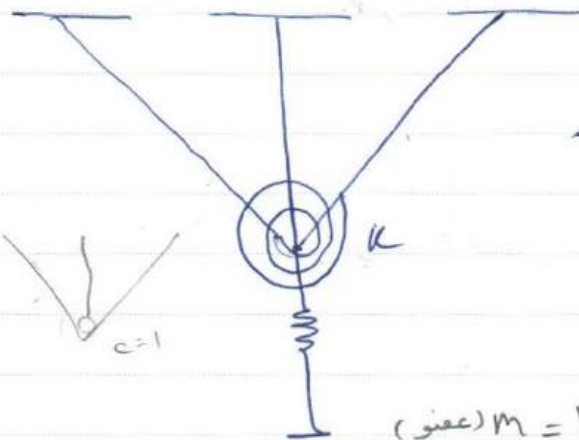
تعداد بارهای = تعداد - تعداد نواحی محصور داخلی
بسته شکلی ها



$$7 - 2 = 5$$

شکل ۳ یعنی نیست
و فقط در این صورت است.

درجه بی نام معین شکل مقابل را مشخص کنید.



تعداد معادلات
تعداد مجهولات

$$D.I = (3M + R) - (3N + C)$$

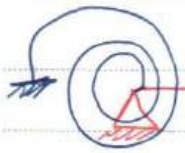
$$\begin{aligned} m &= 4 \text{ (عضو)} \\ R &= 4 \times 3 \text{ (رابطه ها)} \\ N &= 4 \text{ (گره)} \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$= (4 \times 3 + 4) - (4 \times 3 - 0)$$

$$= 4 + 1 \text{ درجه بی معین}$$

$$K + R - (N + \omega) = 0 \Rightarrow L$$

TA - 12/13

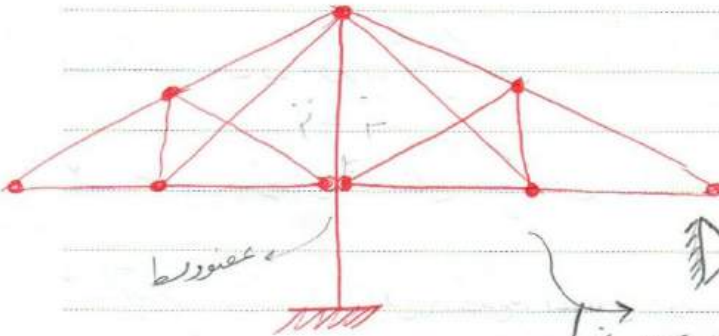


$$D.I. = ?$$

$$R = 2$$

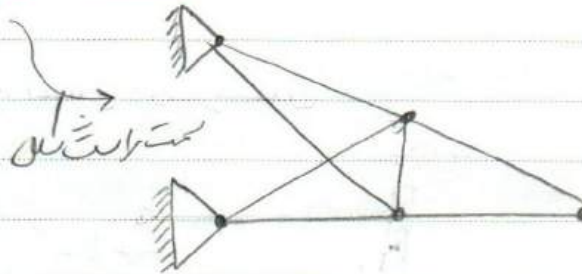
$$\sum M, \sum F_y = 0 \Rightarrow 2 \text{ and } N$$

$$\Rightarrow D.I. = 2 - 1 = 1$$



$$D.I. = ?$$

W

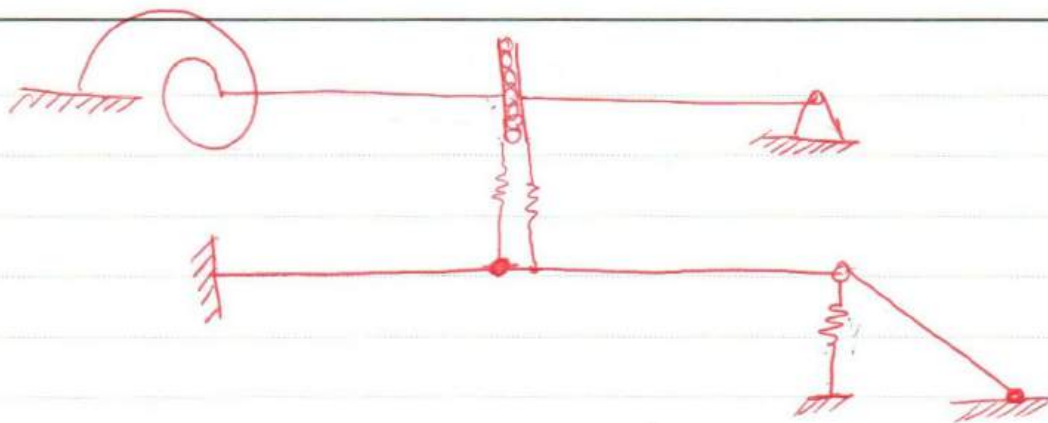


$$M = V$$

$$N = \omega$$

$$R = 2 + 2 = 4$$

$$D.I. = M + R - 2N = V + 4 - 2 \times \omega = 1 \quad D.I. = 2 \times 1 = 2$$

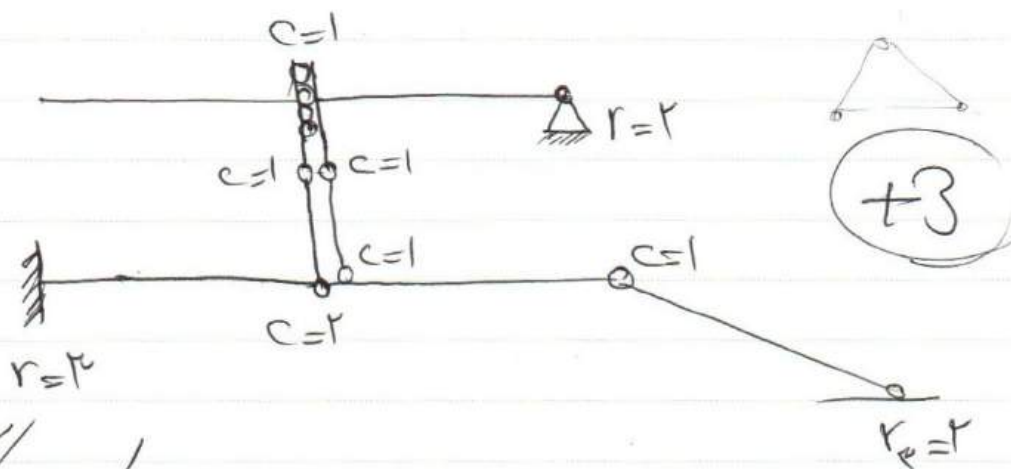


۱- حذف فنرهای دوران کننده

۲- حذف فنرهای انتقالی کننده

به جای هر کدام درجه‌ی نامعین اضافه می‌کنیم

۳- تبدیل دوفقر انتقالی داخلی به اعضای دوفقر مفصل

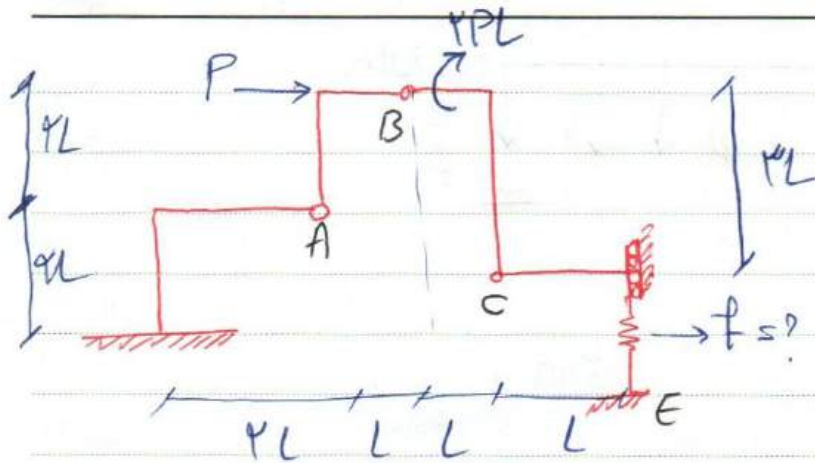


$$\text{تعداد عناصر المکمل} = 2 + 3 + 2 = 7$$

$$\text{تعداد معادلات شرط} = C = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$$

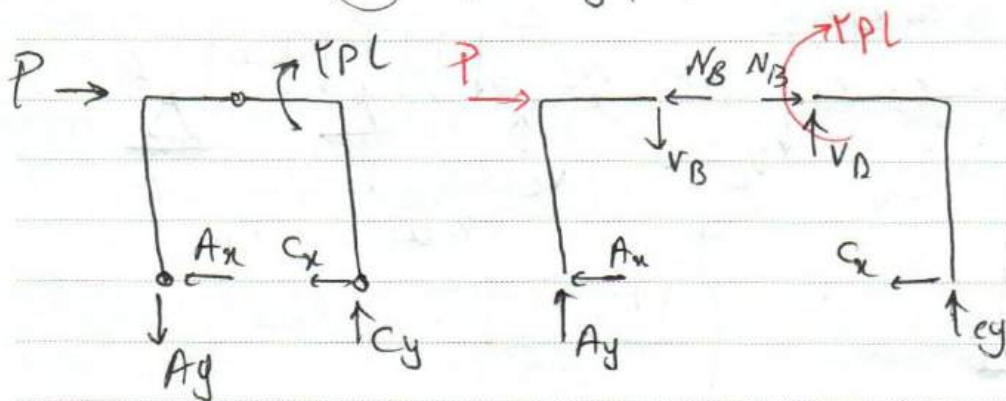
$$K \leq 1 \quad DI = (3K + 7) - (C + 3) + 3$$

$$= (7 \times 3 + 1) - (7 + 3) + 3 = 3$$



$$\sum M_A = 0 \rightarrow P \times 2L + 2PL + C_x L - C_y \times 2L = 0$$

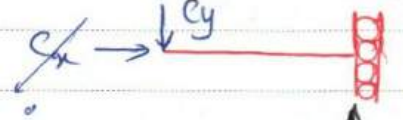
$$(1) \quad C_x - 2C_y + 2P = 0$$



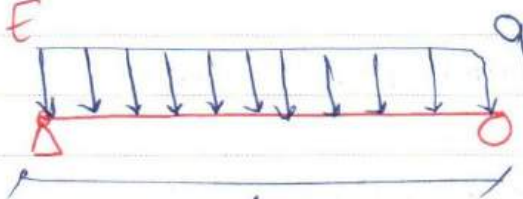
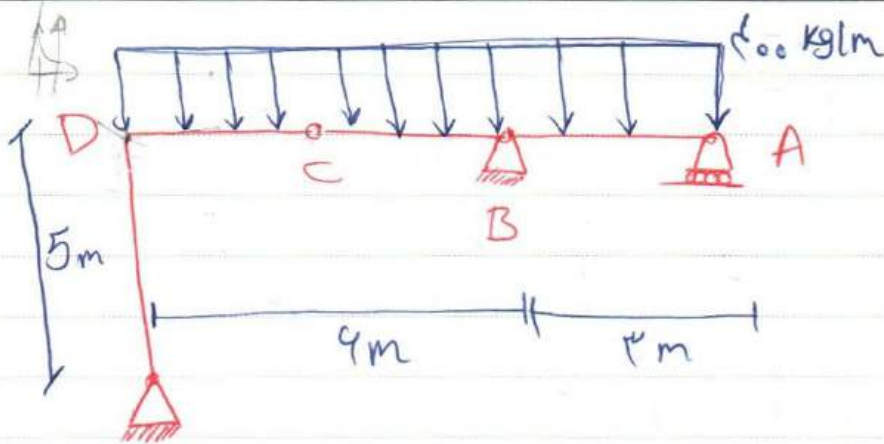
$$(2) \quad \sum M_B = 0 \rightarrow 2PL + C_x \times 2L - C_y \times L = 0$$

$$\Rightarrow C_x - C_y + 2P = 0 \quad (2)$$

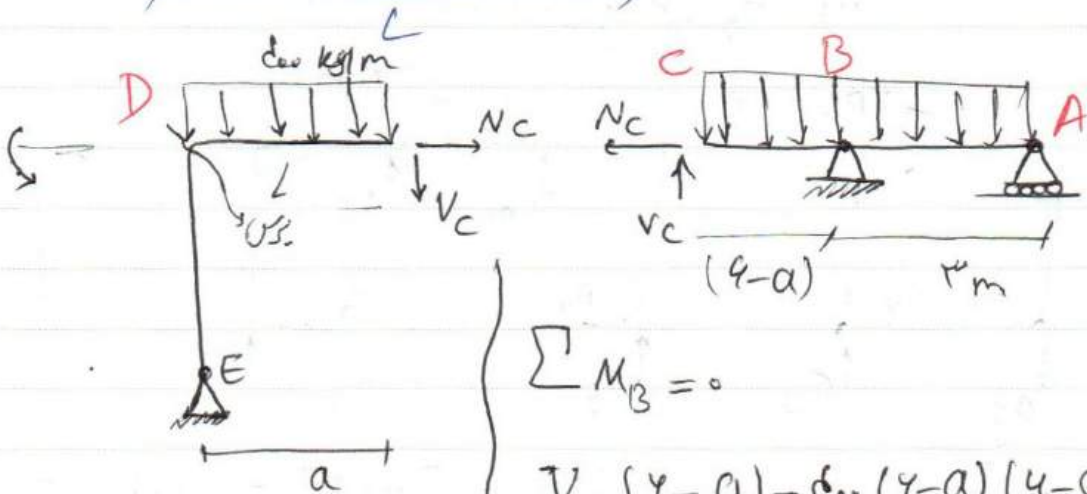
$$1, 2 \rightarrow C_y = 2P \uparrow$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_E = 2P = C_y$$



$$\frac{qL^2}{8} = M_{max}$$



$$\sum M_B = 0$$

$$V_c(4-a) - 200(4-a)\left(\frac{4-a}{2}\right) = 0$$

$$V_c = 200(4-a)$$

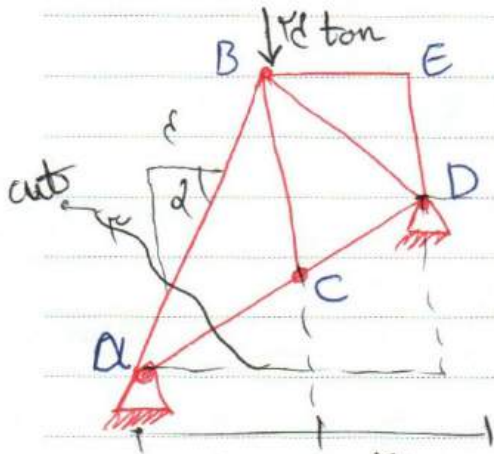
$$|M_{max}| = M_D = 200\left(\frac{a}{2} \times \frac{a}{2}\right) + 200(4-a)a$$

$$= 1400a \checkmark$$

$$|M_{\text{med}}^+| = \frac{t_{00}(1-a)^r}{n} = a_0(1-a)^r$$

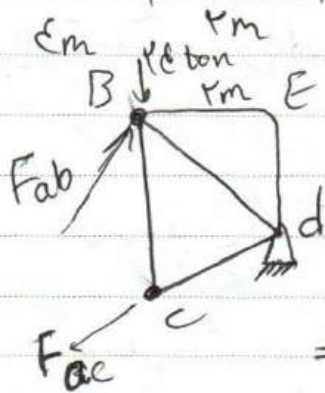
$$|M_{max}^+| = |M_{max}^-| \rightarrow 1000 a = 2 \cdot (1-a)^2 \rightarrow \boxed{a^2 - 4a + 2 = 0}$$

$a = \sqrt{\quad}$



مثالی) تھری BED صلیبات
 $F_{AB} = ?$

The diagram shows a vertical line with an upward-pointing arrow at the top and a downward-pointing arrow at the bottom. A point is marked in the middle of the line with an 'X' and a horizontal tick mark. The segment from the top to the middle point is labeled '110m', and the segment from the middle point to the bottom is also labeled '110m'.



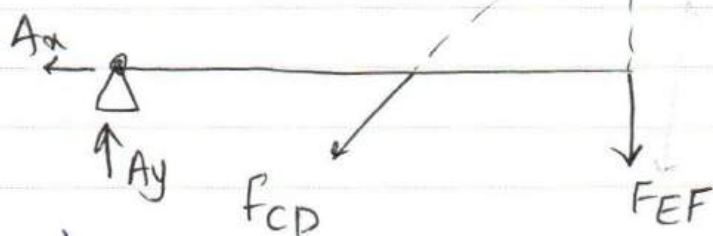
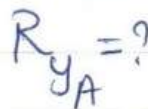
$$\Sigma M_d = 0 \rightarrow F_{ae} = \checkmark$$

$$\rightarrow F_{ab} \sim \checkmark$$

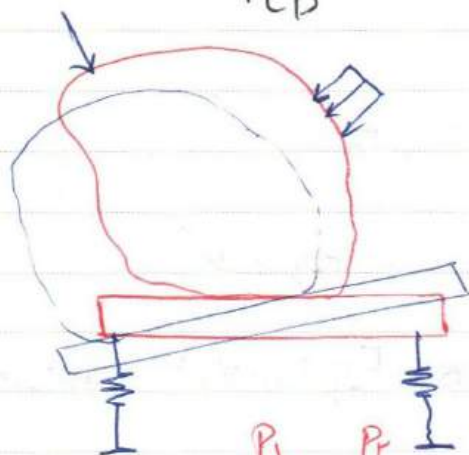
$$\Rightarrow F_{ab} \cos \alpha \times 100 + F_{ab} \sin \alpha \times 1 - 100 = 0$$

$$F_{ab} \times \frac{r}{\omega} \times \omega + F_{ab} \times \frac{r}{\omega} \times r - dr = 0$$

$$\rightarrow F_{ab} = 20 \text{ ton} \checkmark$$



* بیشتر سوالات فنر دار و rigid body حل شود.

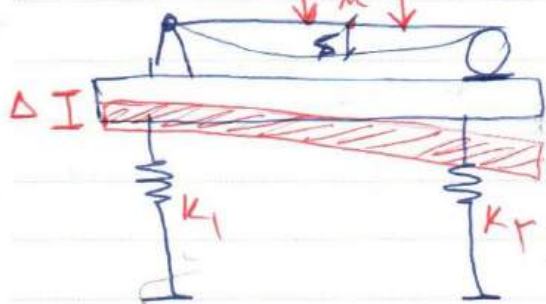


* زلفانہ، بخشش و جانی سے مک لفظی خاص

از یک سازه مد نظر باشد باید جمع مقدارهای

در اثر فرز + تغییر شکل خود جسم مد قطری باشد.

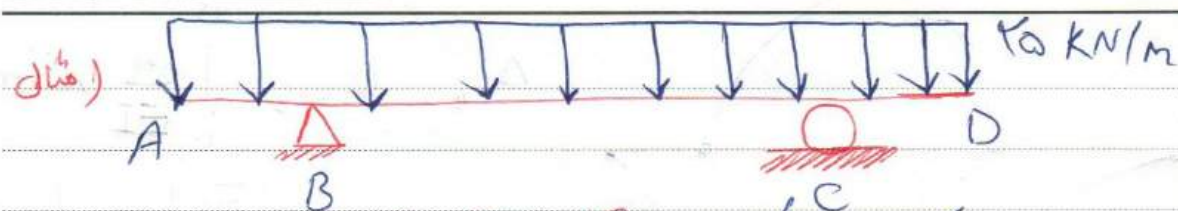
$$\text{def } m = \Sigma + \Delta$$



9

Subject:

Year: Month: Date: ()



$E = 2000 \text{ GPa}$, $I = 500 \times 10^6 \text{ mm}^4$. $\Delta_{\text{max}} = ?$

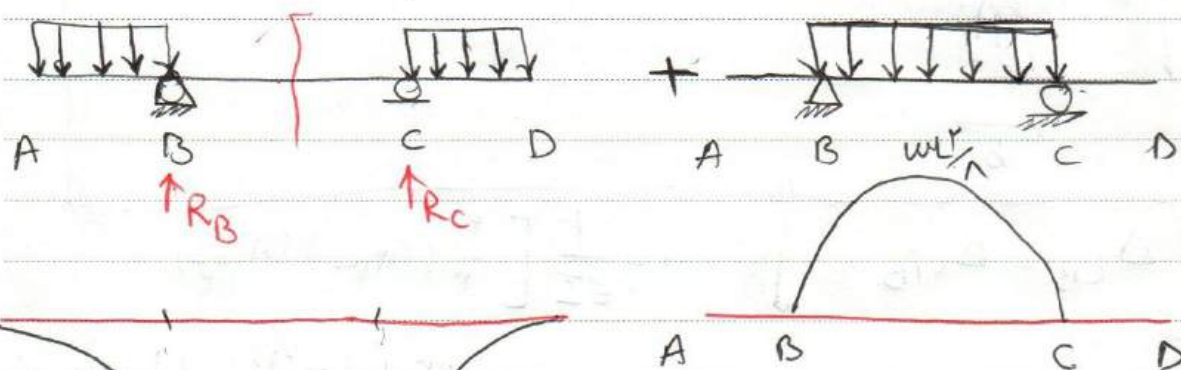
Free body diagram of segment AB (length x):

$$M(x) + w_0 x \left(\frac{x}{2} \right) = 0$$

$$M(x) = -w_0 x^2 \quad 0 \leq x \leq 2$$

Free body diagram of segment CD (length x):

$$M(x) = -w_0 x^2 \quad 0 \leq x \leq 2$$



$$\sum M_C = 0 \rightarrow w_0 x \left(\frac{x}{2} \right) (10 + \frac{x}{2}) - R_B x - w_0 \left(\frac{x}{2} \right) \left(\frac{x}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow R_B = 44w_0 \text{ kN}$$

Free body diagram of segment BC (length x):

$$M(x) + w_0 \left(\frac{x}{2} + x \right) - 44w_0 x = 0$$

$$M(x) = (44w_0 - w_0) x - 11w_0$$

$$M(x) = -11w_0 x - 11w_0 \quad 0 \leq x \leq 10$$

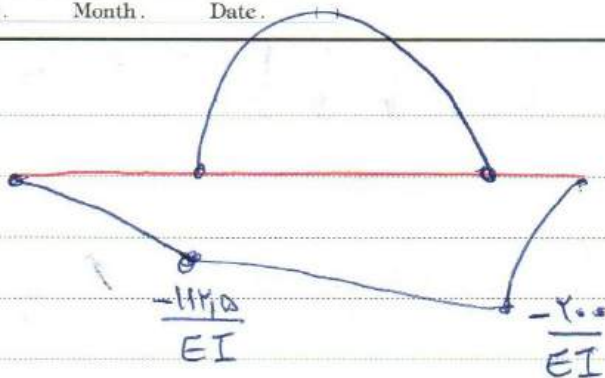
Subject:

Year.

Month.

Date.

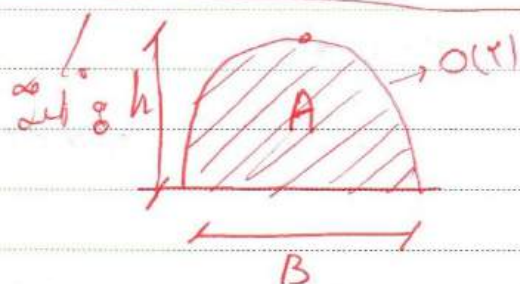
10



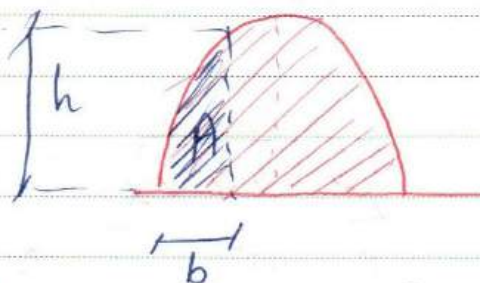
$$\Delta_{CB} = \Delta_{C/B} = \int_C^B \frac{M}{EI} x dx$$

$$= \bar{x} \int_C^B \frac{M}{EI} dx$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{l}{\rho} = y''$$



$$A = \frac{\pi}{4} b h$$



$$A = \frac{1}{4} b h + \frac{\pi}{4} b h' \rightarrow \frac{w b^2}{4}$$

$$\Delta_{CB} = \Delta_{C/B} = \int_C^B \frac{M}{EI} x dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{\pi}{4} (144\omega) (l) \left(\frac{l}{4}\right) \right]$$

$$- (144\omega \times l) \left(\frac{l}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} \times 144\omega \times l \times \frac{l}{4}\right)$$

$$\Delta_{C/B} = \frac{144\pi\omega l^2}{EI}$$

$$\Delta_{C/B} = l_{BC} \times \theta_B \Rightarrow \theta_B = \frac{144\pi\omega l}{EI}$$

$$\theta_{MB} = \int_B^M \frac{M}{EI} \cdot dx = \theta_{M/B}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\theta_{m/B} = \theta_B = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{r} (11 \alpha x_m - 11 \alpha x_m^r) x_m + \frac{r}{r} \frac{(10 \alpha x_m^r)}{1} x_m \right] +$$

$$- 11 \alpha x_m - \frac{1}{r} (11 \alpha x_m) x_m = \frac{11 \alpha x_m}{EI}$$

دالة الجابج $\Rightarrow x_m = \frac{11 \alpha r}{11 \alpha} m$

$$\Delta_{max} = \Delta_{B/m} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{r} (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) + \frac{r}{r} (11 \alpha x_m) \cdot \frac{11 \alpha x_m}{r} \right]$$

$$- 11 \alpha x_m - \frac{1}{r} (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m)$$

$$\Delta_{max} = \frac{11 \alpha x_m}{EI}$$

Subject:

Year:

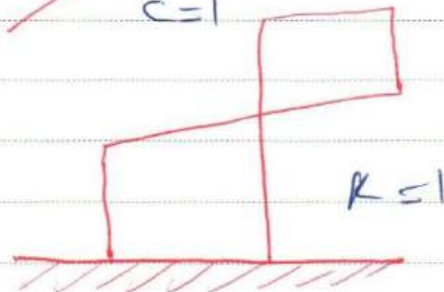
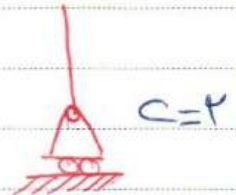
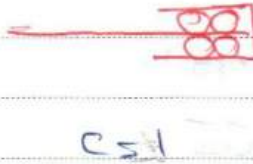
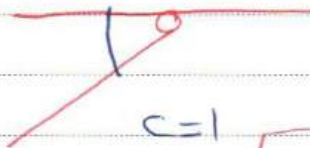
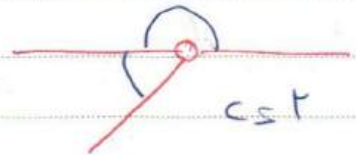
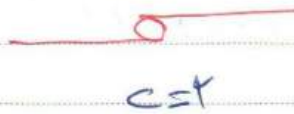
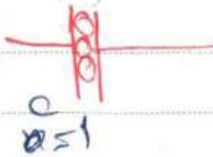
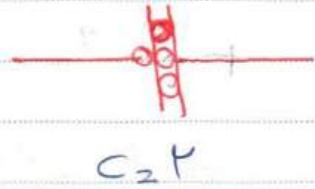
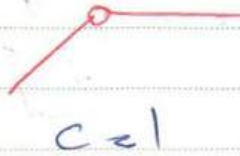
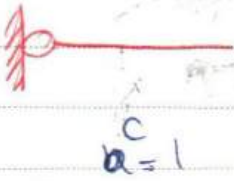
Month:

Date:

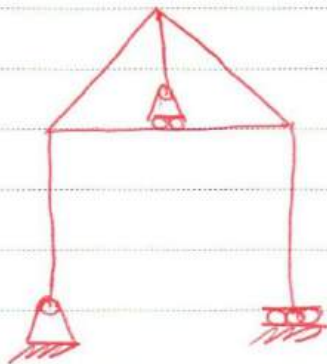
()

۱۲
درجه یک، ۱۷، ۱۸، ۱۹

$$n = (3K + r) - (c + 3)$$



(12)

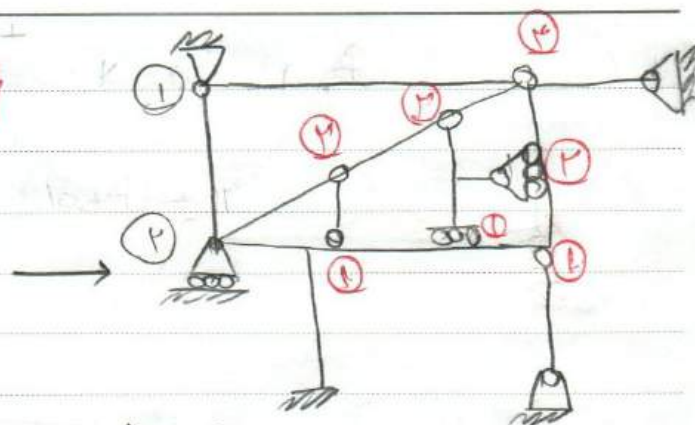
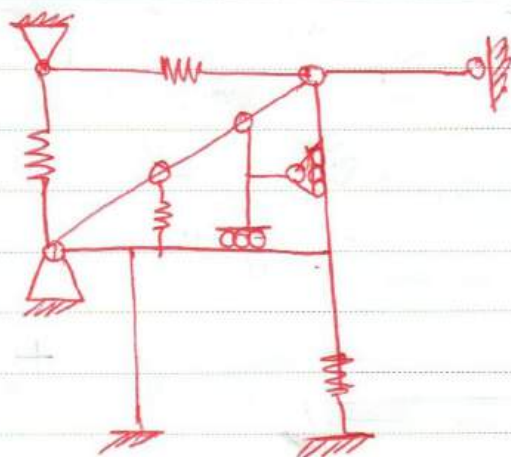


$$\begin{cases} K = 2 \\ r = 2 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$n = (3K + r) - (c + 3) = 0 \quad \checkmark$$

Subject:

Year. + Month. Date. ()

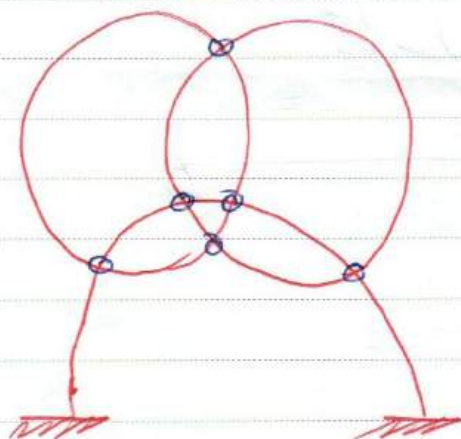


$$K = 50$$

$$r = K + 1 + 1 + 1 + 1 = 10$$

$$C = K + 1 + 1 = 10$$

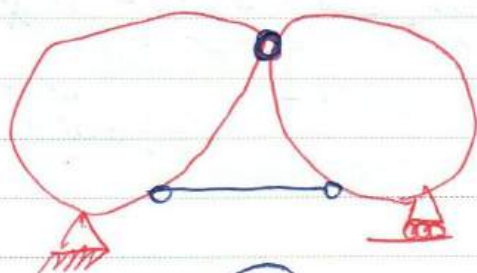
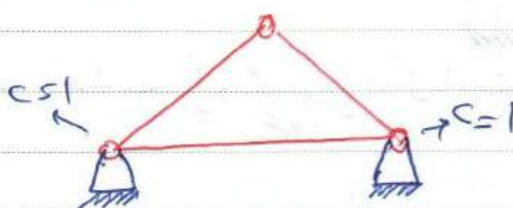
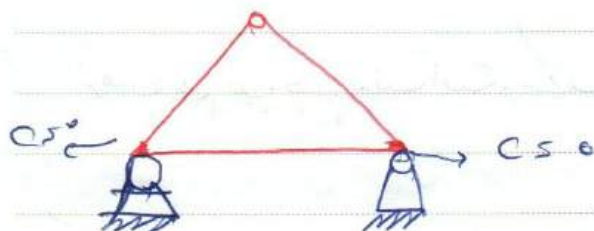
$$n = V \checkmark$$



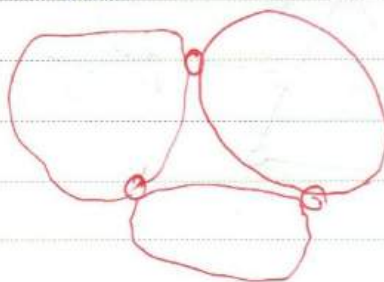
$$K = 4$$

$$r = 4$$

$$C = 1A$$



1



2

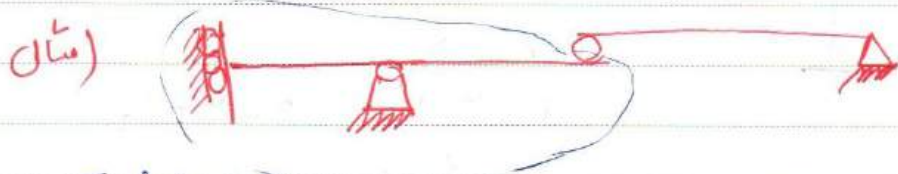
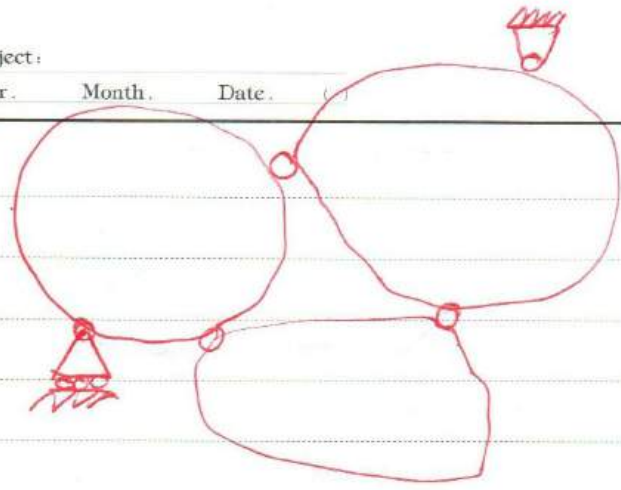
Subject:

Year:

Month:

Date:

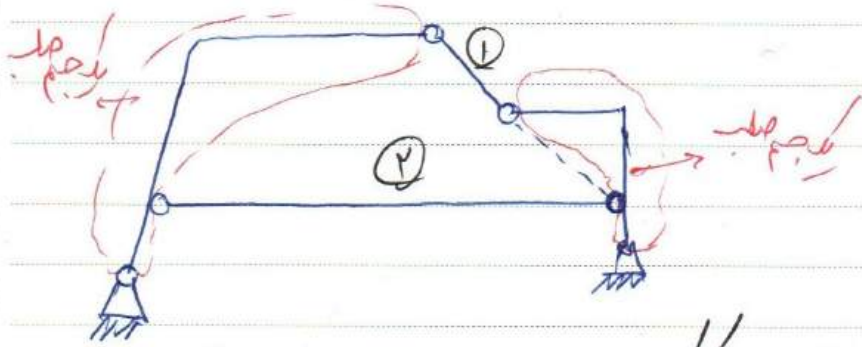
۱۳



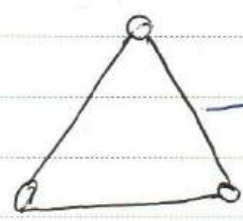
مثال

تک مبدل

به این هم یادداشت



زمان هم یک جرم صلب است و یک جرم صلب ۱ و ۲ به هم متصل است

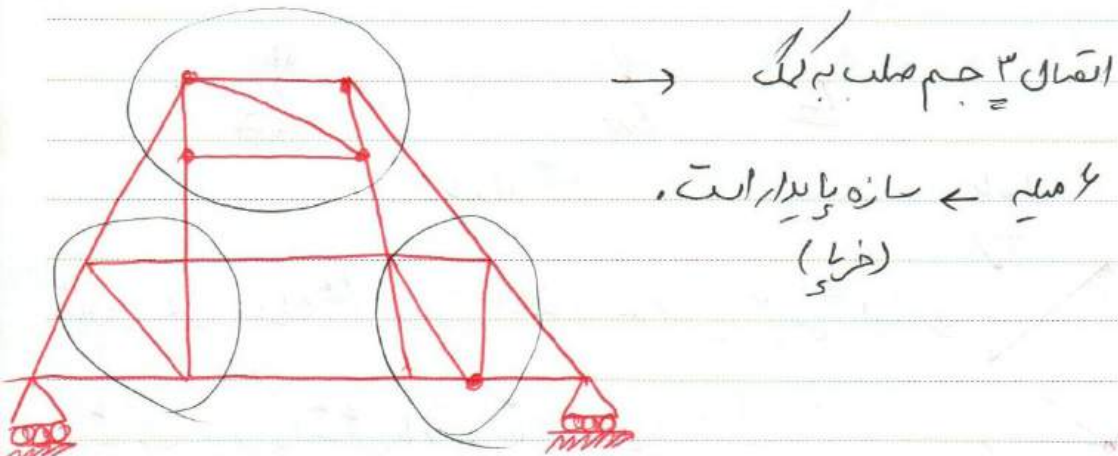
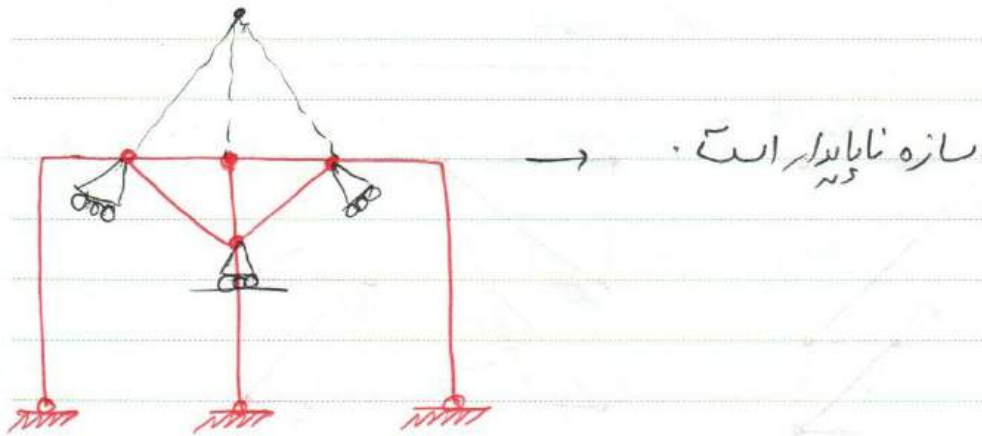
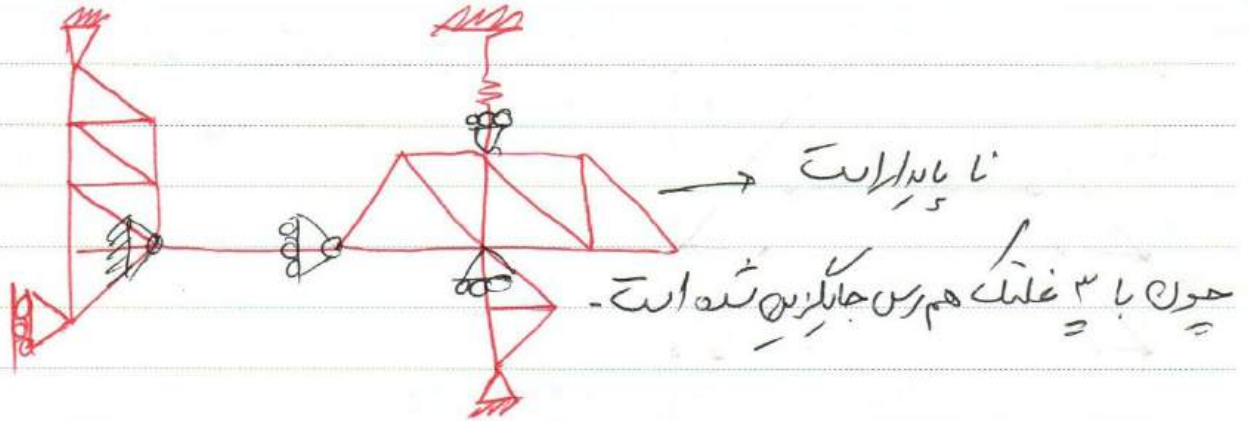


* اگر ۳ مبدل را ۳ مفصل غیر هم راستا به هم متصل کنیم

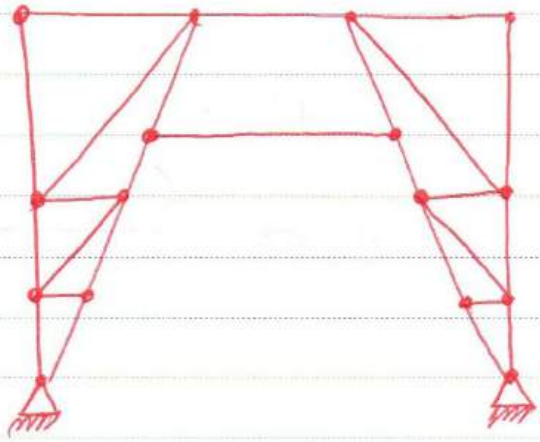
آنها یادداشت

Subject :

Year . Month . Date . ()

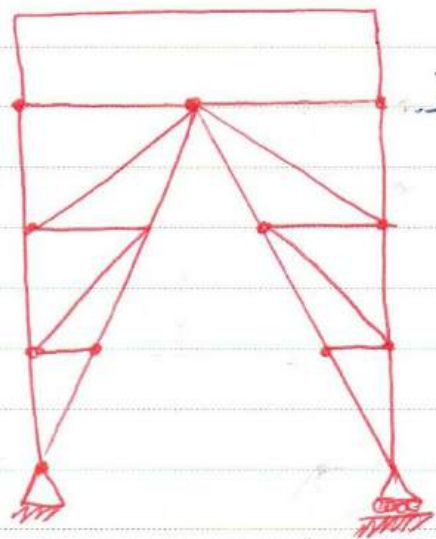
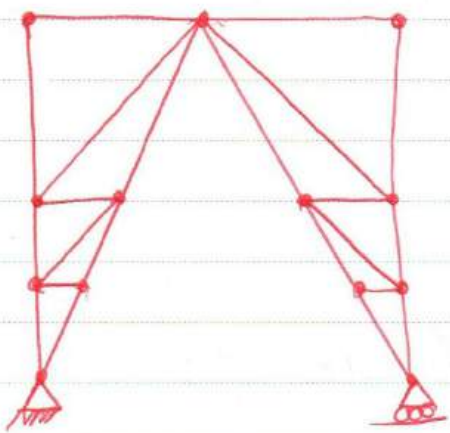


→ سازه پلایدار است.



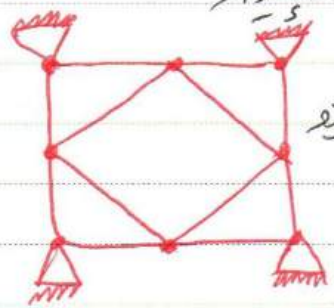
مثال ۱

سازه آفریاضند



نام پلایدار

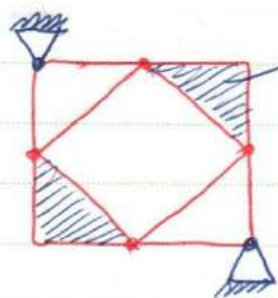
پلایدار



مثال ۲ طبقه تبارک شکل، نیروی اعضاء عضو کی او ۲ یعنی توانده و

فشاری یا هر دو کششی باشند اما از طرفی با هر استدلالی اگر ثابت

گشتم ۱ یا ۲ فشاری است، با همان استدلال عضو دیگر هم فشاری است و به تناقض می رسیم

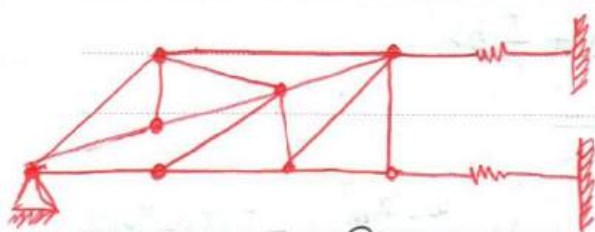


مانند اعضای انبردی عمل می کنند

تاییدار

روش استرال گیری مستقیم

مثال) تاییدار و دو درجه نامعین است ←



مثال) سازهی خراب است .

تاییدار است .

اگر مایع ترین مفصل K شکل را معرفی در نظر

بگیریم و بار P را در بالا وارد کنیم سازه تاییدار است .

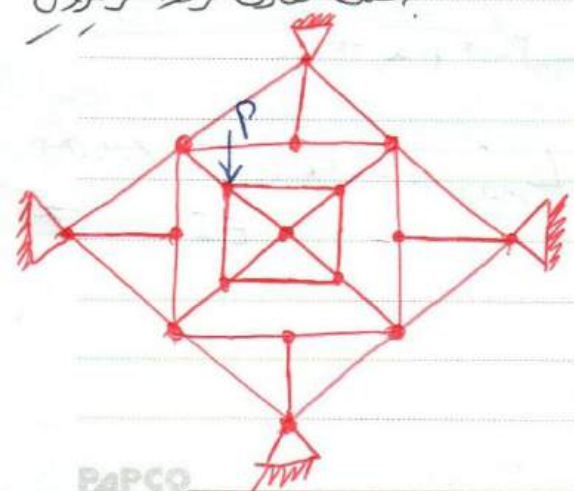
به علت تقارن هر دو عضو نیروی

مثال) سازه خراب است .

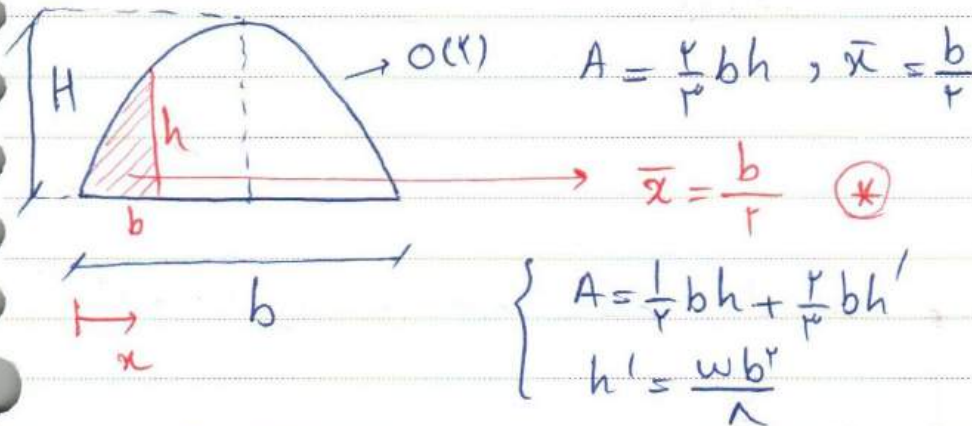
مربع وسط چهار عضو دو نیروی ممبر شده

است بنا بر این اگر بار P را مطابق شکل وارد کنیم

سازه تاییدار می شود



نکات مهم استاتیکی ← rigid body + فنرها + بارهای معلق



$$\begin{cases} A = \frac{1}{r}bh + \frac{2}{3}bh' \\ h' = \frac{wb^2}{\lambda} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{r} (2V \cdot x_m - 2\omega x_m^2) x_m + \frac{2}{3} (x_m) \left(\frac{\omega \cdot x_m^2}{\lambda} \right) - 2428 \cdot 2.14 + \frac{1}{r} 11V x_m \cdot x_m \right]$$

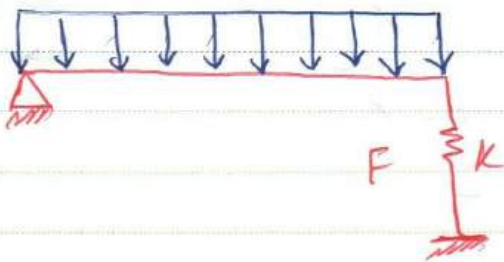
جابجایی بیش در سرتوزج صغری است بشیرین در سراسر است.

$$S_m = 0 \rightarrow x_m = 0.143m$$

$$\begin{aligned} \Delta_{max} &= \frac{1}{EI} \left(-2428(0.143) + \frac{1}{r}(1727.17) \left(\frac{0.143}{r} \right) + \right. \\ &+ \frac{2}{3}(0.143) \left(\frac{\omega \cdot 0.143^2}{\lambda} \right) \left(\frac{0.143}{r} \right) - 2.14(0.143) + \\ &+ \frac{1}{r}(404.1)(0.143) \left(\frac{0.143}{r} \right) \Big) = \Delta_{max} = -1471 \frac{N}{EI} \quad (kN \cdot m^2) \end{aligned}$$

Subject :

Year . Month . Date . ()



نتیجه



Subject:

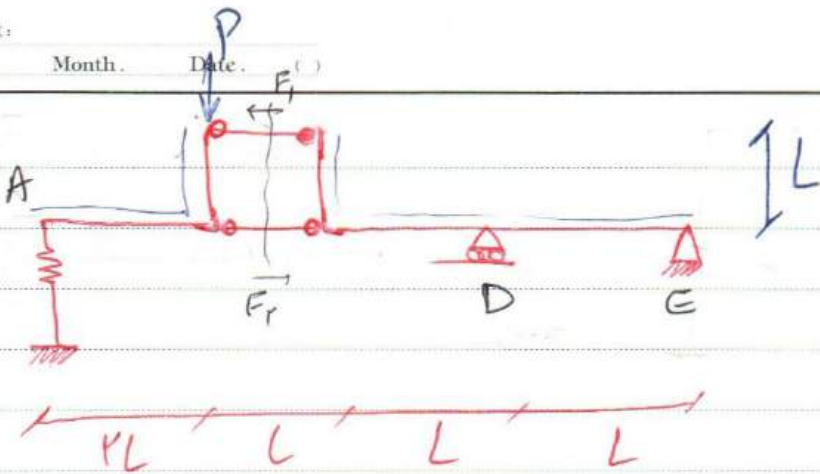
Year:

Month:

Date:

()

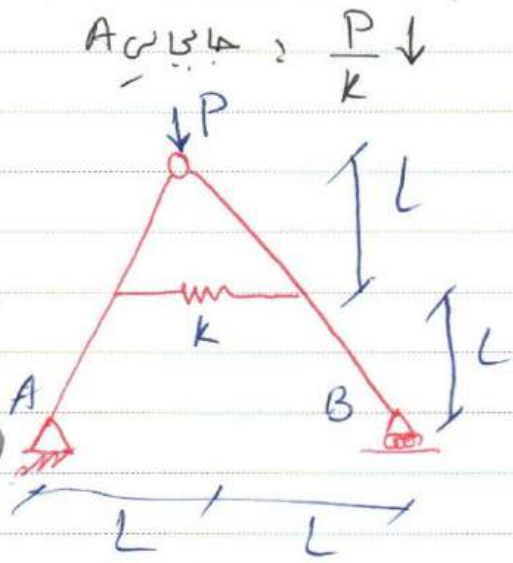
چهارشنبه ۳۰ شهریور ۱۳۹۳



مثال ۴

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_1 = 2P, \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_2 = 2P$$

$$\text{برای برش راست} \rightarrow \sum M_E = 0 \rightarrow R_D \times L = F_1 \times L \rightarrow R_D = 2P \uparrow$$



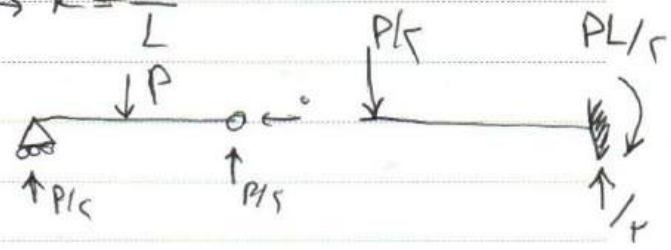
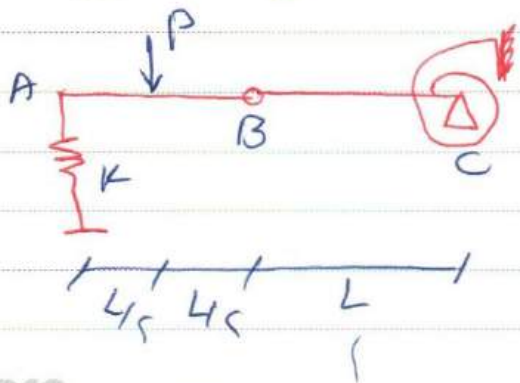
آبجای A: $\frac{P}{k} \downarrow$

$$\sum M_A = 0 \quad R_B = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_C = 0 \quad \text{نیروز} = \frac{P}{2}$$

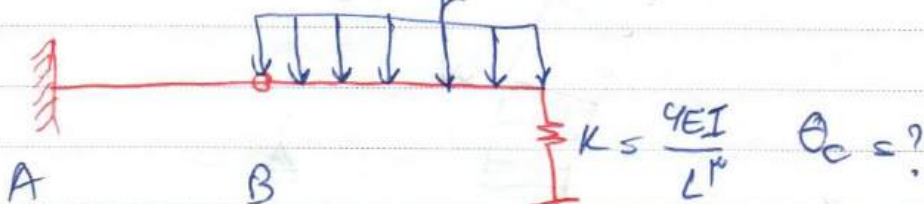
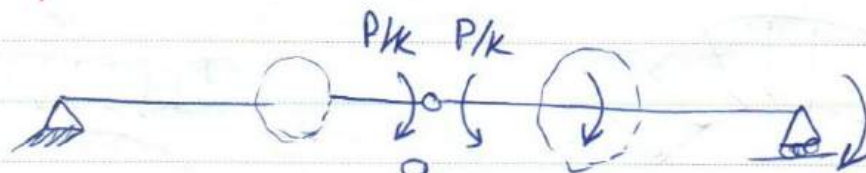
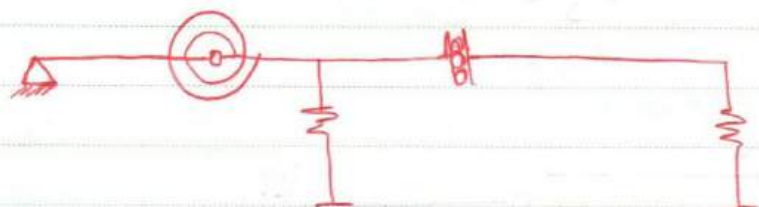
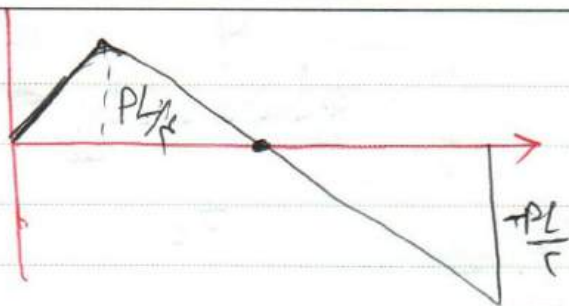
$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

$$\rightarrow k = \frac{EA}{L}$$



Subject :

Year. Month. Date. ()

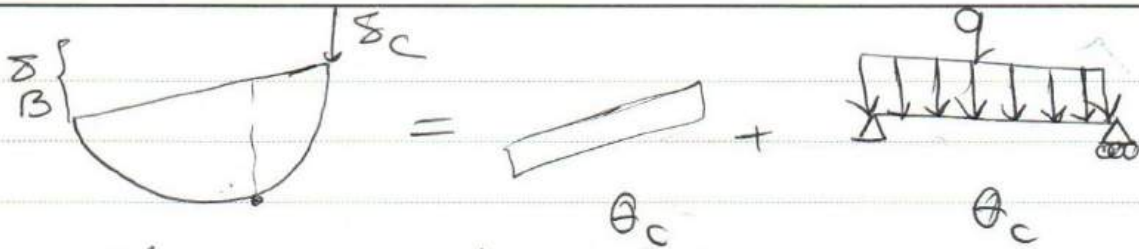


$$\delta_B = \frac{qL^4}{4EI}, \quad \delta_C = \frac{qL^4}{4EI} = \frac{qL^4}{12EI}$$

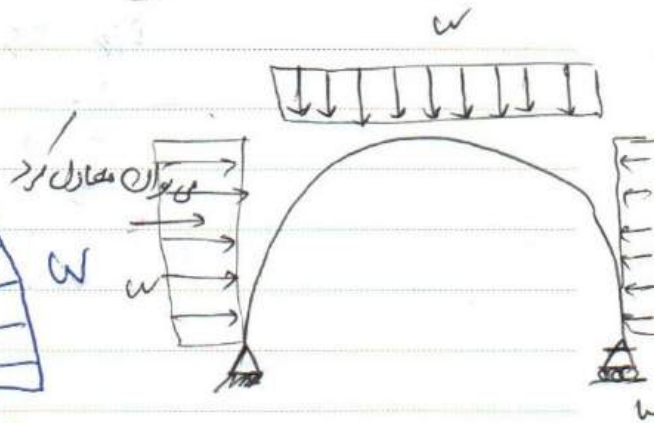
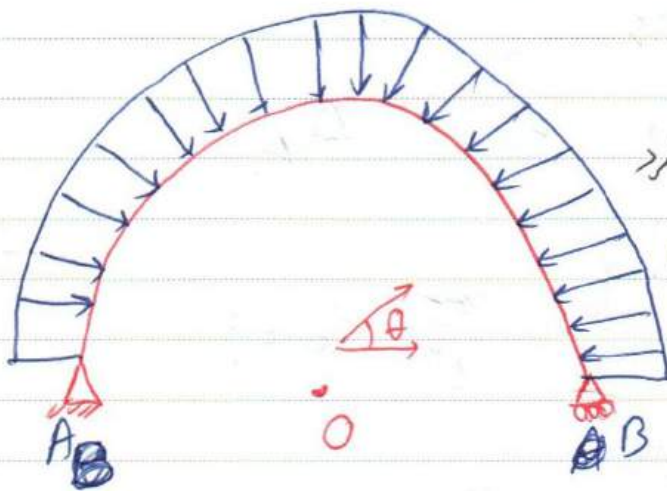
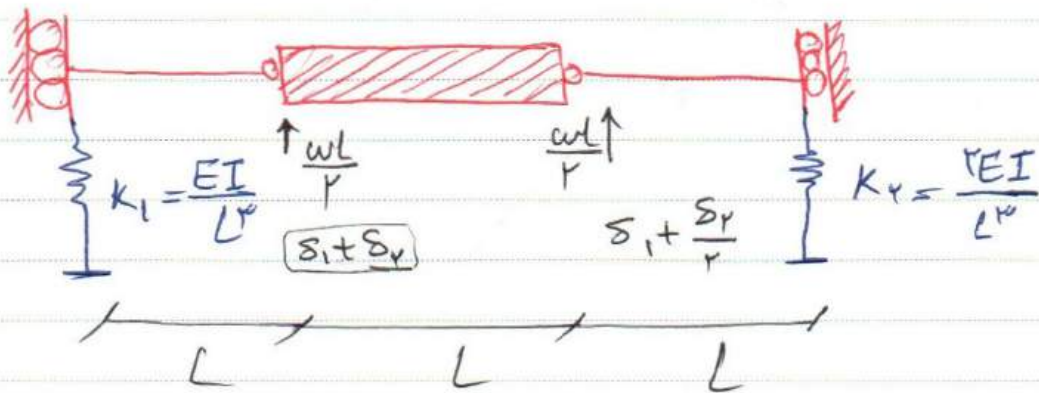
Subject:

Year. Month. Date. ()

22



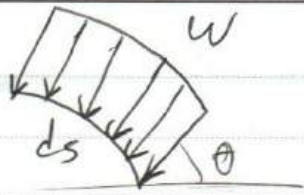
$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{w}{EI} \rightarrow \begin{cases} y_B = \delta_B \\ y_C = \delta_C \\ M_B = 0 \\ M_C = 0 \end{cases}$$



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow R_A \times r - R_B \times r = 0 \rightarrow R_A = R_B$$

Subject:

Year: Month: Date: ()



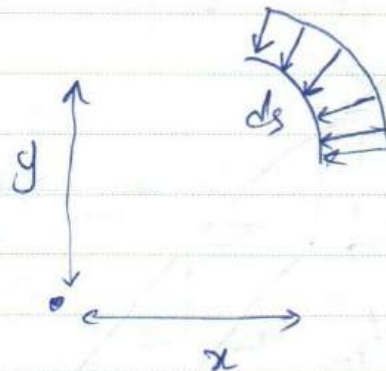
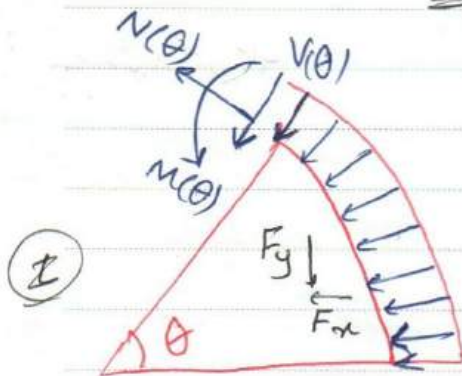
$$dF_x = -w ds \cos \theta = -wr d\theta \cos \theta$$

$$F_x = \int_0^{\pi/2} -wr \cos \theta d\theta = -wr \sin \theta \Big|_0^{\pi/2} = 0$$

$$dF_y = -w ds \sin \theta = -wr d\theta \sin \theta$$

$$F_y = -wr [-\cos \theta]_0^{\pi/2} = -wr$$

$$\Rightarrow R_A = R_B = wr$$



$$dF_x = wr \cos \theta d\theta$$

$$F_x = \int_0^{\pi/2} wr \cos \theta d\theta = wr \sin \theta \Big|_0^{\pi/2} = wr$$

$$dF_y = wr \sin \theta d\theta \rightarrow F_y = wr [-\cos \theta]_0^{\pi/2} = wr(1 - \cos \theta)$$

$$\textcircled{I} \text{ disk} \rightarrow F_x \cos \theta + F_y \sin \theta + V(\theta) = 0 \rightarrow V(\theta) = wr \sin \theta$$

$$\rightarrow F_x \sin \theta + F_y \cos \theta + N(\theta) = 0 \rightarrow N(\theta) =$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow M(\theta) + wr r + wr r (\cos \theta - 1) = 0 \quad \checkmark \quad wr(\cos \theta - 1)$$

$$\Rightarrow M(\theta) = -wr r \cos \theta \quad \checkmark$$

Subject:

Year:

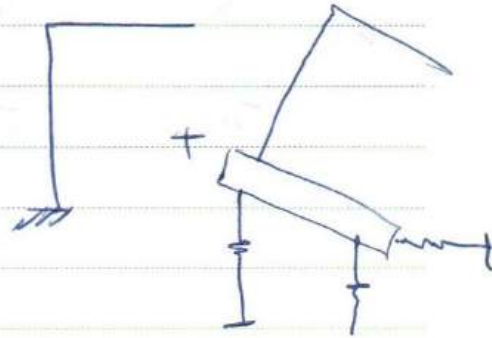
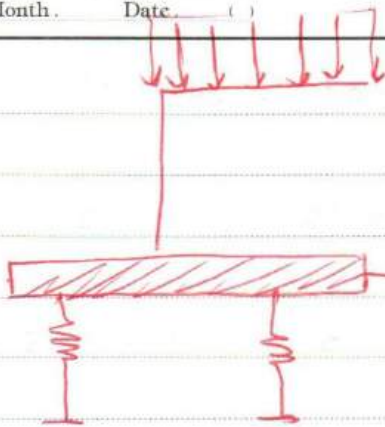
Month:

Date:

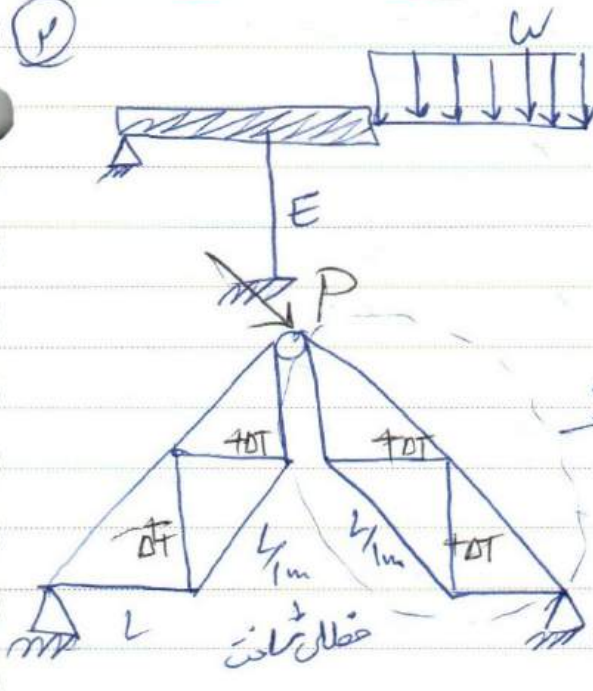
W

۲۲

①



②

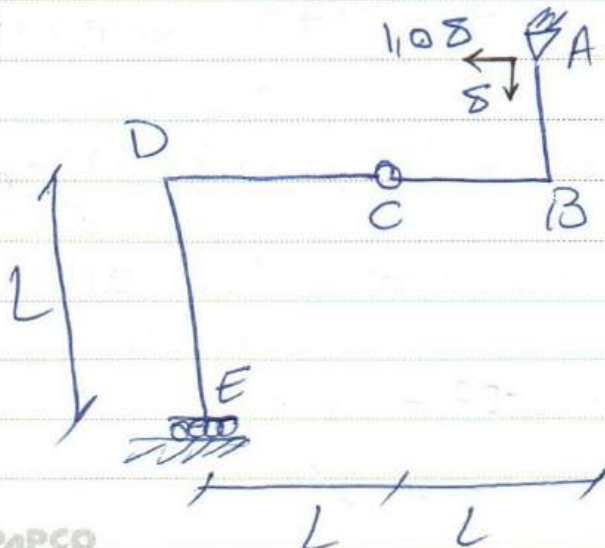


جله ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳

لایه‌های دوتایی
عمل می‌کنند.

شکل) دوران یک لایه E چند رادیان و درجه

جهت با تداوم جابجایی افقی D منفی شود.



Subject :

Year . Month . Date . ()

بار واحد $\rightarrow$

$\downarrow$
 $\rightarrow$
 $\uparrow$ c

A

نیروی A و C باید در جهت AC باشد تا مانده را به اوج برساند.

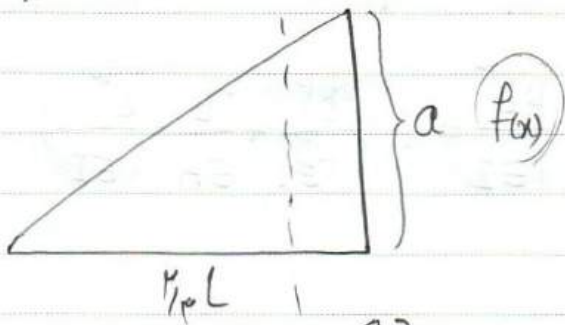
$$\Delta + \sum \bar{R} \delta = 0$$

$L(\uparrow)$

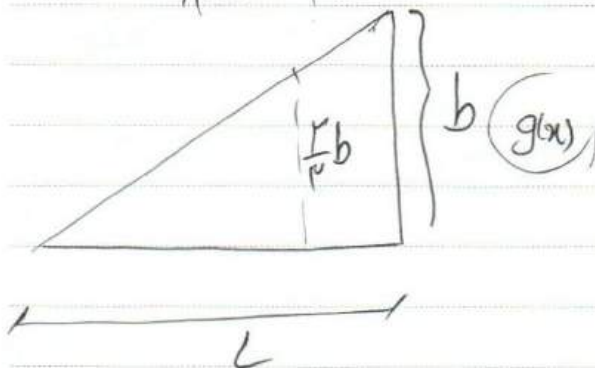
$$\rightarrow 1 \times \delta x 1 + \delta x 1 + L \times \theta = 0$$

$$\rightarrow \theta_D = -1 \times \frac{\delta}{L}$$

$$\int f(x)g(x)dx = A_m \cdot \bar{y}$$



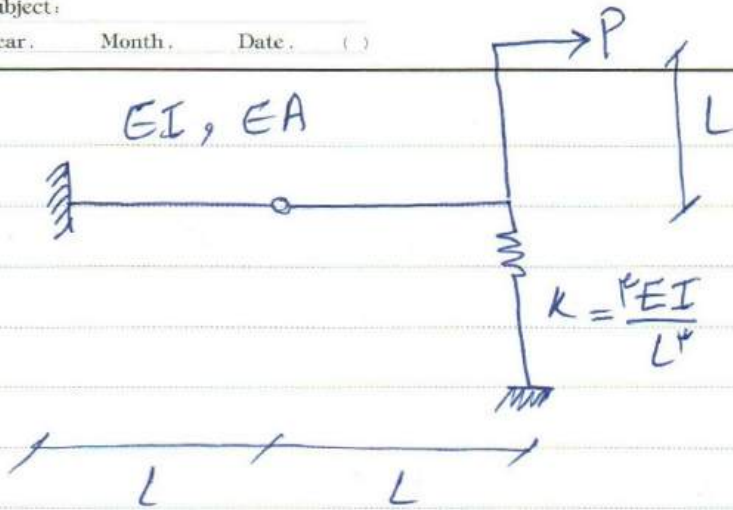
$$\frac{aL}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{aLb}{3}$$



Subject:

Year: Month: Date: ()

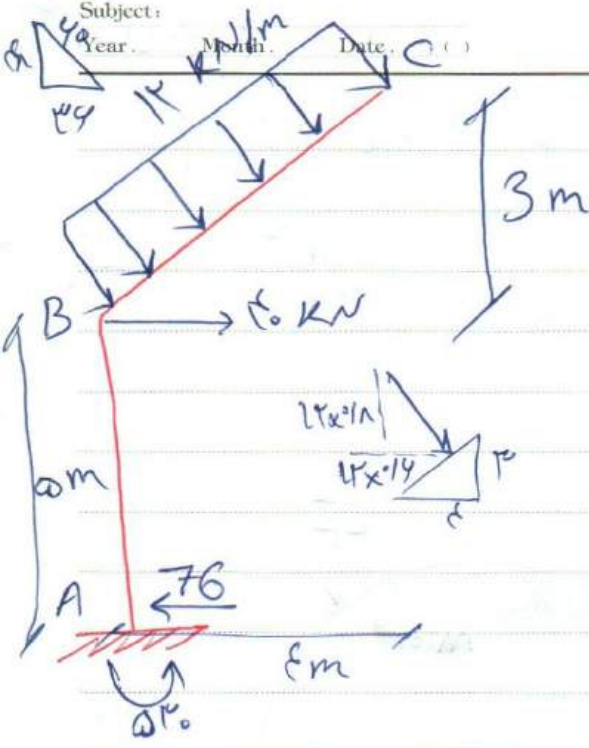
۲۲



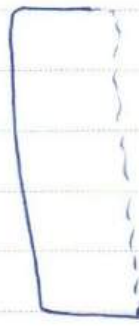
(د ۵)

نقطه	نوع	طول	M	m	N	n
DC	C	0-L	Px	x	P	1
CB	C	0-L	$-Px$	$-x$	P	1
BA	A	0-L	$-Px$	$-x$	0	0

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \int_0^L \frac{Px^2}{EI} dx + \int_0^L \frac{Px}{EA} + \frac{PL^2}{12EI} = P \left(\frac{L^3}{3EI} + \frac{L^2}{EA} + \frac{L^3}{12EI} \right) \\
 &= \frac{5PL^3}{12EI} + \frac{PL^2}{EA}
 \end{aligned}$$

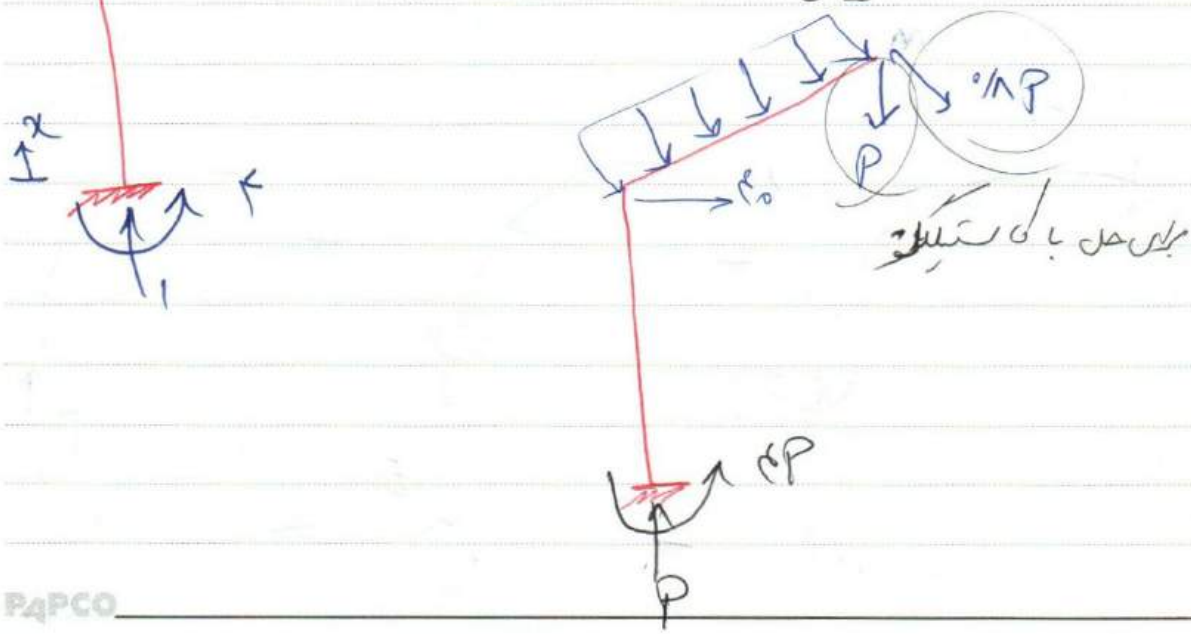


$E = 70 \text{ GPa}$ $I = 100 \times 10^9 \text{ mm}^4$



	Point	Interval	$M(x)$	$m(x)$
AB	A	0-5	$-40 + 60x$	-1
CB	C	0-5	$4x^2$	$x/1.5$

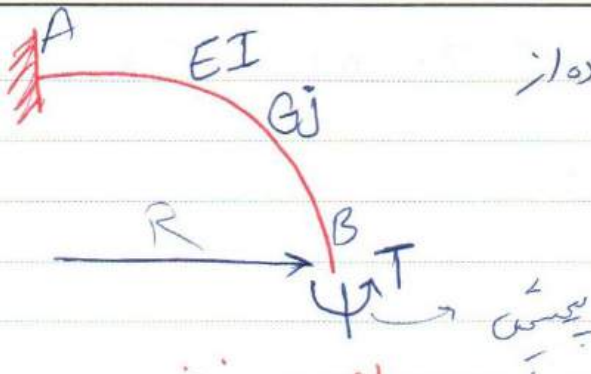
$$\Delta = \int \frac{m(x)M(x)}{EI} dx = \frac{V \cdot 40 = 104 \cdot V \text{ mm}}{EI}$$



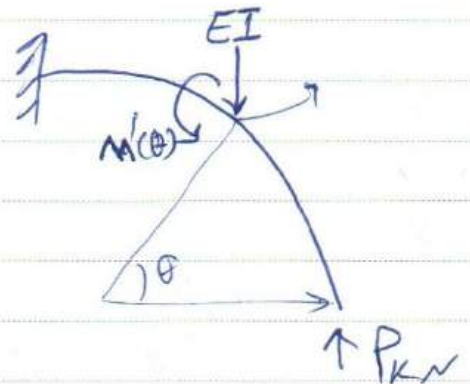
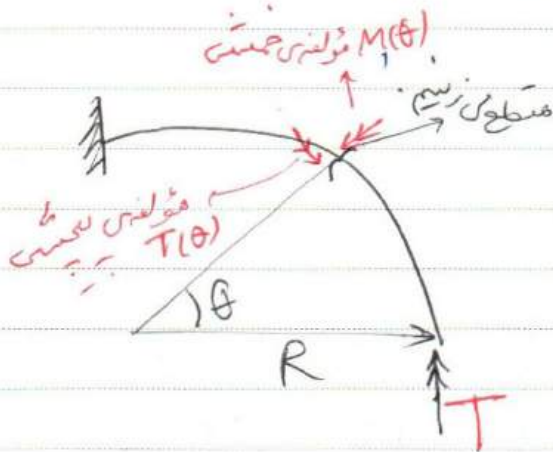
Subject:

Year: Month: Date: ()

مثال مهم



جابجایی قائم نقطه B را با استفاده از قضیه کارستاتیوانی



در اثر نیروی T
 $M = M_1 + M'$

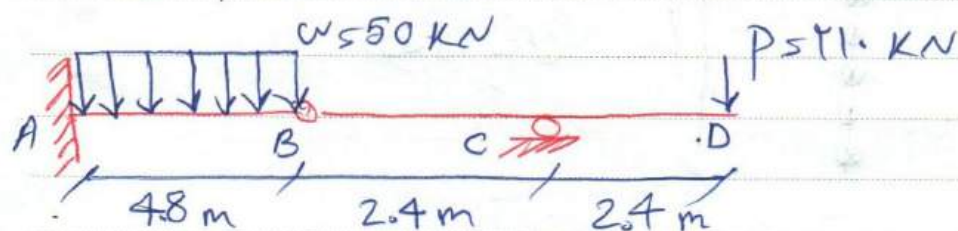
$$M'(\theta) = P \times R (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = \frac{M}{P}$$

$$M = M_1 + M'$$

$$\delta = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} ds$$

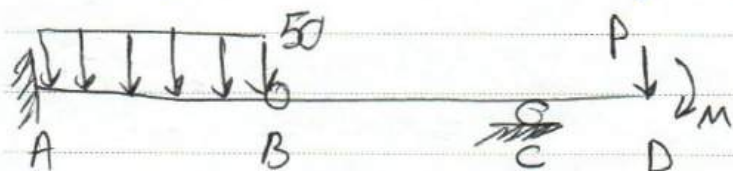
$$\Delta = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} ds$$



$$I = 1.17 \times 10^4 = I_{BC} = I_{CD} \quad I_{AB} = \frac{5}{6} I \quad E = 21.0 \text{ GPa}$$

$$E = 21.0 \text{ GPa}$$

شیب نقطه D و دقت D

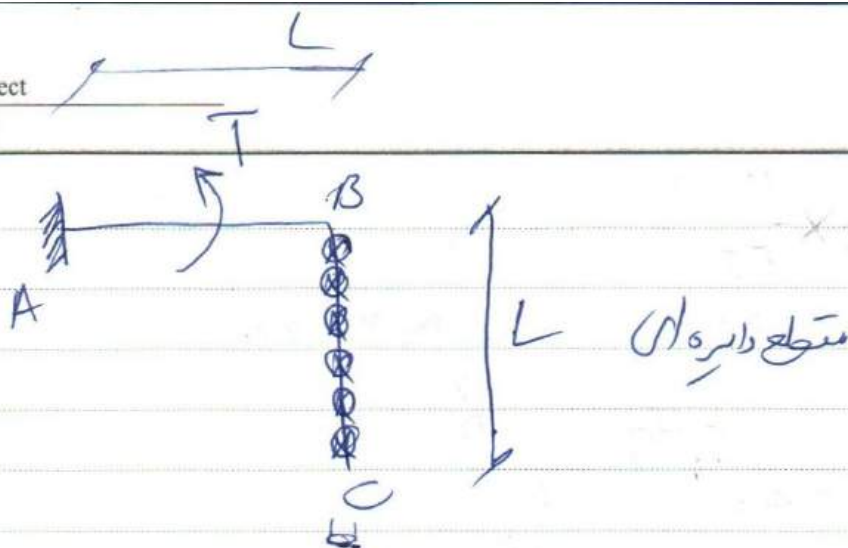


مقطع	نقطه	مختصات	M
DC	D	0 → 2.4	$-Px - \bar{M}$
CB	D	2.4 → 5.1	$-Px - \bar{M} + (2P + \frac{\partial \bar{M}}{\partial P})(x - 2.4)$
AB	A	0 → 4.8	$-(2 \times 4.8 - 5.1P - \bar{M}) + (2.4 - P - \frac{\partial \bar{M}}{\partial P})x - 1.5x^2$

$$\theta_D = \frac{\partial U}{\partial \bar{M}} = \int \frac{\partial M}{\partial \bar{M}} \cdot \frac{M}{EI} dx \quad \theta_D = 0.04 \text{ rad} \quad \downarrow$$

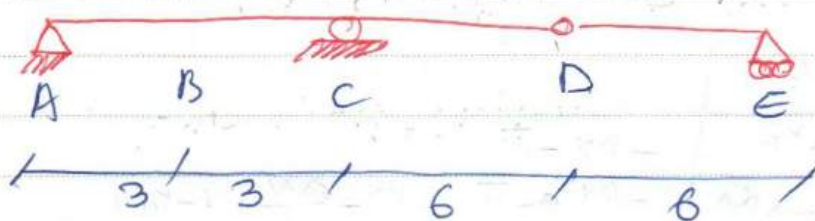
مقطع	$\frac{\partial M}{\partial \bar{M}}$	$\frac{\partial M}{\partial P}$
DC	-1	-x
CB	$\frac{\partial}{\partial P} x - 1$	$+x - 2.4$
AB	$1 - \frac{\partial}{\partial P} x$	$2.4 - x$

$$\Delta_D = \frac{\partial U}{\partial P} = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} dx = 11.90 \text{ mm} \downarrow$$

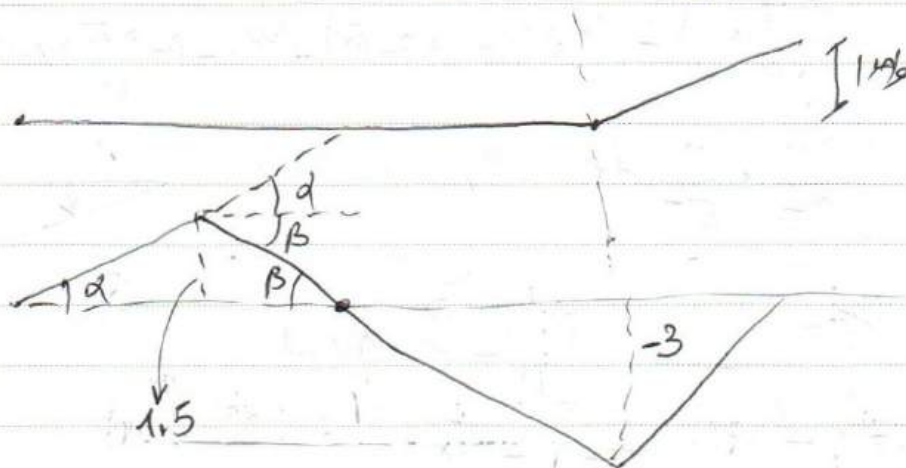


$$\delta = \int \frac{\partial T}{\partial P} \cdot \frac{T}{GJ} dn + \int \frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{M}{EI} dx$$

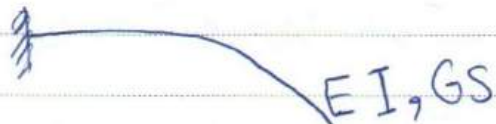
خطا اثره



خطا اثر برش E } ②
خطا اثر برمان B } ①



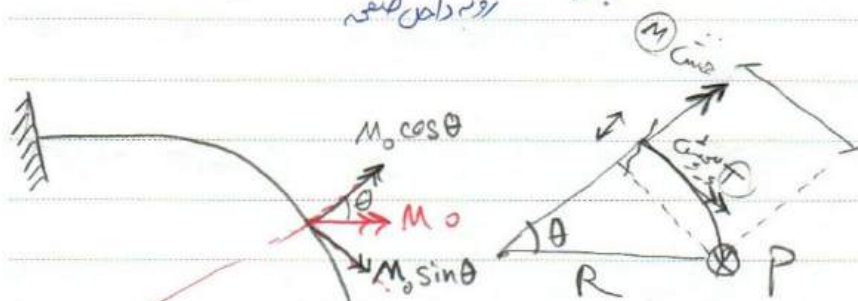
$$1.2 \quad GJ \approx EI$$



به کمک روش انتگرال برای محاسبه تغییر زاویه

در تیر راجع دایره ای را به سمت داخل می کشیم

در داخل صفحه



باید بدانیم برای حل سوال اگر این صورت وارد کنیم

$$\begin{cases} M_1(\theta) = PR \sin \theta \\ T_1(\theta) = PR(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_T(\theta) = M_0 \cos \theta \\ T_T(\theta) = M_0 \sin \theta \end{cases}$$

$$M_{\text{total}} = M_1 + M_T$$

$$T_{\text{total}} = T_1 + T_T$$

بعد از محاسبه نیروی مقدار
M_0 را می توانیم از این معادله

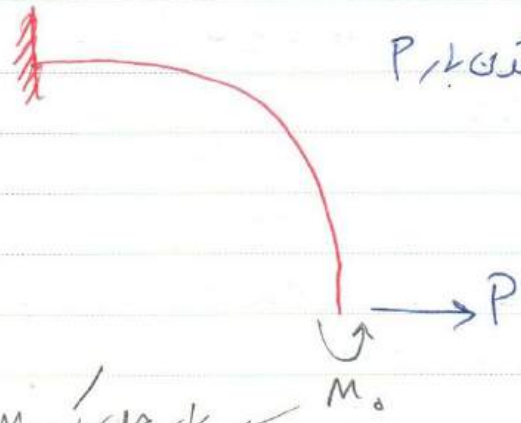
$$\theta = \int \frac{\partial M}{\partial M_0} \frac{M}{EI} ds + \int \frac{\partial T}{\partial M_0} \frac{T}{GJ} ds$$

$$= \int \cos \theta \frac{PR \sin \theta}{EI} r d\theta + \int \sin \theta \frac{PR(1 - \cos \theta)}{GJ} r d\theta$$

$$= \frac{PRr}{EI} \left(-\frac{\cos^2 \theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} + \frac{PRr}{GJ} \left(-\cos \theta + \frac{\cos^2 \theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{r}{2} \frac{PR^2}{EI}$$

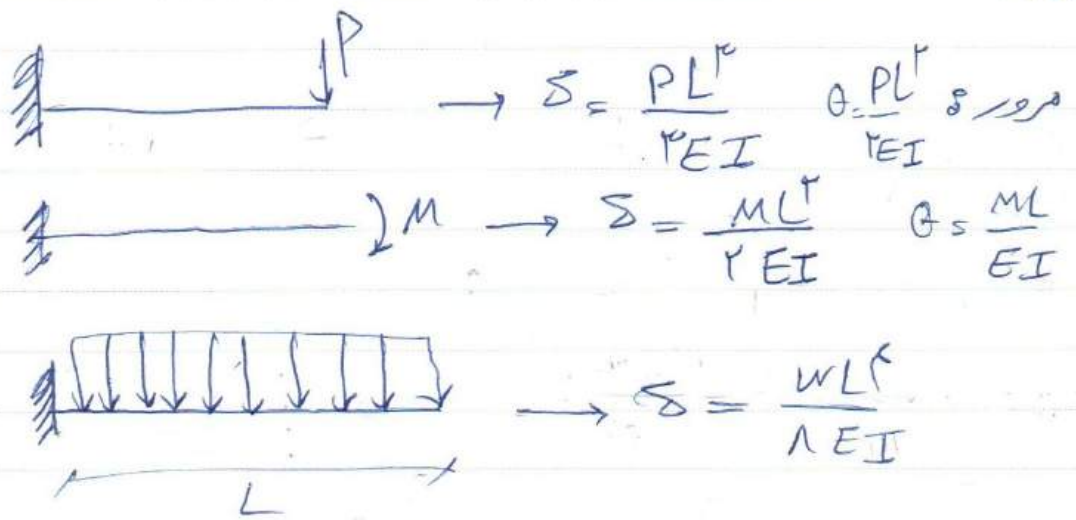
تغییر کردن انتهای تیر در اثر وارد شدن بار P
در انتهای تیر چقدر است؟

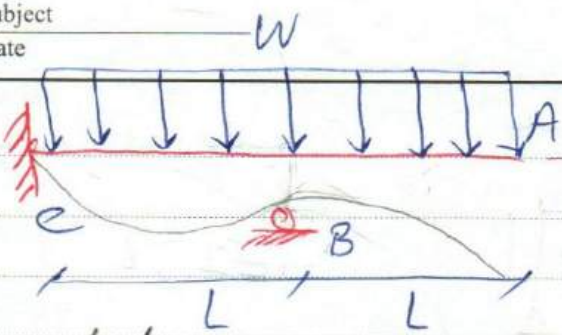
حالت دیگر



برای حل یک $M_0 = 0$ را در انتهای
تیر وارد می کنیم حال در این حالت ساده تر است فقط با این تفاوت که M_0 در تمامی مقاطع
 M_0 است و P فقط همان ایلامی کند (خشک) و هیچ سیسی ایجاد نمی گردد.

* حالت دیگری که می توانیم این تیر را سوال دهیم آن است که یک بار گسترده روی تیر قرار دهند
که اندازه یک ایلام W می گیریم که با توجه به بار روی آن یک خشک و یک سیسی ایجاد
می گردد.



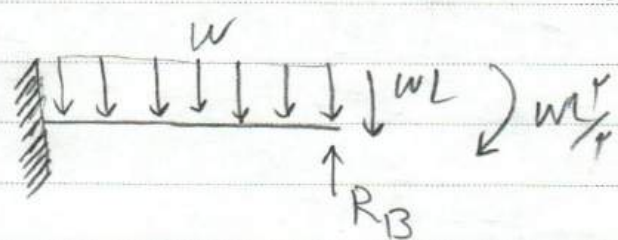


$$\delta = \frac{WL^4}{2EI}$$

* باید در حل این سوال توجه کرد اگر اثر بار W تیر AC به تنهایی به B برخورد نکند که تیر معین است ولی اگر برخورد کند تیر معین می شود آن گاه جابجایی نقطه A به راحتی بدست نمی آید

حال باید چک کنیم آیا تیر در B با تیر به هم تماس دارد یا نه

$\delta = \frac{WL^4}{2EI} + \frac{WL \times L^3}{2EI} + \frac{WL \times L^2}{2EI} = \frac{14}{24} \frac{WL^4}{EI}$



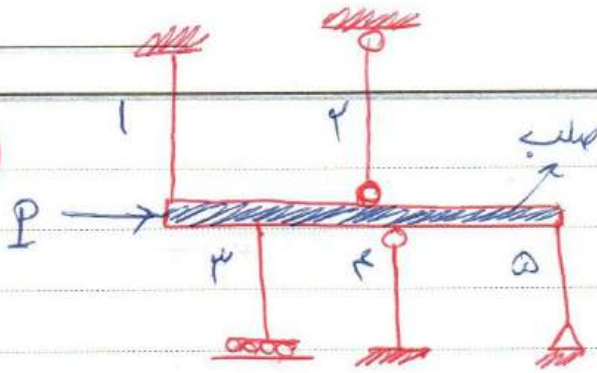
در این برخورد می کند

$$\frac{WL^4}{2EI} = \frac{14}{24} \cdot \frac{WL^4}{EI} - \frac{R_B \cdot L^3}{2EI} \Rightarrow R_B = \frac{5}{14} WL$$

در این باره اثر وجود R_B

$$\sum A = \frac{W(2L)^4}{2EI} - \frac{5/14 WL L^3}{2EI} - \frac{5/14 WL \times L^2}{2EI} \times L = \frac{11}{14} \frac{WL^4}{EI}$$

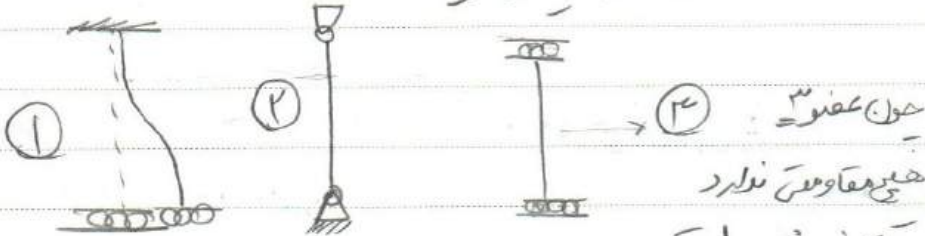
(مثال)



جابجایی صغیری صلب ؟

EI, L

در اثر بارگذاری P در اعضای ۲ و ۳ هیچ نیرویی نمی افتد



چون عضو ۳
هیچ مقاومتی ندارد
- صفر نیرویی است -

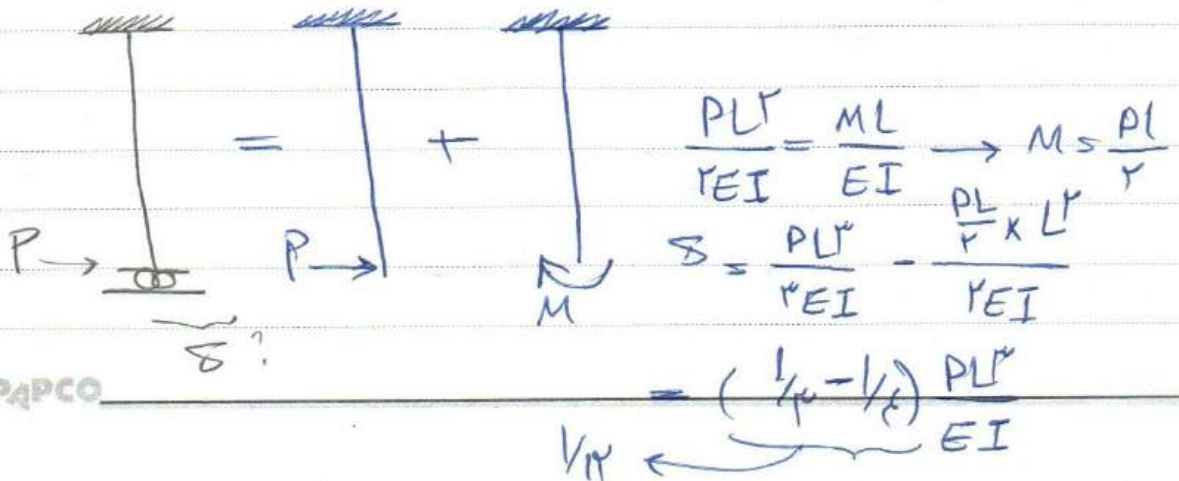


در اثر حرکت
جسم صلب

$$R = \frac{PL^2}{EI}$$

$$F_1 = \frac{16EI\delta}{L^3} \quad F_2 = F_3 = \frac{16EI\delta}{L^3}$$

تحلیل عضو ۱ : δ

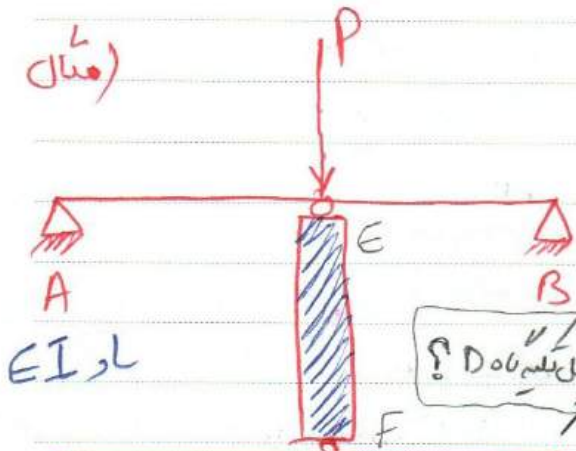
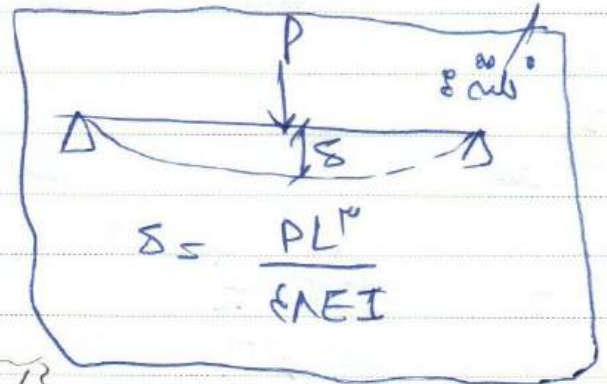


Subject:

Year: Month: Date: ()

$$P = \frac{12EI\delta}{L^3}$$

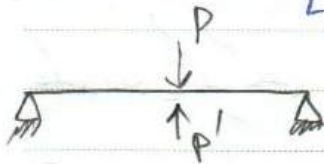
P_D و P_E هم بدست می آید نهایتاً



عکس العمل به D ؟

الف) با فرض چپ بودن تیر EF میزان

جابجایی بالایی تیر بزرگتر است.

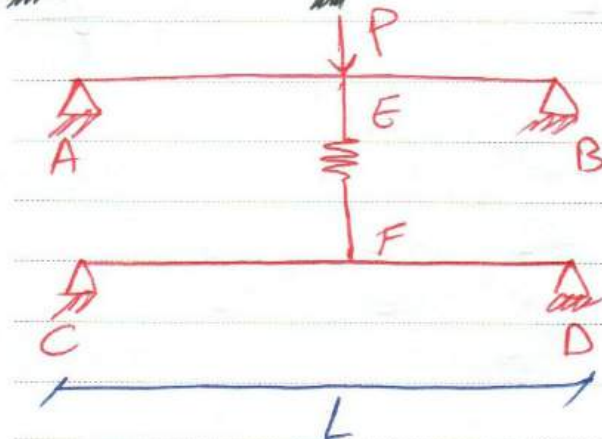


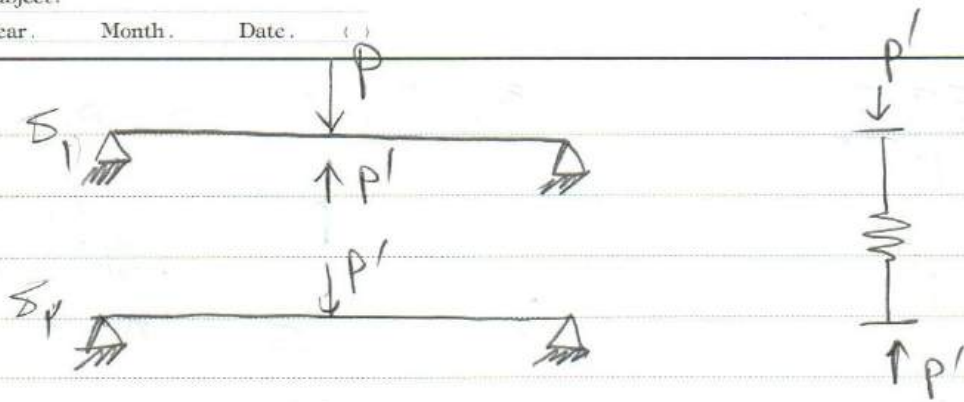
$$\delta = \frac{P'L^3}{48EI}$$

$$\delta = \frac{(P-P')L^3}{48EI} \rightarrow P' = \frac{P}{2}$$

$$R_D = \frac{P}{2}$$

$$R_D = ? \quad (L)$$





$$\Delta = \frac{(P-P')L^3}{48EI}$$

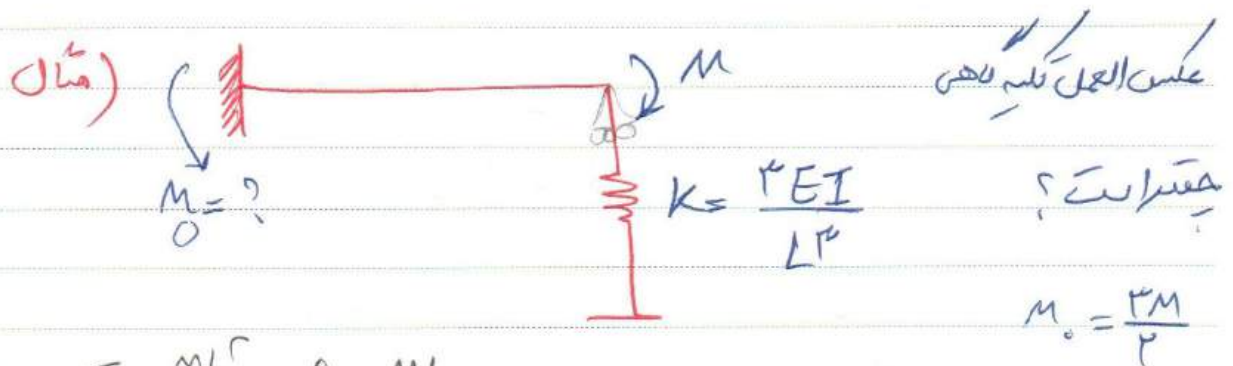
$$\delta_1 = \frac{P'L^3}{48EI}$$

$$\Delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\delta_2 = \frac{P'L^3}{48EI}$$

$$R_D = P'_r = \frac{P}{2} \checkmark$$

با استفاده از معادله ای که بالا داریم



عکس العمل تکیه دهی

مستقیم است؟

$$M_0 = \frac{3M}{4}$$

$$\delta = \frac{ML^3}{6EI} \quad \theta = \frac{ML}{EI}$$

$$\frac{ML^3}{6EI} = \frac{F}{k} \Rightarrow F = \frac{6EI}{L^3} \times \frac{ML^3}{6EI} = \frac{3M}{2}$$

$$M_0 - M + \frac{3M}{2} \Rightarrow M_0 = \frac{M}{2}$$