

جزوه آمادگی آزمون کارشناسی ارشد عمران

## درس مقاومت مصالح

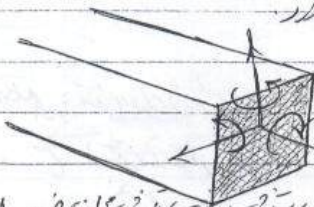
مدرس: مهندس شمالی "عضویت علمی دانشگاه بو علی سینا همدان"

"این جزوه از تدریس در کلاس های کنکور ارشد عمران در همدان تهیه شده است"

به عبارت اصلاح :

ج ۱۱

تفاوت اصلی بین تنش و استرس در این است که تنش یک کمیت اسکالر است و استرس یک کمیت وکتوری است. تنش در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود و استرس در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.



سرعت: (rate of change) axial loading

- ۱- تنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر نیروی درونی است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.
- ۲- کرنش (Strain): یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

= رابطه تنش و کرنش

= عبارت تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

(۷.۸.۶)

(۵=۴۴)

۳- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۴- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۵- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۶- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۷- کرنش:

۸- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

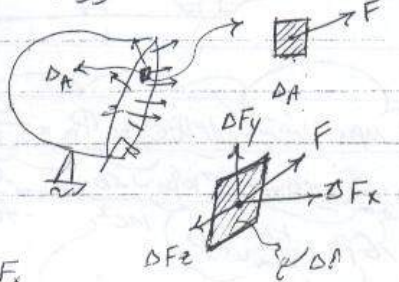
۹- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۱۰- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

۱۱- کرنش: یک کمیت اسکالر است که بیانگر تغییر شکل است که در یک سطح مشخص در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

تفاوت:

تنش: Stress: نیرو در واحد سطح و جهت دارد.



$\Delta A$  - این نسبت به بزرگای سطح است

$\Delta F_x$

$$\text{تنش} = \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$

در حالتی که تنش در یک نقطه از یک جسم تعریف می شود.

لَا تَقْرَبُ رَسْمَ مَنْ يَدْعُوهُ إِلَى الْكُفْرِ

5: Normal Stress: تension (تنش) (شد)  
Tension: (کشش) (شد)

$$\tau_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$

از اعجاز حسن لذت بردن

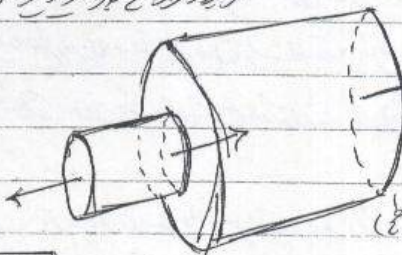
ایمانی نوال

مکتوبه

Mehmet Sures

Shear Stress  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

۱۔ انکار میں کہ سیدم کے جس تحت باب لکھ کر دی ہے:



$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{Unit}^2$$

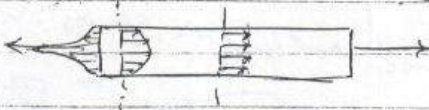
میر تقی میر کی زندگی

یعنی ما فرض کردیم که هیچ شیء بی لایحه

$\tau = \frac{VQ}{At}$

(اصل کنگریدیس) - سونو مان

حضرت میرزا غلام احمد قادیانی



- واحدہ کی

$$B \propto \frac{\rho}{A}$$

← میں

و اما در خواص ماده ی سوخته انداز  $P_a = \frac{N}{m^2}$

$$m_{\text{пр}} \frac{N}{\text{мм}} \cdot 10^6 \frac{\text{лб}}{\text{ин}^2} \cdot 144 = \frac{\text{лб}}{\text{фт}^2}$$

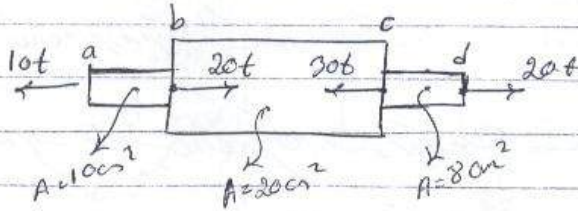
$$70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = \text{ksi}$$

$\psi_i = 1000 \psi_i$   
(Pounds Per Square inch)

$$J\omega: E_{st} = 200 \text{ GPa} \\ = 30,000 \text{ ksi}$$

ستاره ای :  $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} : \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

آگاسیون :



اگرچه نیروی کشش  
در هر دو بخش مساوی است

$\sigma_{ab} = \frac{10,000}{10} = 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

$\sigma_{bc} = \frac{10,000}{20} = 500 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

$\sigma_{cd} = \frac{20,000}{8} = 2500 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

در هر دو بخش مساوی است

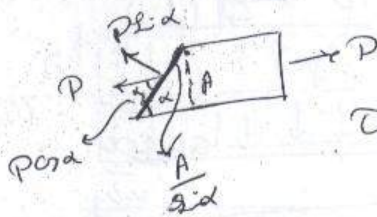


(I)

مشارکت مصالح  $\tau_{max} = ?$



$$\sigma = \frac{P \sin \alpha}{\frac{A}{\sin \alpha}} = \frac{P}{A} \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha}$$

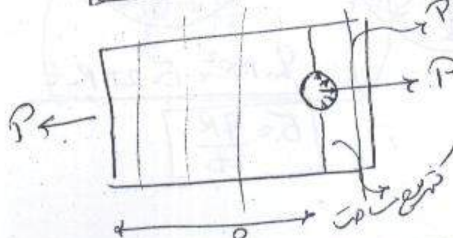
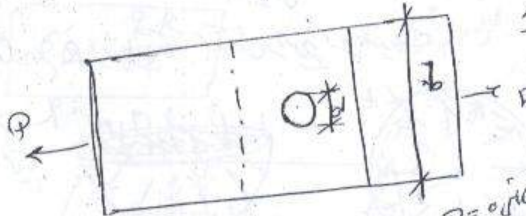


$$\tau = \frac{P \cos \alpha}{\frac{A}{\sin \alpha}} = \frac{P}{A} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{P}{A} \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

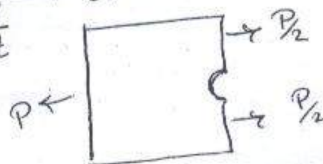
$$\tau_{max} = \frac{P}{2A} \sin 2\alpha \quad \sin 2\alpha = 1 \rightarrow 2\alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_{max} \rightarrow \sin 2\alpha = 1 \rightarrow 2\alpha = 90^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ \rightarrow \sigma_{max} = \frac{P}{A}$$

در این حالت، اگر فرض کنیم که در یک مقطع عمودی، نیروی برشی P وارد می‌شود و در مقطع افقی، نیروی کششی P وارد می‌شود. در این حالت، تنش برشی در تمام نقاط یکسان است و تنش کششی در نقاط مختلف متفاوت است. در این حالت، تنش برشی در نقاط مختلف یکسان است و تنش کششی در نقاط مختلف متفاوت است.



$$\sigma = \frac{P}{bt}$$



$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{(b-d)t}$$

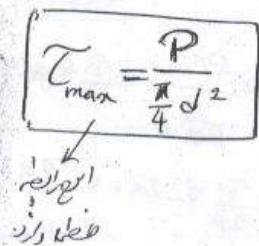
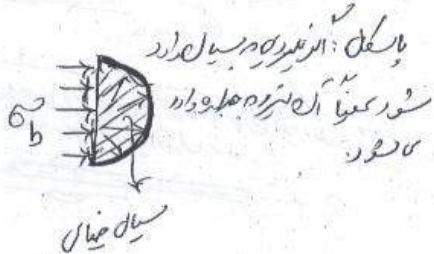
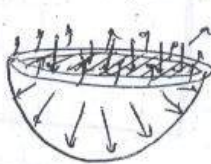
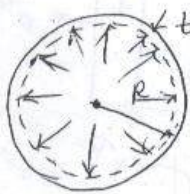


Diagram illustrating the forces on a piston in a cylinder. A horizontal force  $P$  is applied to the piston. The piston has a cross-sectional area  $A = \frac{P}{\Delta t}$ . The cylinder has a diameter  $d$  and a length  $t$ .



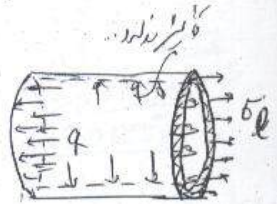
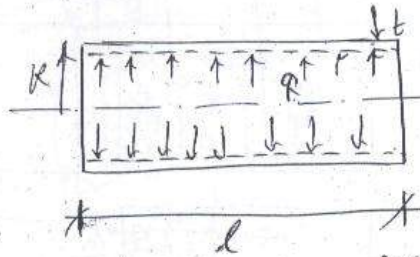
کوفه حیدرآباد میں مختلف مجموعہ R (میان کار) تینوں درجوں کو حیدرآباد



$$\frac{2 \pi R^2 B 2 \pi R t}{5 \frac{q R}{2 t}}$$

III

برای بسط استوار بودن شعاع میان  $R$  شعاع خارجی از جدار نازک  $t$  و  $R$  شعاع داخلی  
 تحت فشار داخلی  $q$  و در مقطع هر دو یکدیگر هموار می شود و تغییراتی ندارد.

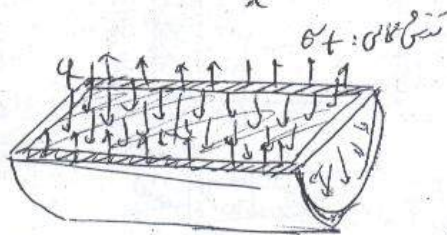


$$\sum F_{x2} = 0$$

$$q \cdot \pi R^2 = \sigma_t \cdot 2\pi R t$$

$$\boxed{\sigma_t = \frac{q R}{t}}$$

تension در جدار

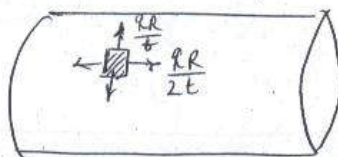


$$\sum F_y = 0$$

$$q \cdot l (2R) = 2 \sigma_t \cdot l t$$

$$\boxed{\sigma_t = \frac{q R}{t}}$$

از آنجا که در دو استوار شعاع  $R$  و  $t$  شعاع  
 از یک طرف و در شعاع  $R$  و  $t$  شعاع  
 شعاع  $R$  و  $t$  شعاع در شعاع  $R$  و  $t$  شعاع  
 شعاع  $R$  و  $t$  شعاع در شعاع  $R$  و  $t$  شعاع  
 استوار  $R$  و  $t$  شعاع در شعاع  $R$  و  $t$  شعاع

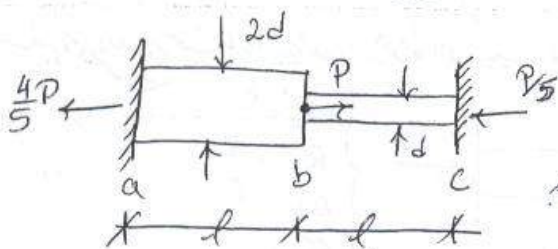








II

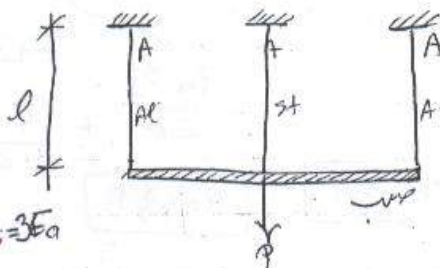


$$\Delta_P = \frac{P \cdot l}{E \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot 5AEJ^2} = \frac{4Pl}{5\pi EJ^2}$$

$E = \text{constant}$

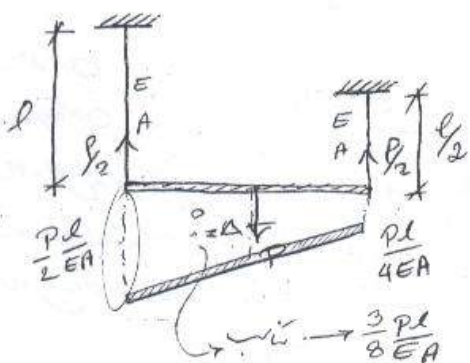
$\sigma_{max}$  در انتهای  
تنگی در  $ab$  و  $bc$   
کمترین است. نسبت نیروها  
به سمت ثابت است  
 $A(ab)$  و  $A(bc)$  برابر است

یعنی نیروها در برابر است با تنش  
در سطح  $A$  دارد در نتیجه فشرده می شود



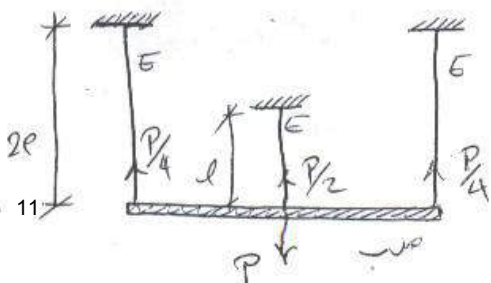
نیروی در  
از طرف راست و چپ می کشد

$$\Delta_{\text{Rigid Plate}} = \frac{P \cdot l}{EA} = \frac{Pl}{5EA}$$



$$\Delta_P = ?$$

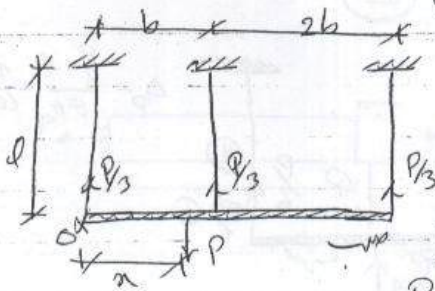
نسبت بین است: اصل توزیع نیرو  
به نسبت گشتاورهای است



$$\Delta_{\text{rigid}} = \frac{P \cdot l}{EA} = \frac{Pl}{2EA}$$

$$\sigma_{max} = \frac{P_2}{A} = \frac{P}{2A}$$

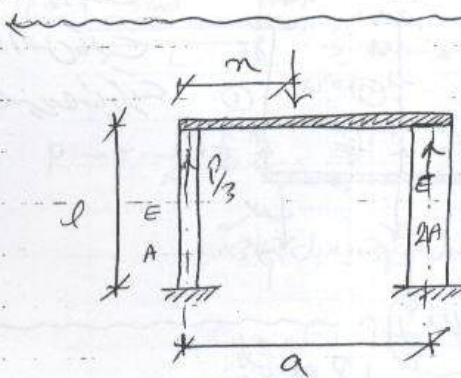
III



سیدم میں باغیچہ کی سطح  
کے تحت زمین کی سطح پر  
کی باغیچہ کی سطح پر  
کے تحت زمین کی سطح پر

$$- \frac{P}{3} \times b + \frac{P}{3} \times 3b + P \times x \quad x = \frac{4}{3}b$$

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{P \Delta}{3EA} \quad \Delta_{\text{max}} = \frac{P}{3A}$$



سیدم میں

کے تحت زمین کی سطح پر  
کے تحت زمین کی سطح پر  
کے تحت زمین کی سطح پر

$$\Delta_1 = \Delta_2$$

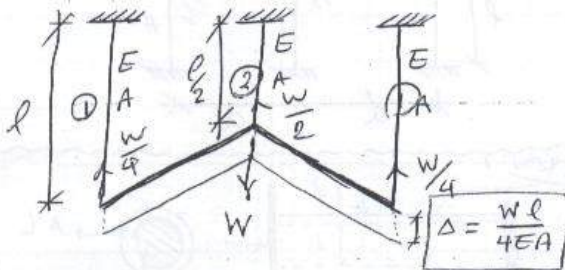
$$\frac{F_1 l}{EA} = \frac{F_2 l}{2EA}$$

$$F_2 = 2F_1$$

$$F_1 + F_2 = P$$

$$P_{\text{max}} = \frac{2}{3} P \cdot a$$

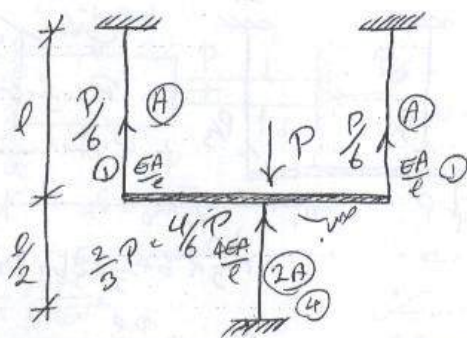
$$x = \frac{2}{3} a$$



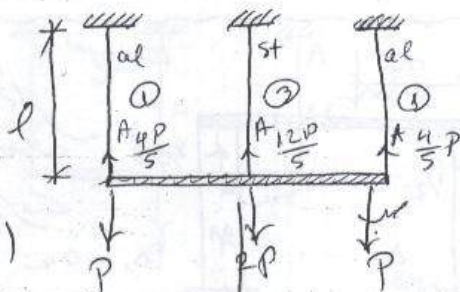
کے تحت زمین کی سطح پر

$$\Delta = \frac{W l}{4EA}$$

IV

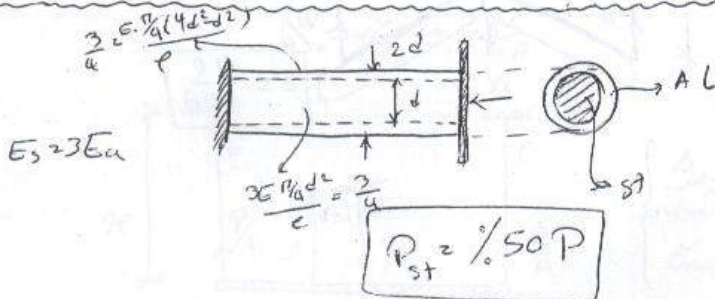
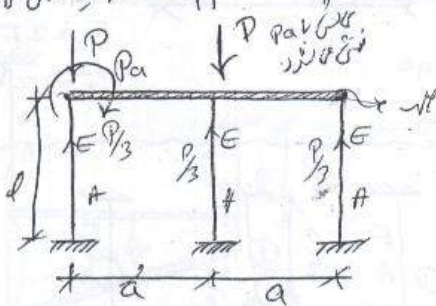


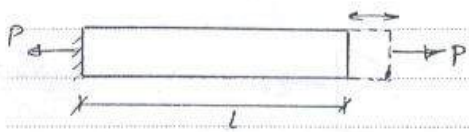
$$\Delta_P = \frac{P \cdot l}{6 \cdot EA} + \frac{Pl}{6EA}$$



در حالت اول و دوم  
استاندارد و به سبب

$$(E_3 = 3E\alpha)$$





تغییر طول واحد فعل

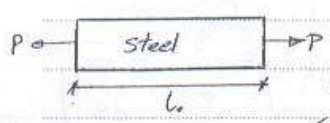
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

بسیار کم تغییر طول با تغییر در نیرو

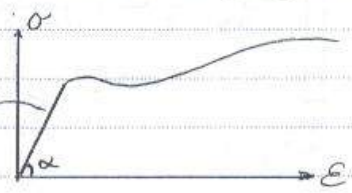
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

معمولی تغییر در نیرو  
در آرایش فنر استوار میسر می آید

در آرایش فنر استوار میسر می آید در جهت راست و چپ سطح اول چون در آرایش سطح تغییر می کند



محدوده الاستیک  
یا خطی-انعکاسی



$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$P \rightarrow \sigma = \frac{P}{A}, \quad E = \frac{\Delta L}{L}$$

شیب تنش و کرنش رابطه خطی وجود دارد

معرف سختی ماده است که برابر E است به آن مدول الاستیسیته یا مدول انعطافی گویند  
E برای هر ماده عدد ثابت است

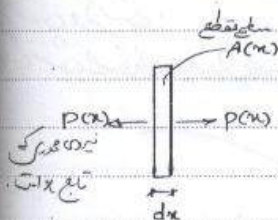
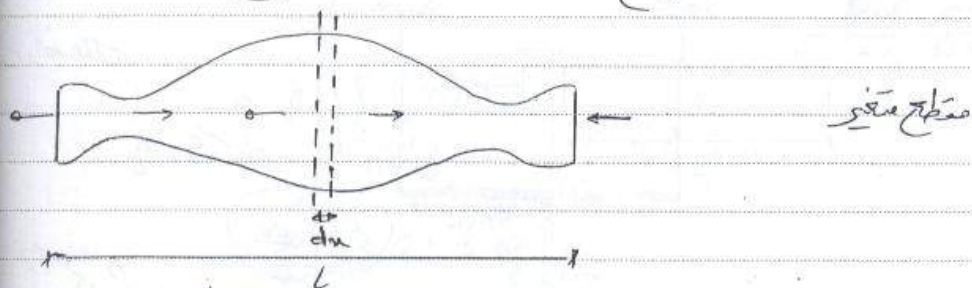
$$\tan \alpha = E \quad \left( \sigma = \tan \alpha \cdot \epsilon = E \cdot \epsilon \right)$$

رابطه هوک

واحد در طول واحد تغییر است

\* هر چه E بزرگتر شود تغییرات تنش و کرنش کمتر می شود

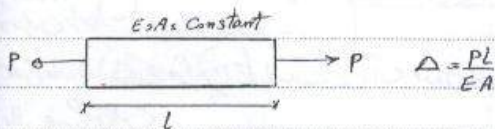
مثال غیر یکنواخت بودن خواص الاستیک و طولی در یک میله



$$d\Delta = \epsilon dx = \frac{\sigma}{E} dx = \frac{P(x)}{E A(x)} dx$$

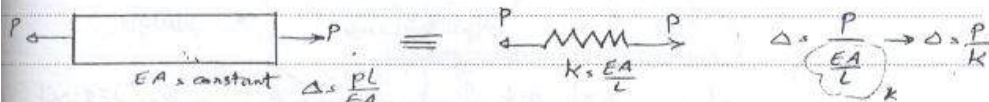
$$\Delta = \int_0^L \frac{P(x)}{E A(x)} dx$$

رابطه کلی برای تغییر طول



$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

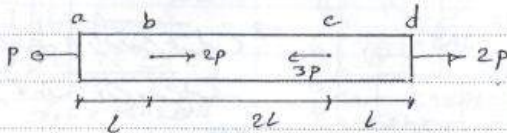
یک میله با خواص ثابت EA و نیروی P هم از این رابطه



مثال میله‌ای که متشکل از اجزای مختلف باشد و خواص آن در طول متغیر است

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{P_i L_i}{E_i A_i}$$

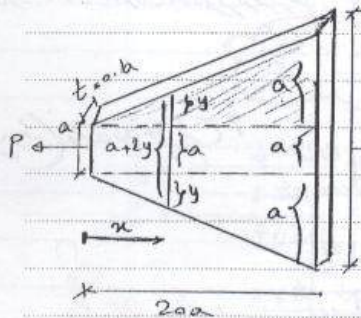
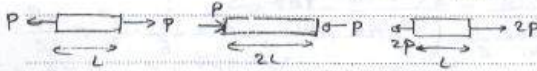
Subject 13  
Date



تغییر طول مدی زیر جبر است؟

$E, A = \text{Constant}$

$$\Delta = \frac{PL}{EA} - \frac{P(2L)}{EA} + \frac{2PL}{EA} + \frac{PL}{EA}$$



نمایی که دارند در واقع نیست

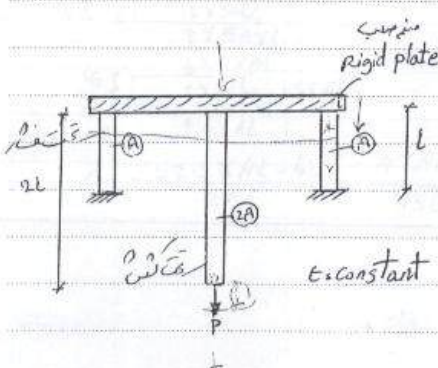
$$\frac{y}{a} = \frac{x}{2a} \rightarrow y = \frac{x}{2}$$

$$a + 2y = a + \frac{x}{1}$$

$$A(x) = (a + 0.1x)(0.1a) = 0.1a^2 + 0.01ax$$

$$\Delta = \int \frac{P(x)}{EA(x)} dx = \frac{P}{0.01aE} \int_0^{2a} \frac{1 - 0.01x}{0.1a^2 + 0.01ax} dx$$

$$\Delta = \frac{P}{0.01aE} [\ln(0.1a^2 + 0.01ax)]_0^{2a} = \frac{100P}{Ea} \ln(3)$$



تغییر طول مدی است که سطح مقطع کمتر است.

تغییر طول مدی است که سطح مقطع کمتر است. (مدی ها هم منتهی اند)

مدی که طول 2L است به مدی که طول L است به نسبت 2 به 1 است.

مدی که طول 2L است به مدی که طول L است به نسبت 2 به 1 است.

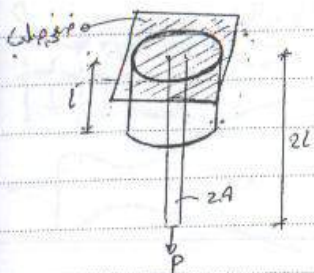
مدی که طول 2L است به مدی که طول L است به نسبت 2 به 1 است.

مدی که طول 2L است به مدی که طول L است به نسبت 2 به 1 است.

$$\Delta p = \frac{P(2L)}{E(2A)} + \frac{P/2 L}{EA} = \frac{1.5 PL}{EA}$$

اگر مدی ها را به صورت یک مدی با طول 2L و نیروی 1.5P در نظر بگیریم، تغییر طول مدی برابر است با:

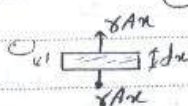
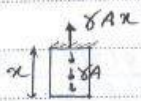
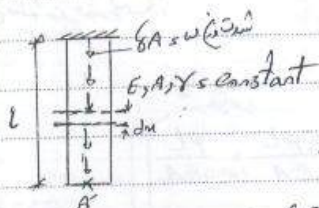
مثالی از تغییرات طولی



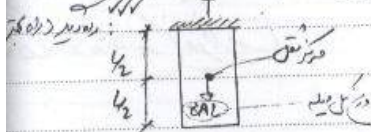
$$\Delta_P = \frac{P(2L)}{E(2A)} + \frac{P(L)}{EA}$$

تغییرات طولی در هر یک از بخش‌ها

تغییرات طولی در هر یک از بخش‌ها؟

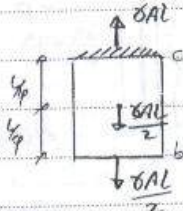
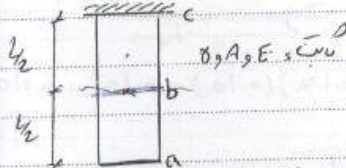


$$\Delta = \int_0^L \frac{P(x)}{EA(x)} dx = \frac{1}{EA} \int_0^L P dx = \frac{1}{EA} \cdot \frac{1}{2} PL = \frac{PL^2}{2EA}$$



$$\Delta = \frac{\delta AL}{EA} = \frac{\delta L^2}{2EA}$$

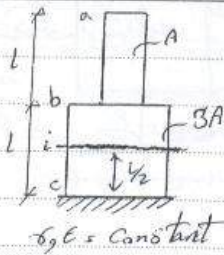
تغییرات طولی در هر یک از بخش‌ها؟



$$\Delta_{bc} = \frac{\delta AL}{EA} = \frac{\delta L^2}{2EA} \rightarrow \Delta_{bc} = \frac{3}{8} \frac{\delta L^2}{E} = \frac{3\delta L^2}{8E}$$

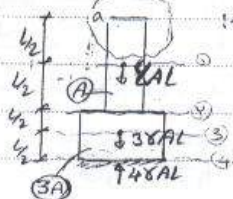
تغییرات طولی در هر یک از بخش‌ها؟

Date \_\_\_\_\_



در صورتی که نیروی کششی در هر یک از اعضا مساوی باشد

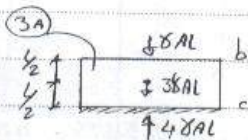
$\Delta a$  و  $\Delta b$  را محاسبه کنید.



در صورتی که نیروی کششی در هر یک از اعضا مساوی باشد

$$\Delta a_{so} = \frac{8AL \cdot L/2}{EA} + \frac{38AL \cdot L/2}{3EA} + \frac{48AL \cdot L/2}{3EA} \quad ?$$

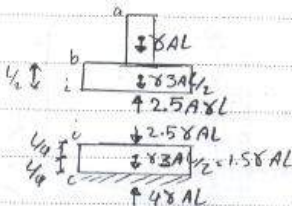
$$= \frac{8L^2}{E} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right] = -\frac{4}{3} \frac{8L^2}{E}$$



از طرفی در هر یک از اعضا نیروی کششی مساوی است

$$P = \Delta b = \frac{-8AL \cdot L/2}{3EA} - \frac{48AL \cdot L/2}{3EA} \Rightarrow \Delta b = -\frac{8L^2}{E} \left( \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right)$$

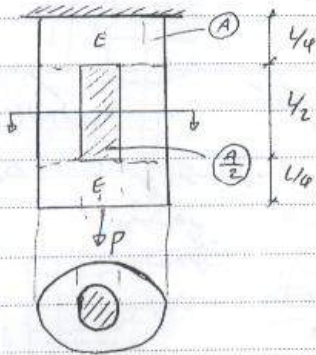
$$\Delta b = -\frac{5}{3} \frac{8L^2}{E}$$



$\Delta c = ?$

$$\Delta c = \frac{-2.58AL \cdot L/4}{3EA} - \frac{48AL \cdot L/4}{3EA} = -\frac{13}{24} \frac{8L^2}{E}$$

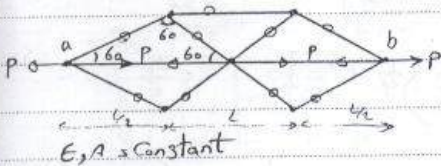
از وزن بلیه صرف نظر می شود. تغییر مکان نقطه A را بیابید که کدام است؟



این نسبت  $\Delta$  ها را چون صلب  
موانع هستند نسبت به یکدیگر  
هم تغییر نمی کنند

$$\Delta = \frac{P L/4}{EA} \times 2 = \frac{PL}{2EA} = ?$$

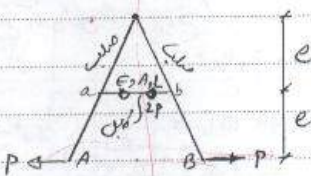
نقطه a و b هم در برابر هم دوری شوند؟



$$\Delta_a = \frac{P(L/2)}{EA} \times 2$$

؟ بقیه

تغییر مکان نقطه A و B؟



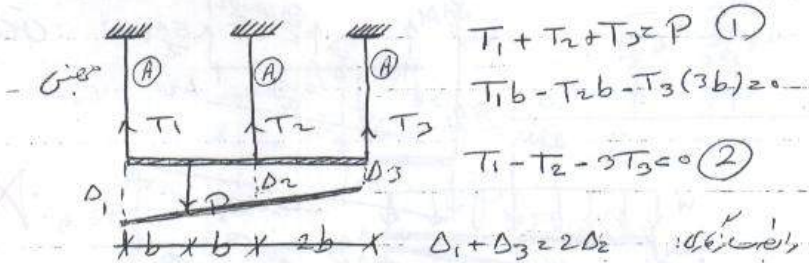
$$\Delta_P = 2 \Delta_{\text{bottom}} = 2 \times \frac{2PL}{EA} = \frac{4PL}{EA}$$

این تغییر مکانی که در نقطه a و b نسبت به یکدیگر است AB است.

86, 10, 2

(I)

تاریخ تصحیح



$$T_1 + T_2 + T_3 = P \quad (1)$$

$$T_1 b - T_2 b - T_3 (3b) = 0$$

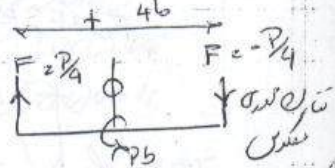
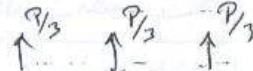
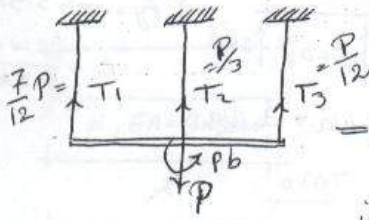
$$T_1 - T_2 - 3T_3 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{T_1 b}{EA} + \frac{T_3 b}{EA} = 2 \frac{T_2 b}{EA}$$

$$T_1 + T_3 = 2T_2 \quad (3)$$

①, ②, ③ = 7-  
درج بالا درج

رنگی (2) در رسم هر دو تیر را به هم متصل کرد:



? =  
اینجا را به هم متصل کرد  
تیر را به هم وصل کرد

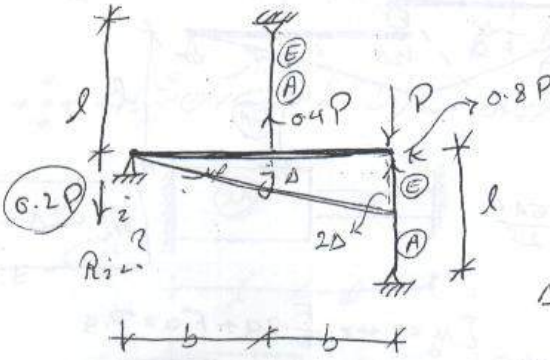
$$Pb = F \cdot 4b$$

$$F = \frac{P}{4}$$

عکس العمل تیر به تیر را حساب کرد

$$F = \frac{EA \Delta}{L}$$

$$\uparrow \frac{EA}{2} (2\Delta) = 2F$$



$$\Delta = \frac{PL}{EA} = \frac{P}{EA}$$

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow F \cdot b + 2F \cdot 2b = P \cdot 2b$$

$$F + 4F = 2P$$

$$5F = 2P$$

$$F = \frac{2}{5} P = 0.4 P$$

در اینجا اصل را به هم وصل کرد  
20

II

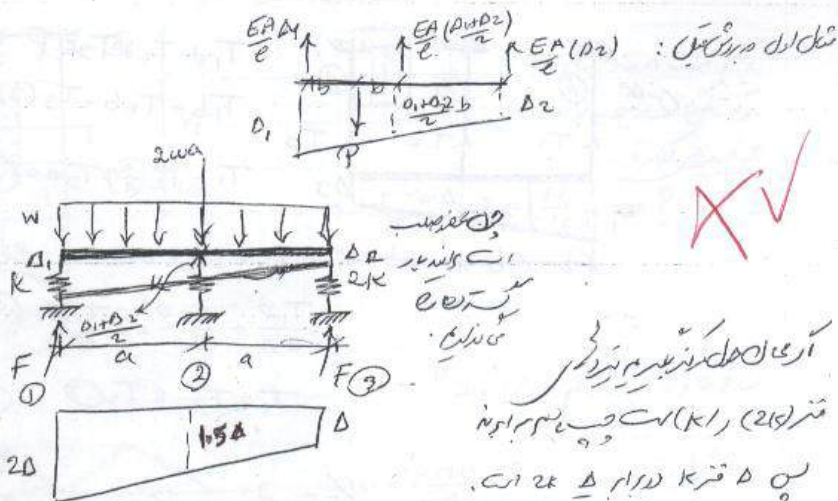


Diagram of a beam with forces and dimensions:

- Beam length:  $5\text{ m}$
- Supports:  $2\text{ kN}$  at  $1\text{ m}$  from left end,  $1.5\text{ kN}$  at  $3\text{ m}$  from left end,  $2\text{ kN}$  at  $5\text{ m}$  from left end.
- Applied force:  $2\text{ wa}$  at  $3\text{ m}$  from left end.

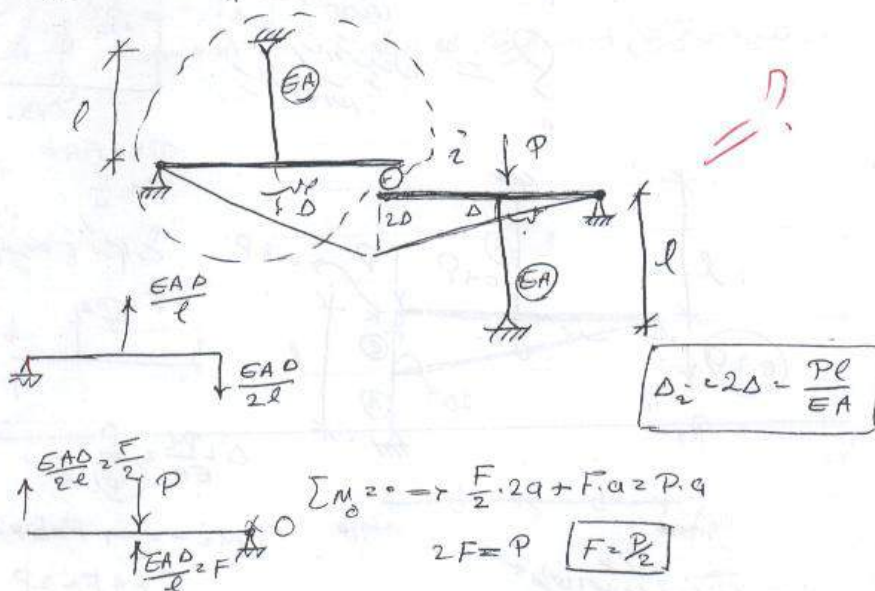
Equilibrium equations:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2 + 1.5 + 2 - 2\text{wa} = 0 \Rightarrow 2\text{wa} = 5.5 \Rightarrow \text{wa} = 2.75$$

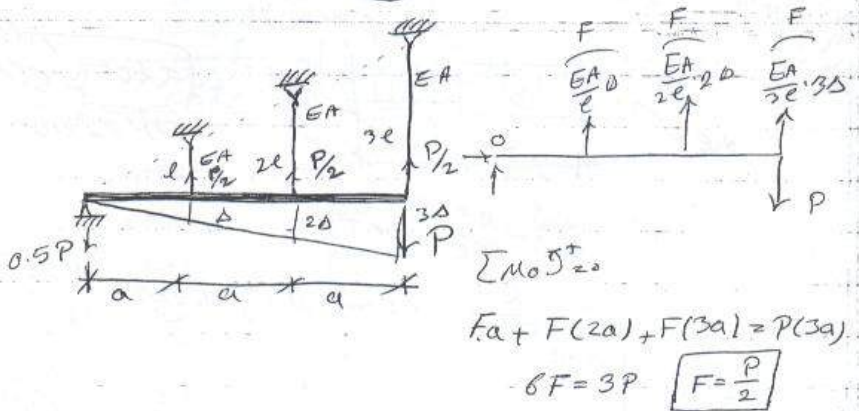
$$\sum M = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 + 1.5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 - 2\text{wa} \cdot 3 = 0 \Rightarrow 2\text{wa} = \frac{17}{3} \Rightarrow \text{wa} = \frac{17}{6} \approx 2.83$$

Final values:

- $F_1 = F_3 = 2\text{ kN}$
- $F_2 = 1.5\text{ kN}$
- $\text{wa} = 2.75$
- $\Delta = \frac{2\text{wa}}{5.5\text{ kN}}$

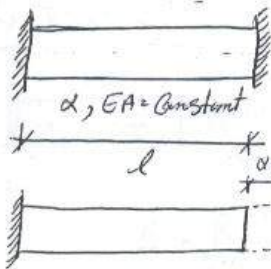


### III



چنانچه ضلع را به یک نوار  $\Delta T$  تبدیل کنیم متوجه می شویم که تغییرات

برای سیستم یکسان  
تحت اثر یک بار

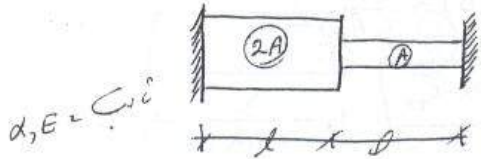


در آنجا که  $\Delta T$  تغییر می کند و  $R$  تغییر می کند  
در آنجا که  $\Delta T$  تغییر می کند و  $R$  تغییر می کند

$$\frac{Rl}{EA} = \alpha \Delta T \quad R = \alpha EA \Delta T$$

$$B = \frac{R}{A} = \alpha E \Delta T$$

\*\*\* در هر دو حالت تحت یک بار یکسان است

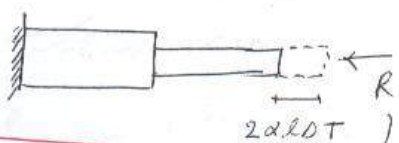


$$\delta_{max} = ?$$

$$\frac{Rl}{EA} + \frac{Rl}{2EA} = \alpha \Delta T$$

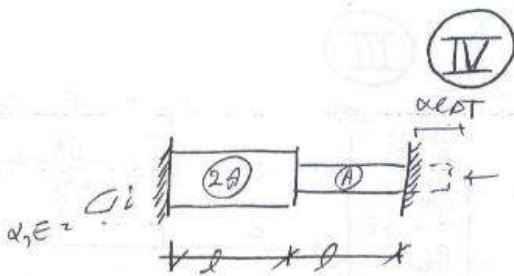
$$1.5 \frac{R}{EA} = \alpha \Delta T$$

$$R = \frac{4}{3} \alpha EA \Delta T$$



$$\delta_{max} = \frac{R}{A} = \frac{4}{3} \alpha E \Delta T$$

استنتاج 22 در هر دو حالت  $\delta_{max}$  یکسان است

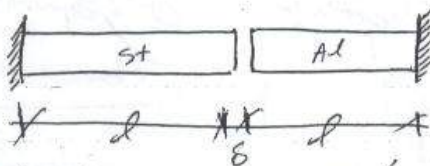


اگر نقطه میانی را به سمت راست حرکت دهیم  
 و به این ترتیب  $R$  را به سمت راست حرکت دهیم

$$\frac{R\ell}{EA} + \frac{R\ell}{2EA} = \alpha\ell\Delta T$$

$$1.5 \frac{R}{EA} = \alpha\ell\Delta T \Rightarrow R = \frac{2}{3} \alpha EA \Delta T \quad \left[ \delta = \frac{2}{3} \alpha \ell \Delta T \right]$$

اگر به سمت راست حرکت دهیم  
 و به این ترتیب  $R$  را به سمت راست حرکت دهیم



تغییر طول در هر دو بخش برابر است  
 و به این ترتیب  $\Delta T$  را حرکت دهیم

$$\alpha_s = \alpha_a$$

$$A_{st} = A_{al}$$

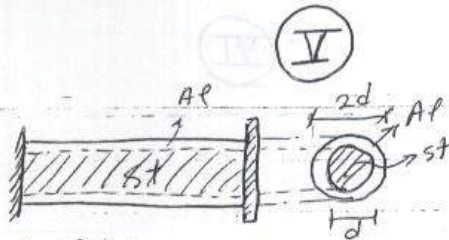
تغییر طول در هر دو بخش برابر است  
 و به این ترتیب  $\Delta T$  را حرکت دهیم

تغییر طول در هر دو بخش برابر است  
 و به این ترتیب  $\Delta T$  را حرکت دهیم

$$\Delta l_{st} = \alpha\ell\Delta T - \frac{R\ell}{E_s A_{st}}$$

$$\Delta l_{al} = \alpha\ell\Delta T - \frac{R\ell}{E_a A_{al}}$$

$$\Rightarrow \Delta l_{st} > \Delta l_{al}$$



رغبت منقش در این شکل  
 $\frac{Pl}{E_s A_s} + \frac{Pl}{E_c A_c} = \alpha \Delta T$   
 در این شکل  
 $\Delta T$

$$\alpha_{st} = 2\alpha_{al}$$

$$\alpha_{al} = \alpha_0$$

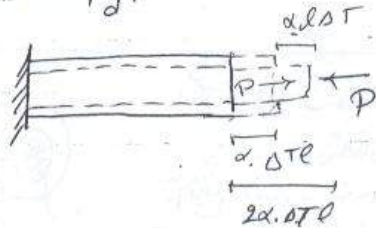
$$\alpha_{st} = 2\alpha_0$$

$$E_s = 3E_c = E_0$$

$$E_s = 3E_0$$

$$A_{st} + \frac{\pi d^2}{4} = A_0$$

$$A_{al} = \frac{\pi}{4} (4d^2 - d^2) = 3A_0$$

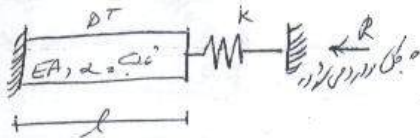


$$P \left( \frac{1}{3E_c A_c} + \frac{1}{3E_s A_s} \right) = \alpha \Delta T$$

$$P = \frac{3 \alpha \cdot E_0 \cdot A_0 \cdot \Delta T}{2}$$

$$\sigma_{st} = \frac{P}{A_{st}} = \frac{3 \alpha \cdot E_0 \cdot \Delta T}{2}$$

$A_0$



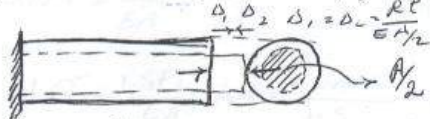
در این شکل  
 $\Delta T$   
 در این شکل  
 $\Delta T$

$$\frac{R}{k} + \frac{Rl}{EA} = \alpha \Delta T$$

$$R = \frac{\alpha \Delta T}{\frac{1}{k} + \frac{l}{EA}}$$

؟

در این شکل  
 $\Delta T$   
 در این شکل  
 $\Delta T$



$$\frac{Rl}{EA_2} \times 2 = \alpha \Delta T$$

؟

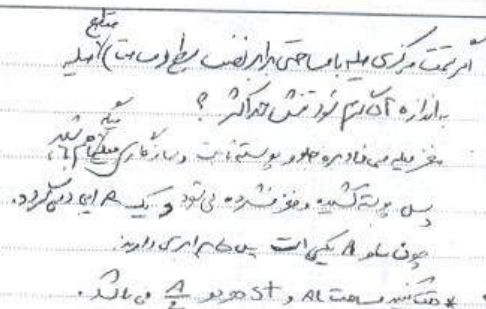
$$\frac{4R}{EA} = \alpha \Delta T$$

$$R = 0.25 \alpha EA \Delta T$$

$$\alpha \Delta T = \frac{R \cdot l}{EA_2} = \alpha \Delta T = \frac{R \cdot l}{EA_2}$$

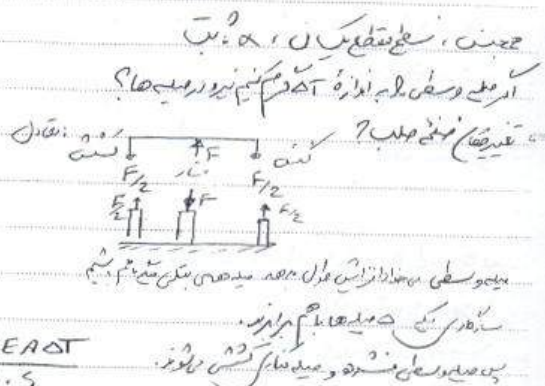
$$\sigma_{max} = \frac{R}{A_2} = 0.5 \alpha EA \Delta T$$

$$\frac{2 \times 0.25 \alpha EA \Delta T}{EA} = 0.5 \alpha \Delta T$$



$$\frac{4R}{EA} \propto \Delta T \rightarrow R = 0.25 \propto EA \Delta T$$

$$\Delta s \propto L \Delta T - \frac{R \cdot L}{E \frac{A}{2}} \propto L \Delta T - \frac{2 \times 0.25 \propto E \Delta T L}{EA} \propto 0.5 \propto L \Delta T$$

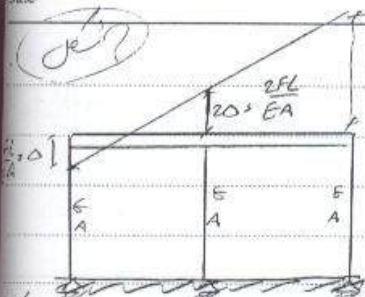


$$\Delta L \propto \frac{1.5 F L}{EA} \rightarrow F_s \propto \frac{EA \Delta T}{1.5}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} = \frac{2}{3} \alpha E \Delta T$$

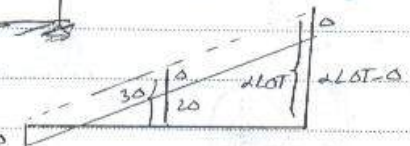
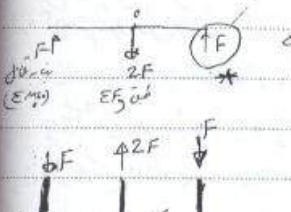
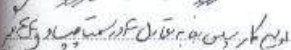
$$\Delta L = \frac{F}{E} \cdot \frac{L}{A} \cdot \Delta T$$

*(Signature)*



2LOF  $\left( \frac{FL}{EA} \right)$

در سینه است راسته را به اندازه ۵۲ م از سینه  
آن سینه که منتهی شود او است طول هر عدد سینه که از  
چون سینه تا صغیر است این نیز ولایت فکرت و قیاس  
توسعه از حدت و حب چون سینه راسته را به اندازه ۵۲ م از سینه  
عینه است



$$3\Delta = \frac{2L\Delta T}{2}$$

$$O, \frac{\alpha L \Delta T}{G}$$

Underpin, 2f, LEAST  
3

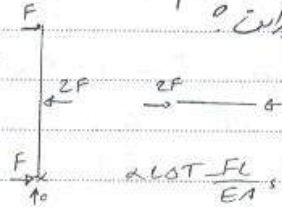
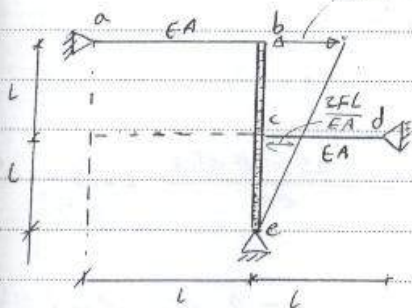
$$\frac{FL}{EA} \cdot \frac{5 \Delta}{2} = \frac{2 L \Delta}{6}$$

$$F_s \propto EA \Delta T$$

آن میله که به واسطه آنرا این طول به دست می آید (نرم) سفت آن می شود و آن میله چون میله ای که نرم می شود آن را در دو جهت از مرکز F به سمت راست و چپ می کشیم. این کشش و طول به واسطه آن کشش و طول میله در جهت راست و چپ از مرکز F به سمت راست و چپ می کشیم. این کشش و طول به واسطه آن کشش و طول میله در جهت راست و چپ از مرکز F به سمت راست و چپ می کشیم.

در میله AB به اندازه  $\Delta T$  نرم می شود و آنرا در دو جهت راست و چپ می کشیم. این کشش و طول به واسطه آن کشش و طول میله در جهت راست و چپ از مرکز F به سمت راست و چپ می کشیم.

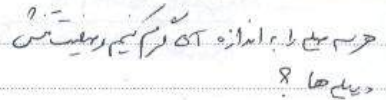
این کشش و طول به واسطه آن کشش و طول میله در جهت راست و چپ از مرکز F به سمت راست و چپ می کشیم.



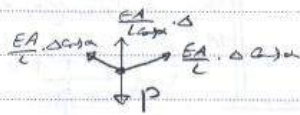
$$2 \times \text{LOT} \frac{FL}{EA} = 2 \times \frac{2FL}{EA}$$

5FL 2 LOT  
EA

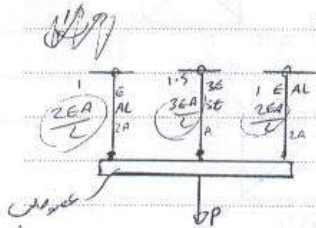
$$F = 0.2 \text{ kN}$$

[illegible]

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{GA}{L} \Delta C_D \alpha \times 2 + \frac{EA}{L C_{D \alpha}} \Delta \neq P$$

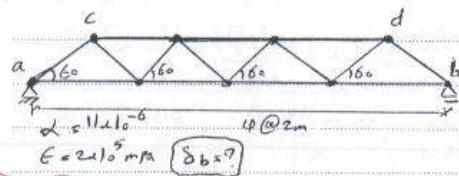


سوال ۸۶ «آیت الکرسی» \* حینِ حلیہ



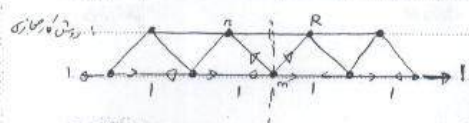
$\frac{1}{3} \cdot 5P = \frac{5P}{3}$       $\frac{1 \cdot 5P}{3 \cdot 5} = \frac{P}{3}$       $\frac{3P}{3 \cdot 5} = \frac{P}{5}$

نیر - نند - نند



جایگاه خط ۵ با هزاره ۲۰۰۰ و غیره در جدول است  
که در این جدول می توانیم  
به سبب صحت و درستی آن  
معااینه کنیم و این کار را می توانیم

$$S_b = 4 \times L O T = 4 \times (11 \times 10^{-6}) \times (2) \times (2) \times 1000 = 176$$



$$1.286 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

\* بنام اهل کشتی و بنام قابل کشتن فرشته بن قابل و کتاب دعاها  
مقامه نیکو بین نور و عفو حضرت

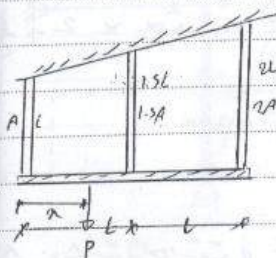


$$\frac{F_1}{F_2}, ?$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{EA}{L_1} \cdot 1.5000 \mu}{\frac{EA}{L_2} \cdot 0.0002} = 1.512 \rightarrow 1.512 \cdot \frac{1}{3} = 0.504$$

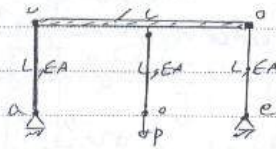


$$\Delta \approx f_{y50} \rightarrow \left( \frac{3}{11} \right) P$$



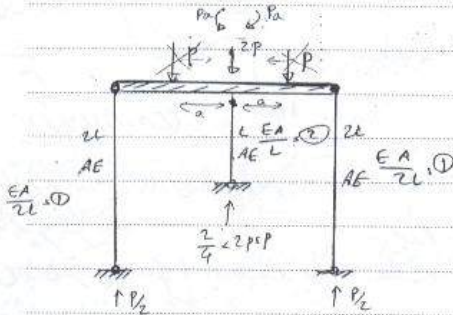
وقت پاپی - زمانہ کے لئے طر ف سے  
میں نے دیکھا کہ آواز کی تاروں میں

$$\frac{EA^2}{\cos} \rightarrow K \sin^2$$

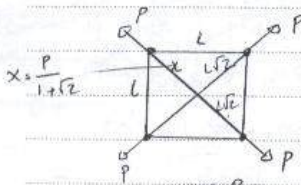


نیروی محوری در هر یک از اعضا bcd

$\delta = \frac{PL}{EI} + \frac{P_2 L}{EI} = \frac{1.5 PL}{EI}$



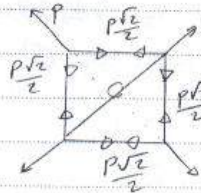
نیروی در هر یک از اعضا



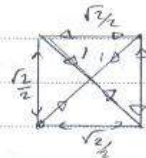
$EI = \text{constant}$

در هر یک از اعضا

$\delta = \Delta + X \delta$



$X$



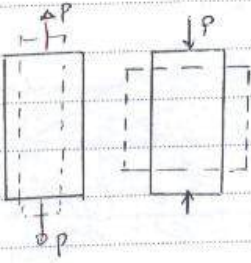
$$\delta = \sum \frac{U^2 L}{EI} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 L \times 4}{EI} + \frac{1^2 \times L \sqrt{2} \times 2}{EI} = \frac{2(1+\sqrt{2})L}{EI}$$

$$\delta' = \sum \frac{U \delta}{EI} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{P \sqrt{2}}{2} \times L \times 4 = \frac{-2PL}{EI}$$

$$0 = \frac{-2PL}{EI} + X \left( \frac{2(1+\sqrt{2})L}{EI} \right)$$

$$X = \frac{P}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \times (\sqrt{2}-1) P$$

ضریب پارسون، روابط عمیق، بسته جوی:



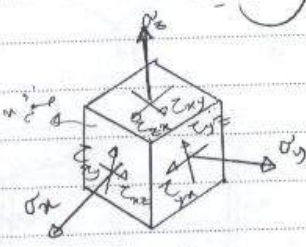
در اکثر نسبت شدن انقباض جانبی و انبساط عمودی دارد.  
در اکثر نسبت شدن انبساط جانبی و انقباض عمودی دارد.  
خاصیت انقباض، انبساط جانبی را خاصیت پارسون می گویند.

$$\gamma = \left| \frac{\text{کاهش جانبی}}{\text{کاهش عمودی}} \right| = \text{ضریب پارسون}$$

$$0.5 < \gamma < 0.9 \quad \text{معمولاً بین این دو در پی می آید}$$

حجم تراکم در (استحباب)      حجم انقباض

کرنش عمودی در ابتدا خفیف و ایجاب می کند دو کرنش جانبی در جهت عمود بر راست افغان نیرو.  
روابط کرنش عمودی



اینکه  
نسبت کرنش عمودی را لا ایجاب کند هیچ فشاری در یک عمود  
هر تنش ای در راستای خود کرنش عمودی ایجاب می کند.

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \gamma \frac{\sigma_y}{E} - \gamma \frac{\sigma_z}{E}$$

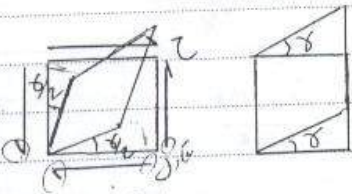
کشش  
فشار

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \gamma \sigma_y - \gamma \sigma_z) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \gamma \sigma_x - \gamma \sigma_z) + \alpha \Delta T \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \gamma \sigma_x - \gamma \sigma_y) + \alpha \Delta T \end{aligned} \right.$$

نسبت چون به هم می آید و از آن پس این.

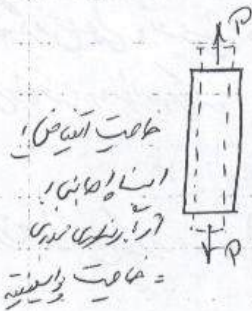
$$\epsilon = \frac{\alpha \Delta T}{\gamma} = \alpha \Delta T$$

در یک کرنش عمودی



G: مدول کرنش، مدول برشی، مدول برش

PCO       $\gamma = G$



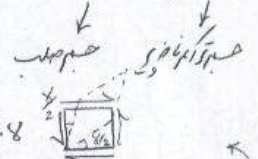
$$\sigma = \frac{P}{A}$$



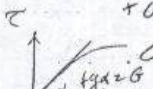
= ضریب پارسون روابط به هم وابسته خورد :

$$\nu = \left| \frac{\text{کاهش طول}}{\text{توسعه عرض}} \right| = \frac{\epsilon_{\text{transverse}}}{\epsilon_{\text{longitudinal}}}$$

$$0 < \nu < 0.5$$



حالت تنش در یک جسم (حالت تنش)



+ کشش  
- فشار

توسعه عرضی در یک جسم تحت تنش طولی

این خاصیت را ضریب پارسون می نامند :

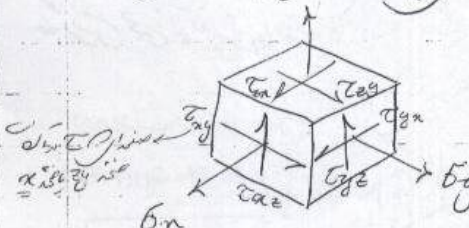
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z] + \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x - \nu \sigma_z] + \alpha \Delta T$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu \sigma_x - \nu \sigma_y] + \alpha \Delta T$$

نکته :



$$\epsilon = \frac{\alpha \Delta T}{1} = \alpha \Delta T$$

$$\begin{cases} \tau_{xy} = G \gamma_{xy} \\ \tau_{yz} = G \gamma_{yz} \\ \tau_{zx} = G \gamma_{zx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \tau_{yx} \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} \end{cases}$$

= ضریب پارسون، ν، E، G

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$0 < \nu < 0.5$$

$$1 < 1+\nu < 1.5$$

$$2 < 2(1+\nu) < 3$$

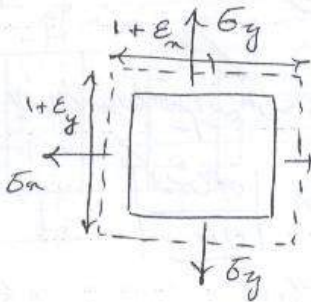
$$2 < \frac{E}{G} < 3$$

در یک ماده اگر ضریب پارسون را بدانیم می توانیم ضریب مدول را پیدا کنیم

ماده 2.5 ضریب پارسون دارد و 2.5 ضریب مدول دارد

ماده 2.5 ضریب پارسون دارد و 2.5 ضریب مدول دارد

II



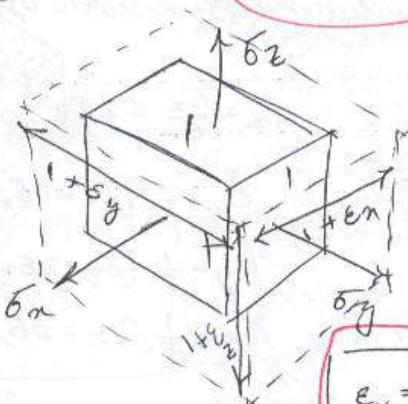
گرفتاری طولی: تغییر طول واحد طولی:  $\epsilon_A$

تغییر طولی واحد طولی:  $\epsilon_A = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y) - 1$

تغییر طولی واحد طولی:  $\epsilon_A = \epsilon_x + \epsilon_y$

تغییر طولی واحد طولی:  $\epsilon_A = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y) + \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu \sigma_x) + 2\alpha \Delta T$

تغییر طولی واحد طولی:  $\epsilon_A = \frac{1 - \nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + 2\alpha \Delta T$



گرفتاری حجمی: تغییر حجم واحد حجمی:  $\epsilon_V$

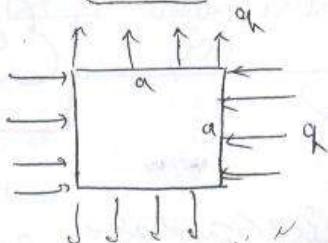
تغییر حجم واحد حجمی:  $\epsilon_V = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) - 1$

تغییر حجم واحد حجمی:  $\epsilon_V = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$

تغییر حجم واحد حجمی:  $\epsilon_V = \frac{1 - 2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + 3\alpha \Delta T$

نکته: اگر  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  و  $\sigma_z$  را با هم جمع کنیم و  $\epsilon_x$  و  $\epsilon_y$  و  $\epsilon_z$  را با هم جمع کنیم، داریم:

$1 - 2\nu > 0 \rightarrow \nu < 0.5$



مثال:  $\Delta A$

$\Delta A = \epsilon_A A_0 = \frac{1 - \nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) A$

$\Delta A = \frac{1 - 0.25}{100 \text{ k}} [-24 + 24] = 0$

$\Delta A = \frac{1 - 0.25}{100 \text{ k}} [-24 + 24] \times a^2 = 0$

$\Delta A = \frac{-0.75 \text{ kN}}{100 \text{ k}} = -0.0075 \text{ kN} = -\frac{0.75}{100} \text{ kN}$

$E = 100 \text{ k}$   
 $\nu = 0.25$



«تأثیر یک ضلع»

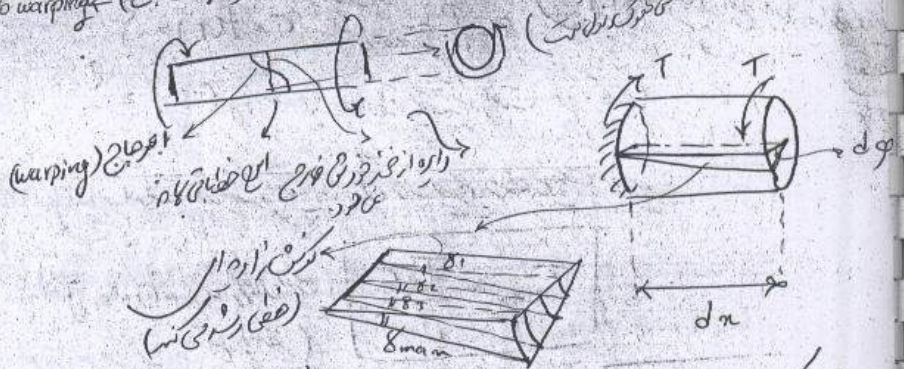
86/10/13

(I) (II)

همیشه: Torsion

- ۱- ضلع ممکن را برآورد باشد (آشوبش میزهاست و این را می توانیم در یک خط مستقیم قرار دهیم)
- ۲- خطی را بکشیم و آن را برآورد ضلع
- ۳- یک خط را تغییر شکل دهیم (همین خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)
- ۴- ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)

۵- ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)



- ۵- اگر ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)
- ۶- ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)
- ۷- ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)
- ۸- ضلع را در یک خط مستقیم قرار دهیم (این خط را که در خط اول کشیده بودیم و آن را تغییر شکل دهیم)



# پیش : Torsion

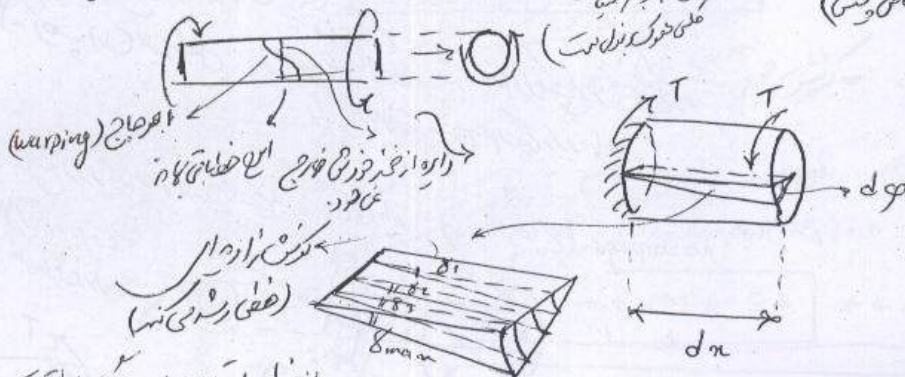
«توت صالح»

۱- مصالح چگن و آبرورب باشند

۲- خطی را جای برون و سار مصالح

۳- رص برون تغییر شکل : (اضعی در لایه سب که در لایه رص برون تغییر شکل دهی گنای نیست به خرم هم بستی در رص)

۴- مصالح که در رص بعد از بعضی سطح باقی می ماندند : (عمر احواج) No warping



۵- گونش زاویه از لایه در حمله به حدت فضای اراضی می آید

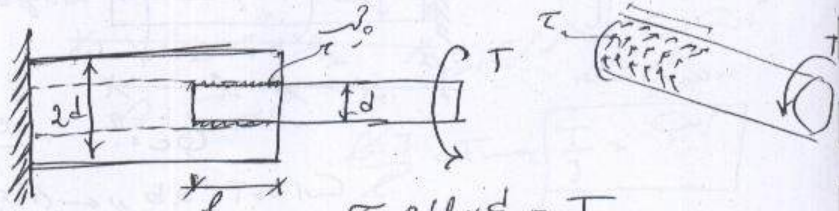
۶- تنگی برقی



«توت صالح»

IV

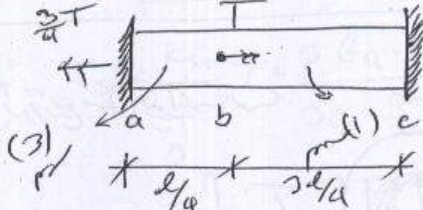
اگر تنش مجاز (رابطه)  $\tau$  باشد.  $\phi$  تغییر زاویه است و  $T$  تیر از تیر  $T$  انتقال دهد.



تغییر زاویه در یک تیر  
 $\tau \cdot \pi d l \times \frac{d}{2} = T$   
 از طرف دیگر  
 $\tau = \frac{T}{\pi d^2 l}$

$$\phi = \frac{2T}{\pi d^2 l}$$

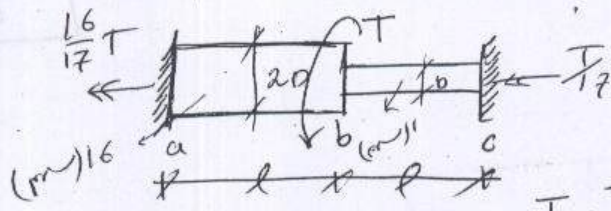
سیستم را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:



بجای:  $T_a$   
 تغییر زاویه در هر یک از دو قسمت  
 اگر از هر دو قسمت تغییر زاویه در هر یک از دو قسمت

(3)  $\phi_a = \phi_b = \phi_c$   
 $\phi = \frac{T \cdot l}{G \cdot J}$   
 تغییر زاویه در هر یک از دو قسمت

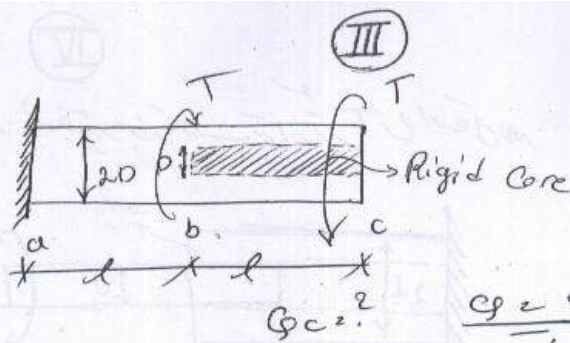
$$\phi_a = \phi_b = \phi_c = \frac{3/4 T \cdot l/4}{G \cdot J} = \frac{3Tl}{16GJ}$$



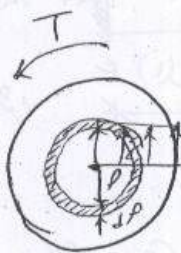
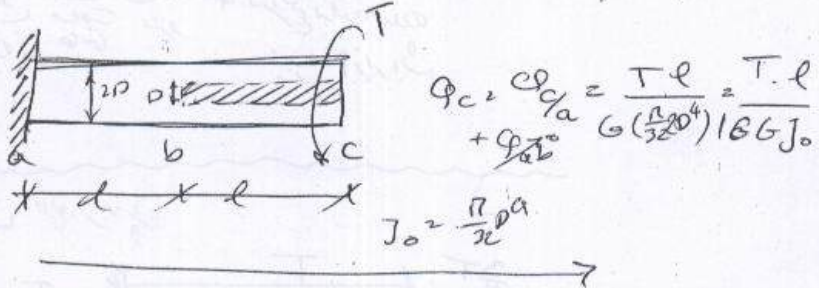
$\phi_a = \phi_b = \phi_c$   
 $T_a, T_c?$

$$J_{ab} = 16 J_{bc}$$

$\tau = \frac{T \cdot r}{J}$   
 اگر  $\tau$  در هر یک از دو قسمت



$$\phi_c = 0 \quad \text{at } b \quad \text{and } c \quad \text{and } \phi_c = 0 \quad \text{at } c$$



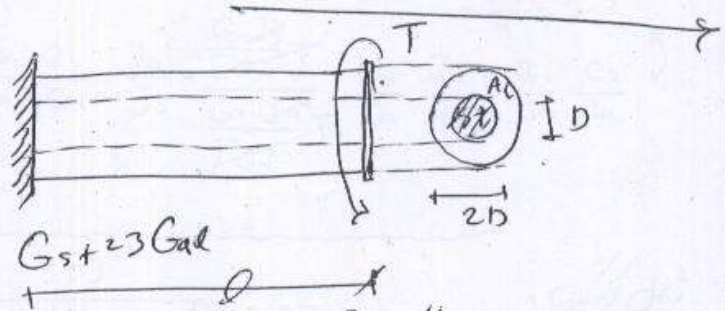
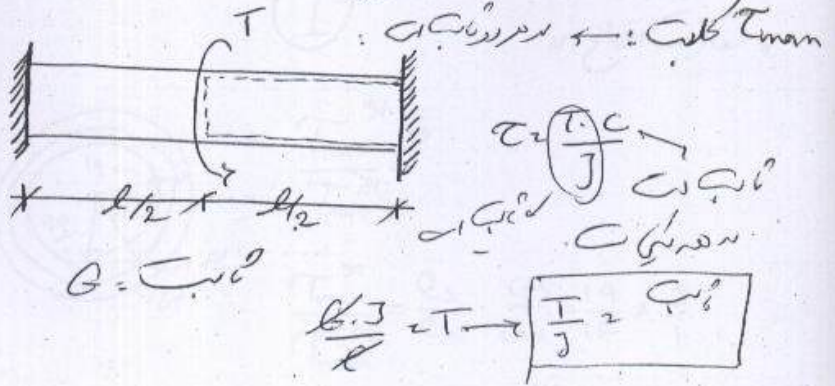
استفاده از اصل برابری تغییرات طول

$$T_2 \int_0^c \tau \cdot 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho \cdot \rho = 2\pi \tau \int_0^c \rho^2 d\rho$$

(تغییرات طول)

$$\tau = \frac{3T}{2\pi c^3}$$

(V)



$$T_{st} + \frac{k_{st}}{\sum k} T = \frac{3 G_a \cdot \frac{\pi}{32} D^4}{3 G_a \cdot \frac{\pi}{32} D^4 + G_a \frac{\pi}{32} (2D^4 - D^4)} \cdot T = \frac{3}{3+5} T$$

$$= \frac{T}{6} \times 100 \approx 16.7\%$$

86/10/20

(I)

« مقادیر استخوان »



$$G_{st} = 3 G_{al}$$

در این

$$\frac{T_{max}^{st}}{T_{max}^{AL}} = ?$$

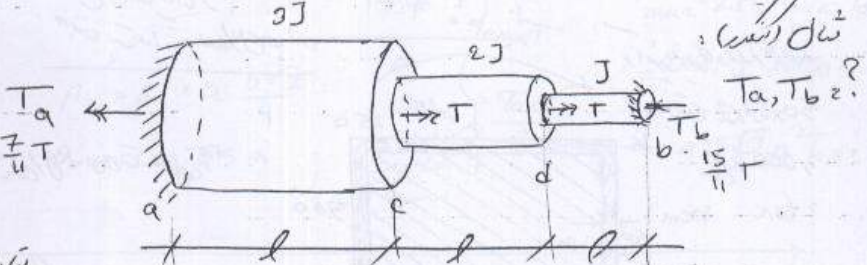
$$\frac{T_{max}^{st}}{T_{max}^{AL}} = \frac{Q_s}{C_{al}} \cdot \frac{G_s}{G_{al}} = \frac{14}{12} \times \frac{3}{1}$$

$$= \frac{14}{4} = 3.5$$

$$T = \frac{T_c}{J}$$

$$\frac{T_s}{T_{al}} = \frac{T_s}{T_{al}} \cdot \frac{Q_s}{C_{al}} \cdot \frac{J_a}{J_s} = \frac{G_s J_s}{G_{al} J_{al}} \cdot \frac{Q_s}{C_{al}} \cdot \frac{J_a}{J_s} = \frac{G_s}{G_{al}} \cdot \frac{Q_s}{C_{al}} \cdot \frac{J_a}{J_s}$$

در این



$$\frac{T_a \cdot l}{3GJ} + \frac{(T_a - T)l}{2GJ} + \frac{(T - T_b)l}{GJ} = 0$$

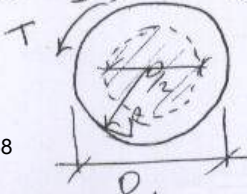
$$2T_a + 3T_a - 3T + 6T - 12T_b = 0$$

$$11T_a + 15T_b = 0 \quad \boxed{T_a = \frac{15}{11}T_b}$$

$$T_a + T_b = 2T$$

$$T_b = 2T - \frac{15}{11}T = \frac{7}{11}T \quad \boxed{T = \frac{11}{7}T_b}$$

مثال: تحت راجع به یک دایره، دایره‌ای که در آن یک دایره کوچک‌تر قرار دارد. (در این مثال، دایره کوچک‌تر در مرکز دایره بزرگ‌تر قرار دارد.)



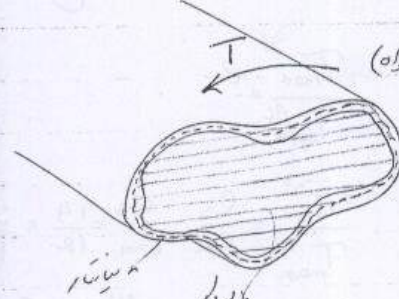
$$T = \frac{J'}{J} T' = \frac{\frac{\pi}{32} \left(\frac{D}{2}\right)^4}{\frac{\pi}{32} D^4} T' = \frac{1}{16} T'$$

II

$$\tau = \frac{T}{2A_t} \quad J = \frac{4A_t^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

= مقاطع جدار نازک است: (جدار نازک - شکل در نگاه)

شماره: جدار نازک در طول محور قرار دارد



Torsional Area

$$T = \frac{T}{2A_t} t$$

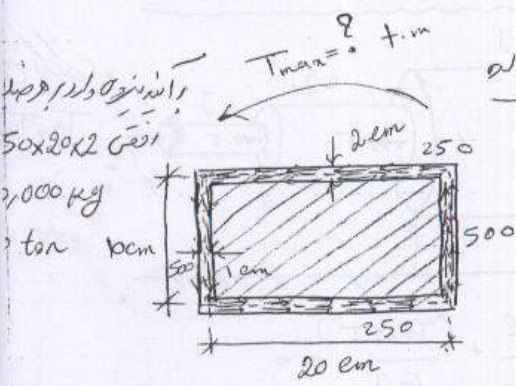
طول جدار نازک

۱- در هر نقطه تنش در طول جدار یکسان است.

۲- در طول جدار تنش هم جهت است: جهت T است.

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot J} \quad J = \frac{4A_t^2}{\oint \frac{ds}{t}}$$

محور طول جدار نازک



شماره:  $T_{all} = 500 \text{ kg/cm}^2$

تغییر تنش در طول جدار

$$T_{max} = 2 \times 200 \times 1 \times 500 = 200,000 \text{ kg/cm}^2$$

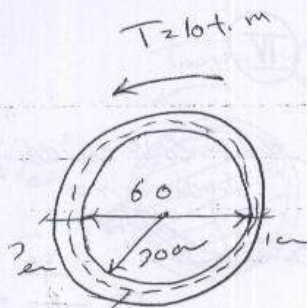
= 2 t.m

$$T_{max} = T_{all}$$

$$\frac{T_{max}}{2A_t \cdot t_{min}} = T_{all}$$

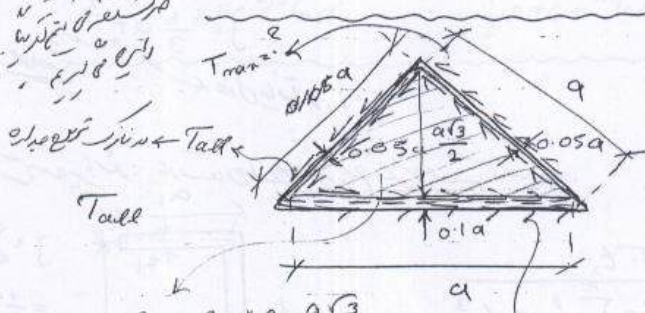
$$T_{max} = 2A_t \cdot t_{min} \cdot T_{all}$$

$$J = \frac{4A_t^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4(200)^2}{\frac{20}{2} \times 2 + \frac{10}{1} \times 2} = 4000 \text{ cm}^4$$



$$T_{max} = \frac{T}{2A_f \cdot t_{min}} = \frac{10 \times 10^5}{2 \times \pi (31)^2 \times 1}$$

بیشترین تنش در مرکز است  
در نقطه ای که دور از مرکز است  
تنش کم می شود



$$T_{max} = T_{all}$$

$$\frac{T_{max}}{2A_f \cdot t_{min}} = T_{all}$$

$$T_{max} = 2A_f \cdot t_{min} \cdot T_{all} = 2 \times a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \times 0.05a \cdot T_{all} = 0.025\sqrt{3} a^2 T_{all} = \frac{\sqrt{3}}{40} a^2 T_{all}$$

$$A_f = 2 \times a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$t_{min} = 0.05a$$

نقطه ای که دور از مرکز است  
تنش کم می شود

شکل های مختلف مقاطع: I, T, C, L

مقاومت در برابر بارهای مختلف:  $T_{max} = \frac{T}{\alpha \beta b^2}$

مقاومت در برابر بارهای مختلف

$$\varphi = \frac{T \cdot d}{G \cdot J}$$

$$J = \beta \alpha b^3$$

| $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ |
|----------|---------|----------|
| 1        | 1       | 1        |
| 1        | 1       | 1        |

$$2 \times b^2 \cdot t \cdot T$$

$$\frac{1}{3} 2b^2 \cdot T$$

$$\frac{2b^2 \cdot T}{3 \cdot b^2 \cdot T} = \frac{3b}{T}$$

IV

نکته: اگر  $\frac{a}{b}$  برابر ۱۰ یا بیشتر  $\alpha$ ,  $\beta$  نسبت ۵ باشد (معمولاً نسبت ۵ تا ۱۰)

$$\text{لی } \alpha, \beta = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{b} \rightarrow 10$$



$$T = \frac{T}{\frac{1}{3}at^2} = \frac{T \cdot t}{\frac{1}{3}at^3} = \frac{T \cdot t}{J}$$

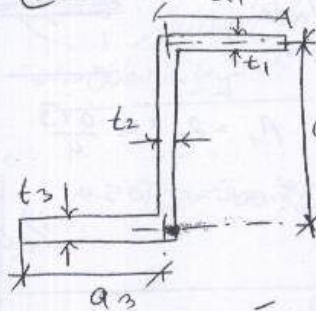
$$J = \frac{1}{3}at^3$$

ضریب تقویت ←

اگرچه مستطی باشد: اگرچه از اصل توزیع تنش بیگانه است:

$$T = \frac{T \cdot t_i}{J} = \frac{T \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{3} a_i t_i^3}$$

$$\phi = \frac{T \cdot t}{GJ}$$



$$J = \sum \frac{1}{3} a_i t_i^3$$

$$= \frac{1}{3} a_1 t_1^3 + \frac{1}{3} a_2 t_2^3 + \frac{1}{3} a_3 t_3^3$$

بالای سطح مقطع بین  $T_{max}$  و  $T_{min}$  است. در این حالت  $T_{max}$  و  $T_{min}$  در دو طرف مقطع قرار می‌گیرد.

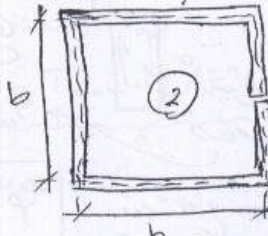
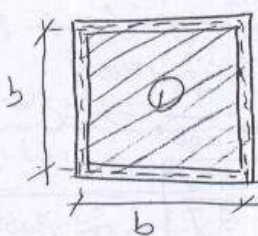
مثال:  $T_{max}$  و  $T_{min}$

$$T_{max} = T_{all}$$

$$\frac{T_{max}}{2A_T \cdot t} = T_{all}$$

$$T_{max} = 2A_T \cdot t \cdot T_{all}$$

$$= 2b^2 + T_{all}$$



$$\frac{T_{max}}{T_{min}} =$$

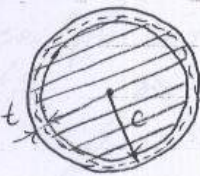
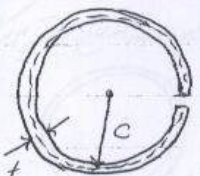
$$\frac{2b^2 T_{all}}{\frac{4}{3} b t^2 T_{all}} = \frac{2 \cdot 5 \cdot b}{4 \cdot t}$$

$$T_{max} = T_{all}$$

$$\frac{T_{max} \cdot t}{J} = \frac{T_{max}}{\frac{1}{3} a t^2} = T_{all}$$

$$T_{max} = \frac{4}{3} b t^2 T_{all}$$

درست‌ترین روش در محاسبه است

$T_{max} = T_{all}$   
 $\frac{T_{max}}{A_t \cdot t} = T_{all}$   
 $\Rightarrow T_{max} = 2A_t \cdot t \cdot T_{all}$   
 $= 2\pi c^2 t T_{all}$

$T_{max} = \frac{1}{3} \pi c^2 T_{all}$   
 $= \frac{1}{3} 2\pi c t^2 T_{all}$

$\frac{T_{max}}{T_{all}} = \frac{2\pi c^2 t T_{all}}{\frac{1}{3} 2\pi c t^2 T_{all}}$   
 $= \frac{3c}{t}$

---

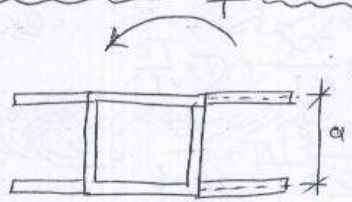
۱۳۰۱۰۲۴

مقاومت مصالح

(I)

مقاومت مصالح

محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی



ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی

Le Constant

$\times a \times a \times a \times$

مقاومت مصالح

محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی

$$J_{Box} = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4(a^2)^2}{\frac{4a}{t}} = a^3 t$$

$$= \frac{1}{3} a t^3 \quad T = \frac{3a^2}{3a^2 + 4t^2} T$$

محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی

$$G_s = 8 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$G_c = 8 \times 10^4 \text{ N}$$

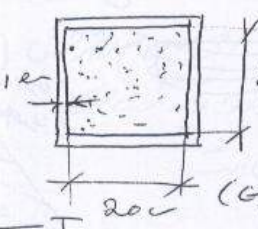
$$\left( \frac{a}{b} = 1 \quad \alpha = 0.14 \right)$$

$$T_c = \frac{(GJ)_c}{(GJ)_T} = \frac{256 \times 10^7}{256 \times 10^7 + 2 \times 21 \times 10^5} T$$

$$= \frac{256}{256 + 640} T = \frac{260}{900} T$$

محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی

محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی



محاسبه ضریب انتقال بر اساس شکل هندسی

$$(GJ)_c = 8 \times 10^4 \times a b^3 = 8 \times 10^4 \times 0.2 \times 20^3 = 16 \times 10^7$$

$$= 256 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

$$(GJ)_T = 8 \times 10^5 \times \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} = 8 \times 10^5 \times \frac{21 \times 4}{4 \times 21} = 16 \times 10^7$$

II

$$T_{max} = \frac{T}{C \alpha a b^2} = \frac{13}{45 \times 10 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{0.14 \times 203}$$

نشان منحنی max

= مجموع نیروی تنش =

$$\left. \begin{aligned} J &= \frac{\pi}{32} d^4 \quad \varphi = \frac{T \ell}{G J} \quad \tau = \frac{T \rho}{J} \\ J &= \frac{4 A_T^2}{\oint \frac{ds}{t}} \quad \varphi = \frac{T \ell}{G J} \quad \tau = \frac{T}{2 A_T t} \\ J &= \sum \alpha t^3 \quad \varphi = \frac{T \ell}{G J} \quad \tau = \frac{T \cdot t}{J} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{سطوح دایره ای} \\ \text{سطوح مستطین} \\ \text{نوار} \end{array}$$

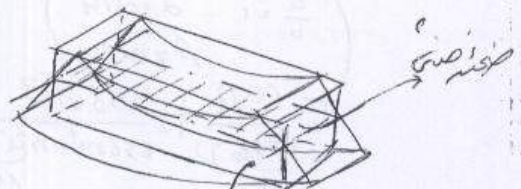
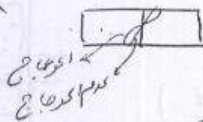
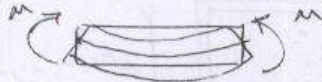
میان

= بخش حاصل : نیروی کششی در مقطع حفره خالی (در هر دو طرف)

Pure Bending

- ۱- تنش و انحراف در یک سطح
- ۲- الاستیک بودن و انحراف
- ۳- کشش و برش

مضامین خفیه - ۴- سطح کار بر روی تیر کشش سطح با هم مانده (عدم انحراف) (عدم انحراف)

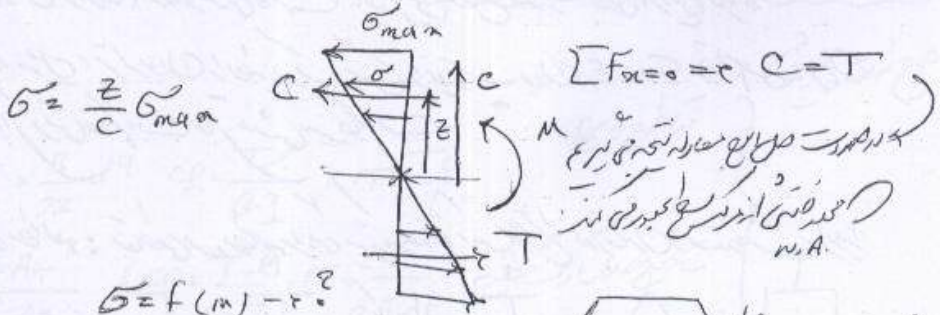


44 ← محاسبه تنش (تقاطع) در آن تنش در لایه چرخه - تنش در آن

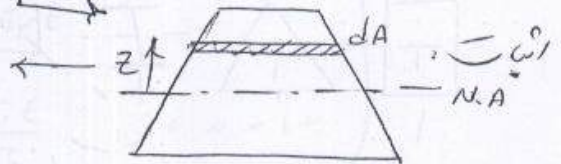


IV

۱- روش مستقیم:  $N.A = ?$   
 ۲- رابطه  $\sigma$  با  $M$  چیست:  $\sigma = f(M)$



$\sigma = f(M) - ?$   
 $M = \sum \sigma dA \cdot z$



$$\int \sigma dA \cdot z = M$$

$$M = \int \frac{z}{c} \sigma_{max} dA \cdot z$$

$$0 = \int \sigma dA - \int \frac{z}{c} \sigma_{max} dA \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma_{max}}{c} \int z^2 dA = \frac{M}{c}$$

$$\frac{\sigma_{max}}{c} \int z^2 dA = 0$$

$\int z^2 dA = I$

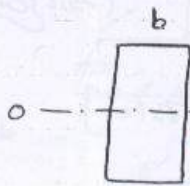
نشر سطح  
 و  $\sigma$  در صورتی که از هم دور شود

$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot c}{I} \Rightarrow \sigma = \frac{M \cdot z}{I}$$

۸۳/۱۰/۲۴

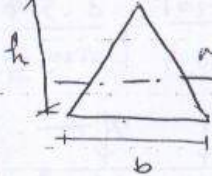
(I)

محاسبه I: (مانند اینها)



$$I_0 = \frac{1}{12} b h^3$$

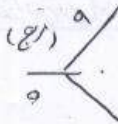
$$I = \int z^2 dA$$



$$\frac{1}{36} b h^3 = I_0$$



$$I_0 = \frac{\pi}{4} R^4$$



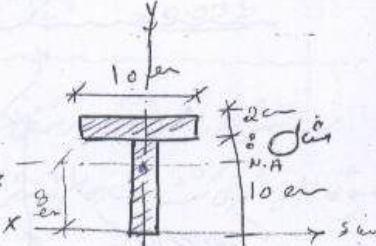
$$\frac{1}{12} a^4 = I_0$$

در سایر حالات از قضیه موربرگ استفاده می‌کنیم:

$$I_{N.A} = \sum I_0 + A d^2$$

مساحت

فاصله موربرگ از N.A



$I_x, I_y$

$I = I_{min}, I_{max}$

محاسبه I در مورد محورهای موازی با محورهای اصلی

$$I_x = \frac{1}{12} [10 \times 2^3 + 2 \times 10^3] + 20 (11-8)^2 + 20 (5-8)^2$$

$$I_x = \frac{2080}{12} + 360 = 533 \text{ cm}^4$$

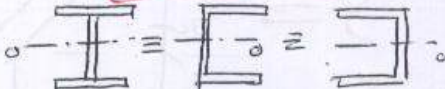
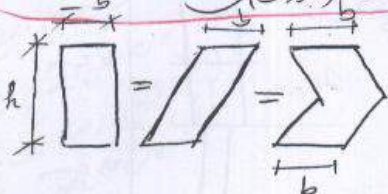
$$\bar{y} = \frac{\sum A \cdot \bar{y}}{\sum A} = \frac{20 \times 11 + 20 \times 5}{40}$$

$$= \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$I_y = \frac{1}{12} [10^3 \times 2 + 10 \times 2^3] = \frac{2080}{12} = 173 \text{ cm}^4$$

نکته: می‌توان اینها را به Section با محورهای موازی با محورهای اصلی محاسبه کرد.

می‌تواند: (محور موازی محورهای اصلی)



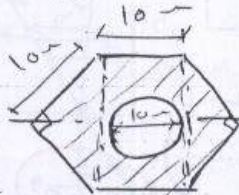
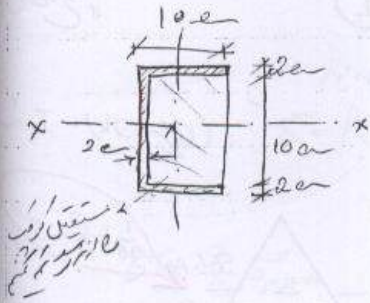
محورهای موازی با محورهای اصلی

II

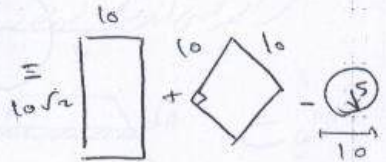
محال اني افسح؟ (مستوى راند)

$$I_{max} = I_{x-x}$$

$$I_x = \frac{1}{12} [10 \times 14^3 - 8 \times 10^3]$$

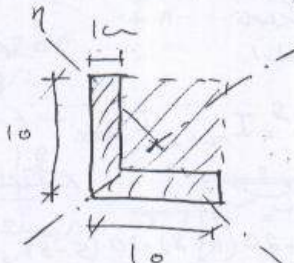


\*\*\* محال اني افسح \*\*\*



$$I = \frac{1}{12} [10 \times (10\sqrt{2})^3 + 10^4] - \frac{\pi}{4} \times 5^4$$

$$= \frac{(1+2\sqrt{2})10^4}{12} - \frac{625\pi}{4}$$

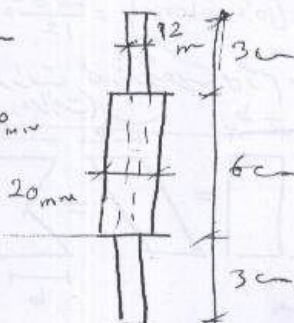
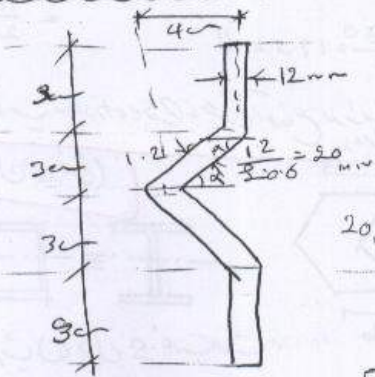


$$I_{max} = ?$$

شال  
VV

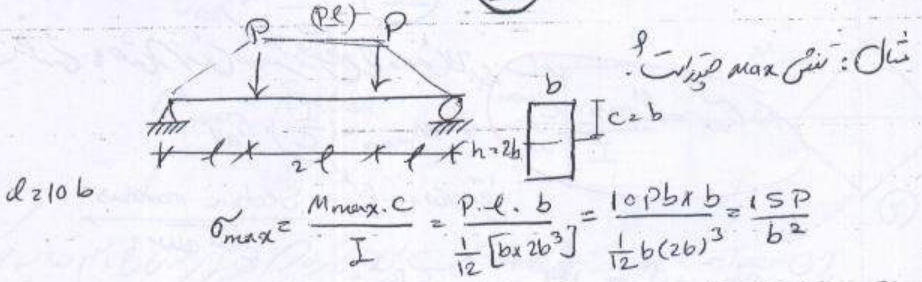
$$I_x = I_{max}^2 \frac{1}{12} [10^4 - 9^4] = \frac{(100-81)(100+81)}{12}$$

$$= \frac{19 \times 181}{12} = \frac{20 \times 180}{12} = 300 \text{ cm}^4$$



شال  
VV

$$I_x = \frac{1}{12} [1.2 \times 12^3 + 0.8 \times 6^3] = 0.1 \times 12^3 + 0.8 \times 18$$



$$E = 10^4 \frac{P}{b^2}$$

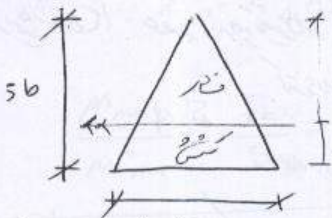
$$\sigma_{max} = E \cdot \epsilon_{(i-j)}$$

$$\Delta_{ij} = \epsilon \times (\text{طول}) = \frac{\sigma_{max}}{E} \times 2l = \frac{15 P}{b^2} \times 20b = 30 P \times 10^4$$

$$\frac{10^4 P}{b^2} = 0.03 b$$

نسبت تنش مجاز به تنش حقیقی باید باشد تا سطح احوال گردد (2)

\*\*\* باید تنش کششی در تمامه تنش مجاز باشد ← منفرجه احوال



\* چون هندرت کشش در اوج است

سین کشش در اوج است

سین کشش در اوج است

تنش کشش مجاز باشد

ط / کشش حقیقی

$$\frac{\sigma_{max} c}{\sigma_{all} c} = \frac{\sigma_{all} c}{\sigma_{all} c}$$

$$\frac{\sigma_{max} c}{\sigma_{all} c} = \frac{\sigma_{all} c}{\sigma_{all} c}$$

کشش حقیقی در اوج است  
کشش حقیقی در اوج است  
کشش حقیقی در اوج است  
کشش حقیقی در اوج است

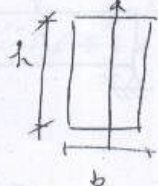
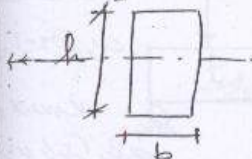
# IV

شرایط خمشی: ضربه ای در انتهای مقطع و در بین آن برساند

$$\sigma_{all} = \frac{M_{max} \cdot c}{I} \rightarrow M_{max} = \left( \frac{I}{c} \right) \cdot \sigma_{all}$$

Section modulus  
"معدل مقطع"

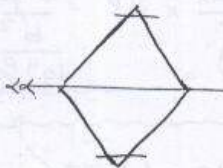
$$S = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{b h^2}{6}$$



$$c = \frac{h}{2} \rightarrow S = \frac{b h^2}{6}$$

برای تعیین ضربه ای که در انتهای I می افتد

شکل: در انتهای مقطع خمشی در وسط آن برساند

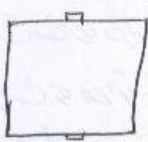


$$S = \frac{I}{c}$$

تعیین: که در سطح مقطع در انتهای

از خواص آن به حساب می آید

مثال: (برای مثال) ضربه ای در انتهای مقطع که در انتهای



$$\Rightarrow \frac{I}{c} \rightarrow S \downarrow$$

مثال: در سطح مقطع در انتهای مقطع در انتهای

$$S = \frac{I}{c} = \frac{\frac{\pi R^4}{4}}{R} = \frac{\pi R^3}{4} \quad I = \frac{\pi R^4}{4} \quad J = I + I = 2I$$

برای تعیین ضربه ای که در انتهای مقطع در انتهای



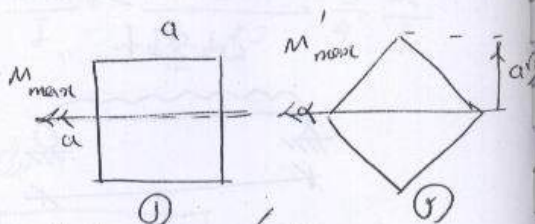
۰,۲۳

(I)

« سازه های مسطح »

$$\sigma_{all} = \frac{M_{max}}{S}$$

$$M_{max} = S \cdot \sigma_{all}$$

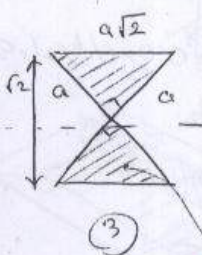


در سازه های مسطح، سازه های مربع و الماسی را می توان به یکدیگر تبدیل کرد.

$$S_1 = \frac{bh^2}{6} = \frac{a^3}{6}$$

$$S_2 = \frac{I_2}{c_2} = \frac{\frac{1}{12}a^4}{a\sqrt{2}/2} = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$$

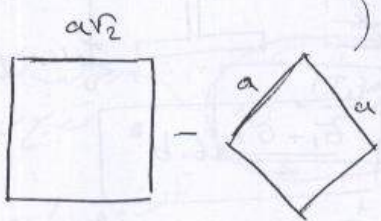
$$\frac{M_{max}}{M'_{max}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{a^3}{\frac{a^3}{6\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$



$$\frac{M_{max}}{M'_{max}} = \sqrt{2}$$

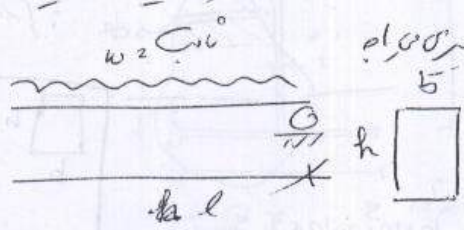
$$S_3 = \frac{I_3}{c_3} = \frac{1}{12}[(a\sqrt{2})^4 - a^4] = \frac{a^3}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{a^3}{2\sqrt{2}}$$



$$\frac{M_{max}}{M'_{max}} = \frac{S_1}{S_3} = \frac{a^3}{\frac{a^3}{2\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{S_3}{S_1} = \frac{3}{\sqrt{2}} = 1.5\sqrt{2} = 2.1$$

\*\*\* در سازه های مسطح، سازه های مربع و الماسی را می توان به یکدیگر تبدیل کرد. این تبدیل به سازه های مسطح و سازه های مسطح می باشد.



$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{\omega l^2}{\frac{bh^3}{6}} = \frac{1}{\alpha} \sigma_{all}$$

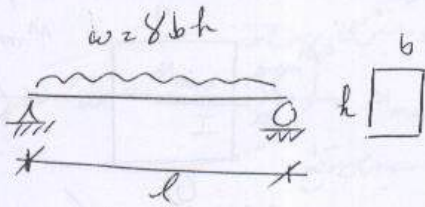
$$\Delta_c = \frac{5\omega l^4}{384EI}$$

$$\Delta_c = \frac{5\omega (a\sqrt{2})^4}{384E(\frac{1}{12}(a\sqrt{2})(a\sqrt{2})^3)} = \Delta_c$$

تغییر نمی کند

II

\*\*\* تیرهای ارباب سطح مستقیم تحت وزن خود و بارهای موزون و موزون را بر سر شش صاف می کنند.



$$\sigma_o = \frac{M}{I} = \frac{8bh \cdot l^2}{8 \cdot \frac{bh^3}{12}} = \frac{38l^2}{4h}$$

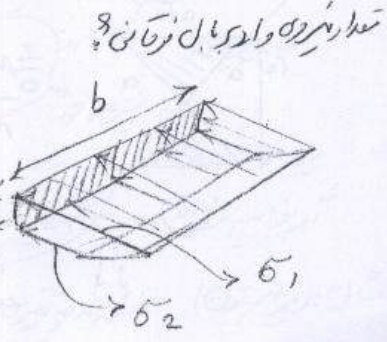
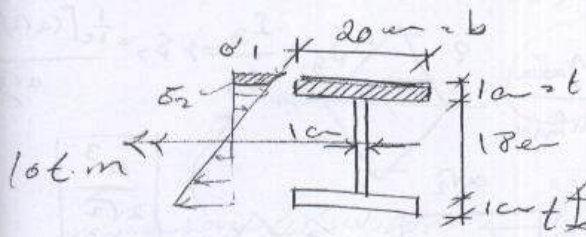
$$\frac{5(8bh)l^4}{384E \frac{1}{12}bh^3} = \alpha^2 \Delta_o$$

$$\frac{384E \frac{1}{12} (ab)(ah)^3}{(8(ab)(ah))(al)^4} = \alpha^2 \Delta_o$$

$$\sigma_o = \frac{8(ab)(ah)(al)^2}{8 (ab)(ah)^2} = \frac{3\alpha 8l^2}{4h}$$

\* r برش ارباب

تیرهای ارباب تحت وزن خود و بارهای موزون



$$\left[ \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \times t \cdot b \right]$$

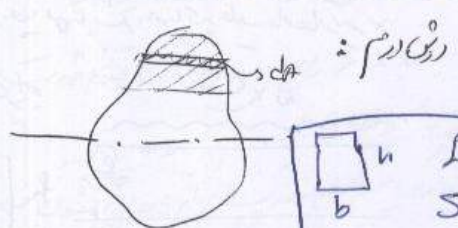
$$\left( \frac{Mc_1}{I} + \frac{Mc_2}{I_2} \right) bt = (c_1 + c_2) \frac{Mbt}{I} = \left( \frac{10+9}{2} \right) \frac{10 \times 10^5 \times 20 \times 1}{\frac{1}{12} [20 \times 20^3 - 12 \times 18^3]}$$

$$F_z \int \sigma dA$$

$$F_z \int \frac{M_z}{I} dA = \frac{M}{I} \int z dA$$

$$F = \frac{MQ_o}{I}$$

$$Q = A \cdot e$$



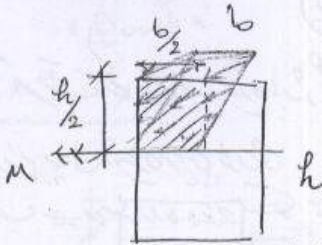
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$S = \frac{bh^2}{6}$$

$$I = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$S = \frac{\pi R^3}{2}$$

III

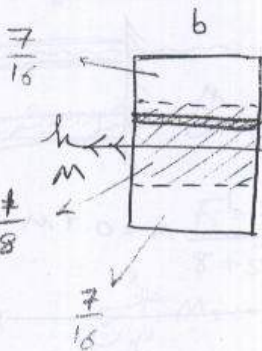


$$F = \frac{M \cdot Q}{I} = \frac{M \left( \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} \right)}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{3}{4} \frac{M}{h}$$

این هم که می بینید بارها بارها

$$F \times \frac{2}{3} \times \frac{h}{2} \times 4 = M$$

$$F = \frac{3}{4} \frac{M}{h}$$



$$M_1 = \int b \cdot dA \cdot z$$

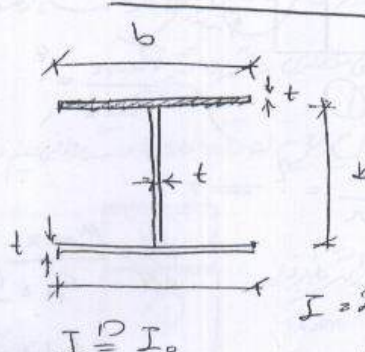
$$M_1 = \int \frac{M \cdot z}{I} \times z \cdot dA = \frac{M}{I} \int z^2 dA = \frac{M I_1}{I}$$

این هم که می بینید بارها بارها

$$M_1 = \frac{(I_1) M A}{I}$$

این هم که می بینید بارها بارها

$$M_1 = \frac{\frac{1}{12} (b) \left( \frac{h}{2} \right)^3}{\frac{1}{12} b h^3} = \frac{1}{8}$$

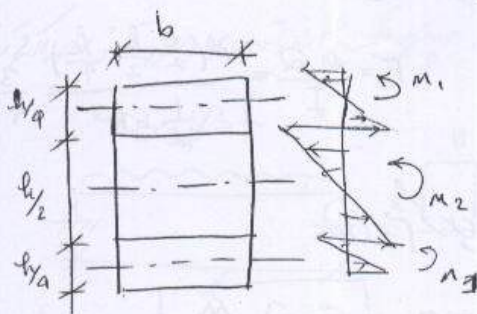


$$M_1 = \frac{b t \cdot \left( \frac{b}{2} \right)^2}{I} = \frac{1}{12} b t^3$$

$$I = 2 \times b t \left( \frac{b}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} t b^3 = \frac{7}{12} t b^3$$

$$M_1 = \frac{b t \cdot \left( \frac{b}{2} \right)^2}{\frac{7}{12} t b^3} = \frac{3}{7} M$$

IV

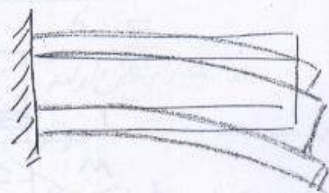


$$M_1 = \frac{I_1}{I} M$$

$$M_1 = \frac{I_1}{I_2} M$$

$$M_1 = \frac{\frac{1}{12} b \left(\frac{k}{4}\right)^3}{2 \times \frac{1}{12} b \left(\frac{k}{4}\right)^3 + \frac{1}{12} b \left(\frac{k}{2}\right)^3} M$$

$$m_2 = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^3}{2 \times \left(\frac{1}{9}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3} \quad m = \frac{1}{2+8} \quad m = 0.1m$$



\*  
+ \*  
\* \* + \*

۱۔ ادرست کے جسم غیبیہ بارہ

خودم میں انیسویں برائی فریسی

حس سے سدا درجہ بہت

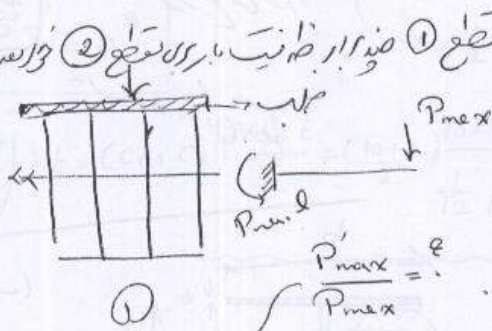
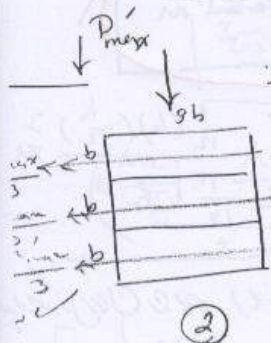
سفلی توجع میں سدا چل رہا

چلنے کی بات یہ ہے I

رہنا رہا رہا I تب نہ بگاڑتا

مرستیغ نہیں فرشتہ:

\*\*\* انمول نصائح پر ہر روز صبح سویرے صدم کریں



$$\tilde{\gamma}_{all} = \frac{M'_{max}}{3b \cdot \frac{b^2}{6}} = 7$$

$$n_{\text{max}} = \frac{9}{6} b^3 b_{\text{all}} = 1.5 b^3 b_{\text{all}}$$

$$\frac{m'}{m} = ? = \gamma$$

$$\frac{M_{max}}{S_z} = \frac{11.2 \times 10^3}{\frac{\pi (36)^3}{32}} = 1.12 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\textcircled{1} M_{max} = \frac{27}{6} b^3 \sigma_{all} = 4.5 b^3 \sigma_{all}$$

۱) نیکو نامی و نیکو کار  
۲) نیکو خلقی و نیکو خلق  
۳) نیکو خلقی و نیکو خلق

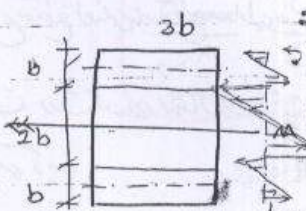
سرکار اہل برکات و شرف

« باگده B »  
 ۱۸, ۱۱, ۲

(I)

« تفاوت مصالح »

ب- بخش مقطعی را اعتبار دهیم و محاسبه را نسبت به اینده:



$$I_{\text{مقطع}} = \frac{I}{\sum I_o}$$

$$I_{\text{مقطع}} = \frac{1}{12}(3b)(2b)^3 + 2 \times \frac{1}{12}(b)(0.3)^3 = 0.8 \text{ m}^4$$

20٪ کاهش یافته و 10٪ افزایش یافته است.

\*\*\* اگر به این ترتیب تغییرات خاصیت‌های مکانیکی را در نظر بگیریم، می‌توانیم به این نتیجه برسیم که:

$$F_i = \frac{M}{I_{N.A}} \cdot Q_{N.A}$$

$$M_i = \frac{(I_i)_{N.A}}{I_{N.A}} M$$

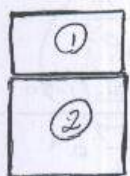
$$M_2 = \frac{(I_2)_o}{\sum I_o} M$$

\*\*\* مقاطع کامپوزیت: بخش‌هایی که در یک مقطع (مقاطع مرکب) تحت تنش قرار می‌گیرند.

« Composite Section »: مقطعی که از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده است. (مثلاً فولاد و بتن)

\*\*\* محاسبه توزیع تنش در این مقطع به روشی مشابه با روشی که در بالا بیان شد.

چون این دو ماده دارای خواص مکانیکی متفاوتی هستند، در محاسبه این مقطع باید به این نکته توجه داشت که:

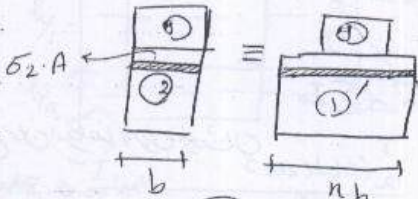


چون مقاطع تحت تنش قرار می‌گیرند، باید به این نکته توجه داشت که:

در صورتی که این دو ماده دارای خواص مکانیکی متفاوتی هستند، در محاسبه این مقطع باید به این نکته توجه داشت که:

## II

نکات: ۱. توزیع مقطع اصلی با سطح معادل همان است.



۲. تنش در قسمت است خنجره اینها را به  $\frac{m.c}{I}$  تبدیل  
محال بدست می آید.

$$n = \frac{E_2}{E_1}$$

$$\frac{E_2}{E_1}$$

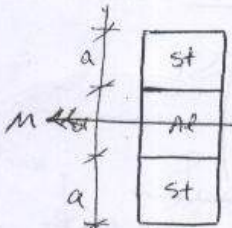
$$\Rightarrow \sigma_2 \cdot A = \sigma_1' \cdot nA$$

$$\boxed{\sigma_2 = n \sigma_1'}$$

۳. تنش در قسمت تبدیل یافته برابر است با  $\frac{n M \cdot c}{I}$

۴. تنش در هر دو مقطع همواره برابرند

۵. نیرو در هر دو قسمت نیز با هم برابرند.



مثال: (اگر میوه با نردم هم) :  
مطابق با هم تنش در استیل و آلومینیم در این مقطع تنش

$$n = \frac{E_{st}}{E_{Al}} = 3$$

st  $\leftarrow$  Al تبدیل می کنیم



$$I = \frac{1}{12} [(3a)^3 - 2a \cdot a^3]$$

$$N \cdot A \quad I = \frac{79}{12} a^4$$

$$\sigma_{Al} = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{M(0.5a)}{\frac{79}{12} a^4} = \frac{1}{13} \frac{M}{a^3}$$

$$\sigma_{st} = \frac{n M \cdot c}{I} = \frac{3 \cdot M \cdot (1.5a)}{\frac{79}{12} a^4} = \frac{9}{13} \frac{M}{a^3}$$

چون استیل در این مقطع  
تنش آن  $\frac{1}{13} \frac{M}{a^3}$  است و استیل  
در این مقطع  $\frac{9}{13} \frac{M}{a^3}$  است

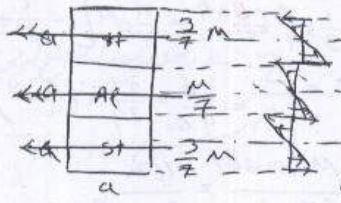
III

$$\frac{\sigma_{max}^{st}}{\sigma_{max}^{Al}} = \frac{C_{st}}{C_{Al}} \cdot \frac{E_{st}}{E_{Al}} = \frac{1.5a \times 3}{0.5a} = 9$$

نکته:  $\sigma_{max}^{st} = 9 \sigma_{max}^{Al}$

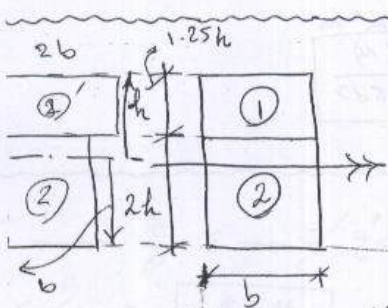
مثال (ب): یک سازه مرکب از یک تیر فولاد و یک تیر آلومینیوم به صورت زیر در نظر گرفته شود.

$$M_{st} = \frac{(EI)_{st}}{\sum EI} \cdot M = \frac{3EI}{3EI \times 2 + EI} \cdot M = \frac{3}{7} M$$



$$\sigma_{max}^{st} = \frac{M_{st}}{S_{st}} = \frac{\frac{3}{7} M}{\frac{a^3}{6}} = \frac{18}{7} \frac{M}{a^3}$$

$$\sigma_{max}^{Al} = \frac{M_{Al}}{S_{Al}} = \frac{\frac{M}{7}}{\frac{a^3}{6}} = \frac{6}{7} \frac{M}{a^3}$$



$$E_1 = 2E_2$$

$$\frac{\sigma_{tmax}}{\sigma_{cmax}} = \frac{C_t}{C_c} \times \frac{E_1}{E_2}$$

$$\frac{C_t}{C_c} \times \frac{E_1}{E_2}$$

② ← ①

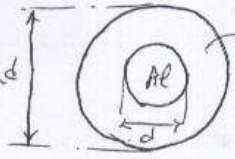
$$\Rightarrow \frac{2bh \cdot (2.5h) + 2bh \cdot h}{4bh} = \frac{7}{4} h = 1.75h$$

$$\frac{\sigma_{tmax}}{\sigma_{cmax}} = \frac{1.25h \times 2}{1.75h} = \frac{10}{7}$$

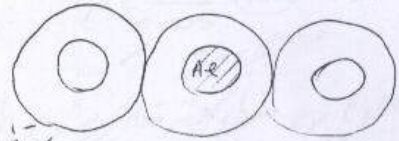
نکته: تبدیل  $S_c \leftarrow S_t$  و  $E_1 \leftarrow E_2$  و  $E_2 \leftarrow E_1$

مثال (ب)

$$E_{st} = 3E_{Al} \Rightarrow n = 3$$



$$\frac{\sigma_{stmax}^{st}}{\sigma_{Almax}^{Al}} = \frac{C_{st}}{C_{Al}} \times \frac{E_{st}}{E_{Al}} = \frac{d}{0.5d} \times 3 = 6$$



نکته: در محاسبه  $I$  باید از  $n$  استفاده کرد.

$$I = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d}{2} \right)^4 + 3 \pi \left[ d^4 - \left( \frac{d}{2} \right)^4 \right] = \frac{\pi}{4} d^4 \left[ \frac{1}{16} + 3 \left( 1 - \frac{1}{16} \right) \right] = \frac{23\pi}{32} d^4$$

(IV)

$$\frac{M.C}{I} = \frac{M \times \frac{d}{2}}{\frac{23\pi d^4}{32}} = \frac{16 M}{23\pi d^3}$$

$$\frac{M.C}{I} = \sigma_{max}^{Al}$$

$$\sigma_{max}^{St} = \frac{n \cdot M.C}{I} = \frac{3 \cdot M \times d}{\frac{23\pi d^4}{32}} = \frac{96 M}{23\pi d^3}$$

$$n = \frac{E_{St}}{E_{Al}} = \frac{1}{3}$$

Al  $\rightarrow$  St :  $\sigma_{max}^{St}$

$$I = \frac{\pi}{4} \left[ d^4 - \left( \frac{d}{2} \right)^4 \right] + \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{4} \left( \frac{d}{2} \right)^4 = \frac{\pi}{4} d^4 \left[ 1 - \frac{1}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{16} \right]$$

$$= \frac{46}{48} = \frac{23}{24} \times \left( \frac{\pi d^4}{4} \right) = \frac{23\pi d^4}{96}$$

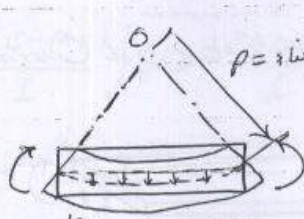
$$\sigma_{max}^{Al} = \frac{n \cdot M.C}{I} = \frac{\frac{1}{3} \times M (0.5d)}{\frac{23\pi d^4}{96}} = \frac{16 M}{23\pi d^3}$$

$$\sigma_{max}^{St} = \frac{M.C}{I} = \frac{M \times d}{\frac{23\pi d^4}{96}} = \frac{96 M}{23\pi d^3}$$

86, 11, 6

(I)

«تفاوت مصالح»

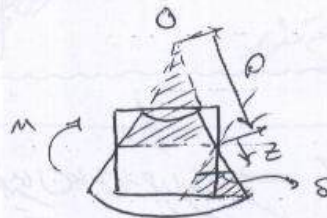


= انحناء شعاع انحناء : شعاع انحناء = شعاع انحناء  
انحناء الشعاع

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

\*\*\*  
رشد انحناء =  $\frac{z}{\rho} = \epsilon$  ← شعاع انحناء  
← شعاع انحناء =  $\frac{z}{\rho}$



اثبات : (الاول)

$$\frac{z}{\rho} = \epsilon$$

$$\boxed{\epsilon = \frac{z}{\rho}}$$

$$\Rightarrow \frac{z}{\rho} = \epsilon \Rightarrow z \cdot y' = \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{M z}{E I}$$

$$g^* = \frac{M}{E I} \quad ***$$

$$\epsilon_t = 0.002$$

$$\epsilon_b = 0.003$$

$$\rho = 3, h = 300 \text{ mm}$$

مثال :  $\left(\frac{\epsilon}{\rho}\right)$  در بالا و ...

$$\epsilon_t = \frac{z_t}{\rho} = 0.002 = \frac{z_t}{\rho}$$

$$\epsilon_b = \frac{z_b}{\rho} = 0.003 = \frac{z_b}{\rho}$$

$$z_t + z_b = 300 = 0.002\rho + 0.003\rho = 300$$

$$\rho = \frac{300}{0.005} \times \frac{1000}{1} = 60$$

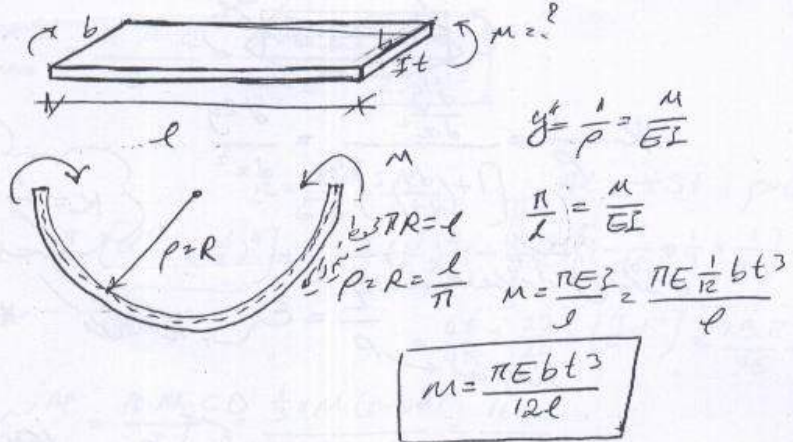
تبدیل به متر

در بالا و پایین مقطع کدیر متعادل شدن که برابر 0.002 و 0.003 است. اگر این مقادیر

300mm باشد شعاع انحناء

II

مثال: یک سیمه چوبی داریم. مشخصات آن در عرض باشد که آن لازم برای تبدیل این سیمه به یک سیمه فولادی چیست؟



$$y = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

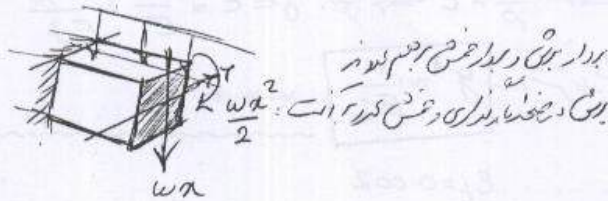
$$\frac{\pi}{2} = \frac{M}{EI}$$

$$M = \frac{\pi E I}{2} = \frac{\pi E \frac{1}{12} b t^3}{2}$$

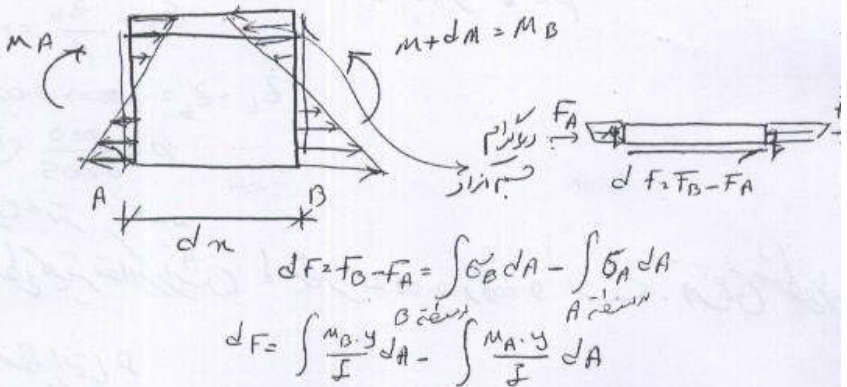
$$M = \frac{\pi E b t^3}{12 l}$$

برش: Shear Force =

$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow$  تغییرات حاصل در طول واحد طول  
 برش است که در هر واحد در طول آن به همان تغییرات در ضلع آن برش صفراست.  
 \* ثابت است مستقل از طول  
 رابطه است در همان.



تکثیر برش:



$$M_A + dM = M_B$$

$$dF = F_B - F_A = \int \sigma_B dA - \int \sigma_A dA$$

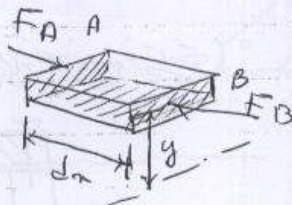
$$dF = \int \frac{M_B \cdot y}{I} dA - \int \frac{M_A \cdot y}{I} dA$$

III

$$dF = \frac{(M_B - M_A)}{I} \int y dA = \frac{dM \cdot Q}{I}$$

$$\Rightarrow \frac{dF}{dn} = \frac{dM \cdot Q}{I} = \frac{V \cdot Q}{I} = q$$

درجهان برین

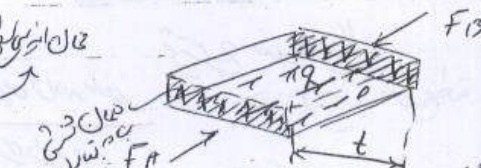


$$q = \frac{V \cdot Q}{I}$$

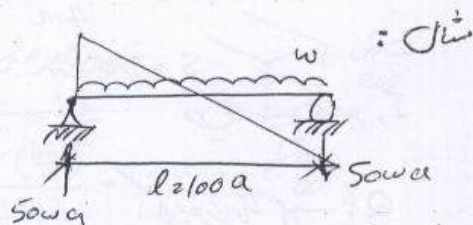
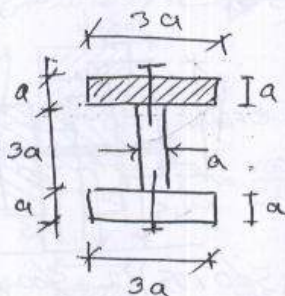
درجهان برین

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$

درجهان برین



درجهان برین

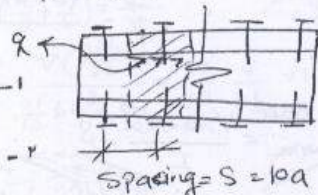


$$S = 10a$$

درجهان برین

$$S_{owa} : F_{max} \text{ و } V_{max}$$

درجهان برین



$$S_{owa} = 10a$$

درجهان برین

$$q \propto S = F_{stud}$$

$$\frac{V_{max} \cdot Q}{I} \cdot S = F_{stud}$$

$$F_{stud} = \frac{50wa \cdot 6a^3}{17.75a^4} \cdot 10a = \frac{3000}{17.75} wa = 169wa$$

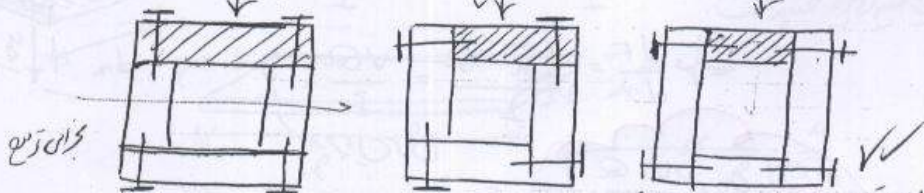
$$= \frac{1}{12} [2a(5a)^3 + 2a(3a)^3]$$

$$= \frac{213}{12} a^4 = \frac{71}{4} a^4 = 17.75a^4$$

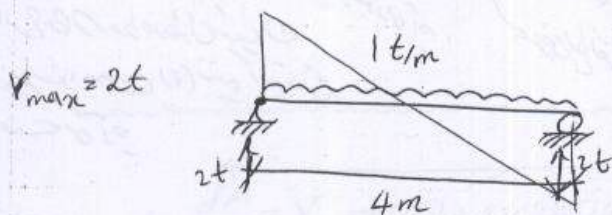
$$T_{stud} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} d^2}$$

# IV

مثال: جهت برقی تا  $\frac{1}{8}$  مدولام حالت سیر در کتری در محور دارد شود. (در تمام حالت میخیزد و میفرستیم و همه سیر است)



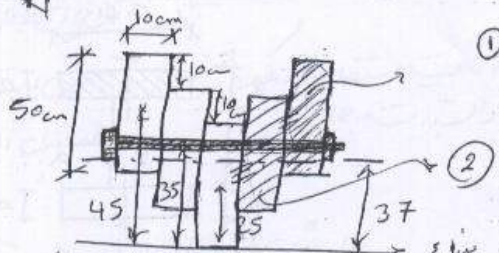
پس از آنکه به این روش اینها را میسازیم. چون  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  تا  $\frac{1}{2}$  است، نقطه  $Q$  را میگیریم و فاصله میفرستیم. در تمام حالت سیر در کتری در محور دارد.



مثال: در این روش در کتری در محور دارد. با فرض اینکه در این مقطع  $I$  باشد.

$\delta = 50 \text{ cm}$   
 $I$  → در این روش

$Q$  → در این روش



$$\bar{y} = \frac{(500 \times 45 + 500 \times 35) \times 2 + 500 \times 25}{5 \times 500} = \frac{185}{5} = 37 \text{ cm}$$

$$F_{max}^{bolt} = \frac{V_{max} \cdot Q \cdot \delta}{I}$$

$$①: Q = 500(45 - 37) = 4000 \text{ cm}^2$$

$$②: Q = 4000 + 500(35 - 37) = 3000 \text{ cm}^2$$

$$Q = 3000 \text{ cm}^2$$

در واقع در این روش در کتری در محور دارد. در حالت  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  تا  $\frac{1}{2}$  است، نقطه  $Q$  را میگیریم و فاصله میفرستیم. در تمام حالت سیر در کتری در محور دارد. پس از آنکه به این روش اینها را میسازیم.

حالت ①  $\frac{1}{8}$  مدولام حالت سیر در کتری در محور دارد.

$$F_{max}^{bolt} = \frac{2000 \text{ kg} \cdot 4000 \times 50}{I} = \frac{4 \times 10^8}{I} \text{ kg}$$

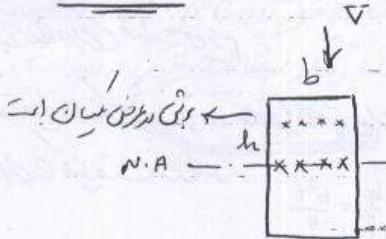
(V)

\*\*\* = نکته : هر وقت در مقطع بار برشته  $Q$  باینه از آن مقطع است .

(I)

86, 11, 8

« محاسبه تنش برشی »



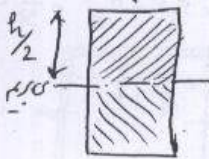
مقطع را تقسیم بندی می کنیم :

توپر (رختی)

جدار نازک باز

جدار نازک بسته

برای محاسبه تنش برشی در مقطع توپر و برای محاسبه تنش برشی در مقطع جدار نازک بسته و چون توزیع در عرض یک ن است. (برای محاسبه تنش برشی توپر)



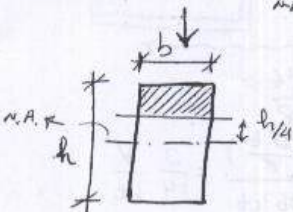
تنش در محاسبه :

$$Q = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8}$$

$$\tau = \frac{VQ}{NA \cdot I} = \frac{V(\frac{bh^2}{8})}{\frac{1}{12}bh^3 \times b} = \frac{1.5V}{bh}$$



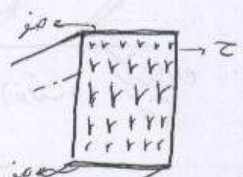
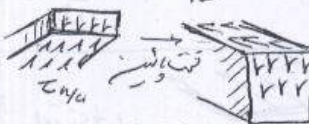
تنش برشی در



$$Q = b \cdot \frac{h}{4} \left( \frac{h}{8} + \frac{h}{4} \right) = \frac{3bh^2}{32}$$

تنش در محاسبه :

$$\tau_{(h/4)} = \frac{VQ}{I} = \frac{V(\frac{3bh^2}{32})}{\frac{1}{12}bh^3 \times b} = \frac{36}{32} \cdot \frac{V}{bh} = 1.125 \frac{V}{bh}$$



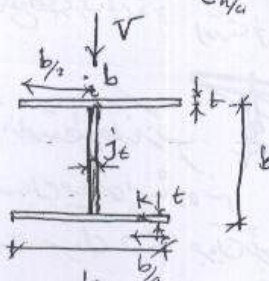
مقطع جدار نازک باز :

تنش برشی در محاسبه :

$$\tau_z ?$$

$$\tau_z ?$$

$$\tau_h ?$$



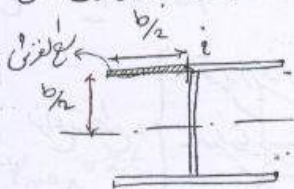
## II

برای محاسبه  $I_{N.A}$  چون محاسبه است با سه باره اول و دومی را میسر است  $(\frac{1}{12} b t^3)$  به نظر می آید

$$I_{N.A} = b t \left(\frac{b}{2}\right)^2 \times 2 + \frac{1}{12} t b^3 = \frac{7}{12} t b^3$$

\*\*\* نکته: در مقطع جاندارب، آنجا که بران جاندارب متفاوت بران متنی و در عرض جاندارب ناهمگونی می آید  
 ما بران در عرض جاندارب می بینیم:

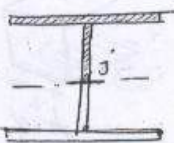
در مقطع جاندارب (صورتی که در سمت راست) در جهت جاندارب و بران در سمت راست جاندارب می توان متنی  
 بران در جهت متنی می آید



$$Q_i = \frac{b}{2} \times t \times \frac{b}{2} = \frac{b^2 t}{4}$$

$$\tau_i = \frac{V Q_i}{I t_i} = \frac{V \left(\frac{b^2 t}{4}\right)}{\frac{7}{12} t b^3 \times t} = \frac{3}{7} \frac{V}{b t}$$

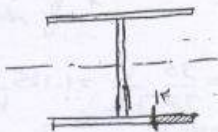
لحظه ی بران



$$Q_j = b t \frac{b}{2} + \frac{b}{2} t \frac{b}{4} = \frac{b^2 t}{2} + \frac{b^2 t}{8} = \frac{5}{8} b^2 t$$

$$\tau_j = \frac{V Q_j}{I t_j} = \frac{V \left(\frac{5}{8} b^2 t\right)}{\frac{7}{12} t b^3 \times t} = \frac{15}{14} \frac{V}{b t}$$

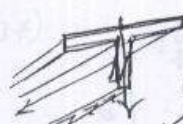
$\frac{72}{7}$



$$Q_k = \frac{b}{4} t \cdot \frac{b}{2} = \frac{b^2 t}{8}$$

$$\tau_k = \frac{V Q_k}{I t_k} = \frac{V \left(\frac{b^2 t}{8}\right)}{\frac{7}{12} t b^3 \times t} = \frac{3}{14} \frac{V}{b t}$$

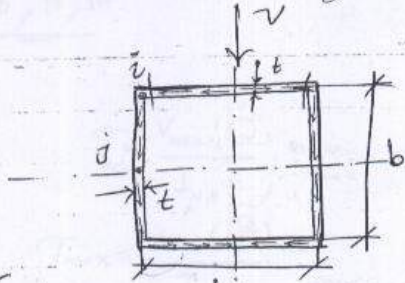
جهت متنی که در مقطع جاندارب می آید: (جهت ج)  
 (جهت ک) (جهت ج)  
 (جهت ک) (جهت ج)



\*\*\* نکته: در این مقطع جاندارب  
 در یک سیم جاندارب می آید  
 یک حرکت سیم که در جهت ج می آید



(III)



= "مقاومت برشی بزرگ بسته" :

$$I = bt \left( \frac{b}{2} \right)^2 \times 2 + 2 \times \frac{1}{12} \times t \times b^3 = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) tb^3$$

$$= \frac{2}{3} tb^3$$

\*\*\* در این حالت اگر فرض کنیم که نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود و در این صورت می توانیم بگوییم که در این حالت نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود و در این صورت می توانیم بگوییم که در این حالت نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود.



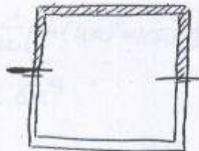
$$Q_2 = bt \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{2} b^2 t$$

$$\tau_2 = \frac{V \cdot Q_2}{I t_2} = \frac{V \left( \frac{1}{2} b^2 t \right)}{\frac{2}{3} tb^3 \times (2t)} = \frac{3}{8} \cdot \frac{V}{bt}$$

در این حالت نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود و در این صورت می توانیم بگوییم که در این حالت نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود.

\*\*\* نکته: در مقاطع صلب بسته سوال از محاسبه نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود و در این صورت می توانیم بگوییم که در این حالت نیروی برشی در این مقطع از هم جفت می شود.

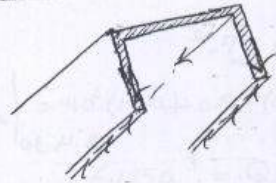
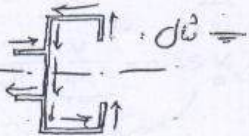
"مقاومت برشی"



$$Q_j = bt \cdot \frac{b}{2} + \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4} \times 2 =$$

$$\frac{3}{4} b^2 t$$

$$\tau_2 = \frac{V \cdot Q_j}{I + j} = \frac{V \left( \frac{3}{4} b^2 t \right)}{\frac{2}{3} tb^3 \times (2t)} = \frac{9}{16} \cdot \frac{V}{bt}$$



86/11/10

(I)

«مکانیسم مصالح»

«تغییر درجه آزادی»

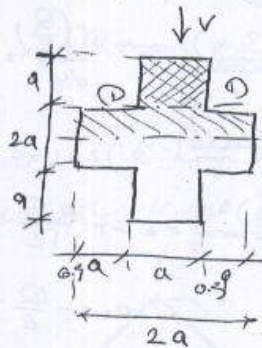
\*\*\* توزیع تنش:

$$T = \frac{V_{max} \cdot (\frac{Q}{t})}{I_{N.A} \cdot (\frac{Q}{t})} \rightarrow max$$

$$T_{max} = \frac{V_{max} \cdot (\frac{Q}{t})_{max}}{I_{N.A}}$$

اگر در مقطعی ثابت باشد  $T_{max}$  در  $N.A$  رخ دهد.

(در صورت تغییر در  $Q$  و  $t$  در  $N.A$  رخ دهد)



مثال: تنش برشی در مقطع برشی کدام (v)؟

تغییر درجه آزادی: 1, 2, 3 در هر یک

در هر یک  $\frac{Q}{t} \leftarrow \frac{Q}{t}$

$$1-1: \left(\frac{Q}{t}\right)_1 = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{a^2(1.5a)}{a} = 1.5a^2$$

$$\left(\frac{Q}{t}\right)_2 = \frac{Q_2}{t_2} = \frac{a^2(1.5a) + 2a^2(0.5a)}{2a} = 1.25a^2$$

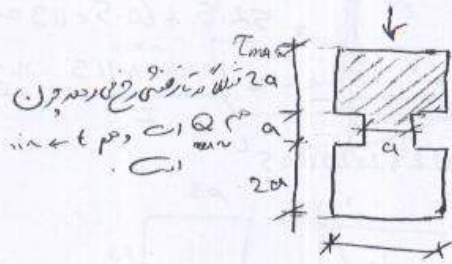
$$I_{N.A} = \frac{1}{12} [a(4a)^3 + 9(2a)^3] = 6a^4$$

$$T_{max} = \frac{V \left(\frac{Q}{t}\right)_{max}}{I} = \frac{V \cdot 1.5a^2}{6a^4} = \frac{V}{4a^2} = 0.25 \frac{V}{a^2}$$

در مقطع 1-1: تنش برشی در هر یک از اینها رخ دهد.

$$T_{N.A} = \frac{V(1.25a^2)}{6a^4} = 0.21 \frac{V}{a^2}$$

مثال:  $T_{max}$ ؟



$$\left(\frac{Q}{t}\right)_{max} \Big|_{at N.A} = 4a^2(1.5a) + 0.5a^2(0.5a) =$$

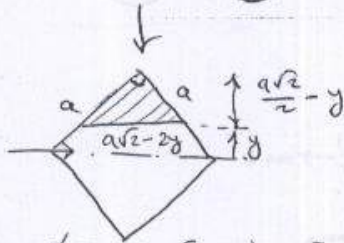
$$6.125a^3 = Q$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{6.125a^3}{a} = 6.125a^2$$

$$I_{N.A} = \frac{1}{12} [2a(5a)^3 - a^4] = \frac{249}{12} a^4 = 20.75a^4$$

$$T_{max} \Big|_{at N.A} = \frac{V(6.125a^2)}{20.75a^4}$$

II

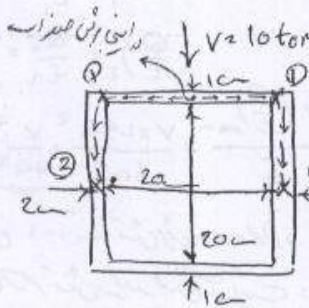


$$\left(\frac{Q}{t}\right) = \frac{(\frac{a\sqrt{2}}{2} - y)^2 \left[ \frac{1}{3} (\frac{a\sqrt{2}}{2} - y) + y \right]}{a\sqrt{2} - 2y}$$

$$= \left( \frac{a\sqrt{2}}{4} - \frac{y}{2} \right) \left( \frac{a\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}y \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{Q}{t} \right) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \left( \frac{a\sqrt{2}}{6} + \frac{2}{3}y \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{a\sqrt{2}}{4} - \frac{y}{2} \right) = 0$$

$$-\frac{a\sqrt{2}}{12} - \frac{1}{6}y + \frac{a\sqrt{2}}{6} - \frac{y}{3} = 0 \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{12} = \frac{2}{3}y \Rightarrow \boxed{y = \frac{a\sqrt{2}}{8}}$$



$$C_{ul\ max} = \frac{Q}{t}$$

مثال: تحت بزرگترین

رابطه بزرگترین

$$\left(\frac{Q}{t}\right)_1 = \frac{20 \times 10.5}{2} = 105 \text{ cm}^2$$

$$\left(\frac{Q}{t}\right)_2 = \frac{20 \times 10.5 + 4 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}{4} = \frac{210 + 990}{4}$$

$$= 52.5 + 60.5 = 113 \text{ cm}^2 \checkmark$$

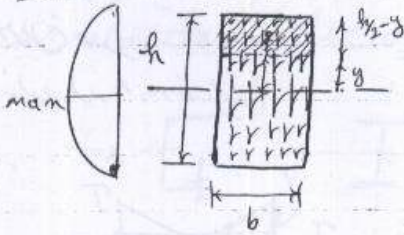
$$T_{max} / \text{at N.A} = \frac{V \cdot \left(\frac{Q}{t}\right)_{max}}{I} = \frac{10,000 \times 113}{I} = \frac{11.3 \times 10^5}{I}$$

$$I = \frac{1}{12} [24(22)^3 - 20^4] = 2 \times \frac{1}{12} \times 2 \times 22^3 + 2 \times 20 \times 145^2$$

### III

در صورت تغییر تنش

توزیع تنش برشی:



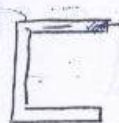
$$Q = b(h/2 - y) \left[ \frac{1}{2}(\frac{h}{2} - y) + y \right]$$

$$Q = b(\frac{h}{2} - y) \times \frac{1}{2}(\frac{h}{2} + y)$$

$$Q = \frac{b}{2}(\frac{h^2}{4} - y^2)$$

$$T = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} = \frac{V \cdot \frac{b}{2}(\frac{h^2}{4} - y^2)}{\frac{1}{12} b h^3 \cdot b} = \frac{6V}{b h^3}(\frac{h^2}{4} - y^2)$$

تغییر تنش  $Q = A \bar{y}$  - قیاسی  
تغییر تنش  $t \times y \times \bar{y}$  - قیاسی  
(در صورت تغییر تنش)

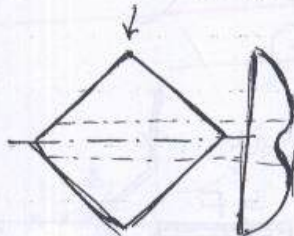


در (2)

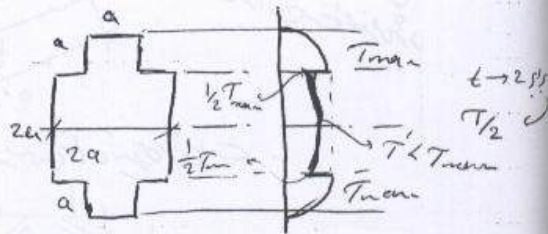
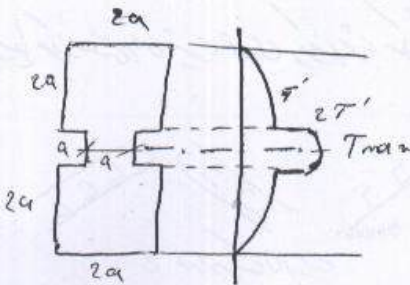
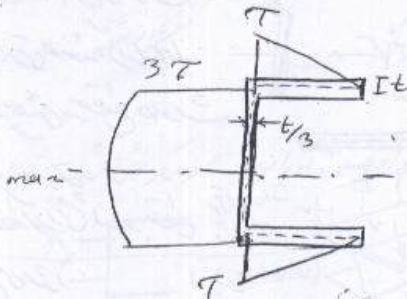
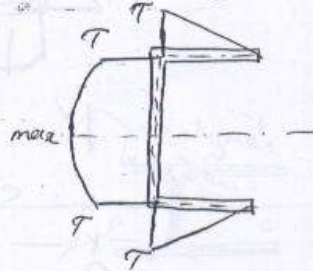
$$Q = A \bar{y} \text{ - تغییر تنش}$$

$$t \times y \times \bar{y} \text{ - تغییر تنش}$$

برای این نوع مقاطع توزیع تنش در این صورت است که در این صورت توزیع تنش در این صورت است



تغییر تنش در این صورت است که در این صورت توزیع تنش در این صورت است

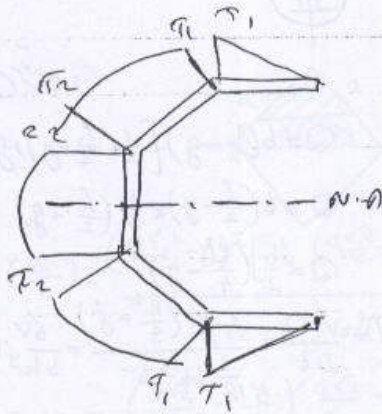


\*\*

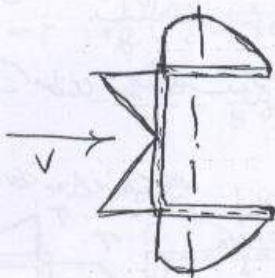
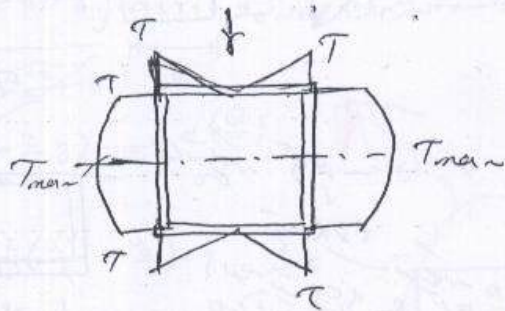
توزیع تنش

\*\*  
توزیع تنش

IV

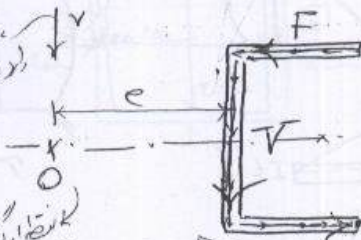


نقطه تاوانه بر فرضی در سده  
آسیا الان صوری است  
در نقطه مرکز (در A. A. نقطه مرکز)



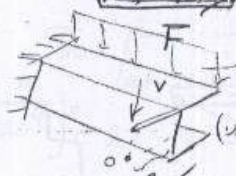
\*\*\* مرکز جاذب \*\*\*  
Shear Center

نقطه تاوانه  
در نقطه مرکز



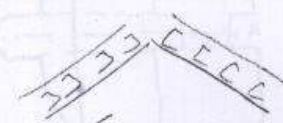
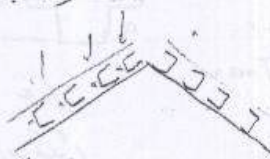
مرکز جاذب نقطه تاوانه است  
نقطه تاوانه در مجاری صوری در مرکز  
آن نقطه تاوانه جاذب در نقطه تاوانه

نقطه تاوانه  
در آن نقطه تاوانه



در واقع اگر از نقطه تاوانه تا نقطه تاوانه  
در واقع جاذب هم می شود

\*\*\* در واقع مرکز جاذب هم می شود \*\*\*  
\*\*\* مرکز جاذب هم می شود \*\*\*



نقطه تاوانه

نقطه تاوانه

نقطه تاوانه  
نقطه تاوانه  
نقطه تاوانه

# تعیین مرکز ثقل:

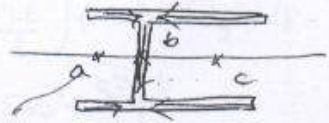
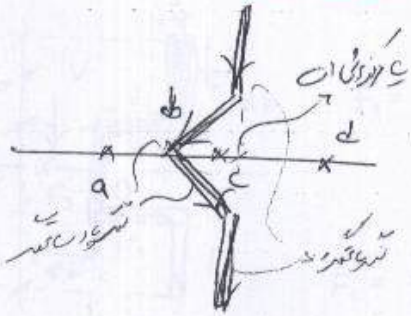
۱- مرکز ثقل برای مقطع متجانس است. (میدان مرکز ثقل در وسط مقطع قرار میگیرد و با مرکز ثقل همان مرکز ثقل است)



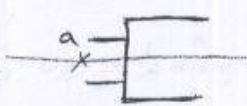
۲- اگر مقطعی دارای الیاف ناهمگونی باشد باید نقطه ثقل را به صورت زیر تعیین کرد.

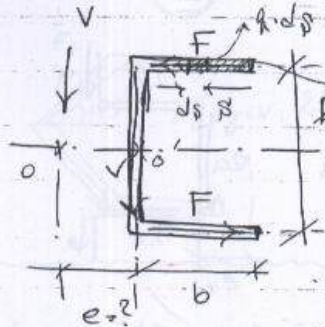


۳- (انتقال نقطه) اما با استفاده از توزیع سطحی نقطه ثقل را میتوان در زیر یک خط موازی با مرکز ثقل پیدا کرد. (استفاده از استاتیک تعیین می‌کنیم)



پول آرماتور (در واقع در نماه‌ها و در مرکز این است) نمودار این نوع است





تعیین مرکز ثقل:

?

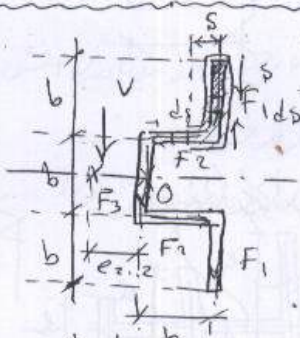
$$F = \int_0^b q \cdot ds = \int_0^b \frac{V \cdot Q}{I} ds = \frac{V}{I} \int_0^b Q ds$$

$$F = \frac{V}{I} \int_0^b S \cdot t \cdot \frac{h}{2} ds = \frac{V \cdot h \cdot t}{2I} \cdot \frac{b^2}{2} = \frac{V \cdot h \cdot b^2 t}{4I}$$

... در مرکز ثقل

$$F \cdot h = V \cdot e \rightarrow \frac{V \cdot h \cdot b^2 t}{4I} \cdot h = V \cdot e$$

$$e = \frac{h^2 \cdot b^2 \cdot t}{4I}$$



t = constant

$$F_1 = \int_0^b q ds = \int_0^b \frac{V \cdot S \cdot t \cdot (1.5b - \frac{S}{2})}{I} ds = \frac{V \cdot t}{I} \int_0^b (1.5bS - \frac{S^2}{2}) ds$$

$$F_1 = \frac{Vt}{I} \left[ 0.75bS^2 - \frac{S^3}{6} \right]_0^b = \frac{Vtb^3}{I} \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) = \frac{7}{12} \frac{Vtb^3}{I}$$

$$F_2 = \int_0^b q ds = \int_0^b \frac{V \cdot Q}{I} ds = \frac{V}{I} \int_0^b (bt \cdot b + St \cdot \frac{b}{2}) ds = \frac{V}{I} \left[ b^2 t + \frac{b^2 t}{4} \right] = \frac{5}{4} \frac{Vtb^3}{I}$$

\*\*\* در این باره می توانیم  
چون در دو طرف  
انبار خواهیم داشت  
V شعری و F2 و F1

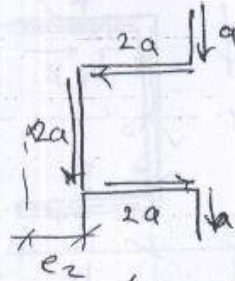
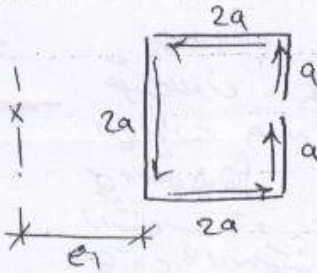
$$T_0 = V \cdot e = 2F_1 \cdot b - F_2 \cdot b = V \cdot e$$

$$\frac{7}{6} \frac{Vtb^4}{I} - \frac{5}{4} \frac{Vtb^4}{I} = V \cdot e$$

$$e = \frac{28-30}{24} \frac{b^4 t}{I} = \frac{1}{12} \frac{b^4 t}{I}$$

\*\*\* در این باره می توانیم  
چون در دو طرف  
انبار خواهیم داشت  
V شعری و F2 و F1

II

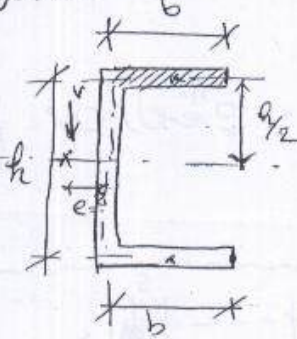


$e_1 < e_2$   
 $e_1 > e_2$   
 $e_1 = e_2$   
 ناشی

فرمول آبی: همان انیس در سطح مرکز برش قیاس برای مرکز برش در این اقصا است (I) فرم تقریبی:

$$\bar{x} = \frac{\sum I_{x_i} \bar{x}_i}{\sum I_{x_i}}$$

$$e = \frac{I_{x_i} \left( \frac{h}{2} \right) \left( \frac{b}{2} \right) \times 2}{I} = \frac{b^3 h^2}{4I}$$



فقط عدد  
 چون واحد این را گرفته  
 از اینجا صرفاً به شکل آبی

همان انیس در سطح مرکز برش قیاس

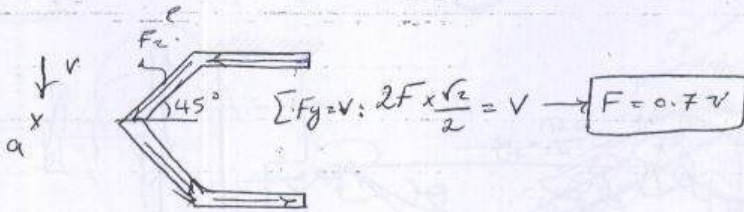
$$e = \frac{\sum I_{x_i} \bar{x}_i}{\sum I_{x_i}}$$

$$e = \frac{\frac{1}{12} t h^3 \cdot 3h + \frac{1}{12} t (2h)^3 \cdot 2h}{\frac{1}{12} t h^3 + \frac{1}{12} t (2h)^3 + \frac{1}{12} t (h)^3}$$

میباشد

$$e = \frac{3+16}{1+8+27} h = \frac{19}{36} h$$

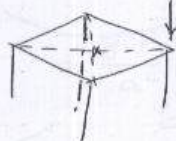
III



تشریحی مرکب

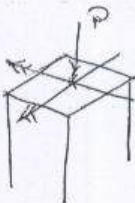
Compound Stresses

\*\*\* اصل ایندرا اجازه داریم از اصل قابلیت انتقال نیرو استفاده کنیم  
 \*\*\* اصل ایندرا اجازه داریم از اصل قابلیت انتقال نیرو استفاده کنیم

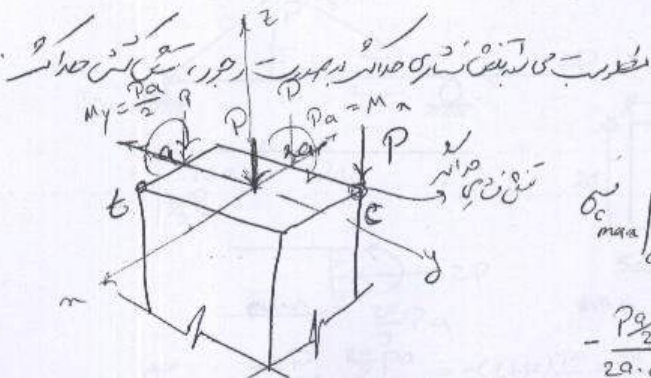


این نیرو را از طریق عمود بر سطح آن انتقال دادیم  
 و در اینجا هم انتقال می دهیم بر این برش، یعنی  
 انتقال می دهیم از سطح برش به سطح برش.

- 1- نیروی فکری خارج از مرکز (نیروی فکری + فشن)
- 2- فکری کج (فشن)
- 3- فکری خارج از مرکز (برش + فکری)
- 4- فکری مرکب



1- نیروی فکری خارج از مرکز:

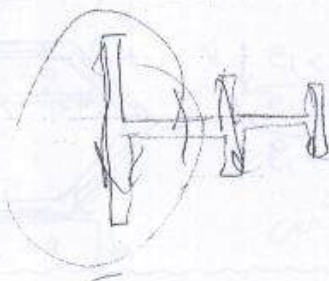
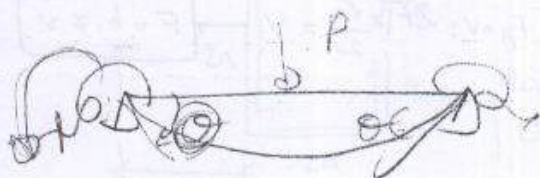


$$\sigma_{max} \bigg|_{at \ C} = \frac{-P}{2a^2} - \frac{M}{a(2a)}$$

$$= \frac{-P}{2a^2} - \frac{3.5P}{a^2}$$

$$\sigma_{max} \bigg|_{at \ T} = \frac{-P}{2a^2} + \frac{1.5P}{a^2} + \frac{1.5P}{a^2}$$

IV



$M_{ab} = M_{ba}$

$$\frac{2EI}{l}(2\theta - 0) + \frac{Pl}{8} = -\frac{EI}{l}\theta$$

$$\frac{2EI}{l}(-2\theta + 0) + \frac{Pl}{8} = +\frac{EI}{l}\theta$$

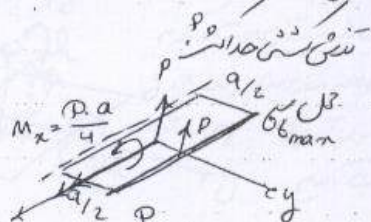
0+

-KG

86, 11, 15

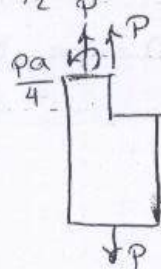
(I)

«تشریح»  
«توضیح»



$$\sigma_{tmax} = \frac{P}{A} + \frac{M_x}{I_x} = \frac{P}{\frac{a^2}{2}} + \frac{\frac{Pa}{4}}{\frac{a(\frac{a}{2})^2}{6}}$$

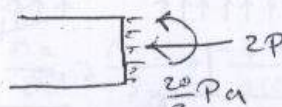
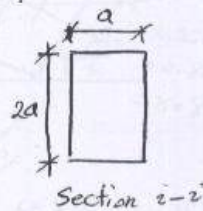
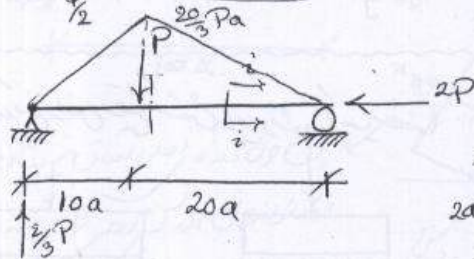
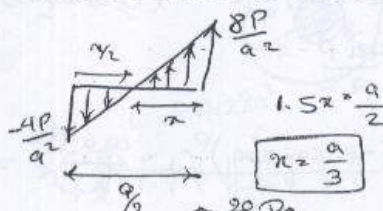
$$= \frac{8P}{a^2}$$



در صورت وجود تنش کششی (تension) حداکثر است.  
چون توان همان  $\frac{Pa}{4}$  را برآورد P است که در صورت وجود تنش کششی:

$$\sigma_{cmax} = (2-6) \frac{P}{a^2} = -\frac{4P}{a^2}$$

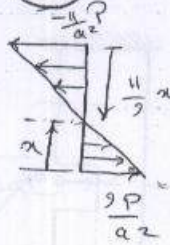
توجه: اگر فرض کنیم که در صورتی خاص از تنش کششی عبور کند  
راش را بررسی می‌کنیم.



$$\sigma_{cmax} = \frac{-2P}{2a^2} - \frac{\frac{20}{3}Pa}{a(2a)^2} = -(1+10) \frac{P}{a^2} = -\frac{11P}{a^2}$$

$$\sigma_{tmax} = (-1+10) \frac{P}{a^2} = \frac{9P}{a^2}$$

II

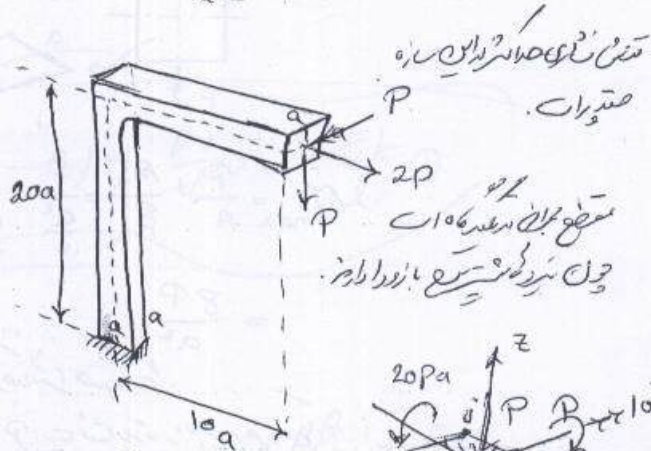


موقعیت نایضی

$$\frac{11}{3}a + a = 2a$$

$$\frac{20}{9}a = 2a$$

$$a = 0.9a$$



$$\sigma_{cmax} / at z = \frac{-P}{a^2} - \frac{50Pa}{a^3} - \frac{20Pa}{a^3}$$

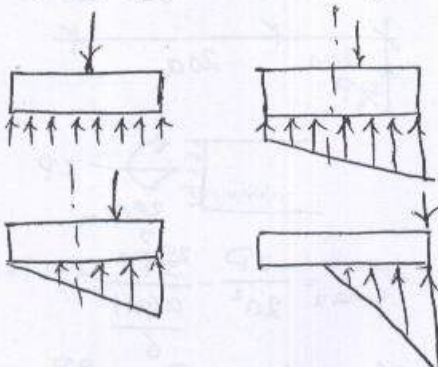
$$= -(1+120+300) \frac{P}{a^2}$$

$$= -\frac{421P}{a^2}$$

موقعیت نایضی (موقعیت نایضی)

$$\sigma_{tmax} / at y = (-1+120+300) \frac{P}{a^2} = \frac{419P}{a^2}$$

هسته تقاطع: هسته تقاطع در این مورد (بسیار مهم)



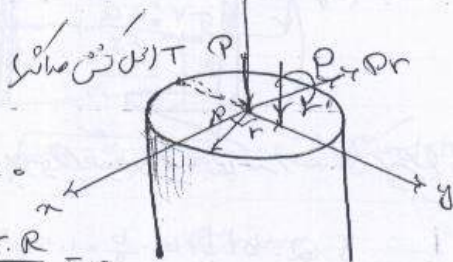
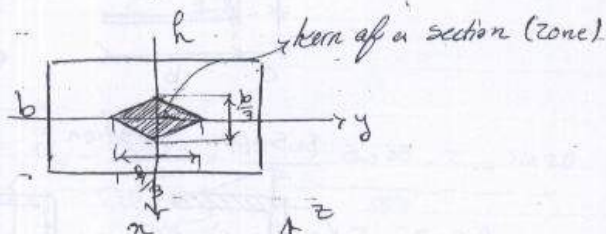
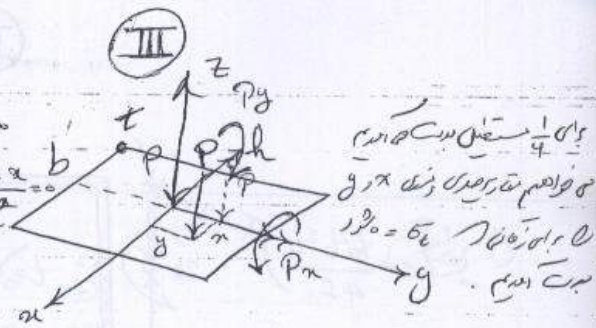
"kern of a section"

مکان هندسی تقاطع هسته تقاطع در این مورد (بسیار مهم)

$$\sigma_{T=0} \Rightarrow -\frac{P}{A} + \frac{M_x}{I_x} + \frac{M_y}{I_y} = 0$$

$$\sigma_T = 0 \Rightarrow -\frac{P}{b \cdot h} + \frac{P \cdot y}{b \cdot h^2} + \frac{P \cdot x}{h \cdot b^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{x}{b/6} + \frac{y}{h/6} = 1} \quad \text{مركز ثقل}$$



$$-\frac{P}{A} + \frac{M \cdot c}{I} = 0$$

$$\sigma_{tmax} = \frac{P}{\pi R^2} + \frac{P \cdot r \cdot R}{\frac{\pi}{4} R^4} = 0$$

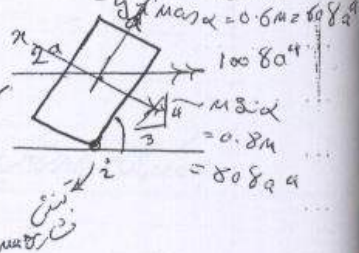
$$\boxed{r = \frac{R}{4}}$$



$$108a^4 = \frac{28a^2(10a)^2}{2} = \frac{we^2}{2} \quad w = 8 \cdot A = 28a^2$$

محاسبه کج :

برای محاسبه کج ابتدا باید زاویه تابش را محاسبه کنیم.



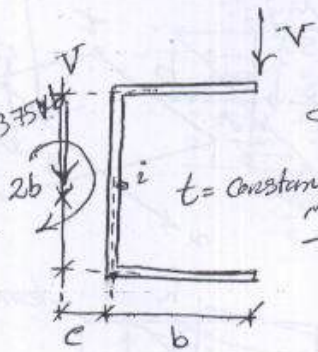
محاسبه کج در این مسئله از اصل اصل است. ابتدا باید زاویه تابش را محاسبه کنیم. بعد از آن می توانیم کج را محاسبه کنیم.

$$\sigma_{max} \text{ at } i = -\frac{M_x}{I_x} - \frac{M_y}{I_y} = -\frac{808a^4}{\frac{a(2a)^2}{6}} - \frac{608a^4}{\frac{2a(a)^2}{6}} = -\frac{3008a}{6}$$

IV

= بیش خارج از مرکز:

$$(e = \frac{t^2 b^2 t}{4I})$$

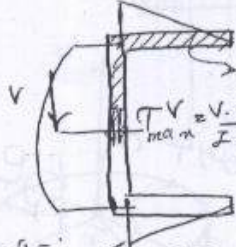


و چون مرکز ثقل از مرکز هندسی جداست  
از  $\frac{1}{12} b h^3$  و  $\frac{1}{12} h b^3$  (مقدار منفی را به علامت مثبت می‌نویسند)

$$I = 2bt \cdot b^2 + \frac{1}{12} t (2b)^3 = (2 + \frac{2}{3}) b^3 t = \frac{8}{3} b^3 t$$

$$e = \frac{(2b)^2 \cdot b^2 t}{4 \times \frac{8}{3} b^3 t} = \frac{3}{8} b = 0.375b$$

« Supper position »



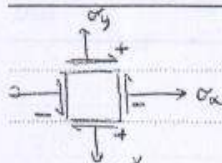
$$T = \frac{2T}{at^2} = \frac{T-t}{\frac{1}{3} at^2}$$

محور هندسی را به سمت راست (مثبت) می‌گیریم

$$\begin{cases} Q = bt \cdot b + bt \cdot \frac{b}{2} = 1.5b^2 t \\ a = 4b \end{cases}$$

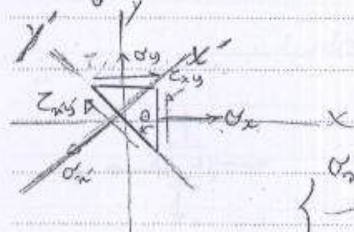
$$T_{max} \Big|_{at=i} = \frac{VQ}{It} + \frac{2T}{at^2} = \frac{V \cdot 1.5b^2 t}{\frac{8}{3} b^3 t} + \frac{3(1.75Vb)}{4bt^2}$$

$$= \left[ \frac{4.5}{8} + \frac{3(1.375)}{4} \right] \frac{V}{bt} = 1.6 \frac{V}{bt}$$



نشی  
 $\tau$   $\frac{a+b}{2}$

رای فشر:



$$\begin{cases} \sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \\ \tau_{x'y'} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \end{cases}$$

$$\frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = 0 \rightarrow \tan 2\theta_p = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

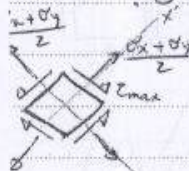
$$\begin{cases} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{cases} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

در مختصات اصلی تنش‌ها را می‌توانیم  
 در مختصات اصلی

در مختصات اصلی

$$\frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = 0 \Rightarrow \tan 2\theta_s = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

\* در مختصات اصلی تنش برشی صفر است و تنش‌ها در این مختصات بیشترین و کمترین مقدار را دارند.  
 \* در مختصات اصلی تنش برشی بیشترین و کمترین مقدار را دارند و تنش‌ها در این مختصات صفر است.



$$\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

اینکه در آن تنش برشی صفر است، اما تنش‌ها در این مختصات بیشترین و کمترین مقدار را دارند.

$$2\theta_s = 2\theta_p + \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta_s = \theta_p + \frac{\pi}{4}$$

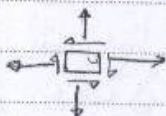
نکته:

۱. در این تنش‌های اصلی تنش برشی صفر است.

۲. در این تنش برشی حداکثر تنش برشی روی محور و جهه این صاف است.

۳. این تنش‌های اصلی با این تنش برشی حداکثر زاویه  $45^\circ$  می‌سازد.

۴. جمع تنش‌های نرمال در یک این صاف است.



$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_{x''} + \sigma_{y''} = \sigma_1 + \sigma_2$$

تنش‌های اصلی

\* جمع تنش‌های عمود بر یک این است.

$$\sigma^2 + \tau^2$$

$$(\sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2 = (\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2$$

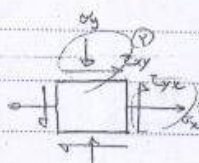
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

قطر دایره:  $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

$$R = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}$$

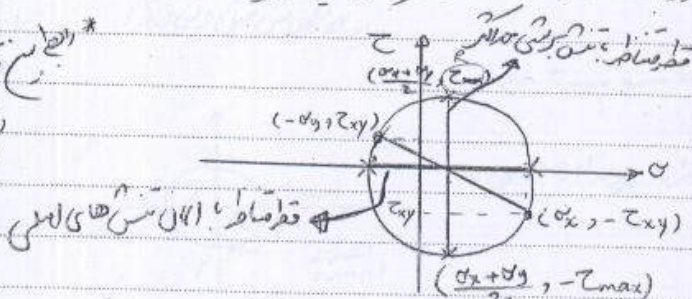
\* تنش‌ها در یک این روی یک دایره حرکت می‌کند.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$



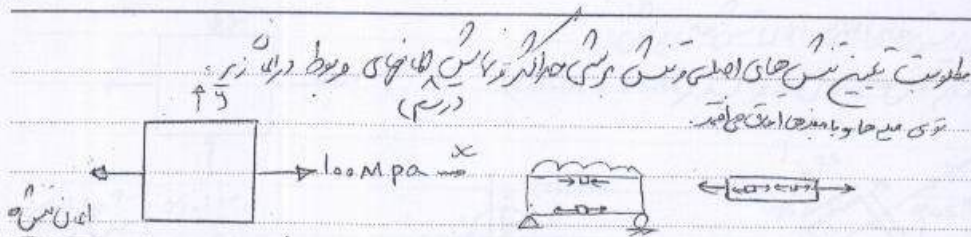
تنش‌های هر دو یک نقطه خاص می‌توانند پس رایج هر دو هم می‌توانند. (با داشتن تنش‌ها در دو وجه متعامد)  
نقطه‌ای در وجه متعامد هر نقطه‌ای در سطح قطر دایره می‌تواند.

\* (اینجا) تنش‌ها در یک این حرکت می‌کند.  
نقطه‌ای که از این دایره

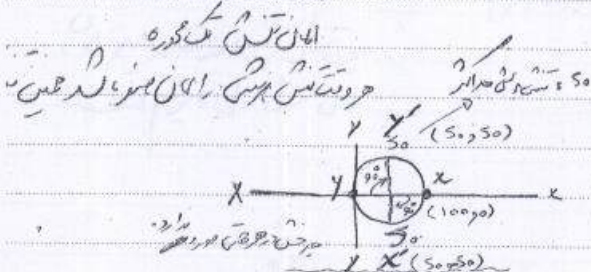


\* اگر این اندازه ۹۰ درجه باشد نقطه‌ای در این اندازه ۲۵ درجه  
یعنی زاویه ۴۵ درجه است. این نقطه را می‌توانیم از این معادله پیدا کنیم.

\* برای این که در هر کافیت تنش‌های دو وجه متعامد را می‌توانیم پیدا کنیم.

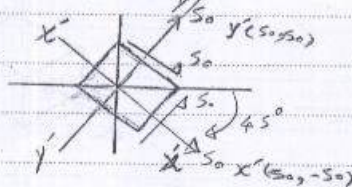


uniaxial stress

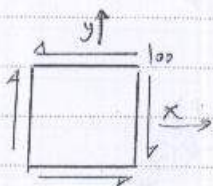


تنش مگره در یک نقطه در این المان

چون قطر 90 می باشد این 45 درجه



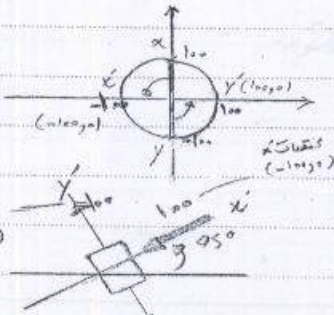
چون زاویه بین تنش برشی و تنش عمودی در یک نقطه  
نصف آن به المان در یک نقطه



این تنش برشی در یک مگره  
در یک نقطه در حال حاضر می باشد و در یک نقطه در حال حاضر

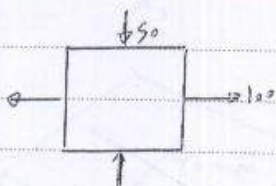
چون  $\sigma_{max} = 100$

این تنش در یک نقطه  
در یک نقطه در حال حاضر می باشد و در یک نقطه در حال حاضر

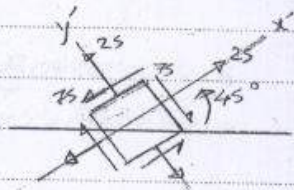
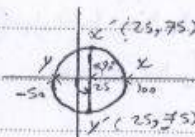


چون قطر 90 می باشد این 45 درجه

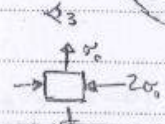
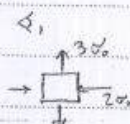
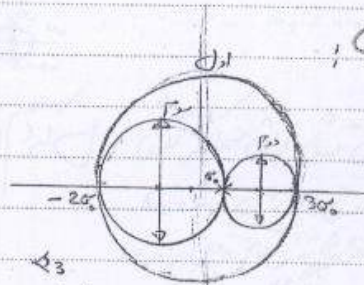
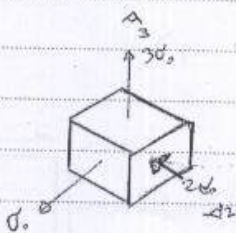
تنش عمودی



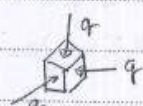
این تنش‌ها اصلی و این تنش‌ها برشی  
به هم تنش‌های اصلی برابرند  $(100-50 \pm 25, 25)$



چون تنش برشی صاف است و این تنش‌ها  
این تنش‌ها برابر است



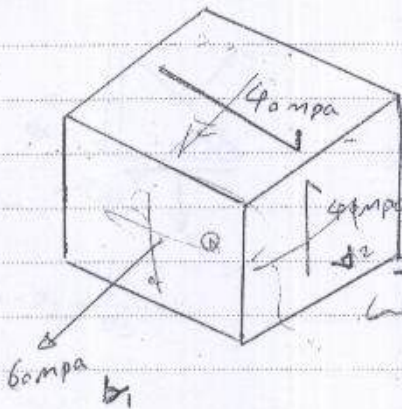
در صفحه ای در جهت این‌ها برش برداریم و تنش‌ها  
در صفحه ای در جهت این‌ها برش برداریم و تنش‌ها



همه در یک نقطه هستند

A<sub>3</sub>

در این شکل مقادیر تنش‌های اصلی را مشخص کنید



\* در این صورتی که تنش‌های اصلی در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, -40)$  و  $(40, 40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.

در این صورتی که تنش‌های عمده در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, 40)$  و  $(40, -40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.

$$\sigma_1 = 40, \sigma_2 = -40$$

$$\sigma_1 = 60, \sigma_2 = 40$$

$$\sigma_1 = 40, \sigma_2 = 40$$

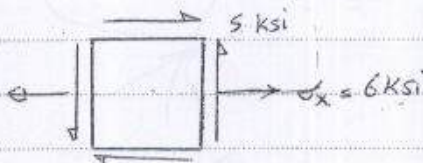
$$\sigma_1 = 40, \sigma_2 = -40$$

$$\sigma_1 = 40, \sigma_2 = 40$$

در این صورتی که تنش‌های عمده در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, 40)$  و  $(40, -40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.

در این صورتی که تنش‌های عمده در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, 40)$  و  $(40, -40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.

در این صورتی که تنش‌های عمده در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, 40)$  و  $(40, -40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.



$$\sigma_1 = 6, \sigma_2 = 6$$

$$\sigma_1 = 6, \sigma_2 = 6$$

$$2\sigma_1 = 6 + 6$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 6 \text{ ksi}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 6 \Rightarrow \sigma_1 = 3, \sigma_2 = 3$$

$$\tau_{max} = ?$$



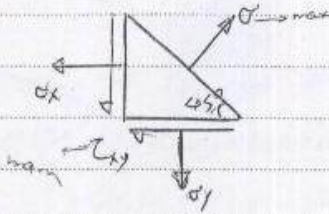
در این صورتی که تنش‌های عمده در یک نقطه از یک جسم به صورت  $(40, 40)$  و  $(40, -40)$  باشد، تنش‌های عمده را مشخص کنید.

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{6 - 6}{2}\right)^2 + 5^2} = \sqrt{0 + 25} = 5$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{6 + 6}{2} \pm \sqrt{0 + 25} = 6 \pm 5 \Rightarrow \sigma_1 = 11, \sigma_2 = 1$$

در نظام و ضعیف تر و قوی تر است نسبت به  $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  و  $\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$



\* در این تنش ها اصل تنش در هر دو جهت است.

\* در این تنش ها در هر دو جهت تنش و ضعیف تر و قوی تر است.

\* در این تنش ها در هر دو جهت تنش و ضعیف تر و قوی تر است.

۹

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



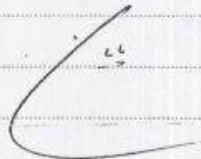
۱۷، ۱۸، ۱۹

ساخت

محل



بی باری



# www.icivil.ir

پرتال جامع دانشجویان و مهندسين عمران

ارائه كتابها و جزوات رايجان مهندسي عمران

بهترين و برترين مقالات روز عمران

انجمن هاي تفصلي مهندسي عمران

خوشگاه تفصلي مهندسي عمران