



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

جزوه درس :
اصول مهندسی زلزله

استاد :
جناب آقای دکتر تهرانی زاده

نگارش:
حمید کاظم
(کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر)
(دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش سازه دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دکتر تهرانی زاده

محمد کاظم

فہرست منابع و مراجع :

- 1) Rosenbluth, Design of Earthquake Resistant Structure.
- 2) Green, N.B. Earthquake Resistant Building Design & Construction
- 3) Borg. Earthquake Engineering, Damage Assessment and Structural Design.
- 4) Newmark & Rosenbluth. Fundamental of Earthquake Engineering.
- 5) Clough & Pensien. Dynamics of Structures.
- 6) Krinsha. Elements of Earthquake Engineering.
- 7) Wiegel. Earthquake Engineering.

(۱) حصہ طراحی

(۲) حصہ طراحی و احجام

(۳) تئوری لرزه

(۴) تحلیل و تئوری

(۵) منابع و مراجع

(۶) تئوری و طراحی

(۷) جمع آوری کتب سری مقالات مربوط به لرزه

سوره ارزیابی:

- (۱) تکلیف ۱۵٪
- (۲) اتون میان ترم ۲۵٪
- (۳) اتون پایان ترم ۵۰٪
- (۴) پروژه ۱۰٪

کنترل و لایندگی زلزله کنی دزم و زلزله شناسی لایندگی

زلزله و واکنشی طبیعی به علت حرکات یوینته زمین است.

زلزله شناسی لایندگی و بهرکت از نقطه ای می بردارد که تحول ایجاد می شود (طوفان) تا نقطه ای که امواج لرزه ای انتقال پیدا می کنند.

لایندگی زلزله و مروری رفتار زلزله مقابل نگاه کن زلزله می باشد.

$$* g = 9.81 \frac{m}{s^2} = 386.06 \frac{in}{s^2} = 32.17 \frac{ft}{s^2}$$

$$* 1 \text{ kips} = 1000 \text{ lb} \quad \text{وزنی} \quad 1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$$

* lb وزنی را اگر بر g تقسیم کنیم lb جرمی به جرمی می آید.

$$* \text{psi} = \text{pound per square inch} = \frac{\text{lb وزنی}}{\text{in}^2}$$

$$* \text{kpsi} = 1000 \text{ psi}$$

$$\frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{sec}^2} \text{ وزنی} = \text{lb}$$

حمید کاظم

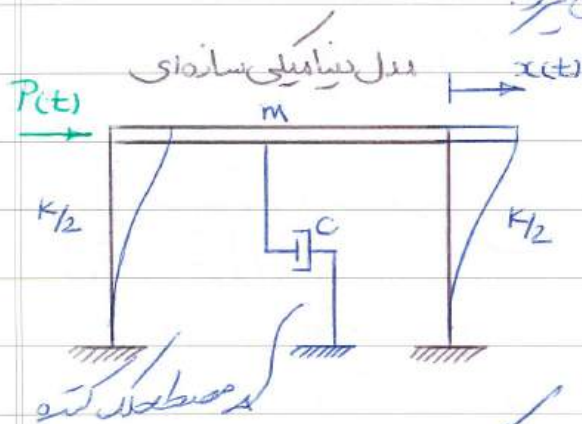
فصل اول مقدمه ای بر دینامیک سازه ها

بار دینامیکی بار است که اندازه، جهت و نقطه اثرش بازمان تغییر کند.



هدف: تحلیل سازه در مقابل بار

در مدل استاتیکی نیروی که وزن و تنش که در اثر بارهای ایستایی می آید
در مدل دینامیکی آنجا که اهمیت دارد تغییر مکان است. با تغییر مکان نیروی
و تنش که را می بینیم کرده، طراحی صورت می گیرد.

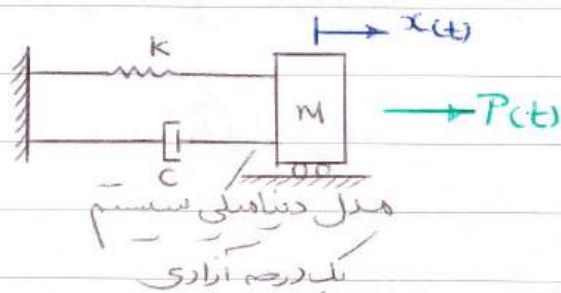


انواع
جنب
صلبت
مقطع
تکانه

مقدار تغییر مکان به سختی بستگی دارد

یکی از عوامل بسیار مهم سختی است.
عامل مهم دیگر میرایی است که به اصطلاح کار کردن سازه در مصالح
سازه بستگی دارد.

از بدایید وی در حرکت را تعیین کنیم
 معادله حرکت وی در این حالت که از حل این معادله حرکت (تغییر مکان) را بدست آورد
 عمل دینامیکی را به این قبیل راه صورت می دهیم تا به دست آن داده



$x(t)$ تابع حرکت جسم

چون سقف صلب است تنها درجه
 حرکت حرکت داریم. پس یک درجه آزادی
 دارد.

حصول سیستم یک درجه آزادی را باید بصورت بالا در آوریم. هم اینگونه نشود
 اشتباه شده است.

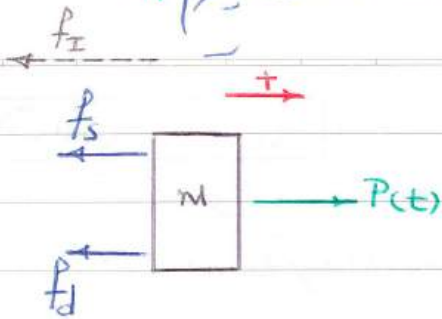
قدم بعدی روش تعین معادله حرکت می باشد. (معادله حرکت معادله این
 است بر حسب تابع حرکت که از حل معادله این تابع حرکت بدست می آید)
 روش تعین معادله حرکت:

روش مستقیم

این روش از کاربرد اعمال قانون دوم نیوتن بدست می آید.
 قانون دوم نیوتن کلیه نیروهای اعمالی بر جسم برابر است با حجم جسم ضرب در
 شتاب در جهت نیرو.

روشی $x(t)$ در صورتی مثبت است $x(t) > 0$ و منفی در صورتی $x(t) < 0$ است

* انیس را میانه نیروی در خلاف جهت حرکت در نظر می گیریم *



حجم را در جهت $x(t)$ حرکت
می دهیم. با این کار نیروی
راضی را جهت x مشخص
می کردیم.

$$\Sigma F_x = m a_x = \dot{p}_I \quad (1)$$

$$-F_d - F_s + P(t) = \dot{p}_I \quad (2)$$

$$\dot{p}_I + F_d + F_s = P(t) \quad (3)$$

اعمال قانون دوم نیوتن:

$\dot{p}_I$ و نیروی انیس می

معادله تبدیل دنیا می

این معادله، معادله حرکت است.

$$F_s = k x(t) \quad (4)$$

$$F_d = c \dot{x}(t) \quad (7)$$

$$\dot{p}_I = m \ddot{x}(t) \quad (5)$$

اگر یک مترعاشق را با سرعت بیشتر بزنیم و در آنم عکس العمل بیشتری داریم
می (6) $\dot{p}_I \propto \ddot{x}(t)$

ضریب استخلاف c

برای جابجایی بواله 4, 5, 7 در رابطه 3 خواهم داشت:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = P(t) \quad (8)$$

این معادله معادله حرکت است. از نظر ریاضی حجم معادله (فرانسیل)
درجه دوم خطی است. علت خطی بودنش آنست که با افزایش سرعت
معادله ثابت هستند.

فرضاً اگر k تابعی از سرعت بود معادله غیر خطی می شد.

حل معادله حرکت:

(۱) حالت اول $P(t) = 0$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (9)$$

این حالت، حالتی است که در سیستم تغییر مکان اولیه اعمال کنیم. این ارتعاش ارتعاشی است که در اثر حذف نیرو ایجاد می شود. در این صورت ارتعاش آزاد داریم. به این دستگاه، دستگاه بلبرجه آزاد با ارتعاش آزاد می گویند.

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (10)$$

تعریف می‌کنیم ω_n و ξ

$$\begin{cases} \frac{k}{m} = \omega_n^2 & (11) \quad \omega_n = \text{فرکانس طبیعی} \\ \frac{c}{m} = 2\xi\omega_n & (12) \quad \xi = \text{نسبت استهلاک بحرانی} \end{cases}$$

این را جایگزین کردن روابط ۱۱، ۱۲ در رابطه ۱۰ خواهیم داشت.

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (13)$$

این معادله، معادله حرکت ارتعاشی آزاد سیستم بلبرجه آزاد است.

$$x(t) = Xe^{\lambda t} \quad (14)$$

فرض می‌کنیم $x(t)$ جواب معادله باشد. (X عدد ثابت است)

$$\dot{x}(t) = X\lambda e^{\lambda t} \quad \ddot{x}(t) = X\lambda^2 e^{\lambda t}$$

$$\rightarrow X e^{\lambda t} (\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0$$

چون $X e^{\lambda t} \neq 0$ باشد یعنی حرکتی نداریم. پس داخل پرانتز باید صفر باشد.

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (15)$$

$$\rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (16)$$

$$\rightarrow x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (17)$$

شرایط مرز برای هر دو به شکل است. اما چون اینها بازمانده می‌مانند و هر دو داریم
باشیم اولی و دومی می‌توانیم.

$$\begin{cases} x(t=0) = x_0 & \text{تغییر مکان اولیه} \\ \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 & \text{سرعت اولیه} \end{cases} \quad (18)$$

این تغییر مکان و سرعت اولیه و دومی می‌تواند حرکت اولیه را بداند. (در غیر این صورت حرکت اولیه را داریم)

۱) حالت اول (ارتعاش آزاد بدون اصطکاک) (هارمونیک ساده) :

با فرض اینکه اصطکاک قابل صرف نظر در نظر گرفته شود $\xi = 0$ و $c = 0$

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

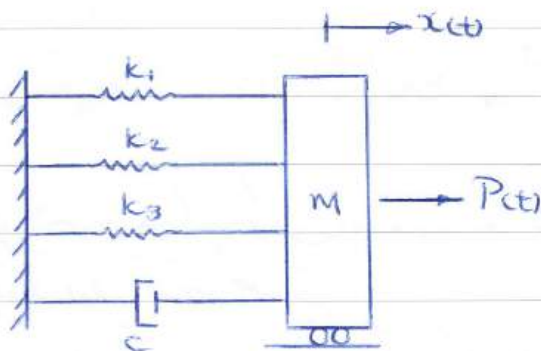
$$\begin{cases} x(t) = Ae^{i\omega_n t} + Be^{-i\omega_n t} \end{cases}$$

حرکت نوسانی هارمونیک ساده $x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t$

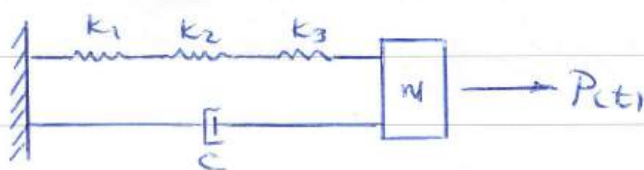
ω_n فرکانس طبیعی سیستم است. یعنی همواره اگر نیروی به سازه اعمال شود و حرکت داشته باشیم این فرکانس همیشه وجود دارد.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

مسئله اول: در صورتی که مدل یک درجه آزادی سیستم را برای به صورت زیر باشد، مطلوب تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان اگر $P(t) = 0$ و $k_1 = k_2 = k_3 = k$ و $C = 0$ باشد.



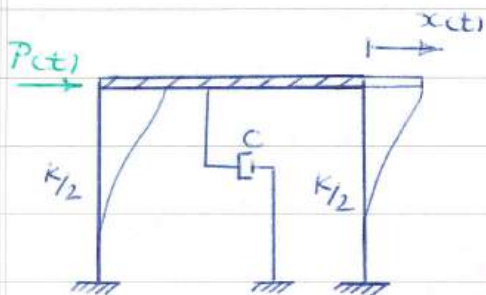
مسئله دوم: مدل دنیا یکی سیستم یک درجه آزادی بصورت شکل مقابل می باشد. مطلوب تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان در صورتیکه $P(t) = 0$ ، $k_1 = k_2 = k_3 = k$ و $C = 0$ باشد.



$$e^{i\beta x} = C_1 \cos \beta x + i \sin \beta x \quad e^{-i\beta x} = C_2 \cos \beta x - i \sin \beta x \quad \text{یادآور کرده}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (b' = b/2)$$



$$x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

احتمال شرط اولیه

$$\begin{cases} x(0) = X_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{X}_0 \end{cases}$$

$$x(0) = X_0 = C \Rightarrow C = X_0$$

$$\dot{x}(0) = \dot{X}_0 = D \omega_n \Rightarrow D = \frac{\dot{X}_0}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow x(t) = X_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t$$

زمانی که سرعت اولیه و هم تغییر مکان اولیه صفر باشند حرکت داریم

$$x(t) = X \cos(\omega_n t - \varphi)$$

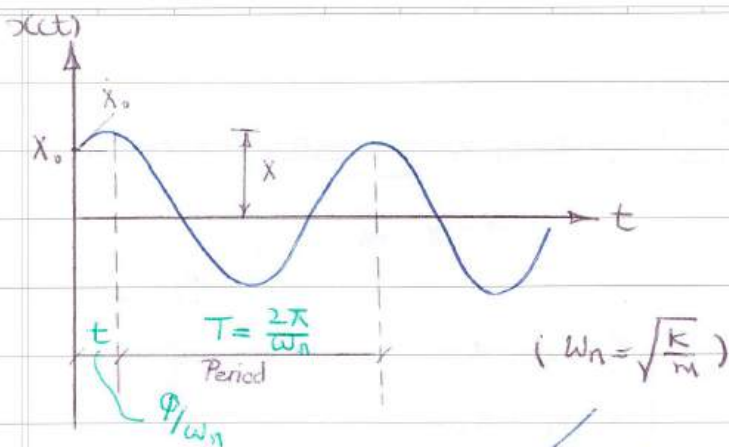
فرض

اگر رابطه بالا را با رابطه هم خواصم داشت

$$\begin{cases} X = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n}\right)^2} \end{cases} \text{ دامنه نوسان}$$

$$\begin{cases} \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}\right) \end{cases} \text{ زاویه فاز}$$

نویسند: طول و تغییر روابط فوق



$$x(t) = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$X = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$\omega_n t - \phi = 0$$

$$\rightarrow t = \phi/\omega_n$$

$$(\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}})$$

اگر مقدار $c = 0$ باشد تا می بینیم که هیچ حرکت را داریم.
فقط این محسوس می شود که حرکت را داریم.

ما می بینیم که هر چه کمتر داریم، یعنی فرکانس، پس با کم کردن c فرکانس بالاتر می رود.

نواحی اطراف کانوس، نوعی اثر ایجاد شده دارد. فرکانس زیادی است.
پس Period نشان کم است. واضح است که هر چه کمتر باشد، فرکانس بیشتر می شود.
(وقتی فرکانس زیاد شود، دوره تناوب کمتر می شود)

$$\uparrow \text{ فرکانس} \Rightarrow \text{Period} \downarrow$$

۱۲. حالت دوم (ارتعاش آزاد با اصطکاک) : $c \neq 0$ ، $\xi < 1$

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm i \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{فرکانس اصطلاحی}$$

$$\Rightarrow \lambda_1, \lambda_2 = -\xi \omega_n \pm i \omega_d$$

$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t} = A e^{-\xi \omega_n t + i \omega_d t} + B e^{-\xi \omega_n t - i \omega_d t}$$

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} (C \cos \omega_d t + D \sin \omega_d t)$$

به این حرکت، حرکت نوسانی میرا گویند. باندازه زدن حرکت را این حرکت نوسانی را می‌نامند.
این شکل اولیه را می‌نامند

$$x(0) = X_0$$

$$\dot{x}(0) = \dot{X}_0$$

این را می‌گویند که در این شکل اولیه در رابطه اصلی می‌خواهیم داشت و

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} \left(X_0 \cos \omega_d t + \frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right)$$

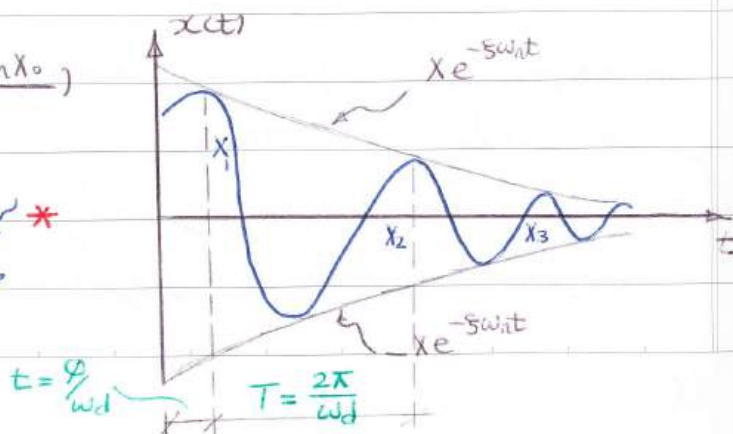
$$x(t) = \underbrace{X_0}_{\text{دامنه}} e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi)$$

$$\Rightarrow \omega_d \approx \omega_n \quad \text{در باره } \xi \quad 2/7 < \xi < 7/2$$

$$X = \left[\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \right)^2 + X_0^2 \right]^{1/2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d X_0} \right)$$

* پیرامون ثابت این فقط دامنه را می‌نامند



نریب کاوش نگارینی

$$\frac{X_k}{X_{k+1}} = \frac{X e^{-\xi \omega_n (kT)}}{X e^{-\xi \omega_n (k+1)T}} = \frac{1}{e^{-\xi \omega_n T}}$$

$$\Rightarrow \frac{X_k}{X_{k+1}} = e^{\xi \omega_n \left(\frac{2\pi}{\omega_d}\right)}$$

$$\delta = \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} = 2\pi \xi \frac{\omega_n}{\omega_d}$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_n \Rightarrow \delta = 2\pi \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$\delta \approx 2\pi \xi$$

باری در نریب

$$\Rightarrow \xi = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{X_k}{X_{k+1}} \right)$$

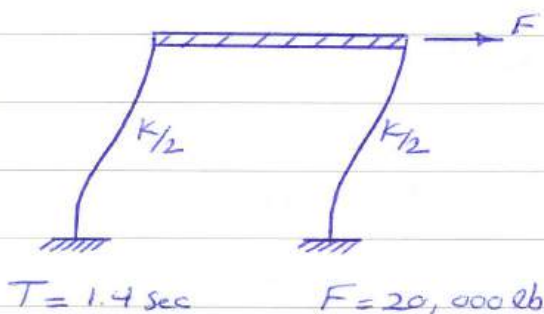
اگر خواهم رابطه فوق را بر مبنای عمیق تر یعنی بر مبنای n شکل کامل نوشت از رابطه X_k مورد نظر باشد خواهم داشت

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}}$$

دری ۱۰۰۰۰ پوند به جبهه شکل در محفوظ است. در مورد وزنی $W = 200 \text{ kips}$ (۱ kips = 1000 lb) و پرونده $T = 0.25$ باشد. مشخصات تعیین تابع تغییر مکان در حالتی که $X_0 = 2 \text{ in}$ ، سرعت اولیه بصورت $X_0 = 1.5 \text{ in/sec}$ باشد. مقدار حداکثر برش یا تغییرات را حساب کنید. حداکثر شتاب

۶. در صورتیکه از یک سیستم شماره ۱ مقدار ارتعاش استخوانی برای ۲۰ درجه
مکانیسم اولیه 5 inch و سرعت اولیه صفر باشد، محسوسات تغییر تابع تغییر
مکانیسم در رسم تابع در آنجا تغییر مکانیسم بعد از دو سیکل کامل

مثال و قیاس شکل از محفوظات است. در صورتیکه نیروی F مطابق شکل در رسم اعمال
گرد و پس از آن نیرو حذف شود دامنه حرکت پس از یک نصف سیکل 0.16 in
باشد، محسوسات تغییر



(۱) $W_n = W_d$ مؤثر

(۲) فرکانس استخوانی W_d

(۳) ξ و C

(۴) دامنه پس از یک سیکل کامل

$$X_0 = 0.20 \text{ in}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{kg}{mg}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{gk}{W}}}$$

(۱) فرض $W_n = W_d$

$$\Rightarrow W = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 k \cdot g$$

$$F = kX_0 \Rightarrow k = \frac{F}{X_0} = \frac{20,000}{0.2} = 100,000 \text{ lb/in}$$

$$W = \left(\frac{1.4}{2\pi}\right)^2 (100,000) (386) = 1.92 \times 10^6 \text{ lb}$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.4} \Rightarrow \omega_d = 4.48 \text{ rad/s} \quad (۲)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{0.2}{0.16} \quad (۳)$$

$$= 0.0355 \Rightarrow \xi = 3.55\%$$

دامنه‌ی از n شکل ۸

$$X_n = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0} \right)^n$$

$$C = 2 \xi m \omega_n = 2 (0.0355) \left(\frac{1.92 \times 10^6}{386} \right) (4.48) \\ = 1.58 \times 10^3 \text{ lb/in/s}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - (0.0355)^2} = \omega_n (0.999)^{1/2} \approx \omega_n$$

فرض می‌کنیم ضرایب است

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_k}{X_{k+1}} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} \quad (۴)$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{X_k}{X_{k+n}} = \frac{1}{2\pi(6)} \ln \frac{X_0}{X_6}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1} = \frac{1}{2\pi(6)} \ln \frac{X_0}{X_6} \Rightarrow \left(\frac{X_0}{X_1} \right)^6 = \frac{X_0}{X_6}$$

$$\Rightarrow X_6 = X_0 \left(\frac{X_1}{X_0} \right)^6 \Rightarrow X_6 = 0.2 \left(\frac{0.16}{0.2} \right)^6 = 0.054 \text{ in}$$

(۱۳) حالت سوم $\xi \geq 1$ (ارتعاش آزاد با استهلاک بحرانی و فوق بحرانی)
الف) $\xi = 1$

$$\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\xi = 1 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi \omega_n$$

$$\Rightarrow x(t) = A e^{-\xi \omega_n t} + B t e^{-\xi \omega_n t}$$

این تابع به نامی نمی‌باشد. در این حالت هرگز داریم درگیر نوسان نمی‌شیم
برای دلیل در این حالت ارتعاش آزاد با استهلاک بحرانی می‌گویند -

نست استهلاک بحرانی $\xi = 1$

(critical Damped)

(ب) $\xi > 1$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \quad \lambda_{1,2} t$$

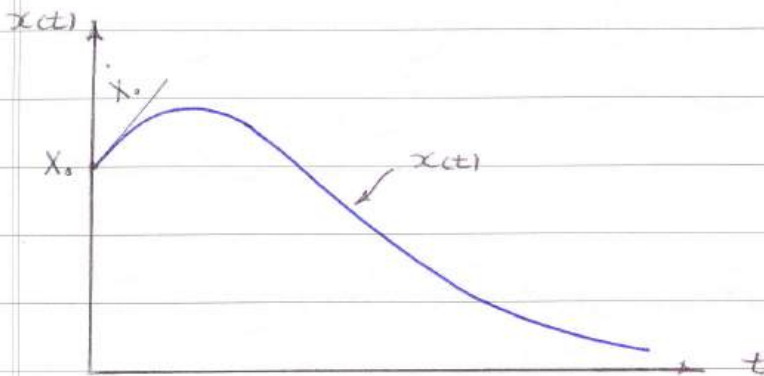
$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}$$

(Over Damped)

در این حالت حرکت نوسانی نداریم

حالت نوسانی بودن به صورت $\sin$ و $\cos$ و $e^{\pm i\omega t}$ بود.
به این حالت ارتعاش آزاد یا التخلّاک فوق بحرانی گویند.

لغزش ضرایب A, B



$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

$$\xi = 1 = \xi_c \Rightarrow c_c$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{c_c}{2m\omega_n} \Rightarrow c_c = 2m\omega_n$$

برای تعریف ξ نسبت التخلّاک بحرانی است می داریم:

$$\xi = \frac{c}{c_c} \Rightarrow \xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

ξ ضریب التخلّاک معصوم به ضریب التخلّاک بحرانی است.

اگر ضریب استخلاف c برابر از ضریب استخلاف بحرانی (c_c) باشد سیستم را
 فوق بحرانی (over damped) می نامیم و اگر کوچکتر از c_c باشد سیستم را
 نوبانی (under damped) می گویند که حرکت سیستم نوبانی خواهد بود.

در حالتیکه $c > c_c$ باشد حرکت سیستم دیگر حرکتی ارتعاشی یا نوبانی نخواهد
 بود زیرا تابع حرکت یک تابع نمایی بوده و دامنه نوبان دوبه صفر می رود و
 در نهایت بدون هیچ حرکت نوبانی به صفر می رسد این حالت را حالت
 فوق بحرانی می نامند.

تمرین ۱: به منبع آبی مطابق شکل موضوع است اگر وزن این منبع $20,000 \text{ lb}$

درختی یا به پای منبع $80,000 \text{ lb/in}$ وزن

شود و این منبع تحت اثر نیروی قائم شود که مقدار

آن $F = 16,000 \text{ lb}$ باشد، مطلوبت تعیین

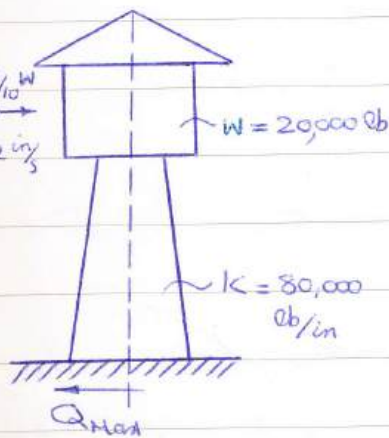
دامنه حرکت پس از 3، 5، 10 سیکل

نسبت استخلاف بحرانی منبع، ضریب استخلاف،

فرکانس طبیعی و فرکانس استخلافی در صورتیکه

دامنه نوبان پس از یک رفت و برگشت به $2/3$

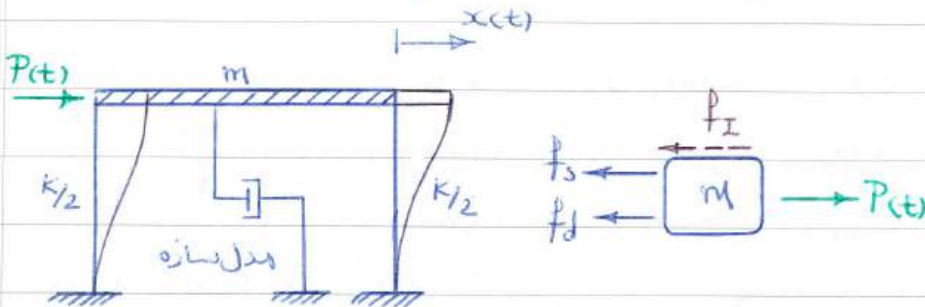
حالت اولیه کاهش نیابد.



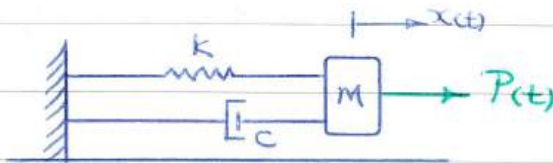
تمرین ۲: در صورتیکه در تمرین ۱ طولی ای به وزن $k = 0.1 W$ با سرعت
 $v = 2 \text{ in/s}$ به منبع اصابت کند و نوع اصطدام الاستیک فرض شود مطلوبت
 تعیین تابع تغییر مکان، مقدار Q_{max} پس یابید و رسم کنید $\xi = 5/1$

در نظر گرفته شود.

معادله حرکت قاب بدین طریقه تحت اثر حرکت زمین است



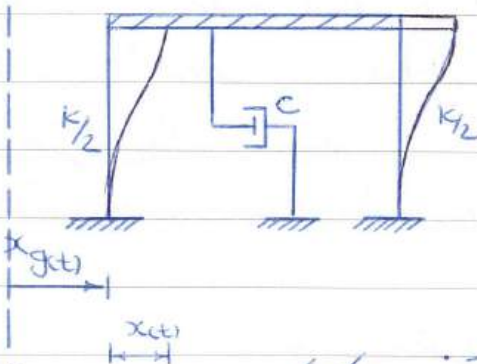
$$\sum F_x = 0 \quad (1) \Rightarrow -P_I - P_D - P_S + P(t) = 0 \quad (2)$$



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P(t) \quad (3)$$

مدل دینامیکی سیستم یک درجه آزادی

$$x_t = x_g(t) + x(t)$$



$$P(t) = 0 \quad (4)$$

$$P_I + P_D + P_S = 0 \quad (5)$$

$$P_S = kx(t) \quad (6)$$

$$P_D = c\dot{x}(t) \quad (7)$$

P_D و P_S فرقی با صافیت قیل ندارند.

زمانی نیز در قتر یا لنگر شکست گفته از غیر می شود بدین جهت است به این جهت در حرکت

دسته باشد $f_I = m\ddot{x}_t$ (8) نیروی انحرافی

شتابی به توسط زین وارد می شود + شتاب نا از حرکت نسبی شیب برابر = شتاب مطلق جرم

$$m\ddot{x}_t + c\dot{x}_t + kx_t = 0 \quad (9)$$

$$x_t = x(t) + x_g(t) \quad (10)$$

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) \quad (11)$$

$\ddot{x}_g(t)$ شتاب پایه است در حرکت تغییر می کند

از جایگزینی رابطه 11 در 9 داریم: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g(t)$ (12)

(x همان $x(t)$ است)

از رابطه 12، یا 3 معادله نیم اینج خود را می شود که $m\ddot{x}_g(t)$ به نیروی خارجی است

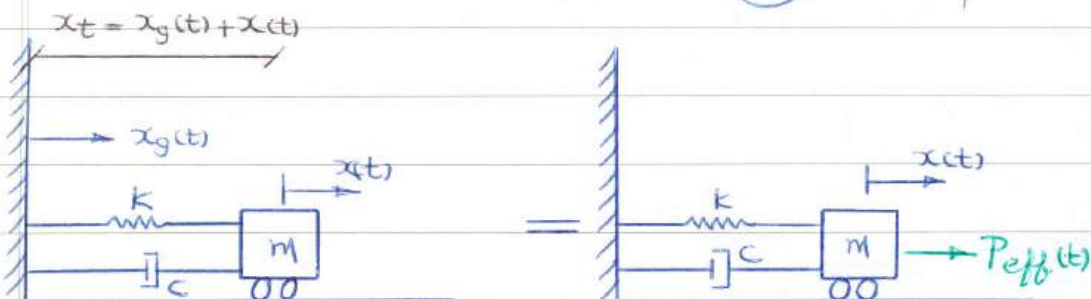
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_{eff}(t) \quad (13)$$

نیروی مؤثر $P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$ (14)

نیروی لرزه به جرم ساختمان تسبی دارد. جرم جرم سازه کمتر باشد نیروی وارد به سازه بیشتر خواهد بود. لذا یک سازه در یک لرزه بسیار اهمیت دارد. Drift تغییر مکان نسبی طبقات است. اگر Drift کم طبقه است در سازه زیاد شد، آن طبقه اصطلاحاً طبقه نرم می گردد و احتمال خرابی زیادی گردد.

یک سازه به سازه یک سازه است دارد در سازه آزاد ساختمان در چهار انعطاف پذیر و تغییر شکل بالایی گردد

ساختن یکی به طبقه اولی می‌تواند در صورتی که دو بار یک مرتبه و بار دیگر در
 دوم این اوقات فضای بارکینگ نمی‌دارند. طبقه نرم ایی باشد و ساختن
 در هنگام زلزله در طبقه اول تخریب می‌گردد.



مدل یکسانی سیستم تحت اثر حرکت زمین
 کافی است صانع سیستم fix را حفظ کنیم و فقط نیروی مؤثر زلزله را اضافه کنیم
 $x(t)$ حرکت جرم است نسبت به پایه
 نسبت نسبت به پایه می‌تواند حرکت کند. جرم در طبقات یکم زلزله نیروی
 طبقات توزیع می‌شود.

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{1}{m} P_{eff}(t) \quad (15)$$

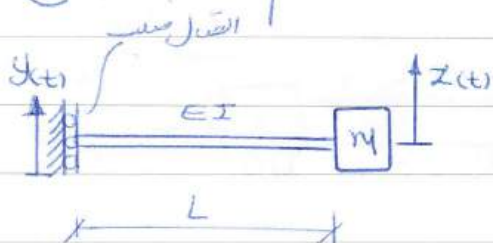
$$\ddot{x} + 2\zeta \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{1}{m} P_{eff}(t) \quad (16)$$

(۱) نیروی زلزله علاوه بر جرم به ثبات می‌رسد سنگینی دارد. این ثبات را نسبت به
 زلزله نیز منطقه است. با این بار زلزله را نوعی مقدار سازی کرده تا بتواند در مقابل
 زلزله مقاومت کند.)

(۲) زون کل نسبت به زلزله کل دو قسمت است. (۱) زمانی که اوج جوش خشم را به
 می‌رسد. (۲) زمانی که اثر زلزله (بار زلزله) در مقابل می‌گردد.)

سیستم دوم معمولاً بیشتر از ۱۵ ثانیه است. این زمان را نسبت دوم حرکت دوام می‌نامند که در صورتی بیشتر باشد قدرت خرابی هم بیشتر است.

نمونه ۱: تیر یک سر در شکل در معرض است. در صورتیکه یک پایه این تیر حرکت افقی حرکت $y(t)$ قرار گیرد، مطلوب است معادله حرکت جسم m را حسب تابع $z(t)$



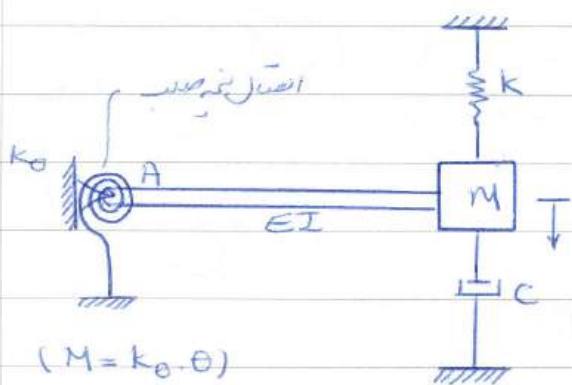
نمونه ۲: تیر در شکل مقابل معروض

است. در صورتیکه تیر AB می‌باشد
بوده و در تکیه گاه A علاوه بر نوار

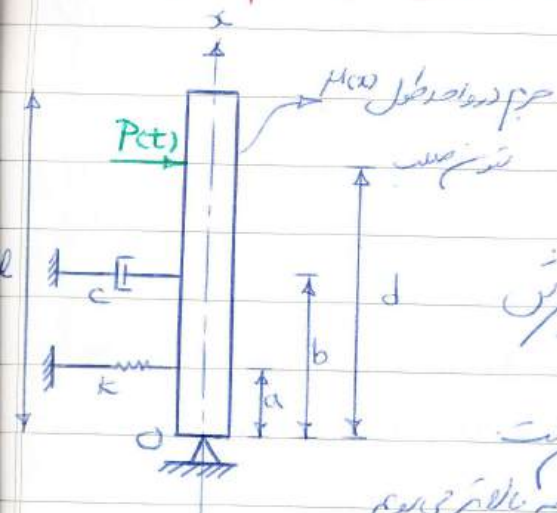
تیر بخشی معین شده باشد، معادله

حرکت جسم m را حسب $y(t)$

دریافت کنید. (یعنی تیر K_θ است)



معادله حرکت در سیستم مختصات نزولی برابر اجسام با جرم کمتر دهه



الف) جسم صلب

اگر می خواهم معادله حرکت جسم در حالت حرکت صاف باشد

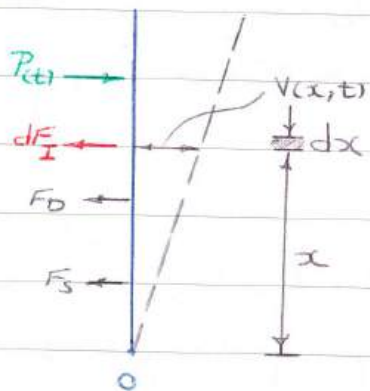
در صورتی که تابع تغییر مکان x و تغییرات t در

حال اولی قدم لغزش تابع تغییر مکان است

در نقطه 0، تغییر مکان صفر است و در نقطه دوم

بسیار می شود پس تابع تغییر مکان را به یک تابع نزولی است این تابع

تغییر مکان را با V نشان می دهند تابع تغییر مکان $V(x, t)$



$$V(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$\psi(x)$ تابع شکلی یا مکانی

$Y(t)$ تابع زمانی

تابع مکانی به صورتی می گیریم در مقدار کم

آنرا واحد باشد $\psi(L) = 1$

$$\Rightarrow \psi(x) = x/L$$

اینکه مهم است که نسبت به $Y(t)$ است

$$V(x, t) = x/L \cdot Y(t)$$

تعیین معادله حرکت (روش دانه)

$$F_I + F_D + F_S = P(t)$$

در حالت جرم کمتر از سیستم

$$M_I + M_D + M_S = M_{pct} \quad (6)$$

برابر حجم کسترده داریم ؟
حاصل 0 می شود پس می گیریم ؟

$$M_{pct} = P_{ct} \cdot d \quad M_D = F_D \cdot b \quad - M_S = F_S \cdot a$$

M_I از ضلع افقی است. چون حجم کسترده است پس باید از سطح dx dm بگیریم.

$$\rho \cdot dm = \mu(x) \cdot dx \quad (10)$$

$$dF_I = dm \cdot \ddot{v}(x,t) \stackrel{(11)}{=} \mu(x) dx \cdot \ddot{v}(x,t) \quad (12)$$

$$\Rightarrow dM_I = dF_I \cdot x = \mu(x) \cdot x \cdot \ddot{v}(x,t) dx \quad (13)$$

$$\Rightarrow M_I = \int_0^L \mu(x) \cdot x \cdot \ddot{v}(x,t) dx \quad (14)$$

$$M_{pct} = P_{ct} \cdot d \quad (7)$$

$$M_D = F_D \cdot b = c \dot{v}(b,t) \cdot b \rightarrow M_D = c \frac{b^2}{L} \dot{Y}(t) \quad (8)$$

$$M_S = F_S \cdot a = k \dot{v}(a,t) \cdot a \rightarrow M_S = k \frac{a^2}{L} \dot{Y}(t) \quad (9)$$

$$M_I = \dot{Y}(t) \int_0^L \mu(x) \frac{x^2}{L} dx \quad (15)$$

پس از جایگزینی روابط 7، 8، 9، 15، در رابطه 6 خواهیم داشت :
(آنطرف را به سمت راست می آوریم)

$$\underbrace{\ddot{Y} \int_0^L \mu(x) \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx}_{M^*} + \underbrace{c \left(\frac{b}{L}\right)^2}_{C^*} \dot{Y}(t) + \underbrace{k \left(\frac{a}{L}\right)^2}_{K^*} Y(t) = P_{ct} \cdot d/L$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P^*(t)$$

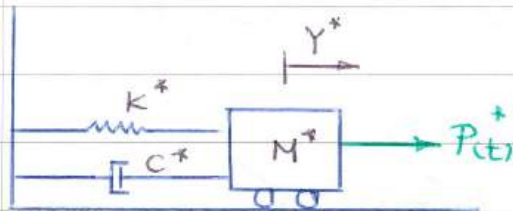
$$M^* = \int_0^L \mu(x) \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx \quad \text{جرم معادل}$$

$$c^* = c \left(\frac{b}{L}\right)^2 \quad \text{ضرب استخراک معادل}$$

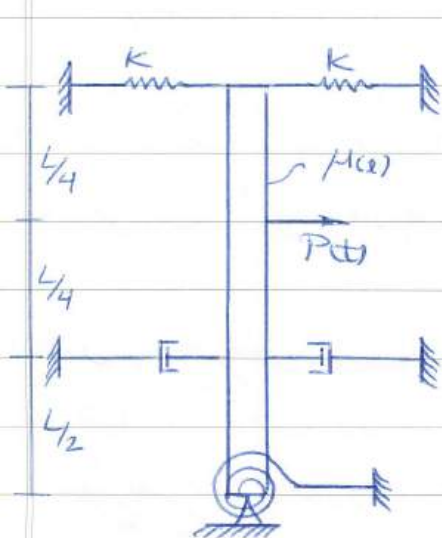
$$k^* = k \left(\frac{a}{L}\right)^2 \quad \text{ضرب سختی معادل}$$

$$P_{ct}^* = P_{ct} \frac{d}{L} \quad \text{نیروی معادل}$$

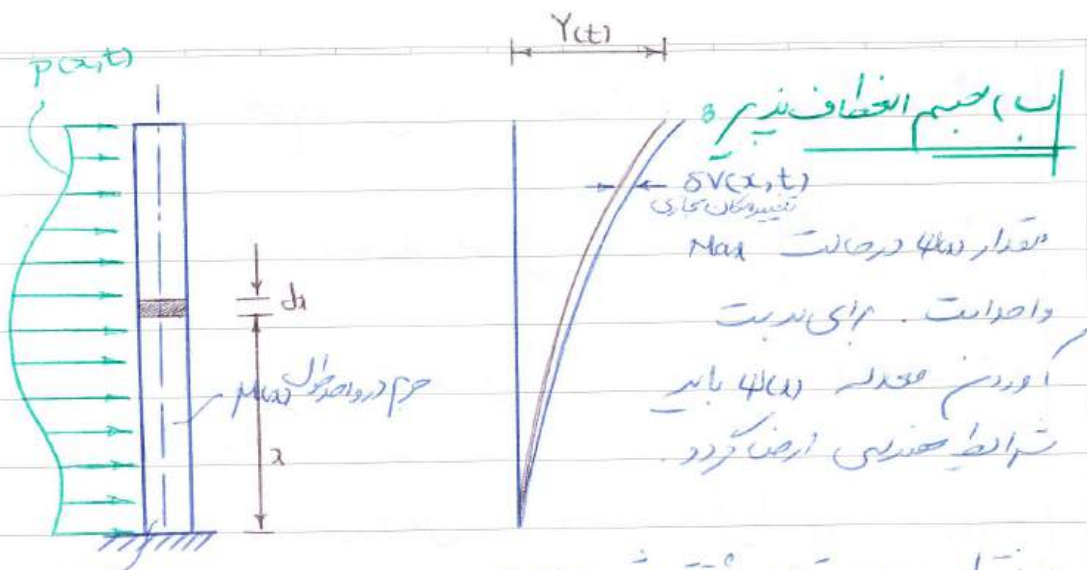
برای این سیستم معادل شکل حالت پیرایه



با این سیستم معادل می توانیم یک دید آزادتی داریم



۹- متون صلی دارای یک راه نیمه مدب
می باشد که توسط قمر لکی در انتهای آن
(آزادان) قرار دارند و در حالت
مطلوبت بخش معادل حرکت این سیستم
در صورتیکه تمام جرم در واحد طول
این متون صلب باشد. در حالتی که
 $\mu_{eq} = \mu$ باشد معادل حرکت را بدین آوری
در سیستم معادل یک دید آزادتی داریم



ب) حجم انعطاف پذیره

$\delta v(x,t)$
تغییر مکان مجازی

مقدار دلتا در حالت

واحد است. مای بدست

آورده معادله $\phi(x)$ باین

شرایط حدی ارضاء گردد.

$EI(x)$

صلبیت خمشی متغیر

$$\phi(x) = \frac{x^2}{L^2}$$

در نقطه $x=0$ تابع مشتق از صفر است.

در $x=L$ تابع برابر یک است.

این صفر همان تصویرت مقابل می گردد.

این بدست آوردن $\phi(x)$ ساده است. هم $y(x,t)$ است.

تجسین معادله حرکت و (روش تار مجازی)

نی انعطاف مجرم

نی انعطاف تغییر مکان

عالمی خواصم صفت را تصویرت یک سیستم محدود یک درجه آزادی مدل کنیم.
روش ساده تری علاوه بر روش المان وجود دارد.

روش تغییر مکان مجازی (تار مجازی) و

اصل تار مجازی این صفت که اگر سیستم دارای تعداد استاتیکی باشد.
برای تغییر مکان مجازی کل تار انجام شد و برابر صفر است.
و تری تغییر مکان مجازی تصویرت برکات

- (۱) با مقیورانه هم‌باز باشد (جایی در صورت صفر باشد و جایی Max باشد)
 (۲) تغییر مکانی کوچک باشد تا سیستم در حال تعادل باشد

(Internal)

(External)

$$\delta W_I = \delta W_E \quad \text{کار مجاری نیروی داخلی} = \text{کار مجاری نیروی خارجی}$$

برای اصل کار مجاری، کار مجاری انجام شده توسط نیروهای داخلی را می‌توان برابر کار مجاری انجام شده توسط نیروهای خارجی دانست.

$p(x, t)$ نیرو در واحد طول است. شدت نیرو است.
 تنش در نوع است = تنش فشر (فشار)، تنش کشش

$$\delta W_E = \int_V p(x, t) dx \quad \delta V(x, t) \quad (3)$$

تغییر طول نیرو

کار ناشی از برش در مقابل تنش در تیر که بر روی یک یکای کم است. بنابراین قابل اعماض است.

$$\delta W_I = \int m \omega s d\theta \quad (4)$$

چون حالت مجاری $d\theta$ باعث می‌گردد $s d\theta$ داریم. (کار مجاری بر علت $\delta V(x, t)$ بوده است)

$$\delta W_{I2} = \int f_I(x, t) dx \quad \delta V(x, t) \quad (5)$$

بر علت نیروی انرژس

$f_I(x, t)$ = (در نقطه x در لحظه t) شدت نیروی انرژس

$$\theta = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \rightarrow d\theta = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} dx \quad (6)$$

$$\delta \phi = \frac{\partial^2 \delta V(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (7)$$

$$\frac{m(x)}{EI(x)} = \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \Rightarrow m(x) = EI(x) \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \quad (8)$$

$$1) \begin{cases} \delta V(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t) & (1) \\ V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) & (2) \end{cases}$$

$$\delta W_{I_1} = \int EI(x) \frac{d^2 \psi}{dx^2} Y(t) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \delta Y(t) \right] dx$$

$$\Rightarrow \delta W_{I_1} = Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx \quad (9)$$

$$2) \begin{cases} f_{I_1}(x,t) = \text{شکل تغییراتی} & f_{I_1}(x,t) \cdot dx \rightarrow \text{نقطه ای} \\ f_{I_1}(x,t) = \mu(x) \ddot{Y}(x,t) = \mu(x) \psi(x) \ddot{Y}(t) & (12) \end{cases}$$

$$\delta W_{I_2} = \ddot{Y}(t) \int \mu(x) \cdot \psi(x) [\psi(x) \cdot \delta Y(t)] dx$$

$$\delta W_{I_1} = \ddot{Y}(t) \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx \quad (10)$$

$$3) \quad \delta W_E = \delta Y(t) \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx \quad (11)$$

با استفاده از اصل کار مجازی خواهیم داشت:

$$\delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} = \delta W_E \quad (13)$$

$$\ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = \delta Y(t) \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx \quad (14)$$

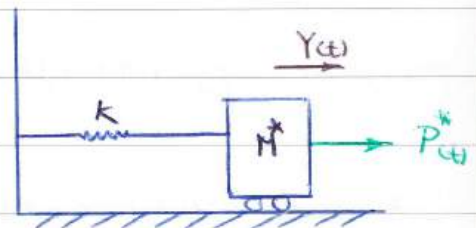
از آنجا که $\delta Y(x, t)$ مقدار اختیاری و غیر صفری باشد، پس می‌توان در رابطه 14 $\delta Y(t)$ را از طرف چپ در طرف چپ حذف و نتیجه خواهیم داشت:

$$\ddot{Y} \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + Y \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx$$

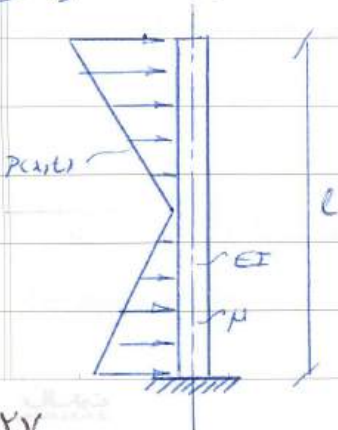
$$M^* \ddot{Y} + K^* Y = P^*(t) \quad (15)$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx$$



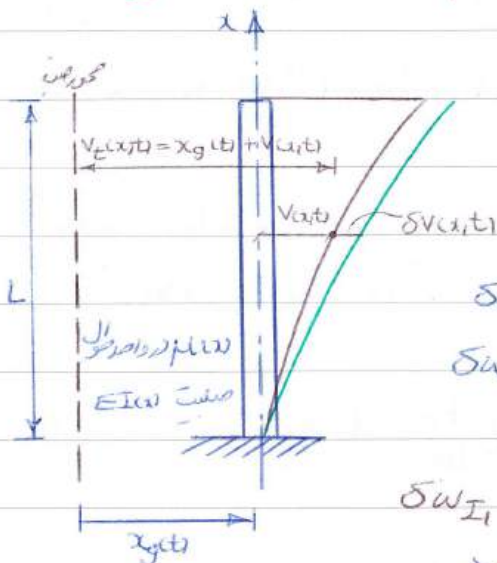
$$P^*(t) = \int_0^L p(x, t) \psi(x) dx$$



میتوان گفت که در شکل مقابل فرض است. در صورتیکه EI و μ در طول ستون ثابت فرض شود. طول ستون تعیین کننده حرکت، جرم و کشش و نیروی معادل. تابع شکلی $\psi(x)$

$$1 - C_1 \frac{\pi^2}{2L}$$

معادله حرکت اجسام الاستیک با جرم گسترده تحت اثر حرکت زمین و (با استفاده از روش کار مجازی)



$$V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad (16)$$

$$\delta V(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t) \quad (17)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \quad (18)$$

چون نیروی خارجی نداریم $\delta W_E = 0$ (19)

کار مجازی نیروهای داخلی $\delta W_I = \delta W_{I1} + \delta W_{I2}$ (20)

$$\delta W_{I1} = Y \cdot \delta Y \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx \quad (21)$$

کار مجازی نیروهای داخلی (همیشه مثبت)

$$\delta W_{I2} = \int_0^L f_I(x,t) \delta V(x,t) dx \quad (22)$$

کار مجازی نیروهای بیرونی

$$f_I(x,t) = \mu(x) \cdot \ddot{V}_E(x,t) \quad (23)$$

نشان مطلق نیست

$$V_E(x,t) = V(x,t) + x_g(t) \quad (24)$$

$$\delta W_{I2} = \int_0^L \mu(x) [\ddot{V}_E(x,t) + \ddot{x}_g(t)] \psi(x) \delta Y \cdot dx \quad (25)$$

$$= \int_0^L \mu(x) \cdot \ddot{Y}(t) [\psi(x)]^2 \delta Y \cdot dx + \int_0^L \mu(x) \ddot{x}_g(t) \psi(x) \delta Y \cdot dx \quad (26)$$

$$= \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \ddot{x}_g(t) \delta Y \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \delta W_{I2} = \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \ddot{x}_g(t) \delta Y \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx$$

(27)

$$\delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} = \delta W_{I_3} \quad (28)$$

$$\ddot{Y} \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx + Y \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = -\delta Y \ddot{x}_g \int_0^L \mu_{\text{mass}} \psi_{\text{mass}} dx \quad (29)$$

در رابطه 29 چون مقدار تابع δY اختیاری و می‌تواند صفری باشد و نیز برابر خواهم داشت

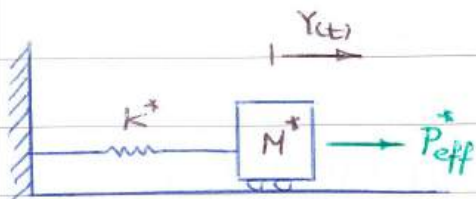
$$\underbrace{\ddot{Y} \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx}_{M^*} + \underbrace{Y \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx}_{K^*} = -\ddot{x}_g(t) \underbrace{\int_0^L \mu_{\text{mass}} \psi_{\text{mass}} dx}_{\bar{K}} \quad (30)$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{\text{eff}}^*(t) \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M^* = \int_0^L \mu_{\text{mass}} [\psi_{\text{mass}}]^2 dx \quad \text{جرم معادل} \quad (32) \\ K^* = \int_0^L EI_{\text{cur}} \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx \quad \text{سختی معادل} \quad (33) \\ \bar{K} = \int_0^L \mu_{\text{mass}} \cdot \psi_{\text{mass}} \cdot dx \quad \text{ضریب گسیختگی} \quad (34) \\ P_{\text{eff}}^* = -\bar{K} \ddot{x}_g(t) \quad (35) \end{array} \right.$$

صورتی که کمتر باشد بر درون بیشتر است.

اگر ضرایب هم‌راشی داشته باشیم اثرش بیشتر از ضرایب است. (تقریباً)



اثر استخلاف در معادله حرکت :

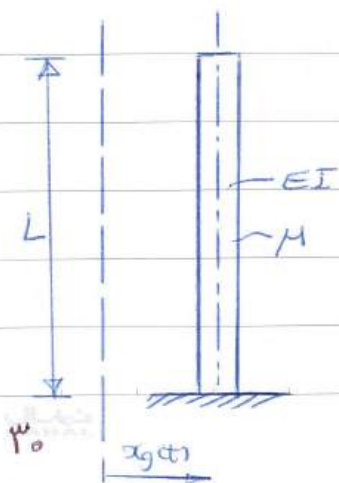
اگر در سیستم استخلاف موجود باشد، رابطه معادله حرکت (31) در حالت کلی بصورت رابطه زیر درخواهد آمد.

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{eff}^*(t) \quad (36)$$

که نسبت استخلاف بحرانی از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$\xi = \frac{C^*}{2M^* \omega} \quad (37) \quad \omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} \quad (38)$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}(t) + 2\xi\omega\dot{Y}(t) + \omega^2 Y(t) = \frac{1}{M^*} P_{eff}^*(t) \quad (39)$$



مثال دیگری به شکل مقابل مفروض است. در صورتیکه m حجم دروازه طول و حجم صلب EI صلبیت خمشی در طول آن ثابت و تیر ثابت باشد و تابع شکلی بصورت زیر باشد $u(\omega) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$ مطلوب است معادله حرکت سیستم نشان داده شده در این حرکت زینتی.

همین آتش جرم معدل یعنی معدل در زیر معدل

$$V(x, t) = \psi(x) \tilde{Y}(t) \quad \psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* \ddot{\tilde{Y}}(t) + K^* \tilde{Y}(t) = P_{eff}^*(t)$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = 0.228 \mu L$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2}\right]^2 dx = EI \int_0^L \left[\frac{\pi^2}{4L^2} C_1 \frac{\pi x}{2L}\right]^2 dx$$

$$= \frac{\pi^4}{32} \frac{EI}{L^3}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx \quad \text{ضرب یکدیگر را در}$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx = 0.364 \mu L$$

$$P_{eff}^* = -\bar{K} \tilde{x}_g = -0.364 \mu L \tilde{x}_g(t)$$

پس از جایگزینی کردن معادله جرم معدل، مختصر معدل در زیر معدل در حالت اصل
خواهیم داشت.

$$0.228 \mu L \ddot{\tilde{Y}}(t) + \frac{\pi^4}{32} \frac{EI}{L^3} \tilde{Y}(t) = -0.364 \mu L \tilde{x}_g(t)$$

$$\psi(x) = \frac{x^2}{L^2}$$

$$K^* = EI \int_0^L \left(\frac{2}{L^2}\right)^2 dx = \frac{4EI}{L^3}$$

$$M^* = \mu \int_0^L \frac{x^4}{L^4} dx = \frac{\mu L}{5} = 0.2 \mu L$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{\mu L}{3}$$

$$0.2 \mu L \ddot{\tilde{Y}}(t) + \frac{4EI}{L^3} \tilde{Y} = -\frac{\mu L}{3} \tilde{x}_g(t)$$

تابع شکلی دیگر

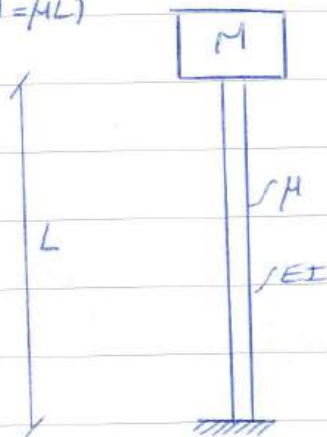
اگر به تابع شکلی مختلف مانند یک خطی برای انتخاب بهتر تابع $\psi(x)$ دارد ؟

$$\omega_1^2 = \frac{K_1^*}{M_1^*} = \frac{3.044}{0.228} \frac{EI}{ML^4} = 13.35 \frac{EI}{ML^4} \rightarrow \omega_1 = 3.65 \sqrt{\frac{EI}{ML^4}}$$

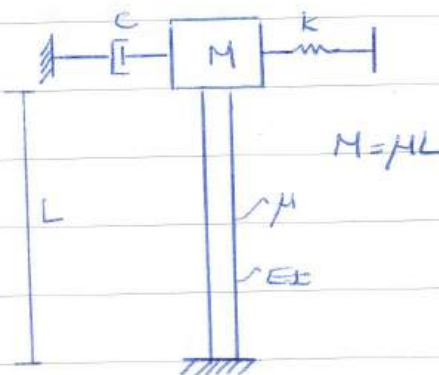
$$\omega_2^2 = \frac{K_2^*}{M_2^*} = \frac{4}{0.2} \frac{EI}{ML^4} = 20 \frac{EI}{ML^4} \rightarrow \omega_2 = 4.47 \sqrt{\frac{EI}{ML^4}}$$

* اگر تابع نامالی رقیق نباشد و فکانش بیشتر از دو در پس آن تابع رقیق دانسته
باشیم که در فکانش را با توجه به تابع خواصیم داشت

$$(M = \mu L)$$



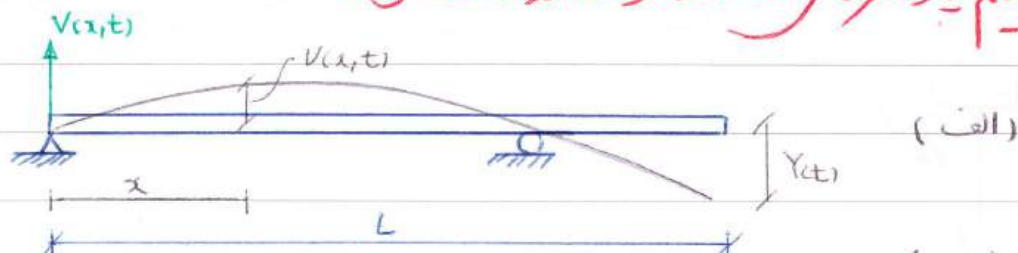
نقشه ۱۱: سازه ای در صورت شکل مقابل
مدل شده است در صورتی که EI و μ
در طول برج ثابت در نظر گرفته شود. معادلات
تقریبی معادله حرکت و هم معادله حرکت معادل
در هم و در هم معادل و در هم معادل
این طرح تحت اثر حرکت تقریبی باشد
تفاوت قرار گرفته باشد.



$$M = \mu L$$

نقشه ۱۲: سازه ای در شکل مقابل مدل شده است
معادلات تقریبی معادله حرکت، یعنی
هم و در هم معادل و در هم معادل
معادل در صورتی که سازه تحت اثر حرکت
در هم قرار گرفته باشد.

تخمین پارامترهای معادله حرکت در حالت کلی



معادله حرکت سیستم یک درجه آزادی را می توان به شکل زیر نوشت

$$M^* \ddot{y}(t) + C^* \dot{y}(t) + k^* y(t) = P^*(t)$$

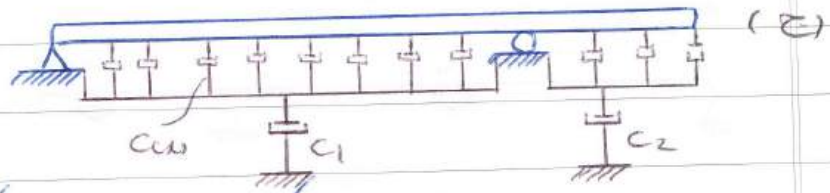
که در این رابطه $y(t)$ مختصات تخمین یافته^۲ انحراف است که حرکت سیستم را تبیین می کند.

یک سیستم یک درجه آزادی را در نظر بگیریم که دارای یک شکل تغییر مکان فرضی باشد. تغییر مکان سه^۳ در دو لحظه بر حسب مختصات تخمین یافته^۲ $y(t)$ می توانیم از رابطه $v(x,t) = \psi(x) \cdot y(t)$ محاسبه کرد.

اگر مکان انیشتی جرم حاصل از جرم بخش را هم بماند هم به اثر بارها را هم در نظر بگیریم M^* را لحاظ کرد.

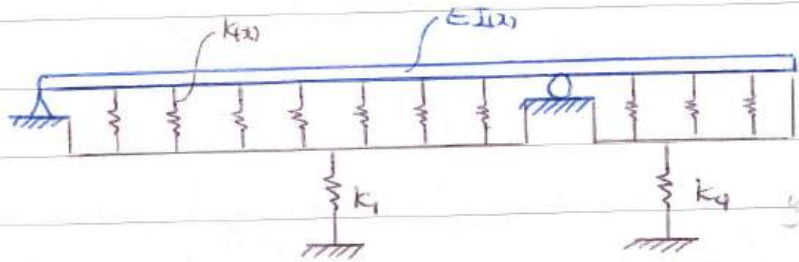
$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum I_{O_i} (\psi'_i)^2$$

همان انرژی را وقتی استفاده می کنیم که باره سطح و بسیار بلند باشد (مثل برج میلاد)



بار ج ۱ به آن می دهد که تمام از آن انتگرال گرفته و عوض است
 انتگرال بگیریم بافته که ناشی از انتگرال می گیریم و دو شکل گشته می
 عوض می کند در شکل ج ۱ می باشد

$$C^* = \int_0^L c(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i c_i \psi_i^2$$

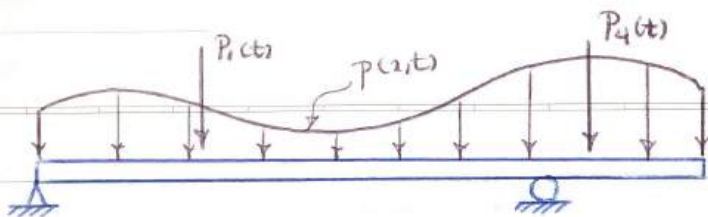


(د)

البته به این فکر که هم جابجا
 می باشد ؟

برای به به الاستیک بودن یعنی بگیریم بافته از به الاستیک یعنی
 همش و فنرهای عوضی برای است باه

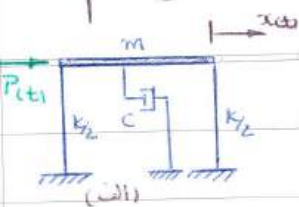
$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx + \int_0^L k(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 + \sum k_0 (\psi'_i)^2$$



$$P^* = \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx + \sum_i P_i \psi_i$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \cdot \psi(x) dx + \sum m_i \psi_i$$

محمد کاظم

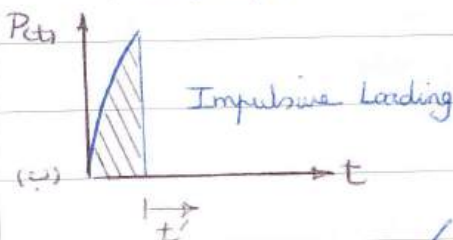


«فصل دوم»
(۱) پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت اثر نیروی دینامیکی

الف) پاسخ سیستم یک درجه آزادی تحت اثر بار گذار ضربه ای

مشخصه بار گذاری ضربه ای آنست که در زمان کوتاهی نیروی زیادی به باره

اعمال گردد. (کمتر از یک ثانیه)



مقدار ضربه ضربه ای بار گذار ضربه ای

$$\text{مقدار ضربه} = \int P(t) dt$$

در این حالت به سیستم سرعت اولیه ای داده می شود

$$P(t) = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow P(t) dt = m dv \Rightarrow \int P(t) dt = \int m dv$$

$$\Rightarrow \int P(t) dt = mv = m \dot{x}_0 \Rightarrow \dot{x}_0 = \frac{1}{m} \int P(t) dt$$

*** در اثر ضربه سرعت به سیستم القای گردد. پس سیستم به سیستم بار گذار آزاد تبدیل می گردد

فرض $\dot{x}_0 = 0$ (بدون سرعت اولیه)

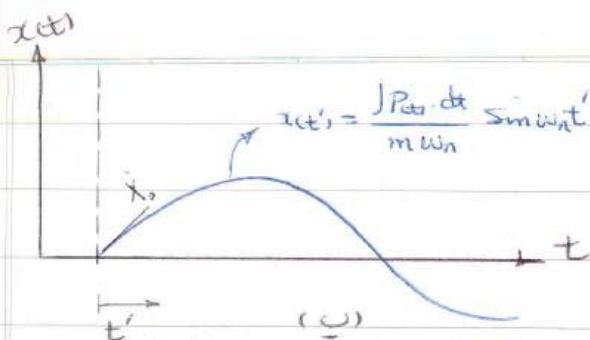
البته $\dot{x}_0 = 0$

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (\text{حرکت نوسانی بار گذار آزاد})$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{\int P(t) dt}{m \omega_n} \sin \omega_n t$$

* t در معادله $x(t)$ از زمانی است که اثر ضربه به پایان رسیده است

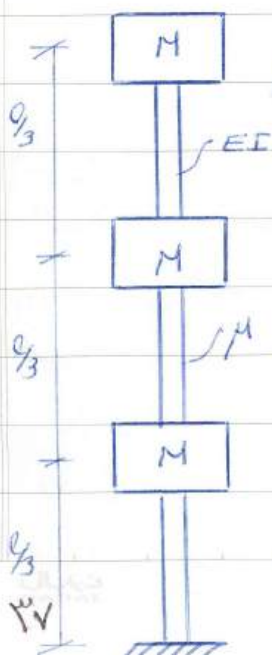
* اگر امکان نباشد در $t < \frac{1}{2}T$ باشد اثر ضربه را به صورت دینامیکی می بینیم



والس توتنی بار با فاصله زمانی
ضد یک کم از طریق داشتن ارتعاش
آزاد در یک می آید در صورتیکه
سیری $P(t)$ در فاصله زمانی

بسیار کم یعنی $(t_1 \ll T)$ که T پریود ساده است در سیستم اعمال گردد
می توان فرض کرد که محلول به تغییر آنس در تغییرات ساده در فاصله زمانی
کم به عنوان آنس در طول تغییر در حرکت سیستم موجود می آید و با استفاده
از رابطه انداز حرکت می توان آن را بدست آورد
در صورتیکه در این حالت استخراک موجود باشد یا نه در این شرایط اولیه
 $\dot{x}_0 = \frac{1}{m} \int P dt$ ، $x_0 = 0$ در صورتیکه در خواص را در

$$x(t) = \frac{\int P(t) dt}{m \omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin \omega_d t \quad (\text{ارتعاش آزاد انکسار})$$



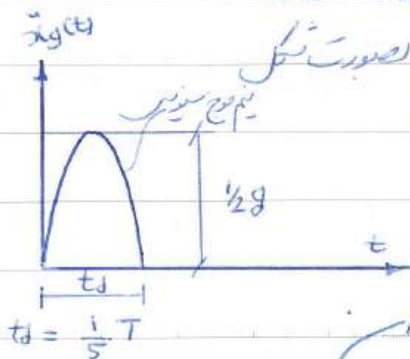
$$ML = 3M$$

لایه ۱۳ و برج میانی شجر بصورت ساده
مقابل مدل شده است در صورتیکه

$$W = Mg = 100 \text{ kips}, L = 100 \text{ ft}$$

$$EI = 3 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$$

تغییر



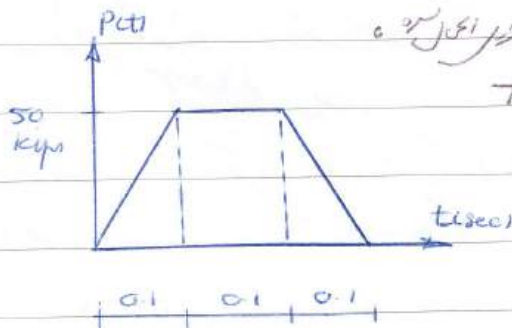
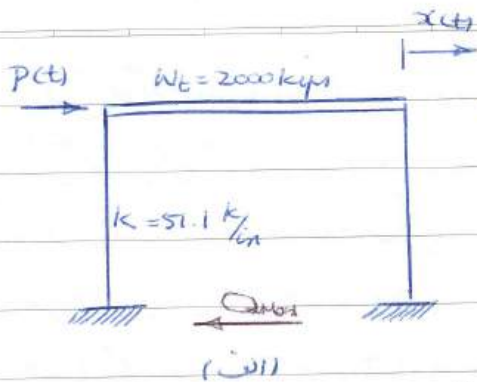
و این ساده گت از حرکت زمین بصورت شکل
ای قرار گیرد. مطلوب تغییر

۱۱ Max تغییر مکان

۱۲ Max بیش پایه

۱۳ معادله تابع تغییر مکان در رسم است

$T \rightarrow$ پریود ساده



مثال: قاب مدیفیکه شکل زیر فرض است. در صورتیکه نیروی $P(t)$ مطابق شکل نشان داده شده در شکل بر قاب اعمال گردد. مطلوب است تعیین تابع تغییر مکان و هم چنین تنش Max نیروی برش باریک.

حل: تغییر مکان ناشی از ضرب مستطوری تغییر مکان را می توانیم به این صورت بدست آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{51.1 \times 386}} = 2.0 \text{ sec}$$

$$2.0 \text{ sec} \gg t_d = 0.3$$

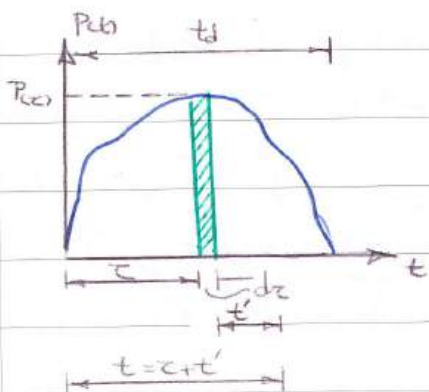
پس با گذشتن از این زمان می توانیم فرض کنیم که در نظر داریم

$$\int p dt = \int_0^{t_d} p dt = \frac{0.3 + 0.1}{2} \times 50 = 10 \text{ k} \cdot \text{sec}$$

$$x(t) = \frac{\int p dt}{m \omega_n} \sin \omega_n t = \frac{10 (386) (2)}{2000 \times 2\pi} \sin \omega_n t = 0.614 \sin \omega_n t$$

$$X_{\text{max}} = 0.614 \text{ in}$$

$$C_{d \text{ max}} = K X_{\text{max}} = 51.1 (0.614) = 31.4 \text{ kips}$$

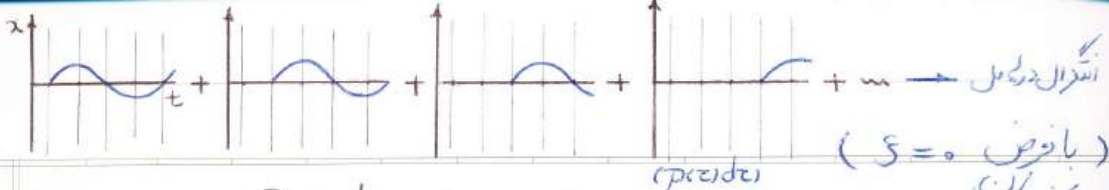


ب) پاسخ باره تحت اثر بار گذار اختیاری:

این بار گذاری ضربی می باشد که می توانیم آن را به صورت ضربی ضربی فرض کنیم و می توانیم آن را به صورت ضربی ضربی فرض کنیم.

می توانیم آن را به صورت ضربی ضربی فرض کنیم و می توانیم آن را به صورت ضربی ضربی فرض کنیم.

و dx تغییر مکان حاصل از ضربی ضربی (تخمین از تغییر مکان)



$$dx(t) = \frac{P(\tau) d\tau}{m\omega_n} \sin \omega_n t' \quad (1)$$

لحم غیر متناهی طی بازه در جهت ضرب

پس از لحظه t به بعد ضربات فوق می افتند پس $\sin \omega_n t'$ را هم

$$t = \tau + t' \quad (2) \Rightarrow t' = t - \tau \quad (3)$$

$$\Rightarrow dx(t) = \frac{P(\tau) d\tau}{m\omega_n} \sin \omega_n (t - \tau) \quad (4)$$

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{m\omega_n} \sin \omega_n (t - \tau) d\tau \quad (5)$$

انتگرال دو لحظه (Duhamel Integral)

t در این مقدار ثابت است. می توانیم بچسب t حجم بدست آورد

* این انتگرال از $t = 0$ تا $t = t_d$ می روید و از $t = t_d$ به بعد یک حرکت با ارتعاش آزاد داریم

$\rightarrow X_0 = X(t_d) \text{ و } \dot{X}_0 = \dot{X}(t_d)$

با توجه به کنترل باربر برای دوالین سیستم در مقابل است. این امکان موجود می آید که با استفاده از این کنترل توان در مورد واکنش سازه در مقابل بارهای احتمالی بحث کرد. اگر فرض شود که بارگذاری احتمالی بر همان یکی ضلعی بوده سیستم گردد، سوئب از این تقیبت برای توانش در عنوان یک ضربه در نظر گرفت. اگر به یکی از این تقیبت می نمود در شکل نشان داده شده است توصیف کرد. می توان دریافت که در هر حال C پس از شروع بارگذاری در یک شکل با فاصله زمانی $d\tau$ مقدار ضرب بر همان بار C و $d\tau$ می شود. اگر واکنش سازه مقابل این ضرب مقابل می باشد.

واکنش سازه به علت بارگذاری حاصل با استفاده از اصل صحت آثار توانمیر است با

والتس مجموعاً ضربی در زمان است و ما می‌توانیم از تعریف انتگرال زیر مکان سازه در لحظه t از رابطه 5 قابل محاسب می‌باشد.

* این انتگرال به نام دو حاصل معروف است و والتس هر سازه الاستیک را تحت هر بارگذاری ایستایی نشان می‌دهد.

* چون سازه سفت و در سطح این انتگرال با استفاده از اصل انطباق صورت گرفته و برابر با سطح کاربرد این انتگرال برای سیستم‌های خطی صحت دارد.

کاربرد انتگرال دو حاصل برابر سیستم پل در سازه‌های (با استخوان) و

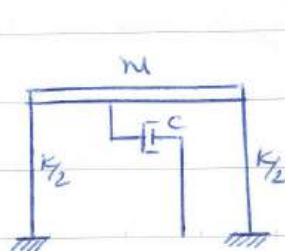
$$x(t) = \frac{1}{m\omega_0} \int_0^t P(\tau) d\tau \sin \omega_0 t \quad (6) \quad \text{پایخ سازه تحت بارگذاری}$$

والتس سیستم پل در سازه‌های شامل یک سازه است و این بار را به صورت متغیر می‌توانیم به عنوان بارگذاری در نظر بگیریم و در صورت انتگرال قبلاً توضیح داده شد از رابطه قبل با صریح نوشتن بارگذاری در وقت t در صورت انتگرال دو حاصل دو حالت کلی داریم است و به

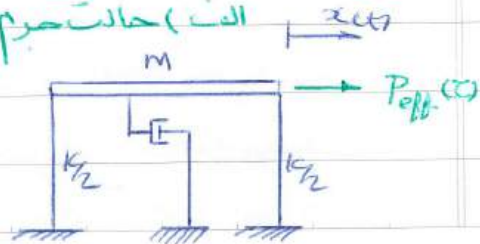
$$x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{m\omega_0} e^{-\xi\omega_0(t-\tau)} \sin \omega_0(t-\tau) d\tau \quad (7)$$

۱۲) پایخ سازه پل در سازه‌های تحت اثر حرکت زمین و

الف) حالت صدم مسترکز



=



Σ۰ $x_g(t)$

به این علت که زمان اثر نیروی زلزله بسیار به زیاد است ω را بصورت بار زلزله در اختیار
در نظر می گیریم.

$$x(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}(\tau)}{m \omega_D} e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

$$P_{eff}(t) = m \ddot{x}_g(t) \quad (9)$$

پس از جایگزینی رابطه (9) در (8) خواهیم داشت

$$x(t) = \frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

$$V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

$V(t)$ تابع شبه سرعت است.

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t)$$

نتیج زلزله، میرایی سیستم و فرکانس باره سه عامل مهم در شبه سرعت است.

(۱) شتاب زلزله: اگر شتاب در درجه یک و در دو شخص را لحاظ باشد.

(۲) میرایی: میرایی را هم ξ فرض می کنیم.

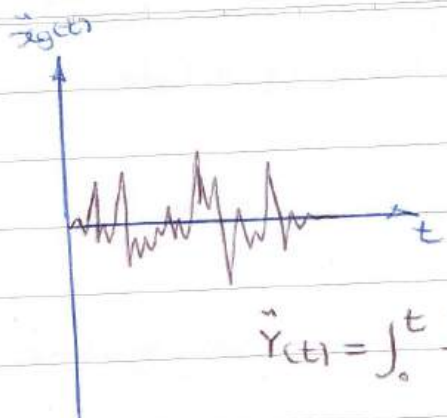
(۳) فرکانس: به بعضی و جرم بر می گردد.

در این حالت ما بر فرکانس سازه که ω خاص داریم پس مثلاً ما بار را در
هم تنها فرکانس می برد.

$$V(x, t) = \psi(\omega) \cdot Y(t)$$

با حالت جرم گسترده

$$M^* \ddot{Y}(t) + C^* \dot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{eff}^*(t)$$



از برای اصلی روش دو فصل
وجود مدل است که
توانسته است را بعد از آن

$$\ddot{Y}(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}^*(\tau)}{M^* W} e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

(در حالت هم الاستیک با جرم گسترده حرکت می‌کند) $P_{eff}^* = \bar{K} \ddot{x}_g(t)$

$$Y(t) = \frac{\bar{K}}{m^* \omega} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow Y(t) = \frac{\bar{K}}{M^* \omega} V(t)$$

$$V(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \Rightarrow V(x,t) = \psi(x) \cdot \frac{\bar{K}}{m^* \omega} V(t)$$

$$\bar{K} = \int_0^L \psi(x) \mu(x) dx \quad M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx$$

نیروی وارد شده برابر در زمان حرکت می‌کند (الف) جرم متمرکز

این ضایعه کلی از شوکات اصلی می‌باشد این نیرو را می‌توان در حالت کاملاً قابل اطمینان از محاسبه شداد مؤثر بدست آورد

$$m \ddot{x}_t + c \dot{x}_t + k x_t = 0 \Rightarrow \ddot{x}_t + 2 \xi \omega_n \dot{x}_t + \omega_n^2 x_t = 0$$

در حالت تغییر مکان M_{ax} (برای صفر) و یا صافی در مقدار نسبت الاستیک

چرا این کم باشد محدوده هم را می‌توان هم در نظر نمود $(x_t = \ddot{x}_g(t) + x)$

فرضیات: (۱) تئیسرین مکینیم (نسبتی)، یا (۲) C بسیار کم

$$\Rightarrow \ddot{x}_t + \omega_n^2 x = 0$$

$$\ddot{x}_t = \ddot{x}_e \rightarrow \text{شکل مرتبه}$$

$$\Rightarrow \ddot{x}_e + \omega_n^2 x(t) = 0 \Rightarrow \ddot{x}_e = -\omega_n^2 x(t)$$

بنابراین نیروی موثر وارد در برابر است

$$Q(t) = m \ddot{x}_e = m \omega_n^2 x(t)$$

علامت منفی را در این حالت می توانیم حذف نموده قدر مطلق Max نیروی را در مورد نظری باشد.

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t)$$

با استفاده از رابطه $V(t)$ داریم:

$$\underline{Q(t) = m \omega V(t)}$$

$\rightarrow$

نیروی برش یا

این نیرو و تار کجی زمانی به هم می رسد

ب) جرم گسترده:

مطابق حالت قبل برای حالت ثابت مرتبه صورت میگیرد:

$$m^* \ddot{Y}(t) + c^* \dot{Y}(t) + k^* Y(t) = P_{eff}^*(t)$$

$$\ddot{Y}_t + \omega_n^2 Y = 0$$

$$\ddot{Y}_t = \ddot{Y}_e$$

$$\ddot{Y}_e(t) = \omega_n^2 Y(t)$$

شکل مرتبه

نیروی موثر اینرسی در داخل طول $q(x,t)$ صورت میگیرد

$$q(x,t) = \mu(x) \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}_e(t)$$

$$(\ddot{V}(x,t) = \psi(x) \times \ddot{Y}_e(t))$$

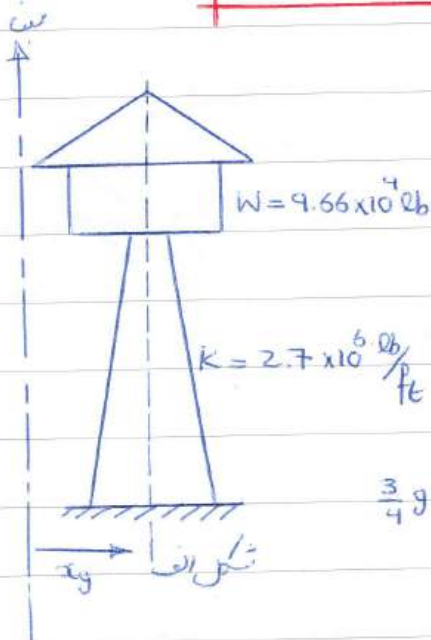
$$q(x,t) = \psi(x) \cdot \mu(x) \cdot (\omega_n^2 Y(t)) \quad , \quad Y(t) = \frac{\bar{K} - V(t)}{M^* \omega}$$

$$q(x,t) = \mu_{air} \phi_{air} \cdot \frac{\bar{k}}{M^*} \omega V(t)$$

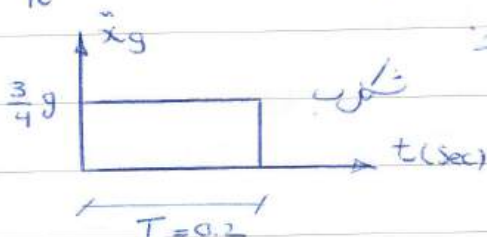
برای است با استفاده از این رابطه می توانیم نیروی داخلی و تنش بر روی را بدست آوریم یکی از نیروهای مهم در زمان زلزله نیروی برش در پایه ستون باشد در حقیقت کل نیروی وارده از سوی بزرگساز می باشد در این حالت نیروی برش پایه برابر است با:

$$Q(t) = \int_0^L q(x,t) \cdot dx = \frac{\bar{k}}{M^*} \omega V(t) \int_0^L \mu_{air} \phi_{air} \cdot dx$$

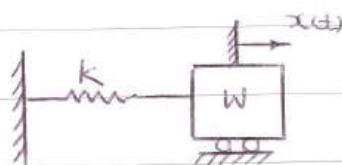
$$\Rightarrow \boxed{Q(t) = \frac{\bar{k}^2}{M^*} \omega V(t)}$$



شکل ه منبع ای مطابق شکل عرض است در صورتیکه این منبع تحت اثر زلزله ای با دایرامم ثابت شکل قرار گیرد. سطوح لغزشی Max تغییر مکان دهم چنین حداکثر برش پایه استخلاف با صورت در نظر بگیریم.



$$m\ddot{x} + kx = P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$



حالت اول: $0 \leq t \leq T = 0.2$

بروردنیت

$$0 \leq t \leq T$$

تغییر تابع تغییر مکان با استفاده از انتگرال دوگانه

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_{eff}(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$P_{eff}(t) = -m\ddot{x}g = -m\left(\frac{3}{4}g\right) = -\frac{3}{4}W = P_0$$

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_n} P_0 \int_0^t \sin \omega_n(t-\tau) d\tau = \frac{P_0}{m\omega_n^2} [1 - \cos \omega_n(t-\tau)]_0^t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t) \quad 0 \leq t \leq T$$

بعد از این تازه شروع به نوسان آزاد می کند

$$t > T = 0.2$$

در این حالت $P_{eff} = 0$ بوده کدنگی به حالت سکون و تغییر مکان اولیه سیستم به سمت ارتعاش آزاد با شتاب اولیه قبل تبدیل می شود

$$x_0 = x(T) \quad \dot{x}_0 = \dot{x}(T)$$

$$x(t) = x(T) \cos \omega_n(t-T) + \frac{\dot{x}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n(t-T) \quad t > T$$

کدام

* تغییر تابع تغییر مکان

باید بین آیا تغییر مکان Max بین صورت 0.2 است یا بی از 0.2 است

$$x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t)$$

حالت اول

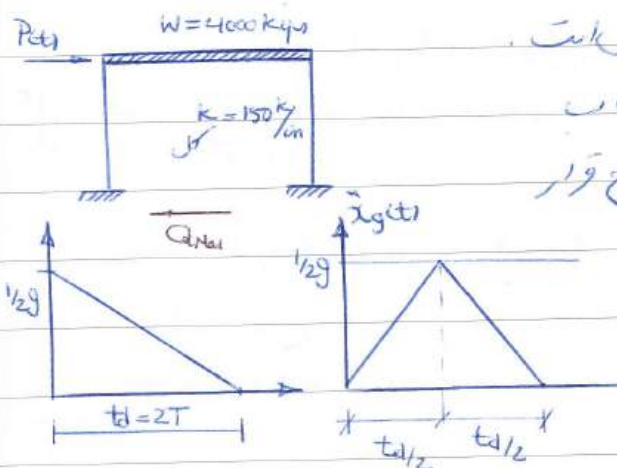
$$\rightarrow x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{\omega_n t}{2})) = \frac{2P_0}{m\omega_n^2} \sin^2 \frac{\omega_n t}{2}$$

$$= \frac{2P_0}{k} \sin^2 \frac{\omega_n t}{2}$$

P_0/k یعنی تغییر مکان استاتیکی

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{k} \quad \text{باید} \rightarrow \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} = 1 \rightarrow \frac{\omega_n t}{2} = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_n}$$

در صورتیکه زمان اعمال بار $T > \frac{\pi}{\omega_n}$ باشد مقدار ماکزیم تغییر مکان برابر است با

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{K}$$


تقریباً ۱۶ قالب شکل معادل مفروض است.
در صورتیکه این قالب تحت اثر نتایج
همین خصوصیت دینامیک لمی بدرج قرار
گیرد، مطلوبت تعیین تغییر مکان
در بیش بایر Max.
تد در دو برابر می‌گردد و می‌بایست

ادامه حل و
تعیین ماکزیم تغییر مکان

(الف)

$$x(t) = \frac{P_0}{m\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t) \quad (0 \leq t \leq T)$$

$$x(t) = \frac{2P_0}{K} \frac{\sin^2 \frac{\omega_n t}{2}}{1}$$

$$X_{Max} = \frac{2P_0}{K} \quad \text{when } \sin^2 \frac{\omega_n t}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\omega_n t}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_n}$$

$$P_0 = -\frac{3}{4} W$$

(ب) $(t > T)$

ارتعاش آزاد

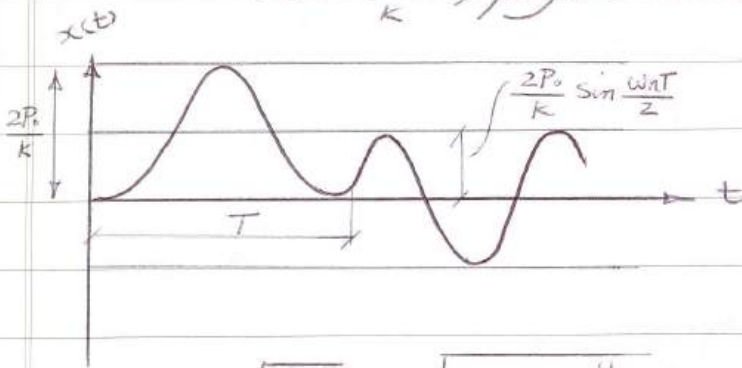
$$\begin{cases} x(T) = x_0 \\ \dot{x}(T) = \dot{x}_0 \end{cases} \Rightarrow x(t) = X_{Max} \cos(\omega_n(t-T))$$

$$X_{Max} = \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$X_{Max} = \frac{P_0}{K} \left[(1 - \cos \omega_n T)^2 + (\sin \omega_n T)^2 \right]^{1/2}$$

$$X_{Max} = \frac{P_0}{K} [2(1 - \cos \omega_n T)]^{1/2} \Rightarrow X_{Max} = \frac{2P_0}{K} \sin \frac{\omega_n T}{2}$$

مقدار حلق x_{Max} در $t > T$ شد مقدار کمتر از $\frac{2P_0}{K}$ است



$$\frac{\pi}{\omega_n} = \pi \sqrt{\frac{W}{Kg}} = \pi \sqrt{\frac{9.66 \times 10^4}{2.7 \times 10^6 \times 32.2}} = 0.104 < T = 0.2 \text{ Sec}$$

$$\Rightarrow X_{Max} = \frac{2P_0}{K} = \frac{3}{2} \frac{W}{K} = \frac{3}{2} \frac{9.66 \times 10^4}{2.7 \times 10^6} = 0.054 \text{ ft} = 0.64 \text{ in}$$

$$Q_{Max} = K X_{Max} = 2.7 \times 10^6 \times \frac{3 \times 9.66 \times 10^4}{2 \times 2.7 \times 10^6} = 145,800 \text{ lb}$$

* آیا x_{Max} تغییر مکان محسوس در محسوس بارگذاری است؟ در زمان بارگذاری می باشد؟
 در حالت ضرب محسوس x_{Max} مقدار بارگذاری است. معمولاً وقتی بارگذاری می باشد
 چه زمان وقوع بارگذاری است یا بارگذاری x_{Max} تغییر مکان در محسوس بارگذاری صورت
 می گیرد در این وقوع بارگذاری

پس x_{Max} تغییر مکان در وقوع بارگذاری در زمان بارگذاری بستگی دارد.

این کتب کمی که مردم تحلیل بارهای زلزله بود که اطلاعاتی برای این طرح
 ارائه نمودند نیست. پس اصلاً ج به تحلیل کمتر داریم که تحلیل طیفی (دینامیک)
 طیفی) گویند.

کمیت حاصله در زمان طبیعی و سرعت طیفی را شتاب طیفی می نامند و با S_d نشان می دهند.

$$Q(t) = m \omega V(t) \quad (6)$$

$$Q_{Max} = m \omega S_v \quad (7) \quad S_d = \omega S_v \quad (8) \quad \text{شتاب طیفی}$$

$$Q_{Max} = m S_d$$

تغییر مقادیر پاسخ در طیفی و
الف) سیستم های با جرم متمرکز و

$$x_{Max} = S_d \quad \text{تغییر مکان در طیفی}$$

$$Q(t) = m \omega V(t) \quad \text{برای پایداری در زمان متمرکز}$$

$$Q_{Max} = m \omega S_v \Rightarrow Q_{Max} = m S_d$$

ب) سیستم های با جرم گسترده

$$V(x,t) = \phi(x) \cdot Y(t) = \phi(x) \cdot \frac{\bar{k}}{M^* \omega} V(t)$$

$$V_{Max}(x,t) = \phi(x) Y_{Max}(t)$$

$$\rightarrow V_{Max}(x,t) = \phi(x) \frac{\bar{k}}{M^* \omega} S_v = \phi(x) \frac{\bar{k}}{M^*} S_d \quad \text{تغییر مکان در زمان متمرکز}$$

$$q(x,t) = \mu(x) \phi(x) \frac{\bar{k}}{M^*} \omega V(t)$$

$$q_{Max} = \mu(x) \cdot \phi(x) \frac{\bar{k}}{M^*} S_d$$

شدت نیروی انبر در زمان متمرکز

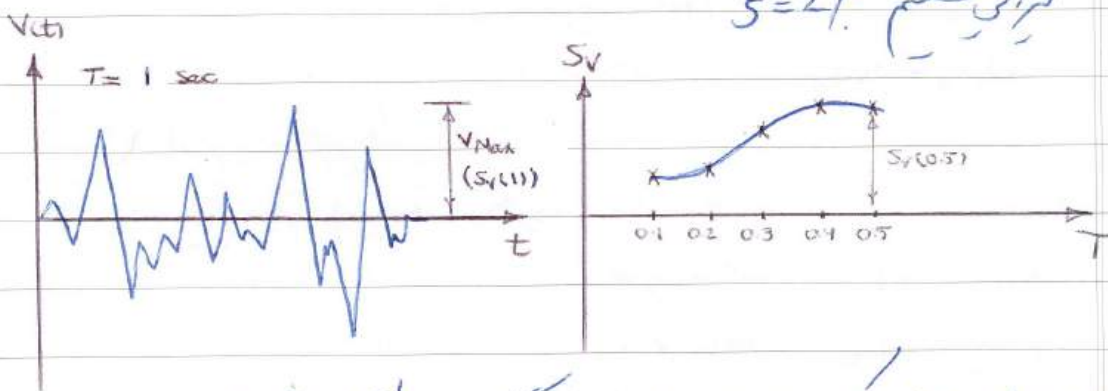
$$Q(t) = \frac{\bar{k}^2}{M^*} \omega V(t)$$

برای پایداری در زمان متمرکز

$$Q_{Max} = \frac{\bar{k}^2}{M^*} S_d$$

$$V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (a)$$

ریشه دوردی سیستم ثابت بزرگ
برای سیستم $\xi = 2$



* اگر n فرکانس دماصل بر روی n طبقه می باشد (محدود)

$$(T=2s) \rightarrow a.n=2 \rightarrow n=20 \text{ (طبقه)}$$

تا اینجا نتایج برای روش تحلیلی می اندازد سرعت بارها را بصورت محدود می کند تا اثرات
تأخیر محض ایجاد شده را کم کند و آن را برای تمام سازه ها قابل استفاده کند.

حیف می رود در صورت هر چه شد.

(۱) حیف تغییر طول (S_d) (۲) حیف سرعت (S_V) (۳) حیف ثابت (S_a)

از رابطه (a) می توان دریافت که حیف سرعت یکی دبه بار است و بارها

- (۱) طبیعت ثابت راس $(\ddot{x}_g(t))$
- (۲) نسبت انحناهای بحرانی (ξ)
- (۳) فرکانس طبیعی سازه

بنابراین برای هر ثابت ریشه دوردی برای هر نسبت انحناهای بحرانی مشخص

می توان طیف سرعت را به صورت تابعی از نیروی $(T = \frac{2\pi}{\omega_n})$ بدست آورد و برای
 نسبت ضرب آنتیلاک بحرانی یک سری از معنی صاف قابل رسم می باشند به هر حال
 برای آنکه یک یک نیروی نسبت آنتیلاک بحرانی مشخص برای شتاب ورودی
 خاص یک نقطه از معنی نسبت می آید که بار هم پیوسته این نقاط را پیوسته خطوط
 مستقیم معنی می شود و نظریه ای می گردد این معنی که را در این مثال مخصوص
 طیف صاف سرعت می نامند.

(نقاط Min و Max در طیف سرعت نسبت تغییرهای محلی حرکت ریس را پیوسته
 است. این نوع نامگذاری که اولاً می باشد توسط شتابنگارهای استخوانهای
 مختلف هموار شده و ثانیاً می باشد. آن که بدست آید و سپس بعد از آن طیف را زیر
 مورد محاسبه در این قرار گیرد.)

* برای بدست آوردن طیف شتاب بزرگ حاصل از ضرب این طیف با در فرکانس
 طیف می باشد کرده و نکته را رسم می نام. برای بدست آوردن طیف تغییر مکان
 حاصل تقسیم طیف سرعت را بر فرکانس حاصل می باشد می نام.

$$S_d = \frac{S_v}{\omega}$$

$$S_a = \omega S_v$$

طیف های پاسخ، طیف های سازه حتمی طیف های را در یک سازه حتمی
 می باشد به طیف های خاص از این خاص سازه می داریم.

ایمان به دو ایالت تقسیم می شود.

(۱) مزل، شرقی - سه زاویه

(۲) مثالی - سه زاویه (دوره بازگشت بالا و شدت زیاد)

نوع بزرگ در وضعیت تکنیکی در این صافی منطقه تکنی دارد. حاصل بعدی

محاسبه رزونانس (ضرب) است

$$W = 150,000 \text{ lb}$$

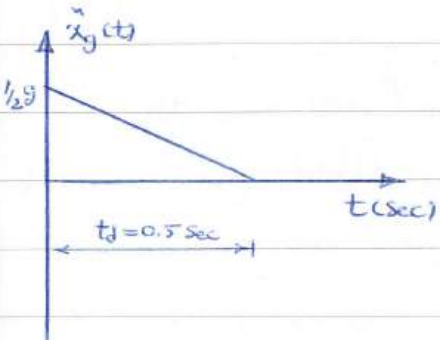
$$K = 100 \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$

نمود ۱۵: ۸ قاب یک طبقه شکل مربوط است

در صورتیکه این قاب تحت اثر زلزله ای با
مکان ثابت و قابل قرار گیرد، مطلوب تعیین

۱) تابع تغییر مکان ۱۲ راس آن

۲) تعیین مقدار Δ_{max} تغییر مکان و Δ_{max} بیش یاب



$$W = 200 \text{ kips}$$

نمود ۱۶: برج محاربات شهر بصورت شکل مقابل

عمل شده است در صورتیکه این سازه تحت اثر
تثبیت ثابت بصورت زیر قرار گیرد مطلوب تعیین

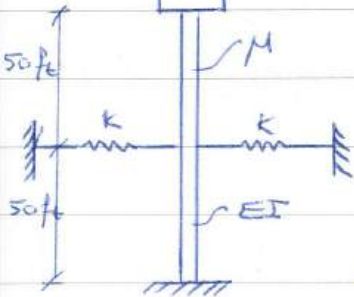
۱) تابع تغییر مکان

۲) مقدار Δ_{max} تغییر مکان

۳) شدت نیروی برشی

۴) Δ_{max} بیش یاب

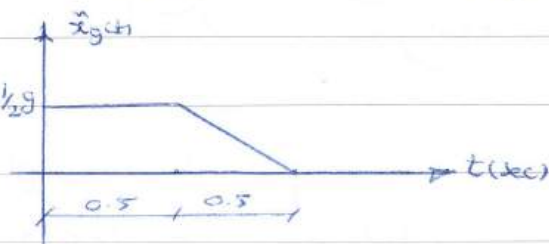
انتقال را در نظر بگیرید



$$K = 50 \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$

$$MLG = 2W$$

$$EI = 2.1 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$$



طیف‌های طرح (Design Spectra) ۵

معنی‌های ثبت شده ثابت زمین در محاسبات وقوع زلزله‌های مختلف و طیف‌های آن
از آن جهت که این مسائل که روش منطقی را برای طرح زلزله‌ای سازه‌ها
و ساختمان‌ها می‌باشد، با وجود آنکه طیف‌های مختلف با یکدیگر اختلاف دارند ولی در
هر منطقه می‌توان بعضی خصوصیات مشترک را در نظر گرفت.

با استفاده از خصوصیات مشترک در محاسبات می‌توان برای هر منطقه‌ای
طیف‌های طرح را بدست آورد که با کاربرد آن می‌توان سازه‌های مقاوم
در مقابل زلزله طراحی کرد.

این معنی‌ها اساس تحلیل زلزله‌ای سازه‌ها به روش طیفی را تشکیل می‌دهند
حافظه برای این ثبت شده در جدول زیر در دسترس است (آلستر)
۱۹۴۰، ۱۹۵۳، ایتلیا ۱۹۴۹، دانکنس ۱۹۶۵ (معنی‌های ایدئال و

جداول داده‌ای برای طیف‌های تغییر مکان، سرعت و شتاب رسم نموده‌اند
شکل معنی‌های زلزله در محاسبات این در محل‌ها و مناطق دیگر می‌تواند متفاوت باشد
نه‌اشته باشد در همه جهت‌های هر منطقه باید طیف طرح را بدست آورد

این معنی‌ها برای مقدار بعضی از شتاب α_{max} زمین (شتاب در $T=0$) نیز است و
معنی‌های شتاب

(از این جهت صحت از دیگران را در نظر بگیرید که شتاب α_{max} است ۰.۳۵g است)
در $T=0$ یعنی صفر زمین

برای رسم سه طیف متفاوت با استفاده از روابط زیر می‌تواند از طیف‌های نام طیف‌های دیگر
ساخته شود

به علت ایند ریاضیاتی که در یک و یک وجود دارد، معنی‌های مربوط را

می توان هر دو که نمودار گاهنگی صحابه رسم نمود از دو الطبق قبل در رسم

$$\left\{ \begin{array}{l} S_v = W S_d = S_d \frac{2\pi}{T} \\ S_v = \frac{S_a}{W} = S_a \frac{T}{2\pi} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \log S_v = \log S_d + \log 2\pi - \log T \\ \log S_v = \log S_a + \log T - \log 2\pi \end{array} \right.$$

مثال (I) نشان از این مقدار مشخص است، تغییرات کماتیم هر یک حسب کماتیم آخر حسب $C_1 + x + y$ می باشد.

مثال (II) نشان می دهد از این مقدار مشخص است، تغییرات کماتیم هر یک حسب $\log A$ و صورت $C_2 + x + y$ می باشد.

شکل (A) ایسی ہی ترکیب شدہ صیفی طرح کی صورت تعلق از سر بود و سر بودی

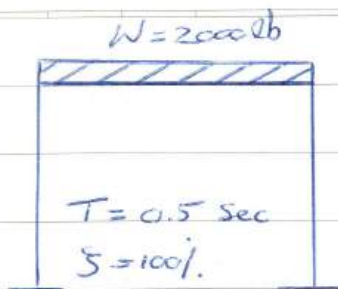
این لکس ها می تواند در صورتی که برای Max شتاب از پی PGA=0.2g (pick Ground Acceleration) (شتاب در $T=0$) میزبان شد باشد.

$$\log S_v = \log S_d + \log 2\pi - \log T \Rightarrow y = -x + c_1$$

$$\log S_v = \log S_d - \log 2\pi + \log T \Rightarrow y = x + C_2$$

Damping در نمودار تغییرات است

وزن نسبت 0.35g با هر مقدار 5، 5، 5 و 0.35



→ حالت صدم مستقر
 مثال: قاب صدمه مفروض است. (در صورت)
 پرورداسه قاب 0.5 sec و نسبت استخلاف
 10٪ در نظر گرفته شده باشد و این
 قاب در منطقه ای باشد که توان برای
 محاسبه آن در شکل (A) استفاده کرد. مصلحت تقصیر M_{max} تغییر نکند.
 هم چنین M_{max} برش باید.

$$S_v = 6 \text{ in/sec}$$

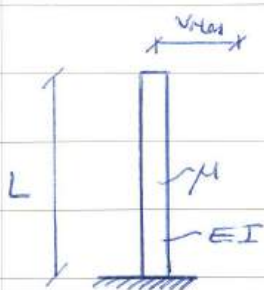
$$S_a = 0.2g$$

$$S_d = 0.48 \text{ in}$$

این مقادیر با استفاده از نمودار شکل A بدست می آید.

$$x_{Max} = S_d = 0.48 \text{ in}$$

$$Q_{Max} = m S_a = \frac{2000}{g} \times 0.2g = 400 \text{ lb}$$



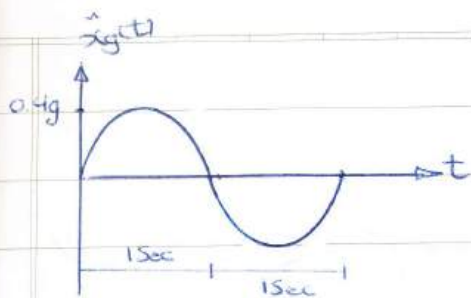
→ حالت صدم گسسته
 مثال: ستون تغییر نیر دار شکل در مفروض است.
 در صورتیکه حجم دروازه طول μ به صورت کنونیست
 و ثابت وزن شود هم چنین صلبیت خمشی EI
 ثابت باشد و از تابع شکل

$$\psi_{cn} = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

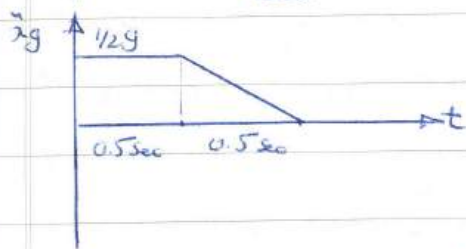
توان استفاده کرد. مصلحت تقصیر M_{max} تغییر نکند. M_{max} نیز در هر دو طرف
 هم چنین M_{max} برش باید در صورتیکه تغییر آتش شکل A برابر تغییر مقادیر
 طبق استفاده کرد. (همچنین $T = 0.55$ ، $S = 10\%$ است)

$$T = 0.55, S = 10\% \rightarrow S_v = 6 \text{ in/sec} \quad S_a = 0.2g \quad S_d = 0.48 \text{ in}$$

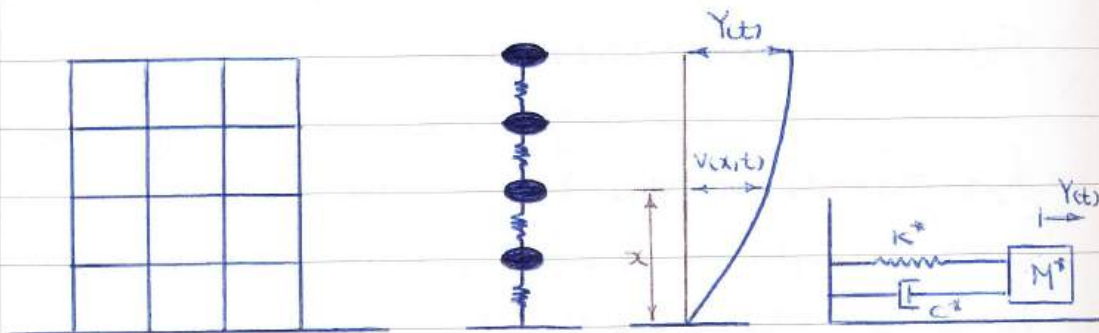
$$V_{Max(cn)} = \frac{K}{m^2} S_d \psi_{cn}$$



طبقه ای سازه لرزه ای سه طبقه ای
 $\xi_1 = 0$ ، $\xi_2 = 5\%$ ، $\xi_3 = 10\%$ بدین ترتیب
 (در رسم تا 45 درجه)



پایخ سازه های چند طبقه تحت اثر حرکت زمین



قالب ریاضی

مدل جرم متمرکز

تغییر جرم متمرکز اول صحیح یعنی طبقه اول است

$$V(x, t) = Y(t) \cdot \psi(x) \quad (1)$$

$$\dot{V}(x, t) = \psi(x) \cdot \dot{Y}(t) \quad (2)$$

$$\Delta V(x, t) = \Delta \psi(x) \cdot Y(t) \quad (3) \quad \text{تغییر مکان لرزه ای}$$

$$\Rightarrow \Delta V(x, t) = \Delta \psi(x_i) Y(t) - \Delta \psi(x_j) Y(t) \quad (4)$$

$$\delta V(x, t) = \psi(x) \delta Y(t) \quad (6) \quad \text{تغییر مکان جاری}$$

برای بدین ترتیب در سطح محدود حرکت کافیت محدود حرکت سیستم لرزه ای را

اصورت در وقت

$$F_I + F_D + F_S = P(t) \quad (5)$$

برای محاسبه و مقایسه این مقادیر با استفاده از روش کار مجاری می‌توانیم نمود. در این حالت تغییر مکان مجاری باید هم با تغییرات پتانسیل سیستم باشد. بانه کار درون تغییر مکان مجاری، مورد (5) به صورت زیر قابل می‌شود.

$$\delta W = F_I \delta v(x,t) + F_D \delta \Delta v + F_S \delta \Delta v - P(t) \delta v(x,t) = 0 \quad (7)$$

تغییر مکان نسبی مجاری طبقه $\delta \Delta v(x,t)$

$$\delta \Delta v(x,t) = \Delta \psi(x) \cdot \delta Y(t) \quad (8)$$

برای انحراف، استخوان و فرکانس مجاری می‌توانیم

$$F_I = m \ddot{v}(x,t) = m \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) \quad (9)$$

$$F_D = c \cdot \Delta v(x,t) = c \cdot \Delta \psi(x) \cdot \dot{Y}(t) \quad (10)$$

$$F_S = k \cdot \Delta v(x,t) = k \cdot \Delta \psi(x) \cdot Y(t) \quad (11)$$

این ابرجانش درون روابط (3)، (6)، (8)، (9)، (10)، (11)، در رابطه (7) و نتیجه اصورت مورد حرکت تقسیم یافته نوشتن داریم،

$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K Y = P^*(t)$$

در این رابطه مقادیر M^* ، C^* ، K و P^* به عنوان پارامتران تقسیم یافته می‌باشند که اصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M^* = \sum m_i \psi_i^2$$

جرم معادل

$$C^* = \sum c_i \Delta \psi_i^2$$

ضرب استخوان معادل

$$K^* = \sum k_i \Delta \psi_i^2$$

تغییر معادل

$$\sum p^* = \sum p_i \quad \text{نظری محاسب}$$

این در حالت اعمال P_i بود در حالتی که سیستم تحت اثر حرکت این قرار گیرد
نظری محاسب موثر P_{eff}^* به صورت برابری است

$$P_{eff} = \bar{K} \bar{x}_g(t) \quad (17)$$

$$\bar{K} = \sum m_i \omega_i^2 \quad (18)$$

معمولاً ضرب استخدار محاسب هر ضرب نسبت استخدار بحرانی بیان می گردد
در این حالت

$$C^* = \sum c_i \Delta \psi_i^2 = 2 \xi m^* \omega$$

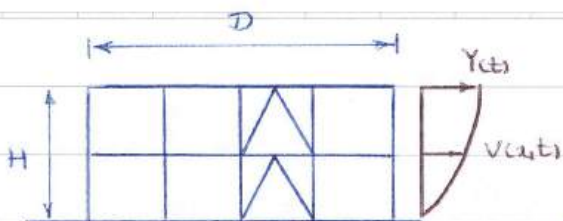
که در این رابطه ω فرکانس زاویه ای سیستم لقمه بایستی باشد مقدار
آن برابر است با

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} \quad (20)$$

صحیح تصور در مشت صده می شود این فرکانس به مقدار بخشی محاسب و حجم محاسب
نسبت دارد که حرکت آن سیستم نسبت به تابع شکل تعیین شده (۱۴) خواص را
نمای این حرکت در تابع شکل به تابع واقعی تر نسبت باشد فرکانس بدست آمده نسبت خواهد
بدست عبارت کمتر در حالتی این وضعیت وجود خواهد داشت مقدار فرکانس در حقیقت
شود چرا فرکانس واقعی سازف فرکانس کوپلر است

فرکانس در حقیقت است در سیستم می خواهد حداقل اثر آن را مصرف کند پس
تراز قیاس از اضافی می آورد اما این در هر شرایطی اضافی ایجاد می کند

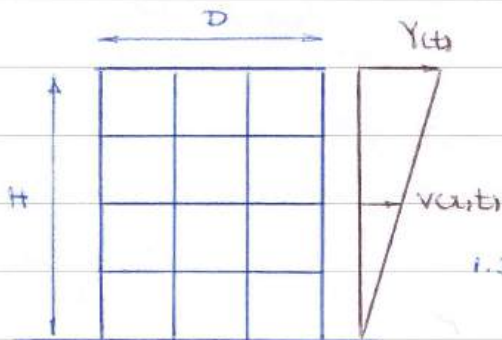
توابع شکلی پیشنهادی برای مشخص کردن باطبیقات مختلف



۱۱) ساختمان پستی کوتاه مرتبه:

(Low H/D)

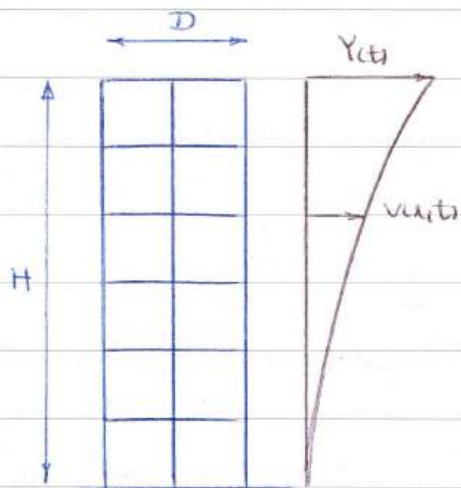
$$\frac{H}{D} < 1.5 \rightarrow \phi_{w1} = \sin \frac{\pi x}{2H}$$



۱۲) ساختمان پست میانی مرتبه:

(MID H/D)

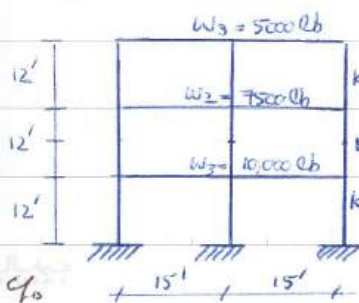
$$1.3 < \frac{H}{D} < 3 \rightarrow \phi_{w1} = \frac{x}{H}$$



۱۳) ساختمان پستی بلند مرتبه:

(HIGH)

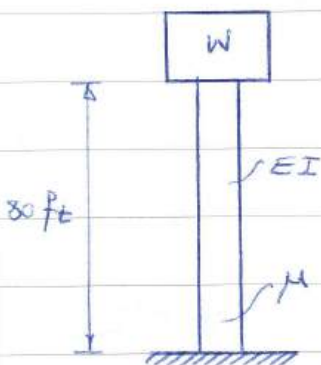
$$\frac{H}{D} > 3 \rightarrow \phi_{w1} = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2H}$$



۱۸) قات به طبقه شکل مفروض است.
مصلوبت القس جرم معادل، سختی معادل،
و فرکانس پایه قات در صورتیکه قات دارای
نسبت التحول بحرانی (2/1) باشد و در

منطقه آرسر شدت بار نرم رسی 0.35g می باشد قرار داشته باشد و برای طراحی آن در مقابل زلزله بتوان از نموداری شکل "A" استفاده کرد و مطلوبت تعیین تغییر مکان Max و خم صلب بیش پایه Max.

$$PLG = 150 \text{ kips}$$

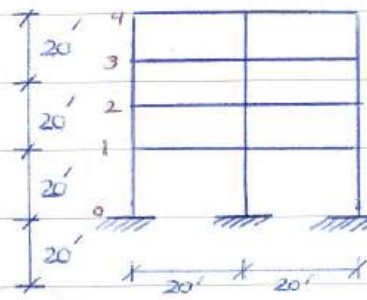
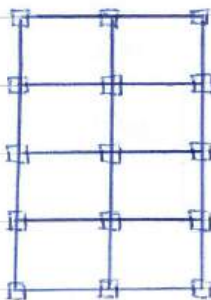


تقریباً ۱۹ برج مختبرات شهری بصورت شکل زیر مدل شده است. در صورتیکه $W = 100 \text{ kips}$ در درخت پایه برام $EI = 9.1 \times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}^2$ صلبت خم باشد مطلوبت تعیین خم معادل، سختی معادل و در کانن پایه برج خم صلب تعیین کنید مقدار Max تغییر مکان، شدت نیروی برش و دوش پایه Max در صورتیکه این برج در منطقه ای قرار دارد که

شدت Max آن 0.3g باشد و بتوان از نمودار شکل A برای طراحی آن استفاده کرد.

$$\xi = 7\%$$

$$20' \times 20' \times$$



مثال ۸: ساختن ۴ طبقه

بسی شکل غور و خیز است.

در صورتیکه ابعاد هر یک از

ستون ۱۴ in x ۱۴ in

و جدول الاستیسیته بتن

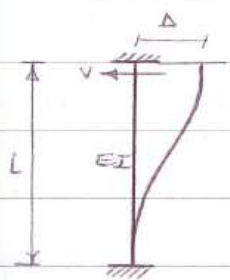
$3.6 \times 10^6 \text{ psi}$ بارده و مجموع بار برده در بام 390 kip، طبقه دوم و سوم 445 kip در طبقه اول 448 kip، شدت بار برده در بام $30 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2}$ و در طبقه 80 $\frac{\text{lb}}{\text{ft}^2}$ در نظر گرفته شود. مطلوبت تعیین خم معادل، سختی معادل و خم صلب بر بام

عوضی مناسب برای ضلالت

a) $\psi_{u1} = \sin \frac{\pi \lambda}{2L}$ (الف)

b) $\psi_{u1} = \lambda/L$ (ب)

اشتراک بارزنده در ضلالت 35٪ در برابر 85٪ است
انتخاب می‌شود تحت هر دو بارزنده بودن می‌پردازیم



$$V = \frac{12EI}{L^3} \Delta \rightarrow k_i = \frac{V}{\Delta} = \frac{12EI}{L^3}$$

$$I = \frac{1}{12} \times 14 \times 14^3 = 3201 \text{ in}^4$$

$$K_{\text{Story}} = \sum_{i=1}^3 k_i = 3k_i$$

$$k_4 = k_3 = k_2 \neq k_1$$

* محاسبات مربوط به قابی باشد *

$$k_2 = k_3 = k_4 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201) \frac{1}{126^3} = 209 \text{ kip/in}$$

$$k_1 = 3 \times (3.6 \times 10^3 \times 3201) \frac{1}{144^3} = 140 \text{ kip/in}$$

$$\psi_{u1} = \sin \frac{\pi \lambda}{2L} \text{ برابر}$$

تراز	K	$\frac{\text{kip} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$ M	ψ_i	$\Delta \psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta \psi_i^2$
4		0.252	1		0.252	
3	209	0.288	0.929	0.071	0.249	1.054
2	209	0.288	0.726	0.203	0.152	8.613
1	209	0.240	0.420	0.306	0.51	19.570
0	140			0.420		24.696
Σ					$M^* = 0.704$	$K^* = 53.933$

M در تراز طبقات و K بین دو طبقه است

کتاب بارزنده‌های رانشی

برای بارزنده هم درصدی در نظر می‌گیرند. علت هم احتمال کم خرابی بارزنده و مرده است.
بارزنده نسبت به زمین حرکت می‌کنند. بنابراین بارزنده و مرده مشتق می‌شوند. بنابراین درست
۴۲-

نسبت در محدد نزدیک به ۱ را به بزرگترین
 علت زیاد بودن در عدد بزرگ است.

صاف شدن
 $\omega_a = \sqrt{\frac{k^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{53.933}{0.704}} = 8.75 \text{ rad/sec}$

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 0.72$$

$$\psi_{\text{max}} = \frac{\pi}{2}$$

i/r	k	M	ψ_c	$\Delta\psi_c$	$M\psi_c^2$	$k\Delta\psi_c^2$
4		0.252	1		0.252	
3	209	0.288	0.759	0.241	0.166	12.139
2	209	0.288	0.517	0.242	0.077	12.24
1	209	0.290	0.276	0.241	0.022	12.139
0	140			0.276		10.665
Σ					$M^* = 0.517$	$K^* = 47.183$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{47.183}{0.517}} = 9.55 \text{ rad/s}$$

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} = 0.66$$

باید این است باشد $\omega = \frac{\pi}{2}$ $\psi_{\text{max}} = \sin \frac{\pi}{2L}$ و تغییر است

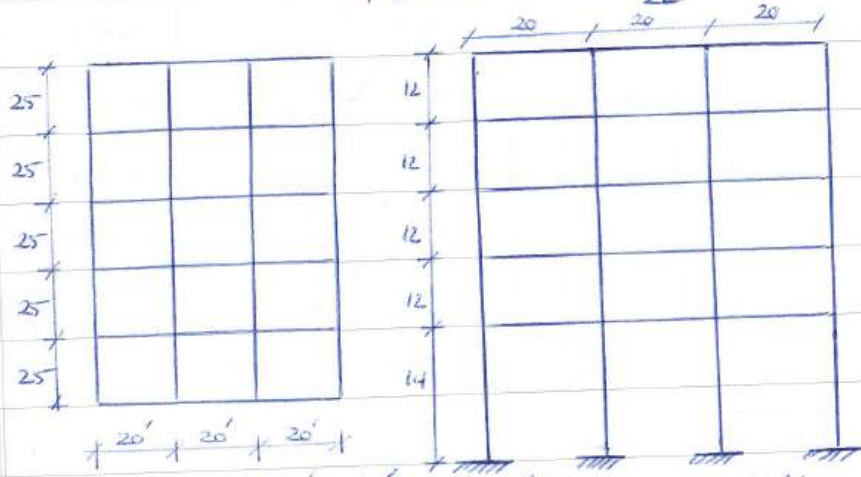
تقریباً $\omega > \omega_b$ می باشد زیرا $\psi_{\text{max}} = \sin \frac{\pi}{2L}$ تقریباً $\psi_{\text{max}} = 1$ است به حالت
 $\omega = \frac{\pi}{2}$ می باشد

۲۰. سه پنل دایره‌ای شکل زیر فرض است. در مورد اجزای مصالح
 طبق جدول زیر مشخص در این $16\text{ in} \times 16\text{ in}$ باشد. جدول الاستیسیته من در صورت
 $E = 3.6 \times 10^6 \text{ psi}$ و شدت بار مرده در طبقات 90 lb/ft^2 در تمام 60 lb/ft^2 در طبقه
 شدت بار مرده در طبقات 70 lb/ft^2 و 30 lb/ft^2 در نظر گرفته شود. مطلوب است
 تعیین جرم محمول، بخشی محمول برای سه حالت:

الف) $\psi_a(u) = \sin \frac{\pi x}{2L}$

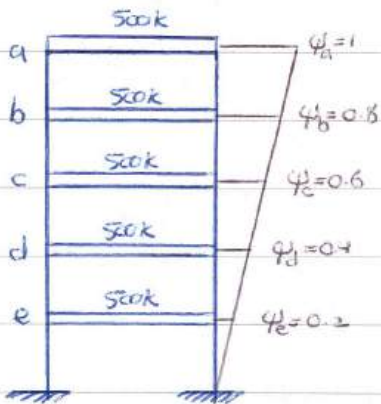
ب) $\psi_b(x) = x/L$

ج) $\psi_c(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$



در طبقه بار مرده 0.65
 در طبقه بار مرده 0.35

مثال ۵. سه پنل دایره‌ای شکل فرض است. اگر ما سه پنل را از یک پنل فرض
 فرض می‌شود که جرم که در هر طبقه در صورت یکبار در نظر گرفته شود. در صورتیکه فرض
 شود تاج شکل در این مثال L باشد جرم مؤثر در هر طبقه یکبار در نظر
 می‌گیریم. اگر فرض شود در هر طبقه $T = 0.55$ و $\gamma = 10$ باشد و بتوانیم از
 نمودار شکل A برای طراحی این سه پنل محمول، در این مثال که در صورت
 تعیین M_{max} تغییر مکان، M نیروی کشش در پایین پنل (در این مثال) و کمترین



نمودار پهنای انبری دارد (در تراز هر یک از طبقات)

$$N^* = \sum m_i \psi_i^2$$

$$= \frac{500}{g} (1^2 + 0.8^2 + 0.6^2 + 0.4^2 + 0.2^2)$$

$$= \frac{1100}{g} \left(\frac{\text{kpm} \cdot \text{s}^2}{\text{in}} \right)$$

$$\bar{K} = \sum m_i \psi_i = \frac{500}{g} (1 + 0.8 + 0.6 + 0.4 + 0.2) = \frac{1500}{g}$$

$$T = 0.5 \text{ sec}, \quad g = 10 \text{ m/sec}^2 \rightarrow S_d = 0.48 \text{ in} \quad S_v = 6 \text{ in/sec} \quad S_a = 0.2g$$

$$V_i (\text{max}) = \frac{\bar{K}}{N^*} S_d \psi_i = \frac{\frac{1500}{g}}{\frac{1100}{g}} (0.48) \psi_i = 0.65 \psi_i$$

$$\rightarrow V_i (\text{max}) = 0.65 \text{ in}$$

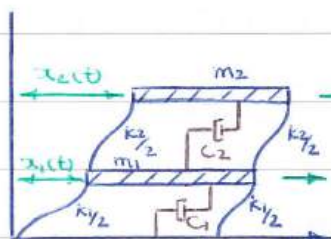
$$Q_{\text{max}} = \frac{\bar{K}^2}{N^*} S_a = \frac{(1500)^2}{1100} \times \frac{0.2g}{g} = 403 \text{ kpm}$$

	$\rightarrow q_a = 134 \text{ kpm}$	$\left. \begin{aligned} q_{\text{max}} &= \frac{\bar{K}}{N^*} S_a \mu_{\text{max}} \psi_{\text{max}} \\ Q_{\text{max}} &= \frac{\bar{K}^2}{N^*} S_a \end{aligned} \right\}$	$\rightarrow q_i = \frac{\bar{K}}{N^*} S_a m_i \psi_i$
	$\rightarrow q_b = 107$		
	$\rightarrow q_c = 81$	$\Rightarrow q_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}}}{\bar{K}} m_i \psi_i$	
	$\rightarrow q_d = 54$		
	$\rightarrow q_e = 27$	$q_i (\text{max}) = \frac{403}{1500/g} \frac{500}{g} \psi_i = 134.2 \psi_i$	

4a $Q_{\text{max}} = 403$

فصل چهارم: پاسخ دینامیکی سیستم های چند درجه آزادی

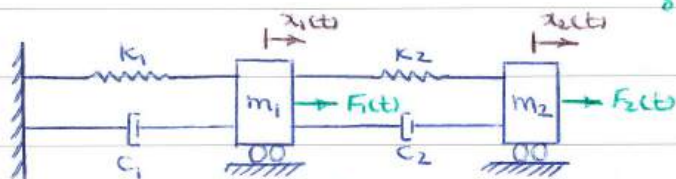
الف) سیستم دوطرفه آزادی



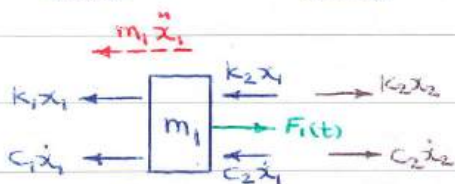
معمولاً توسط شکل مقابل را در نظر بگیرید. اگر بقیه نیروها و خواص مختلف در نظر گرفته و ضرب استخلاف در طبقات اول و دوم به ترتیب C_1 و C_2 باشد. معادله حرکت این سیستم توسط معادله مورد نظر می باشد.

درجه آزادی معادله حرکت x است. اما چون درجه آزادی مستقل می تواند حرکت کند سیستم دوطرفه آزادی دارد. (تعداد طبقات معین تعداد درجات آزادی هستند) در ابتدا مدل دینامیکی این سیستم دوطرفه آزادی را تعیین می کنیم.

تعیین مدل دینامیکی سیستم



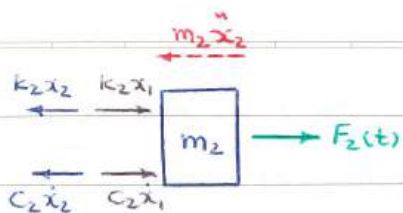
دینامیک آزاد M_1



اول فرض کنید حجم M_2 حرکت ندارد. حجم M_1 را به اندازه x_1 حرکت دهید. سپس نیروهای حوصله را بدست آورید.

دوم به بعد حرکت M_1 را صفر کرده، M_2 را به اندازه x_2 حرکت دهید. دینامیک آزاد M_2

اول نیروهای خارجی، بعد تنش حالت قبل عمل می کنیم. اول M_2 ثابت است M_1 حرکت کند



سیس M_2 حرکت کند M_1 ثابت باشد
 * انرژیی بصورت نیروی همگنی درجلاف است
 حرکت دارد

$$m_1 \ddot{x}_1 = \sum F_x = 0 \rightarrow -m_1 \ddot{x}_1 - c_1 \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_1 x_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 + F_1(t) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = \sum F_x = 0 \rightarrow -m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_1 - k_2 x_2 + F_2(t) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = F_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = F_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

این سیستم معادلات درجه دوم خطی است و در دستگاه معادلات فوق نیز دستگاه معادلات دینامیکی درجه دوم خطی می باشد که می توانست آن را بصورت ماتریسی به صورت زیر نوشت.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[m] \{\ddot{x}(t)\} + [c] \{\dot{x}(t)\} + [k] \{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (5)$$

$[m]$: جرم $\{x\}$: بردار تغییر مکان $= [M]^T$ ماتریس جرم

$[c]$: ضرایب اصطکاک $\{F\}$: بردار نیرو $= [C]^T$ ماتریس اصطکاک

$[k]$: ضرایب فنر $= [K]^T$ ماتریس فنر

همانطور که از رابطه ۴ مشخص است ماتریس های $[m]$ ، $[c]$ و $[k]$ ماتریس های متناظر می باشند.

۲۱- در صورتیکه در ترمین حله می توان فرض نمود برای طراحی سازه می توان از دیاگرام کمی شکل A با نشان M_{max} $0.35g$ استفاده کرد. مطلوبیت بخش M_{max} تغییر مکان M_{max} بیش یا به M_{max} نیروهای جانبی در تراز طبقات آزادی زلزله.

- بدون استخلاف (سیستم دودرجه آزادی) ۹

$$[m]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (6)$$

برای مقادیر مشخص در طبقه داریم

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

فرض در حل دستگاه معادلات فوق را برابر جواب میز است.

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad (8)$$

پس از جایگزینی کردن رابطه (8) در رابطه (7) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (-m_1 \omega^2 x_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2) \sin \omega t = 0 \\ (-m_2 \omega^2 x_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2) \sin \omega t = 0 \end{cases} \quad (9)$$

اگر $\sin \omega t = 0$ یعنی جواب بدست می آید. پس حله داخل برآیند می آید.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

دستگاه معادلات فوق یک دستگاه معادلات همگن خطی می باشد که علاوه بر جواب های $x_1 = x_2 = 0$ در آن بیست و یک جواب غیر از صفر لازم است.

در ترمین فانتزی ضرب این معادله می شود.

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (-\omega^2 m_1 + k_1 + k_2)(-\omega^2 m_2 + k_2) - k_2^2 = 0 \quad (11)$$

(12) $k_1 = k_2 = k$, $m_1 = m_2 = m$ برابر سازی در عملیات و فرض می کنیم
 پس از جایگزینی (12) در (11) خواهیم داشت و

$$m^2 \omega^4 - 3km\omega^2 + k^2 = 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2}^2 = \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)^{1/2} & (14) \\ \omega_2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \right)^{1/2} & (15) \end{cases}$$

فرکانس طبیعی

x_1, x_2 در می خواهیم بدست آوریم مستقل می کنند
 (1) با قرار دادن $\omega_1 = \omega_2$ در رابطه 10 خواهیم داشت و

$$\begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} x_2 = 0 \end{cases} \quad (16) \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.62$$

در رابطه 11 عامل 1 را می بینیم

(2) با قرار دادن $\omega_1 = \omega_2$ در رابطه 10 خواهیم داشت و

$$\begin{cases} \frac{1-\sqrt{5}}{2} x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} x_2 = 0 \end{cases} \quad (17) \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -0.62$$

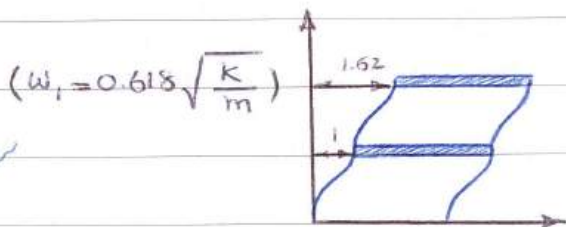
خلاصه مباحث و

فرکانس طبیعی مورد اول

$$1) \omega_1 = \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.618 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\bar{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.62 \end{Bmatrix}$$

بردار مورد اول



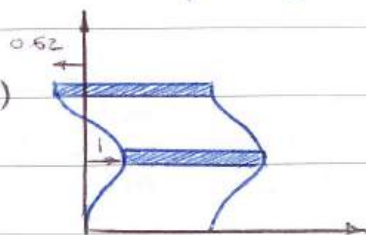
نمایش اولی مدار تعاقب

فرکانس طبیعی مورد دوم

$$2) \omega_2 = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{k}{m}} = 1.618 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\bar{X}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.62 \end{Bmatrix}$$

بردار مورد دوم



نمایش دومین مدار تعاقب

برای فرکانس کوچکتر مورد اول داریم. این مورد اول جوری است که سازه را به طور طبیعی دارند. طبقه اول خم دارای تغییر مکان کمتر است و در اکثر مسائل سازه‌ای مورد اول مورد غلبه است.

چون سازه کمترین اصل Min انرژی خواسته مصرف کمتر منجر انرژی هست. بنابراین به دنبال مورد اول هست. البته بعداً خواهیم دید که در ترکیب این دو تغییر مکان کمی واقعی را می‌دهد.

در ساختمان ۱۵ طبقه ۱۵ فرکانس و ۱۵ مورد داریم.

* برای بدست آوردن خم بردار مورد اول و دوم، فرضاً در صورت $X_1 = 1$ خرابی دهم را X_2 بدست آوریم. (وقت شود که X_n را عدد فرض کردی برابر طبقه مورد دهم X_n را صحیح عدد بگذار).

خاصیت تعامد مدله

$$X_1^T [m] \{X_2\} = 0$$

$$\left(1 \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{bmatrix} = \left(m \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2}m\right) \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= m + \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{2} m = m - m = 0$$

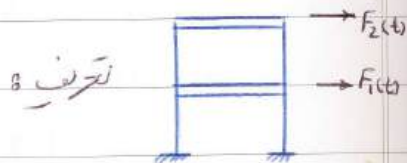
$$X_i^T [m] \{X_j\} = 0 \quad \forall i \neq j$$

با توجه به این دو مدله می‌توانیم n درجه آزادی حرکت این سیستم را بدست آوریم (در دو استخوان)

$$[m] \{\ddot{x}\} + [k] \{x\} = \{F(t)\} \quad (18)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (19)$$

ماتریس مدله



ماتریس A ماتریس مدله در دو درجه آزادی

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1+\sqrt{5}}{2} & \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{bmatrix}$$

در دو درجه آزادی

از دو طرف رابطه 18 در دو طرف با ماتریس $[A]^T [m]$ می‌ضربیم تا به صورت ماتریس (انتقال) در دو طرف به دست آوریم. قبل از این کار تعریف بردار ضرایب مدله را داریم.

نقیر نسیم (20) $\{x(t)\} = [A] \{y(t)\}$ بر دایره

(21) $\{x(t)\} = [X_1 \ X_2] \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix}$
 $= X_1 y_1(t) + X_2 y_2(t)$

ایجابی نسیم و نسیم فکاسم بر کس از فکاسم حسه حل آخر نتایج زمانی را بدست
 ایدم مشد حل است. (ایجاب نسیم فکاسم با $\omega_2 = 3$ دارم)

بی از فکاسم

بی از فکاسم بر دایره رابطه (20) در (18) خواهم داشت

(22) $[m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [k][A]^T \{y(t)\} = \{F(t)\}$

رابطه (22) را در فکاسم $[A]^T$ بر فکاسم نسیم

(23) $[A]^T [m][A] \{\ddot{y}(t)\} + [A]^T [k][A] \{y(t)\} = \{A\}^T \{F(t)\}$

$[X_1 \ X_2]$

$[A]^T [m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} [m] \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [m]X_1 & [m]X_2 \end{bmatrix}$

با استوار

$\begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} X_1^T [m] X_1 = M_1 \\ X_2^T [m] X_2 = M_2 \end{cases}$ جرم مدی مدول

جرم مدی مدول

$M_1 = X_1^T [m] X_1$

$M_2 = X_2^T [m] X_2$

تغییر متغیر (20) $\{x(t)\} = [A] \{Y(t)\}$ برادر تغییر

(21) $\{x(t)\} = [X_1 \mid X_2] \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix}$ برادر شکل با ضرایب در صفحه
 $= X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t)$

اینجا می بینیم که تغییر متغیر یک کسب از فرم در حقیقت حل آن را نتایج زمانی را بدست آوریم می کند. اصل اینست (اینجا به شما می باری با $Y = \psi_{(t)} \cdot V$ داریم)

نی از هم بزرگ کردن رابطه (20) در (18) خواهیم داشت و

(22) $[m][A] \{\ddot{Y}(t)\} + [k][A] \{Y(t)\} = \{F(t)\}$

برای حذف رابطه (22) را در هر دو طرف $[A]^T$ می ضرب می کنیم

(23) $[A]^T [m][A] \{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T [k][A] \{Y(t)\} = \{A\}^T \{F(t)\}$

$$[A]^T [m][A] = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} [m] \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [m]X_1 & [m]X_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} X_1^T [m] X_1 & X_1^T [m] X_2 \\ X_2^T [m] X_1 & X_2^T [m] X_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{cases} X_1^T [m] X_1 = M_1 \\ X_2^T [m] X_2 = M_2 \end{cases}$ جرم مادی مدول

جرم مادی مدول

$M_1 = X_1^T [m] X_1$

$M_2 = X_2^T [m] X_2$

$$[A]^T [M] [A] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} = [M] \quad (24)$$

$$(M_1 = \bar{X}_1^T m \bar{X}_1, \quad M_2 = \bar{X}_2^T m \bar{X}_2) \quad (25)$$

فرض کنیم $\rightarrow [M] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = \{0\} \quad (26)$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t = \bar{X} \sin \omega t \quad (27)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 \bar{X} \sin \omega t$$

با استفاده از (26) و (27) داریم:

$$-\omega^2 [M] \bar{X} \sin \omega t + [K] \bar{X} \sin \omega t = \{0\} \quad (28)$$

$$\omega_k^2 [M] \bar{X}_k = [K] \bar{X}_k \quad k=1, 2 \quad (29)$$

$$[A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} [K] \begin{bmatrix} \bar{X}_1 & \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K] \bar{X}_1 & [K] \bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه 29 داریم:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1^T \\ \bar{X}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 [M] \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \bar{X}_1^T [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 \bar{X}_1^T [M] \bar{X}_2 \\ \omega_1^2 \bar{X}_2^T [M] \bar{X}_1 & \omega_2^2 \bar{X}_2^T [M] \bar{X}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow [A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 M_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[CA]^T \{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T \\ X_2^T \end{bmatrix} \{F(t)\} = \begin{bmatrix} X_1^T \{F(t)\} \\ X_2^T \{F(t)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

این عبارات بر روی روابط (24)، (30)، (31)، (32) در رابطه (23)

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +\omega_1^2 M_1 & 0 \\ 0 & +\omega_2^2 M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

در معادله (32) در هر طرف یک مجهول داریم که می توانیم در هر طرف از آن، مجهول را حذف کنیم. یعنی یک سیستم n درجه آزادی را به n سیستم یک درجه آزادی تبدیل کردیم.

معادله (32) را در هر طرف یک مجهول در مشتقات آن را داشتیم. با معادله در رابطه (18)، (32) تحقق می گردد که با استفاده از نتایج می توان سیستم n درجه آزادی را به تعداد n سیستم یک درجه آزادی تبدیل نمود که حرکت آن که به تعدادی قابل حل می باشد. به عنوان مثال اگر K ام رابطه (32) را مرتباً با 8

$$M_k \ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 M_k Y_k(t) = f_k(t) \quad K=1,2 \quad (33)$$

در طرف معادله (33) را به M_k تقسیم می کنیم

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^2 Y_k(t) = \frac{f_k(t)}{M_k} \quad (34)$$

معادله بالا را با انتگرال دو طرف حل می کنیم

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k(t-\tau) d\tau \quad (35)$$

$$\begin{aligned}\{x(t)\} &= [A] \{Y(t)\} = [X_1 \quad X_2] \{Y(t)\} \\ &= X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t) = \sum_{k=1}^2 X_k Y_k(t)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \{x(t)\} = \sum_{k=1}^n X_k \left\{ \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k (t-\tau) d\tau \right\} \quad (36)$$

کنترل تارکچه زمانی - کنترل دینامیکی تارکچه زمانی

تقسیم پانچ دینامیکی سیستم n درجه آزادی تحت اثر نیروهای دینامیکی (با استخوان)

$$[m] \{\ddot{x}\} + [c] \{\dot{x}\} + [k] \{x\} = \{F(t)\} \quad (37)$$

با استفاده از روش مختصات نرمال
با همبستگی گونش رابطه (20) در (37) و پس ضرب کردن مانع $[EA]^T$ در
دو طرف معادله خواصم داشت

$$[EA]^T [m] \{\ddot{Y}\} + [EA]^T [c] [EA] \{\dot{Y}\} + [EA]^T [k] [EA] \{Y\} = [EA]^T \{F(t)\} \quad (38)$$

در صورتیکه در رابطه (38) ضرایب $[EA]^T [c] [EA]$ که مانع قطری شود
حالت از سطحی رابطه 38 نیز مشتق از سطوحی دیگر خواص دارد

$$[EA]^T [c] [EA] = \text{Diagonal} \quad \text{مانع قطری} \quad (39)$$

رابطه (39) در صورتیکه هر دو عبارت در رابطه یعنی نظیر شرط نرم و قرار باشد

$$1) [c] = \alpha [k] + \beta [m]$$

$$2) ([m]^{-1} [c]) ([m]^{-1} [k]) = ([m]^{-1} [k]) ([m]^{-1} [c])$$

در عمل نظریه اسکالر مقدار استخوان به هم می باشد عناصر غیر قطری در رابطه (39) نسبت به هم

قوتی مقدار بیش از ناچیز بوده، قابل صرف نظر کردن است. رابطه (38) را می توان در خصوص بازه ای مشخص فرض نمود.

سطر K ام رابطه ماتریسی (38) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 M_k Y_k = f_k(t) \quad (40)$$

در طرف رابطه (40) را به M_k تقسیم نموده ضرایب را به دست آوریم:

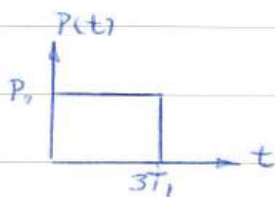
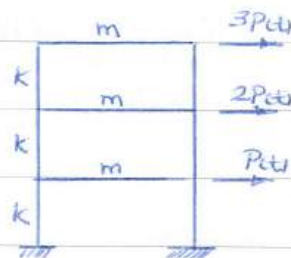
$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} f_k(t) \quad (41)$$

ξ_k نسبت استخلاف بحرانی مد K ام نامیده می شود.

$$Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_{dk}} \int_0^t f_k(\tau) e^{-\xi_k \omega_k (t-\tau)} \sin \omega_{dk} (t-\tau) d\tau \quad (42)$$

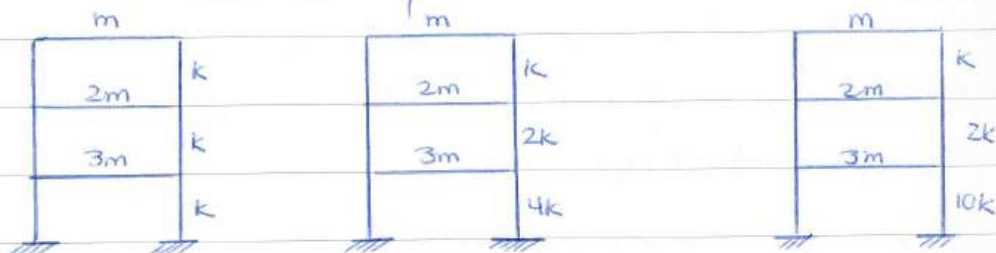
$$\omega_{dk} = \omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad (43)$$

$$\{x(t)\} = \sum_{k=1}^n X_k \left\{ \frac{1}{M_k \omega_{dk}} \int_0^t f_k(\tau) e^{-\xi_k \omega_k (t-\tau)} \sin \omega_{dk} (t-\tau) d\tau \right\}$$



نمودار ۲۲: فصل ۳ - تحلیل پهنای باند
 نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. اولاً سیستم معادلات حرکت را به دست آوریم، فرکانس و در درازنای مدی مشتق در آن برای به دست آوردن پاسخ تغییر شکل را در یک از طبقات به دست آوریم. (T_1 مربوط به فواصل فصل ۳ می باشد)

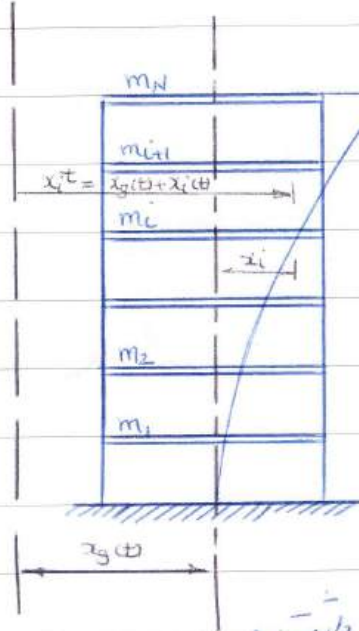
تمرین ۲۲: در یک سازه قابی سه طبقه سیستم معادلات حرکت را نوشته و فرکانس طبیعی و در فازهای مدی را بدست آورده با هم مقایسه کنید.



طبقه اول طبقه ای است که تحت اثر از طبقه در صلب می‌ماند

پایخ سیستم چند درجه آزادی در مقابل حرکت زمین:

مختصات



$$[m] \ddot{x}^t + [c] \dot{x}^t + [k] x^t = \{F_{ext}\} \quad (1)$$

$$\{F_{ext}\} = \{0\} \quad (2)$$

بنابراین

$$[m] \ddot{x}^t + [c] \dot{x}^t + [k] x^t = \{0\} \quad (3)$$

$$x_i^t = x_g(t) + x_i \quad (4)$$

$$\{x^t\} = x_g(t) \{I\} + \{x\} \quad (5)$$

$$\{\ddot{x}^t\} = \ddot{x}_g(t) \{I\} + \{\ddot{x}\} \quad (6)$$

بنابراین در این دو رابطه (6) در رابطه (3) ضرایب ثابت

$$[m] [\ddot{x}_g(t) \{I\} + \{\ddot{x}\}] + [c] \{\dot{x}^t\} + [k] \{x^t\} = \{0\} \quad (7)$$

$$[m] \{\ddot{x}\} + [c] \{\dot{x}\} + [k] \{x\} = -[m] \{I\} \ddot{x}_g(t) = \{P_{eff}(t)\} \quad (8)$$

$$\{I\} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

دو عامل مهم در ارتباط با نیروی زلزله شتاب زمین و حجم مایعیت است

$$\{P_{eff}(t)\} = -[m]\{I\} \ddot{x}_g(t) \quad (9)$$

اگر شبهه ای که در حرکت بتن در محصور یا سطح دیواره سیم N درجه آزادی با اختلاف انجام گرفت، در محصور رابطه 8 نیز کاربرد خواهد داشت

$$\{x(t)\} = [A]\{Y(t)\} \quad (10)$$

بن از میانگین بران رابطه 10 در رابطه 8 و پس ضرب نمودن آن در ماتریس $[A]^T$ بدین ترتیب در دسترس سطح K ام آن خواصم داشت

$$M_k \ddot{Y}_k + C_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 M_k Y_k = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = F_{ke}(t) \quad (11)$$

$$\ddot{Y}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} F_{ke}(t) \quad (12)$$

$$M_k = X_k^T m_k X_k \quad (13)$$

$$F_{ke}(t) = X_k^T \{P_{eff}(t)\} = -X_k^T [m]\{I\} \ddot{x}_g(t)$$

$$\bar{K}_k = X_k^T [m]\{I\} \quad (15) \quad \text{ضرب در یک عدد دارد}$$

$$\Rightarrow F_{ke}(t) = \bar{K}_k \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (16)$$

* $\bar{K}_k$ اسکالر است

با استفاده از روابط مربوط به شباهت تاریک ضریبی $Y(t)$ برای هر خاصه بدو باره

$$\begin{cases} Y_k(t) = \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t) \end{cases} \quad (17)$$

$$V_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_k(t-\tau)} \sin \omega_{dk}(t-\tau) d\tau \quad (18)$$

در رابطه (18)، ξ_k نسبت التکاملی مورد K ام در فرکانس ω_k ، فرکانس

مورد K ام ارتعاش می باشد. پس ترتیب بر دار تقسیم کردن نی ایجاد شده در

این مورد برابر است با (19) $\{x_k(t)\} = X_k Y_k(t) = X_k \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$

نماینده بردار تغییر مکان نسبی ناشی از تحمیل وانش برای مورد بالاستفاده از رابطه (10) برابر است با

$$\{x(t)\} = [A] \{Y(t)\} = [A] \left\{ \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k \right\} \quad (20)$$

عبارت داخل $\{ \}$ با مگر برابر است در شکل عبارت مربوط به تمام موارد (در نظر گرفته شده در مختل می باشد)

تقسیم نیروی الاستیک در تراز طبقات ه

$$\{F_s(t)\} = [K] \{x(t)\} = [K][A] \{Y(t)\} \quad (21)$$

از آن جا که اغلب ده تراز واحد بود که این نیروی یکم جهت نیروی انبرشی محصل ایجا شده بیان گردد می توان بالاستفاده از روابط قبل نوشت:

$$[K] X_k = \omega_k^2 [m] X_k \xrightarrow{(22)} [K][A] = [M][A] [-\Lambda^2] \quad (23)$$

$$[-\Lambda^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \omega_2^2 & \\ & & \ddots \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

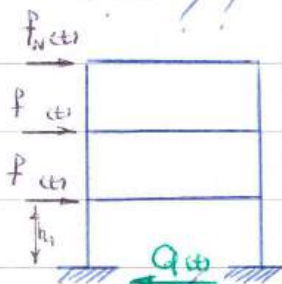
بی از جایگزینی کردن رابطه (23) در (21) خواهیم داشت ه

$$\begin{aligned} \{F_s(t)\} &= [m][A] [-\Lambda^2] \{Y(t)\} \\ \Rightarrow F_s(t) &= [m][A] \left\{ \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k v_k(t) \right\} \quad (25) \end{aligned}$$

برای انت با استفاده از رابطه (13) بردار انچه بالا نیست مربوط به K انچه بود
مربوط به انت باه -

$$\{f_{s_k}(t)\} = [m] X_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k \cdot V_k(t) \quad (26)$$

$\{f_{s_k}(t)\}$ مربوط به طبقه K ام نیست، بلکه مربوط به مد K ام انت
که نیروی تعادلی طبقه در آن مد را در بر دارد.



بی از انچه توابع نیروی الاستیسیته موثر من از زمان t در طول وقوع زلزله تعیین
گردیده اند و این برای متداول است گیتی می توانست مقدار نیروی الاستیسیته را در حین زلزله
می به کرد. در عنوان مثال نیروی ارتش طبقه K امی $Q(t)$ برابر انت با مجموع
تعادلی طبقه انتی ه

$$Q(t) = \sum_{i=1}^N f_i(t) = [I]^T \{f_s(t)\} \quad (27)$$

$[I]^T$ در این رابطه می توان گفت بردار انتی از اعداد واحد است. با جایگزینی این
رابطه (25) در (27) خواهیم داشت $[I]^T = \langle 1 \ 1 \ 1 \dots 1 \rangle$

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{K}_k^2}{M_k} \omega_k V_k(t) \quad (28)$$

برای بدست آوردن رابطه (28) از انتی زیر استفاده شده است.

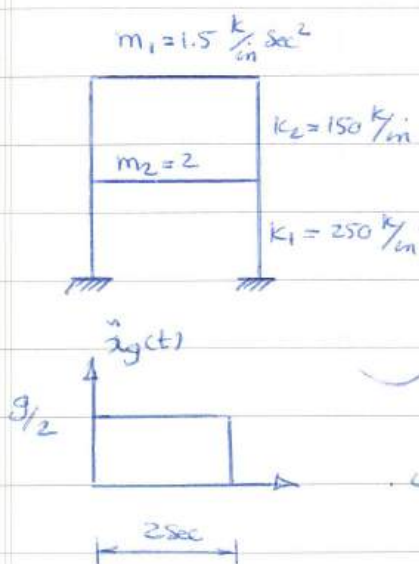
$$[I]^T [m] [C] = [\bar{K}_1 \ \bar{K}_2 \ \dots \ \bar{K}_N] \quad (29)$$

معادله انتی در طبقه K ام برابر انت باه

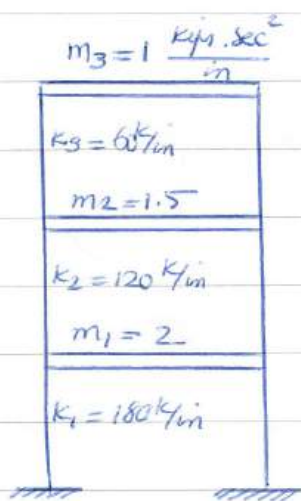
$$M(t) = \sum h_k f_k(t) = [h] \{f_s(t)\} \quad (30)$$

در این حالت $[Ch]$ مداری افقی از ارتعاش جویب از ضوابط نامرئی باشد
 با جایگزینی کردن رابطه (25) در رابطه (30) خواهیم داشت :

$$M(t) = [Ch][Cm][CA][C-\lambda^2-J]\{Y(t)\} = [Ch][Cm][CA] \left\{ \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k v_k(t) \right\}$$



نمودار ۲۴: قالب از طبقه شکل تحت اثر زمین
 این تصویر دیگر فراموش شده در شکل
 ب قرار گرفته است. مصلوبت تقس فرکانس
 مورد، جرم ای مودی، مدار تغییر مکان در هر
 یک از مودها، مدار تغییر مکان کل. مدار تغییر مکان
 الاستیک در جویب از مودها و مدار تغییر مکان الاستیک
 مبنی بر پایه و می باشد و در تمام تغییر مکان ضوابط



مثال ۵: ساختن طبقه شکل مقابل مفروض
 است. اولاً مشخصه ای از ارتعاش، جرم ای
 مودی و ضرایب تحریک مودی را میانه می باشد.
 مقدار استخلاف در مودها را از ۵ استخلاف
 جریانی بگیرد. در صورتی که این ضوابط است
 اثر زلزله ای قرار گیرد در زمان $t_1 = 3.08 sec$
 مقدار تابع شبه سرعت به جرم مایع خود را
 و در این زمان مقدار تابع شبه سرعت مایع مودی
 مختلف تصویر را می باشد. مصلوبت تقس مدار

تغییر مکان و مقدار تغییر مکان در هر بازه زمانی در این سیستم در
هر بازه زمانی و مقدار هر تغییر مکان را می توانیم بدست آوریم.

$$V(t_1) = \begin{Bmatrix} 1.74 \\ 1.22 \\ 0.77 \end{Bmatrix} \text{ ft/sec}$$

$$\det |k - \omega^2 m| = 0 \rightarrow \{\omega_n\} = \begin{Bmatrix} 4.58 \\ 9.82 \\ 14.59 \end{Bmatrix}$$

$$[k - \omega_n^2 m] X_n = \{0\}$$

$$\Rightarrow [A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.644 & -0.601 & -2.57 \\ 0.3 & -0.676 & 2.47 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{سطر 3} \\ \text{سطر 2} \\ \text{سطر 1} \end{matrix}$$

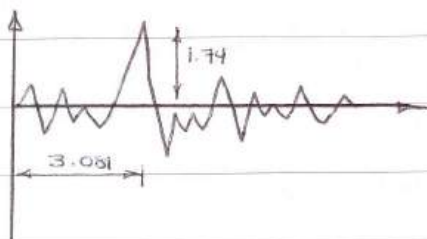
$$X_k^T m X_k = M_k \rightarrow \{M_n\} = \begin{Bmatrix} 1.801 \\ 2.455 \\ 23.1 \end{Bmatrix} \quad \text{جرم بار جوی}$$

مقادیر محاسبه شده را با یک محاسبه می کنند. در دوم (دو بار) قطع می کنند. عدد n بار قطع می کنند.

$$\bar{K}_k = X_k^T m \{I\} \rightarrow \{\bar{K}_n\} = \begin{Bmatrix} 2.56 \\ -1.254 \\ 2.08 \end{Bmatrix} \quad \text{ضریب حرکت از روزه}$$

این که مشخصات دایر سیستم است (مشخصات دینامیکی) که به سازه وارد می شود.

$V_k(t)$



نقد درسی $V_3(t), V_2(t), t_1 = 3.081$

را می‌توان کرد. اگر بخواهیم مقادیر خواسته شده را به دست آوریم.

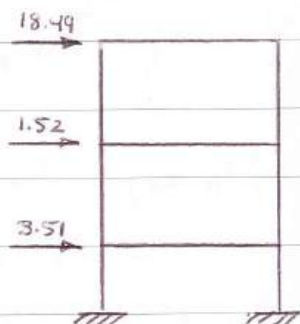
$$\{Y_k(t_1)\} = \left\{ \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t_1) \right\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.0635 \\ 0.00475 \end{bmatrix} P_E$$

$$\{x(t_1)\} = [A] \{Y_k(t_1)\} \rightarrow \{x(t_1)\} = \begin{bmatrix} 0.541 + 0.0635 + 0.00475 \\ 0.348 - 0.038 - 0.018 \\ 0.163 - 0.043 + 0.012 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.61 \\ 0.298 \\ 0.131 \end{bmatrix} P_E$$

چون $V_k(t)$ طبق سرعت در جدول است پس تغییرات آن هم طبق تغییرات در جدول است

$$\{F_s(t_1)\} = \underbrace{[m][A]}_{3 \times 3} \underbrace{\left\{ \frac{K_n}{M_n} \omega_n V_n(t_1) \right\}}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 11.35 + 6.13 + 1.01 \\ 10.95 - 5.53 - 3.90 \\ 6.8 - 8.29 + 5.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.49 \\ 1.52 \\ 3.51 \end{bmatrix} \text{ kips}$$

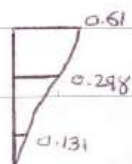
و محولاً استوار نیست می‌آید که از این نتیجه به دست می‌آید که
زیادتی شود. علت آنست که در محاسبات مختلف که یک
نمودار مقادیر Max در صورتی که می‌تواند. اما اینجا در
زمان t_1 کش شده.



$Q(t_1)$

نیروی برش پایه ناشی از جمع جبری نیروها طبق جدول است.

$$Q(t_1) = 18.49 + 1.52 + 3.51 = 23.52 \text{ kips}$$



کاربرد کنترل سطحی در سیستم های n درجه آزادی ه

محاسبه واکنش لرزه ای یک سیستم چند درجه آزادی با جرم متغیر برای صورتی مانند t مستقیم محاسبه استگرال واکنش زلزله در آن زمان برای جویک از خوردگی هم واکنش می باشد. بنابراین محاسبه واکنش M_{ax} مستقیم است و واکنش خود برای صورتی در جدول زیر محاسبه گردد تا بتوان مقدار M_{ax} را تعیین نمود. واضح است که این کار نیازمند عملیات محاسباتی بسیار زیاد بوده و به همین جهت روش دیگری باشد. لذا توجه به روشی که در این صیف واکنش حرکت زمین استوار باشد شتم مورد تألیف قرار گرفته است.

با استفاده از معادلات تنی که آشنایی توانیم برای جویک از خوردگی سازه واکنش M_{ax} را حساب کنیم که در این سیستم های یک درجه آزادی شمع داده شده یک صیف واکنش در دست آورد.

با استفاده از معادلات تنی M_{ax} مدار تغییر مکان در مورد K را می توانیم از رابطه زیر در دست آورد.

$$\{x_k(t)\}_{n \times 1} = \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} V_k(t) \quad (1)$$

$$\{x_{k, Max}\} = \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{dk} \quad (2)$$

که S_{dk} در این رابطه

تغییر مکان سطحی مربوط به استحکامات (دوره تفاوت مورد K ام انجاش می باشد.

هم چنین M_{ax} مدار نیروی الاستیک در مورد K با استفاده از معادلات تنی می توانیم

ا. ب

$$\{F_k(t)\}_{n \times 1} = [N] \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k V_k(t) \quad (3)$$

$$\{F_{sk, Max}\}_{n \times 1} = [N] \bar{X}_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} S_{dk} \quad (4)$$

در این رابطه S_a شدت طنین مورد K ام هر بوطه است و K دوره تذبذب مورد K ام
ارتباطی است.

در حالت کلی M_{ax} واکش کل را می توان صرفاً از جمع درجه فارغم K ام و در
بدلت آورد. زیرا این مقدار M_{ax} معمولاً در یک زمان اتفاق می افتد. در
اعمال حالات مربوطه به هر مورد درجه M_{ax} موردی باشد دیگر واکش کمی موردی
در حدی کمتر از M_{ax} کمی مربوط به موردی باشند. بنابراین هر چه ترکیب کردن
مقادیر طنین موردی حد بالایی از واکش کل را بدلت می دهد، لیکن معمولاً از
حد M_{ax} واکش کل بسیار کمتر است.

ساده ترین و متداول ترین فرمول برای این منظور حد مجموع مربعات
واکش کمی موردی است. بنابراین اگر M_{ax} تغییر مکان کمی موردی داده شده
باشد، M_{ax} تغییر مکان کل را به طور تقریبی بسیار خوبی می توان با رابطه زیر
پایه دالت.

$$\sum_{N=1}^N \tilde{x}_{N_{ax}} = \left[(x_1)_{N_{ax}}^2 + (x_2)_{N_{ax}}^2 + (x_3)_{N_{ax}}^2 + \dots + (x_N)_{N_{ax}}^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

که محاسبات زیر را در مثال بیایم کردار کمی تغییر مکان کمی موردی است که در مثال 2 دیده
است.

بمطابق به فارغم نیروی شدت را می توان بصورت تقریبی از M_{ax} کمی موردی
بدلت آورد.

$$\sum_{N=1}^N \tilde{P}_{S_{N_{ax}}} = \left[(P_{S1})_{N_{ax}}^2 + (P_{S2})_{N_{ax}}^2 + (P_{S3})_{N_{ax}}^2 + \dots + (P_{SN})_{N_{ax}}^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

مثال 3: بقیه مثال قبل را در نظر بگیرید (که مشخصات زمین لرزه
است) در موردی با فرض S_a است و K ام هر بوطه است و K دوره تذبذب موردی

$$Q_{N_{ax}} = \sqrt{\sum \left(\frac{K_k^2}{M_k} \cdot W_k \cdot S_{Dk} \right)^2} \quad 15$$

در هر یکی تفاوت داده شده در مثال قبل از طرف سرعتی استفاده نمود که در آن نقطه
 یکای می بود و مقدار سرعت طبق می حرکت از عدد به صورت زیر است و مقادیر
 تقس Max تقسیم مکان عددی حرکت از عدد Max مدار تغییر مکان کل Max
 نزدیک به طبعات در حرکت از عدد Max می روی کل از در طبعات و هم چنین Max
 نیروی برش عرض و Max برش تکیه خاص کل

$$Sv = \begin{bmatrix} 1.73 \\ 1.41 \\ 1.2 \end{bmatrix} \quad P_{H/S} \quad T_n = \begin{bmatrix} 1.37 \\ 0.64 \\ 0.431 \end{bmatrix} \quad S_1 = S_2 = S_3 = 5$$

باتوجه به T_n و S طبق S بدست می آید (البته باید عنوان شود که خواص ریاضی داده)

تقسیم تقسیم مکان Max

$$\{x_{n, Max}\} = X_n \frac{\bar{k}_n}{M_n} \frac{Sv_n}{\omega_n}$$

$$\{x_{1, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.541 \\ 0.348 \\ 0.169 \end{bmatrix}$$

$$\{x_{2, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.074 \\ 0.044 \\ 0.05 \end{bmatrix}$$

$$\{x_{3, Max}\} = \begin{bmatrix} 0.008 \\ 0.019 \\ 0.018 \end{bmatrix}$$

باترکیب کردن Max می عددی به روش جذر مجموع مربعات Max تقسیم مکان کل به صورت تقریبی

$$\{x_{Max}\} \approx \begin{bmatrix} ((0.541)^2 + (0.074)^2 + (0.008)^2)^{1/2} \\ ((0.348)^2 + (0.044)^2 + (0.019)^2)^{1/2} \\ ((0.169)^2 + (0.05)^2 + (0.018)^2)^{1/2} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.546 \\ 0.351 \\ 0.17 \end{bmatrix} P_E$$

همانگونه که مشخص می شود عددی که بالاتر حجم است در مقدار Max دارند و عدد اول است
 حجم را در مدار تغییر مکان دارند

- تعیین نیروهای الاستیک:

$$\{F_{Sn, Max}\} = [M] \{X_n\} \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n \cdot S_{v_n}$$

$$\{F_{S1, Max}\} = \begin{bmatrix} 11.35 \\ 10.95 \\ 6.8 \end{bmatrix} \text{ kpa} \quad \{F_{S2, Max}\} = \begin{bmatrix} 7.08 \\ 6.39 \\ 9.58 \end{bmatrix} \text{ kpa} \quad \{F_{S3, Max}\} = \begin{bmatrix} 1.57 \\ 6.08 \\ 7.79 \end{bmatrix} \text{ kpa}$$

با ترکیب کردن بردارهای فوق به روش جذر مجموع مربعات مقدار توتیسی به طول از آن در طبقات بدست می آید.

$$\{F_{S1, Max}\} = \begin{bmatrix} 13.47 \\ 14.06 \\ 14.1 \end{bmatrix}$$

برای نیروی برش مورد (برش پایه) با استفاده از رابطه بدست می آید.

$$Q_n = \frac{\bar{K}_n}{M_n} \cdot \omega_n \cdot S_{v_n} \begin{cases} Q_{o1, Max} = 29.13 \text{ kpa} \\ Q_{o2, Max} = 8.77 \text{ // (الف)} \\ Q_{o3, Max} = 3.28 \text{ //} \end{cases}$$

اجزای جذر مجموع مربعات آن مقدار برش Max برش تکیه گاه بدست می آید.

$$Q_{o, Max} = (29.13^2 + 8.77^2 + 3.28^2)^{1/2} = 30.6 \text{ kpa}$$

این مقادیر مملات منفرجه در Max برش تکیه گاه درایق توانم از صبح در دست یزبان Max طبقات (الف) بدست آورد و برای این نیز درایق توانم می باشد.

مقدار M_n^* $\rightarrow$ $M_n^* = \frac{\bar{K}_n^2}{M_n}$

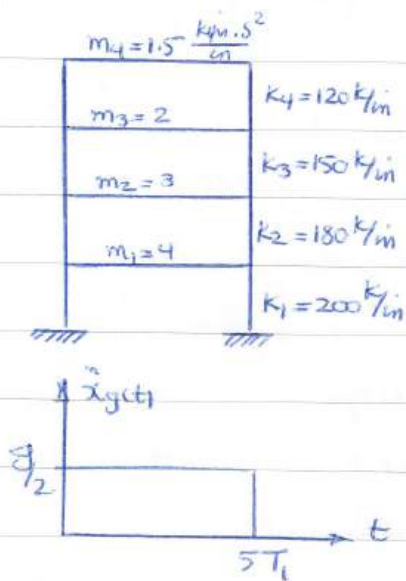
$$M_1^* = 3.656$$

$$M_2^* = 0.641$$

$$M_3^* = 0.187$$

مجموع جرم ای مقدار $M_1^* + M_2^* + M_3^*$ به نسبت با عدد 4.48 در برابر مجموع جرم کل سازه است.

کتاب ۵۰ صفحه بود این نامه اشاره دارد به فردی را می‌گوید که جمع جرم این
فردی کمتر از ۹۵٪ وزن کل سازه باشد.



تقریب ۲۵٪ سفتی در هر طبقه شکل معادل
فرض است. اولاً فرکانس لم و دورای مستقل
به آن را می‌توان گفت. ثانیا جرم لمی دوری در
ضرب تحریک زلزله را بدست آوریم. ثالثاً اگر
صورتیکه این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار
گیرد نمودار شتاب آن بصورت معادل باشد
مطلوبت تقس (۵=۵)

- ۱) تابع تغییر مکان در حوضه ارتعاشات
- ۲) مقدار M_{max} تغییر مکان در مورد اول
- ۳) مقدار نیروهای الاستیک برای حرکت از مورد دوم و برابر ترکیب آن به
- ۴) تابع مرتب پایه برای حرکت از مورد دوم و مقدار M_{max} مرتب پایه در مورد اول

تقریب ۲۶٪ کم برای طراحی ساختمان ممکن است بتوان از نمودار شکل A استفاده کرد
و نسبت استوار کردن برای این که مورد ۱) در نظر گرفت مقدار تغییر مکان M_{max}
برای حرکت از مورد دوم بدست آوریم و تغییر مکان کل را می‌توان گفت. حجم ضعیف نیروهای
الاستیک در تمام طبقات و مرتب پایه را در حرکت مورد دوم و مقدار کل آن را بدست
آوریم.

فصل پنجم

مبانی تئوری آیین نامه ای زلزله

مقاله اولی در درمبحث مبنای آیین نامه ای زلزله م اثر بر روی سازه
ما روابط طراحی که نمونه از آیین نامه ای ساختمانی می تواند مبنای علمی
و تئوری آیین نامه ای را روشن کند.

(بر محاسبه مثال در آیین نامه محلی ساختمان UBC نیروی مؤثر بر
طراحی به صورت Q_{Max} نیروی مرنی حاصل از زلزله در یک گاه ساختمان
بیان می شود)

رابطه نیروی مرنی گاه (Q) مطابق آیین نامه مبر است به

$$Q_{Max} = K C W \quad (1)$$

در این رابطه W وزن ساختمان، C ضریب مرنی گاه و K ضریبی
است که بستگی به نوع سیستم سازه ای دارد. این ضریب به ظرفیت کششی و
انرژی سیستم سازه ای وابسته است.

ضریب مرنی گاه (C) به صورت تابعی از دوره تناوب اصلی ارتعاش سازه
(T) به صورت زیر بیان می گردد.

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T}} \quad (2)$$

البته آیین نامه های ساختمانی من جمله UBC دارای ضریب منطقه است که
این ضریب بستگی به مناطق لرزه خیزی از نظر شدت آن دارد. در این رابطه
ضریب منطقه واحد به کار برده شده است که برای مناطق است که دارای بیشترین
خطر زلزله خیزی می باشد.

رابطه تکمیلی منظر با جدول (۱) طراحی توانسته با استفاده از روابط مبنای به صورت
معرّوف.

$$Q(t) = \sum_{n=1}^N \frac{\bar{K}_n^2}{M_n} \omega_n V_n(t) \quad (3)$$

$$Q_1(t) = \frac{\bar{K}_1^2}{M_1} w_1 \cdot v_1(t) \rightarrow Q_{1(t) \text{ Max}} = \frac{\bar{K}_1^2}{M_1} \cdot S a_1$$

$$Q_{\text{NaCl}} = \frac{\bar{K}_1^{-2}}{N_1} g \cdot \frac{S_{\text{NaCl}}}{g} \quad (41)$$

حقائب، الطب (4)، و (11) جدول بودن حملات در راههای زمینی سازه $\hat{C}$ و $\bar{w}$

$$\frac{S_{a1}}{g} = \frac{\bar{k}_1^2}{N_{L1}} g$$

نمایان می‌دهد که در این حالت، $\frac{M_1}{g}$ و $\frac{M_2}{g}$ تفاوت پیدا می‌کند و در صورتی که $\frac{M_1}{g}$ و $\frac{M_2}{g}$ تفاوت پیدا می‌کند، در این حالت، $\frac{M_1}{g}$ و $\frac{M_2}{g}$ تفاوت پیدا می‌کند.

* اگر از جهت نبودن مردم هیچ تحقیق در این قسم نیست پس هر یک از اینها را
حالت واقعی آن می باشد پس روشن باینکه کمتر می شود دانسته که است احکام

دیر محقرات ایسی نامہ عمومی ہندوستان کی ترویج نہرو کی ہستی تیسرا نامہ
را در ارتقا ہندوستان کی تیسری

$$P_{SC, Max} = \frac{W_i x_i}{\sum W_i x_i} Q_{Max} \quad (5)$$

P'_{Si} : نیروی صاف (در طبقه ۲) (با مائل مطرح شده در فصل قبل فرق دارد)

$i - \text{W}_i$ و $i - \text{W}_i$

۱۰. ارتفاع طبقة ۱ از طبقه ۰

$$X_1 = \begin{bmatrix} \psi_{11} \\ \psi_{12} \\ \vdots \\ \psi_{1n} \end{bmatrix} \quad \text{ماده } n \text{ صلب}$$

رابطه کلی مقاطع را می توانست از روابط کلی مثل بصورت زیر نوشت

$$\{f_{S_n}(t)\} = [m] X_n \frac{\bar{K}_n}{M_n} \omega_n \cdot V_n(t) \quad (6)$$

با جایگزینی درون $n=1$ برای مورد اول خواهیم داشت و

$$\{f_{S_1, Max}\} = [m] X_1 \frac{\bar{K}_1}{M_1} S_{a1} \quad (7)$$

رابطه (7) برای توزیع بار بر پایه است با و

$$f'_{S_1, Max} = m_i \psi_{1i} \times \frac{\bar{K}_1^2}{\bar{K}_1} \cdot \frac{S_{a1}}{M_1} \quad (8)$$

معرفی ψ_{1i} در بار X_1

$$\rightarrow f'_{S_1, Max} = m_i \psi_{1i} \cdot \frac{1}{\bar{K}_1} \cdot Q_{Max} \quad (9)$$

$$\rightarrow f'_{S_1, Max} = \frac{m_i \psi_{1i}}{\sum m_i \psi_{1i}} Q_{Max} \quad (10)$$

با مقادیر روابط 10 و 5 مشخص می سازد که رابطه ایست نامیده می شود و اگر این یک سیستم حجم فشرده و تراکم معین به تغییر مکانی تصویق خط مستقیم است یعنی و

$$\psi_{1i} = \frac{x_i}{L}$$

این شکل فرضی در این نام در کار برده است که در این جای انجام شده بودی ارتعاش بسیاری از این ضرایب لحاظ داده است که معمولاً شکل مورد اول به خط مستقیم تقریباً نزدیک است.

به طور خلاصه در اینجا می شود که ضرایب ارتعاشی شده در این نام برای سازه های منبسط در این نام UBC برای تعیین نیروی زلزله متعارف با این نام در این از نام غیر مورد اول طیف واکنش که شکل مورد اول آن در صورت خط مستقیم فرض شده است و ضرب در این یک نامی بصورت ثبات طیفی مورد اول اعتبار داده باشد و در نظر گرفته است.

برای منظور از **شش** یا **شش** و **الک** موردی بالاتر از این نام **UBC** دارای ضوابطی است که مطابق آن در برهمن های بلند مقدار بیشتری از نیروهای جانبی در بالاترین تراز برهمن اعمال می گردد. (نمودار شلاقی)

والن غنی و غیر غنی باره که در مقابل ریزه

در بحث قبل در خصوص **الک** و **الک** ریزه باره صورت یک سیستم ضعیف فرض شده بود ولی محاسباتی که در بحث اثر نیروهای متوسط باشد به قرار گرفته می توان انتظار داشت که چنین حرکات شدیدی باعث ایجاد یک لای می شود. واضح است که چنین **شش** و **الک** غیر غنی ریزه را موجب می گردد. هم چنین یک لای می توان **شش** داد که حتی در لایهای با شدت های متوسط می تواند باعث ایجاد **الک** لای اضافی لای در برهمنی که بر اساس ضوابط طراحی ریزه که این نام طراحی شده باشند، گردد.

صورتی که در شکل "ب" ملاحظه می شود، مقابل این ضربات **شش** یک لای تقویت شده توسط این نام و ضوابطی و **الک** که برای **شش** ریزه محاسبه شده اند نشان داده شده است. این واقعیت محسوس می گردد که ریزه متوسط می تواند باعث ایجاد نیروهای در برهمنی که محسوس با نام ریزه ضوابط طراحی این نام محسوس مقابل یک قطری بین اثرات نیروی این نام و **الک** نسبت به یک ریزه متوسط می تواند محسوس 20 طبقه مطابق شکل "د" به محل آمده است. **شش** که نقش کلیدی این باره هم اثر نیروهای جانبی ریزه مطابق این نام **UBC** توسط یک نام که می توانیم آن را نام استیجی قات محاسبه شده است. و **الک** این باره نسبت به نمودار شلاقی در ال استر و در شکل "ه" **شش** داده شده است توسط یک نام که می توانیم آن را نام استیجی قات بر طبق ترکیب موردی نیز می نامیم کرده است.

دقت روش های غیرخطی و خطی در کجایم است ؟
 نتایج مقایسه واکشن دینامیکی غیرخطی را در تیر و ستون نشان می دهد

تغییر مکان برای طبقات دهمی تیر به دسترس پذیری مشخصی از سازه در روش فوق بدست آمده اند در شکل "چهار" نشان داده شده است. نشان می دهد که این است که نتایج واکشن دینامیکی حاصل مقدار پوشش هستند، یعنی مقدار بدست آمده در هر حال در طول واکشن دینامیکی مقدار Max می باشد بنابراین مقدار یعنی مقدار کاملاً متفاوت می باشند.

(تغییر مکان برای Max سیستم غیرخطی را با مقدار تغییر مکان برای Max سیستم عده فقط درصد اندکی از آن بیشتر است. اما تغییر شکل دسترس پذیری در کانتینر تسلیم غیر الاستیک بسیار متفاوت است) این به نتایج در صورت نسبت شکل پذیری بیان می شود که تعریف آن در خصوص تیر به نسبت Max جوش انحنای به جوش انحنای در حالت اولیه تسلیم می باشد

$DR \rightarrow Ductility Ratio$



$$DR = \frac{\theta_{total}}{\theta_y}$$

$$DR = \frac{\theta_y + \delta\theta_{max}}{\theta_y} \Rightarrow DR = 1 + \frac{\delta\theta_{max}}{\theta_y}$$

* اگر از حالت تسلیم عبور کنیم نسبت شکل پذیر از یک بیشتر می شود

قابل توجه است که نسبت شکل پذیر از یک بیشتر می باشد یعنی نسبت در خصوص حالت تسلیم نرم شده است.

(نتایج واکشن دینامیکی نیز در شکل "پنج" در صورت نسبت Max جوش انحنای در جوش تسلیم عضو نشان داده شده است.

شکل "پنج" نشان می دهد که حالت تسلیم به طور عمده در تیر محصور در طبقات بایس و بالا توسعه پیدا کرده است. در کانتینر که به جوش تسلیم بالا هم می رسد الاستیک باقی مانده اند. وقوع حالت تسلیم در طبقات بایس نتیجه صمیمیت شدت براداریات

کلیه خاصی است. در حالت وقوع حالت تسلیم در طبقات بالا ناشی از اثر خودی دیگر
یا به عبارت دیگر بازتاب محلی (اثر شلای) می باشد.
تأثیر تغییرات مقاومت تیر و ستون را در موارد ساده توضیح کنید.

۹۲- تأثیر تغییرات مقاومت

(این واقعیت که در ساختمان مورد بحث تقریباً تمام تیر که در حالت تسلیم می باشد
نسبت به ستون که عمدتاً الاستیک باقی می ماند ناشی از توزیع نسبی مقاومت اعضا
است. (در واقع انحراف جذب شده توسط تیر که در هنگام حالت تسلیم آن که
باعث محو تیری از انبار است در ستون که می گردد) محو تیر تغییر در مقاومت
نسبی ستون است و تیرهای توانسته باعث انتقال حالت تسلیم از یک عضو به عضو
دیگر شود. نتایج حاصل از این امر برای مقاطع ای مختلف می باشد.
تیرها در شکل "حشت" نشان داده شده است. در این حالت کلیه ستون که دارای
مقاومت شکل "پنج" می باشند. لیکن تیرها علاوه بر حالت ضرب مقاومت
استاندارد 2 برای حالت های 1.5 و 4 برابر مقدار میان برای طراحی نیز در
نظر گرفته شده اند. همانطور که انتظار می رفت مقاومت می شود که نسبت های
شکل بندی تیر دارای تغییراتی معکوس با مقاومت هستند. در صورت تغییر مکان
محلی جانبی طبقات بالا با افزایش مقاومت تیرها افزایش می یابد.

این نتیجه نسبتاً غیر منطقی می توان برآورد و رفتار حالت تسلیم توضیح داد و واضح
است که خواص انشی در نیروی مقاوم تیر باعث ایجاد تسلیم نشدن در ستون که طبقات
بالا تری گردد و این افزایش در تغییر شکل ستون که باعث تأثیر مثبت در تغییر مکان برای
طبقات می شود.

در شکل "حشت" مقاومت تیرها نسبت به حالت شکل "پنج" است. لیکن مقاومت ستون که
علاوه بر حالت ضرب مقاومت استاندارد 6 برابر حالت های 2 و 10 برابر مقاوم

محصولی طراحی نمی شود که در نظر گرفته شده اند.

از این شکل ملا حظه می شود که افزایش مقاومت بتن اثر اندکی بر قیمت مصالح دارد، بر این اساس می توان گفت که فقط به میزان اندکی دیگر افزایش قیمت می شوند.

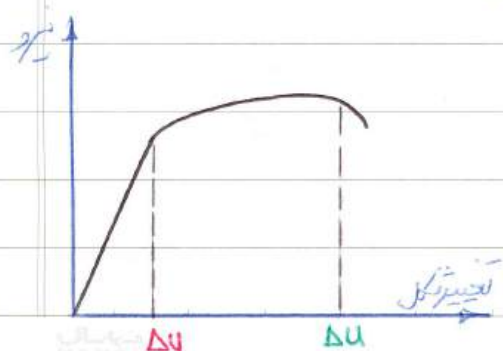
از سوی دیگر در حالت کاهش مقاومت بتن (به 2) حالت تسلیم در بتن نیز بدلیل افزایش شدید تسلیم بتن به میزان زیادی کاهش می یابد.

(از منابع حاصله از این آمارهای غیر خطی می توان چند دستاورد مهم را استخراج کرده

اولاً واضح است به باور بسیاری که تعادل معقول بین مقاومت بتن و سایر مصالح قرار باشد به نحوی جهت اتخاذ تصمیم بر مبنای نرخ ضعیف و بتن قوی توصیه می گردد در حالی که تسلیم موضعی بتن تأثیر شدیدی بر ظرفیت باربری قائم سازه ندارد، لیکن تسلیم موضعی بتن به راحتی می تواند باعث خرابی سازه گردد (مفضل ایجاد می گردد که در بتن باعث تحریف می گردد).

ثانیاً می توان چنین ادعا کرد که باور بسیاری از مهندسان مصلحت موضعی در قالب سازه احراز گردد، زیرا اثری که باعث خرابی می شود به آن نوعی سوق داده شده و در نتیجه به سمت طراحی سازه با ظرفیت های کمتر کار خواهد کرد.

کاربرد این طرح دارای صفت تعادل مقاومت می باشد به طوری که حالت تسلیم به طور کلی باعث ترویج شده و هیچ نقطه سازه تحت تأثیر تنش اضافی نباشد.



تعریف شکل پذیری:

مقدار تغییر شکل در سازه - تغییر شکل جزئی یک عضو شکل پذیر در شکل (۱۱) رسم شده است. در این شکل تغییر شکل نظیر

در تسم فولاد در یک مقطع یا تغییر شکل نقطه ای باشد که در آن یعنی نیزه - تغییر شکل از حالت صلب به غیر صلب درمی آید. Δu تغییر شکل ایستایی باشد که بعد از آن یعنی نیزه - تغییر شکل دارای بیش صفت می گردد.

مقدار کمترین اوش کشش شکل پذیری $\mu = \frac{\Delta u}{\Delta y}$ تعریف می شود.
در مورد دیگر که بعد از کشش تحت شکل پذیری در محبت ایستایی تعریف می شود.

$$\mu = \frac{\theta u}{\theta y}$$

شکل پذیری ممکن است به تمام دوایق صفتی از آن اشاره کند، به گونه ای که جهت مقدار شکل پذیری در حالت فوق دارد.

تقسیم بندبر ضرایب شکل پذیری؛ ضرایب شکل پذیری در چند دسته اند؟ توضیح دهید؟

(شکل پذیری (ضرایب شکل پذیری) را می توان به ۳ دسته زیر تقسیم نموده

- ۱) ضریب شکل پذیری برای عضو دایره طرف دورانی که گروه در اتصال عضو کشش
- ۲) ضریب شکل پذیری برای طبقه و یا کف از یک ساختمان
- ۳) ضریب شکل پذیری کل ساختمان

ضریب شکل پذیری برای محور ۲ دسته از سمت بای فوق توسط رابطه زیر - تغییر مکان تقسیمی می گردد این تغییر مکان برای عضوی تواند تغییر طول محوری عضو دورانی یک اتصال در عضو کشش و یا تغییر شکل برشی از دو طرف می باشد.

تغییر مکان برای طبقه، تغییر مکان کششی پس دو طبقه در نظر گرفته می شود و تغییر مکان برای ساختمان که نوع متوسط تیری شکل پذیری طبقات با استفاده از تابع وزنی تعیین می گردد.

در این قسمت ضریب شکل پذیری معمولاً برادر از ضریب شکل پذیری طبقه است.

و ضرب شکل پذیری طبقه بر دتر از ضرب شکل پذیری کل با ضعیف است و
طوری که ضرب شکل پذیری عصاره 5 تا 15 تغییر می کند و ضرب شکل پذیری
طبقه از 3 تا 8 تغییر نموده است. در صورتیکه ضرب شکل پذیری کل با ضعیف
از 3 تا 5 در نظر گرفته می شود.

(با توجه به تقسیم بندی فوق، تعریف ضرب شکل پذیری نسبت تغییر شکل معیار
حد اکثر به تغییر شکل در تغییر مکان تسلیم موثر می باشد)

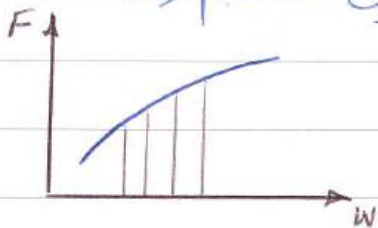
ضرب شکل پذیری فولاد نسبت به تقویت مسلح معمولاً کمتر است و ضرب شکل پذیری
برای فولادهای تغییر شکل کشش بر دتر از تغییر شکل کشش و تغییر شکل کشش کمتر
از تغییر شکل فشاری می باشد و ضرب شکل پذیری برای برش و تقاریر بهنج کشش و فشار است
(برای تقویت ضرب شکل پذیری تابع ترتیب و مقدار تنش آرماتورهای می باشد. با در نظر گرفتن
آرماتورهای کششی شکل پذیری 10 نیز قابل حصول است. برای سوراخ های تنگی با استفاده
از فولادگذاری مارپیچ ضرب شکل پذیری 4 تا 6 امکان پذیر است و برای لوله های برشی با
آرماتورهای افقی، عمودی و مارپیچ ضرب شکل پذیری 4 تا 6 تغییر می کند.)

تعریف ضرب شکل پذیری به طور دقیق چیست؟
شکل پذیری را تعریف کرده ایم و آنرا تعریف می کنند.

به چه علت آنالیز غیر خطی کمتر انجام می شود ؟
 فرض اصلی روش ضریب شکل پذیرگی چیست ؟

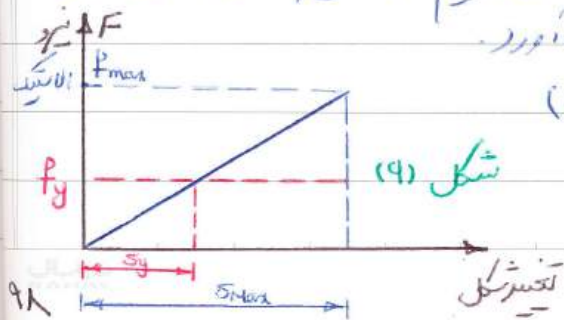
روش ضریب شکل پذیرگی روش ضریب شکل پذیرگی را تعریف کرده می دانیم و بیان کنید

از جمله آنالیز غیر خطی در این فصل به کار برده شده است از نظر مفهوم مشکل نمی باشد
 مگر کاربرد آن حتی برای ساده ای صلب با ده نیز مستخدم عملیات محاسباتی بسیار
 زیاد است زیرا با ترس سخت در هر مرحله از این فرایند عددی باستی اصلاح و
 تکرار شود. انتخاب تناسب سخت و مقاومت سخت مستخدم یک روش تکرار است
 به طوری که لازم است چندین طرح مختلف عددی انجام شود تا بتوان در طرح اندکی و قابل
 قبول دست یافت. به همین جهت آنالیز غیر خطی کامل در صورت انجام می شود مگر
 در مواردی که برای کنترل نهایی وقت کمی طرح تکمیل شده احکام گردد.



* در هر مرحله سختی را ثابت گرفته آنالیز خطی می کنند.
 سپس در هر مرحله بعدی شرط اولیه را شش طبق مرحله
 قبل می گیرند و سختی را عوض می کنند.

به منظور دستیابی به اندازه واقعی از رفتار غیر خطی ساده در هنگام ارائه به روش
 انجام یک آنالیز غیر خطی واقعی روش ضریب شکل پذیرگی ارائه شده است.
 فرض اصلی در این روش آنست که تغییر مکان های ایجاد شده کمتر یک بار در شخص
 می باشد به صورت الاستیک عمل کند و یا اینکه به عنوان زیادی شدن شود تکلیف
 هستند. این رفتار در شکل پنج نشان داده شده است که تغییر مکان های غیر الاستیک
 شد تغییر مکان های الاستیک می باشد. با این امر تغییر شکل های غیر خطی عضو
 را می توان تغییر شکل های واکنش الاستیک فرض کنیم رفتار غیر الاستیک آن را می توان
 مستقیماً از آنالیز واکنش الاستیک بدست آورد.



در شکل (۹۰) اگر δ_{max} تغییر مکان (δ_{max})
 بدون توجه به مشخصات مقاومت آن با
 تغییر مکان غیر خطی یکسان باشد است

Max تغییر شکل (δ_{Max}) به تغییر شکل حدی الاستیک (δ_y) برابر خواهد بود با نیروی ایجاد شده در واکنش الاستیک متضاد به نیروی تسلیم عضو.

$$\frac{\delta_{Max}}{\delta_y} = \frac{F_{Max}}{F_y} \quad (1)$$

از طرف دیگر تغییر شکل پذیرایی این است باه
نیام این مقاومت طراحی عدد دینامیکی هر عضو ای توانست موجب نیروی واکنش الاستیکی گردد به صورت زیر بدست آورد.

$$\mu = \frac{\delta_{Max}}{\delta_y} \quad (2)$$

$$F_y = \frac{1}{\mu} F_{Max} \quad (3)$$

نیام این ب زده رایی توان صورت واکنش غیر خطی در طراحی در دسترس نیست
ابتداءً آنرا به واکنش خطی در انجام شده پس مقاومت هر یک از اجزای نیروی
نیروهای الاستیکی می باشد و با اعمال کاهش تغییر شکل پذیرایی
می گردد.

از روی دیگر مقاومت غیر الاستیک می طرح داده شده رایی توان از ضرایب شکل نیروی
اعضا که توسط نسبت Max نیروی الاستیک عضو به مقاومت معلوم عضو تعیین
می شود.

$$\mu = \frac{F_{Max}}{F_y} \quad (4)$$

این روش آنرا به نیروی واکنش غیر الاستیک رایی توان با استفاده از نتایج حاصل
از واکنش الاستیک با ضرایب 20 طبقه در شکل "چهار" نشان داده شده
است شرح کرد.

روش های تعیین ضریب طراحی

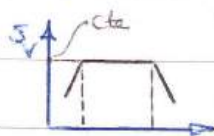
برای زلزله های متوسط احتمال وقوع آن در طول عمر مفید سازه صغیر به بار می باشد، سازه باید به گونه ای طراحی شود که ارتعاشات ناشی از این زلزله صادر حد الاستیک تا الاستوپلاستیک قابل قبول بوده و هیچ گونه صدمه دائمی به سازه وارد نگردد. در خصوص زلزله های شدید رفتار سازه می تواند پلاستیک باشد به شرطی که سازه ویران نگردد و باعث صدمات جانبی نشود.

ضریب های طرح این دو پدیده ای برای طراحی مناسب و منطبق سازه ای مقادیر در تمام زلزله های باشند. اگرچه ضریب های مربوط به زلزله های مختلف با یکدیگر کاملاً متفاوت می باشند ولی یک سری رفتار استاندارد بر تمام آن لحاظ است که می توان به صورت زیر آن لحاظ شده منبری نمود.

$$w \rightarrow \infty \quad (T \rightarrow 0) \Rightarrow S_a = PGA$$

$$w \rightarrow 0 \quad (T \rightarrow \infty) \Rightarrow S_d = PGD$$

$$w \rightarrow T \rightarrow \text{متوسط} \Rightarrow S_v \approx cte$$



در روابط بالا w فرکانس، T دوره، PGA ، PGD و PGV به ترتیب حداکثر تغییر مکان، حداکثر سرعت و حداکثر شتاب زمین می باشد.

روش نیومارک

این روش بر این اساس است که با افت حداکثر تغییر مکان، سرعت و شتاب زمین نیروی شده است نیومارک نیز از شکل کل ضریب پاسخ زلزله ها نتیجه گرفت که در محدوده فرکانس کوچک پاسخ سازه که برای تمام ضربات میرایی به مقدار ثابتی در تمام حداکثر تغییر مکان قابل است می باشد.

$$S_D(w) = PGD$$

$$w \rightarrow 0$$

(۲) در محدوده میانی فرکانس طیف پاسخ در مقابل باجهد اکثریت است، سرعت تغییر مکان زمین کمتر شده و این برگرداندن برای شتاب بیشتر از سرعت و برای سرعت بیشتر از تغییر مکان می باشد

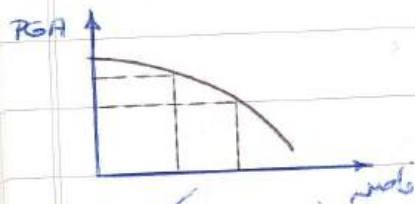
(۳) در محدوده فرکانس بالا (سازده صلب) شتاب پاسخ به جهد اکثریت است و این نیز در می شود

$$S_a(\omega) = PGA$$

بزرگ →

بنیم این روشی بدین صورت طیف و آنش طراحی به ترتیب ذیل خواص دارد

(I) مقدار جهد اکثر تغییر مکان زمین و بطور کلی حرکت زمین از رنگ بانه (Box Rock) را انتخاب کرده (PGA, PGV, PGD) این حرکت جهد اکثر این از کاهش جهد اکثر مقدار حرکت زمین در گسل با استفاده از قوانین کاهش و با در نظر گرفتن فاصله ناصبه مورد نظر تا گسل محال بدین می آید

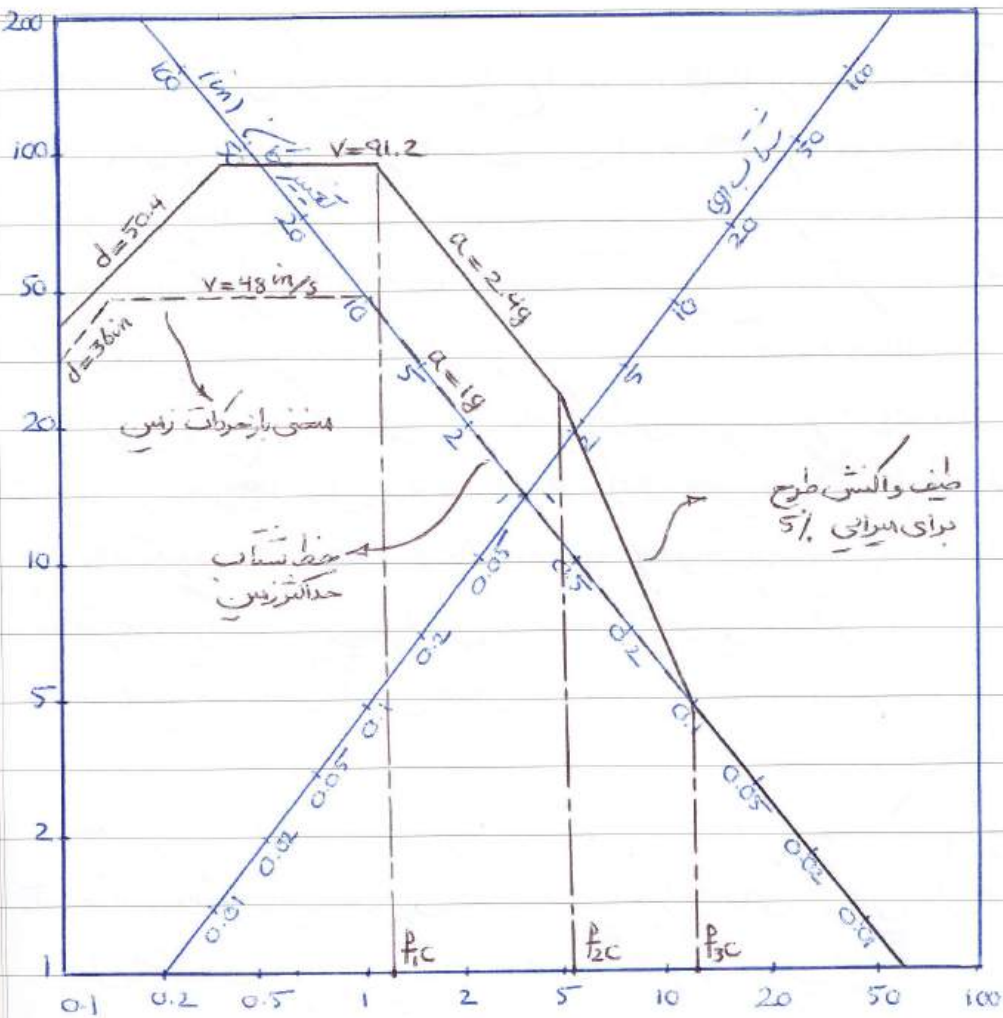


(II) مقدار جهد اکثر انتخاب شده برای حرکت ناصبه بانه این هم و من محلی خاک مطابق جدول پیشنهادی می شود که تغییر نموده و جهد اکثر حرکت زمین از سطح خاک بدین می آید

(III) مقدار تغییر جهد اکثر حرکت زمین در سطح خاک بر روی کاغذ گرافیکی می باشد و رسم نموده می شود که برای نزدیک کردن محدوده فرکانس خط منتهی برای مقدار شتاب S_a برابر PGA موجود آمده و برای کوچکترین محدوده فرکانس خط منتهی برای مقدار شتاب $S_d = PGD$ موجود است

با رسم نمودن خط منتهی برای مقدار شتاب $S_a = PGV$ در محدوده متوسط فرکانس در رسم منتهی کردن خط واسم شده یک خط منتهی باری می آید که می شود Max حرکت زمین را در آن رسم می دهیم

SV (m/sec)



فشار P

برای تعیین طیف واکنش طراحی کاهنده ضربه M_{a1} جهت زمین را بر یک ضربه
مقدار تغییر نمود. این ضربه در میرایی ضربه ای در طی تغییر شکل می باشد
ساده در این ایجاب می شود که شکل دارد
ضربه تغییر ضربه برابر سازه ای در دوی ضربه و مانند ضربه باشد
برای مقدم مختلف میرایی سازه مطابق جدول زیر باشد

با انتخاب ضرایب تغییرات
 انبساطی توان طبقه‌بندی
 طرح را با جدول در دسترس تمام
 می‌رساند و بدین ترتیب

نسبت برای 5	ضرایب تغییر		
	شدت	سرعت	تغییر توان
0	6.4	4	2.5
0.5	5.8	3.6	2.2
1	5.2	3.2	2
2	4.3	2.8	1.8
5	2.6	1.9	1.4
7	1.9	1.5	1.2
10	1.5	1.3	1.1
20	1.2	1.1	1

(۱) برای مقادیر کوچک فرکانس
 در محدوده توان تغییرات
 حرکت در می‌دهد

(۲) برای مقادیر بزرگ فرکانس
 در محدوده توان ۵۱، دامنه طبقه
 و انبساطی در حرکت در می‌دهد
 می‌شود

(۳) برای محدوده متوسط فرکانس

محدوده طبقه و انبساطی در عبارات سرعت Max حرکت در می‌دهد و تغییرات

(۴) برای مقادیر فرکانس بالا که دارای سه قسمت می‌باشد به شرح زیر می‌باشد
 الف) فرکانس نقطه تقاطع محدوده شدت Max با سرعت Max f_{1c} می‌باشد
 ب) محدوده شدت حداکثر را تا f_{2c} که $f_{2c} = 4f_{1c}$ است ادامه دهد
 ج) برابر فرکانس $f_c > 4f_{1c}$ خط مستقیم از f_{2c} رسم می‌کند
 تا محدوده شدت حداکثر در فرکانس f_{3c} که $f_{3c} = 10f_{1c}$ است
 قطع کند

(د) برابر فرکانس $f_c > 10f_{1c}$ حد طبقه و انبساطی می‌باشد

مثال: مطلوب است رسم درایم صفت طرح برای متغیرهای مقدار جوانه‌ها و وزن
 بهنجاری در دره
 $PGA = 1g$ $PGV = 48 \frac{in}{s}$ $PGD = 36 \frac{in}{s}$
 برای سازه‌های گسترده‌تر 5٪ می‌باشد.

$$a = 2.6 \times (1g) = 2.6g$$

$$\bar{v} = 1.9 \times (48) = 91.2$$

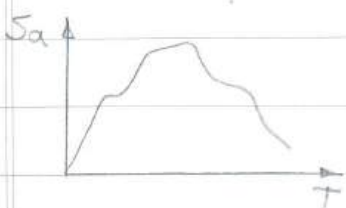
$$\bar{d} = 1.4 \times (36) = 50.4$$

$$f_{1c} = 1.3$$

$$f_{2c} = 4 \times 1.3 = 5.2$$

$$f_{3c} = 10 \times 1.3 = 13$$

در روش کلی طیف برای سازه، مقادیر کل طیف ثابت مربوط به درجه اول

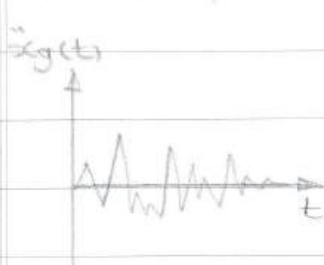


می آوریم. در آن مقدار نظری (فرضاً 3 طبقه) مربوط به
مربوط به سازه درجه اول آورده شد. طیف منطبق
را از نمودار پیدا می کنیم. سپس از طریق روش SRSS

$$S_a = (S_{a1}^2 + S_{a2}^2 + S_{a3}^2)^{1/2}$$

طیف ثابت سازه را می بینیم می بینیم.
برای این روش، روش طیف را می بینیم کرده خاص را انجام می دهیم

در روش ماکزیمم جابه جایی ثابت را که مربوط به بزرگترین اتفاق افتاده است بر حسب زمان به



خاصی دهیم. این ثابت را از سازه اعمال می کنیم و در روش طیف
را در سازه تحلیلی زمان (در زمان طولی مختلف) در دست می آوریم
برای این سازه نیز در آن سازه می انجامانیم حسب زمان قابل
محاسبه است

روش طیفی دقیقتر می باشد چون احتمال ثابت منطقه را با تقریب بالایی در دست آورده ایم
در صورتیکه در سازه تحلیلی بزرگترین اتفاق افتاده را بررسی می کنیم (که ممکن است هیچ
وقت دستر دوباره اتفاق نیفتد)

در واقع کلیه ماکزیمم جابه جایی نوعی کلیه برای کنترل سازه هم اثر ثابت می مختلف و بررسی
پایه آن در سازه این ثابت می باشد.



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

حل تمرین درس :
اصول مهندسی زلزله

استاد :
جناب آقای دکتر تهرانی زاده

نگارش:

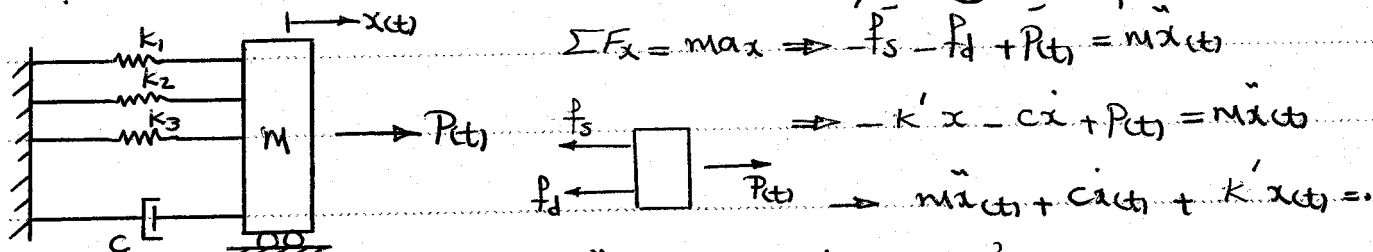
حمید کاظم

(کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر)
(دانشجوی کارشناسی ارشد گرایش سازه دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

تابستان ۱۳۸۹

« اصول مهندسی زلزله »

(۱) در صورتی که مدل یک درجه آزادی در صورت زیر باشد، مطلوبت تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان را در $P(t)=0$ ، $k_1=k_2=k_3=k$ و $C=0$ باشد.



$$\frac{k'}{m} = \omega_n^2 \quad \frac{C}{m} = 2\xi\omega_n \Rightarrow \ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + 3\omega_n^2x(t) = 0$$

$$\text{فرض: } x(t) = \lambda e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda e^{\lambda t} (\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2) = 0$$

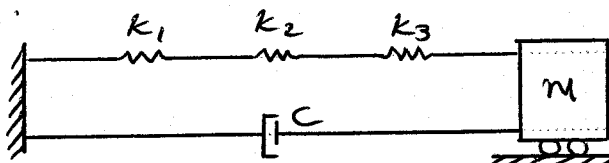
$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \xrightarrow{C=0} \lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

$$\Rightarrow x(t) = C \cos \omega_n t + D \sin \omega_n t \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

$$x(0) = x_0 = C \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0 = D\omega_n \Rightarrow D = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}$$

$$\Rightarrow x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right) + \frac{\dot{x}_0 \sqrt{m}}{\sqrt{3k}} \sin\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t\right)$$

(۲) مدل مکانیکی سیستم یک درجه آزادی بصورت شکل مقابل می باشد. مطلوبت تعیین معادله حرکت و هم چنین تابع تغییر مکان را در صورتی که $C=0$ ، $k_1=k_2=k_3=k$ ، $P(t)=0$ باشد.



حل این مثال کاملاً شبیه بالایی باشد با این تفاوت که $k' = k/3$ است.

$$x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right) + \frac{\dot{x}_0 \sqrt{3m}}{\sqrt{k}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{3m}}t\right)$$

(تاریخ ۸-۱)

این تدریس ها را یک مرتبه تحویل داده ام. اما برای تکمیل و تصحیح بعضی از اشتباهات که در مرتبه اول رخ داده بود تصمیم به حل دوباره آن ها گرفتم.

کابل
قرص سبز

(۳) قلاب یک طبقه شکل زیر محفوظ است. در صورتیکه وزن قلاب $W = 200 \text{ kips}$ ($1 \text{ kips} = 10^3 \text{ lb}$) در یک لحظه $T = 0.2 \text{ s}$ باشد مطلوب تعیین تابع تغییر مکان در حالتیکه تغییر مکان اولیه در صورت $X_0 = 2 \text{ in}$ و سرعت اولیه $\dot{X}_0 = 1.5 \text{ in/sec}$ باشد. مقدار حداکثر برش باید را حساب کنید. حداکثر شتاب کف را بدست آورید. فرض: $\xi = 0$

$$W = 200,000 \text{ lb} \quad T = 0.2 \text{ s} \quad \xi = 0$$

$$x(t) = X_0 C_1 \omega_n t + \frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t = X C_1 (\omega_n t - \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} \Rightarrow kg = W \cdot \omega_n^2 \Rightarrow k (386.06) = 2 \times 10^5 \times (10\pi)^2 \left(\frac{\text{in}}{\text{s}^2}\right)$$

$$\Rightarrow k = 511299 \text{ lb/in}$$

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n}\right)^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1.5}{10\pi}\right)^2} = 2.001 \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1.5}{10\pi \times 2}\right) = 1.368^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow x(t) = 2.001 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$F = KX = 511299 \times 2 = 1022.598 \times 10^3 \text{ lb}$$

$$x(t) = 2.001 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi) \Rightarrow \dot{x}(t) = -2.001 (10\pi) \sin (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$\Rightarrow \ddot{x}(t) = -2.001 (10\pi)^2 C_1 (10\pi t - 7.6 \times 10^{-3} \pi)$$

$$\Rightarrow (\ddot{x}(t))_{\max} = 2.001 \times (10\pi)^2 = 1974.91 \text{ in/s}^2$$

(۴) در تیر ۳ در صورتیکه مقدار استتار کمرانی ۲ و تغییر مکان اولیه 5 in و سرعت اولیه صفر باشد، مطلوب تعیین تابع تغییر مکان و رسم تابع و در لغت تغییر مکان بعد از دو سیکل کامل

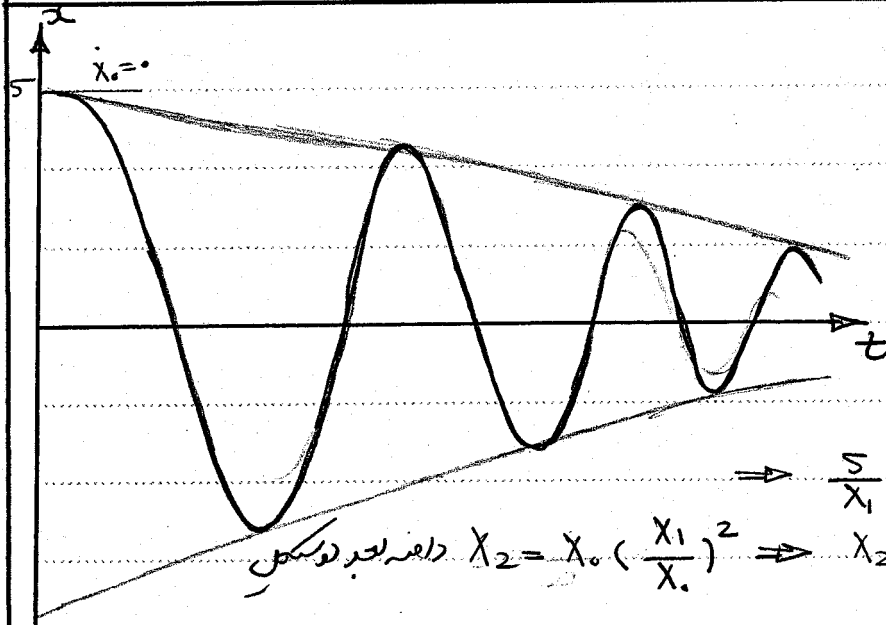
$$\xi = 2\% \quad X_0 = 5 \text{ in} \quad \dot{X}_0 = 0 \quad T = 0.2 \text{ s} \quad W = 200,000 \text{ lb}$$

$$x(t) = X e^{-\xi \omega_n t} C_1 (\omega_d t - \phi)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 10\pi \sqrt{1 - 0.02^2} = 9.998\pi$$

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \left[\left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d} \right)^2 + X_0^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{0 + 0.02 \times 10\pi \times 5}{9.998\pi} \right)^2 + 5^2 \right]^{1/2} = 5.001 \\ \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{\dot{X}_0 + \xi \omega_n X_0}{\omega_d X_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0 + 0.02 \times 10\pi \times 5}{9.998\pi \times 5} \right) = 0.02^\circ = 0.0064\pi \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow x(t) = 5 e^{-0.2t} C_1 (9.998\pi t - 0.0064\pi)$$



$$t=0 \rightarrow x(0)=5$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow x \rightarrow 0$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{x_0}{x_1}\right)$$

$$\Rightarrow 0.02 = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{5}{x_1}\right)$$

$$0.04\pi$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x_1} = e \Rightarrow x_1 = 4.4096 \text{ in}$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^2 \Rightarrow \lambda_2 = 5 \left(\frac{4.4096}{5}\right)^2 = 3.889 \text{ in}$$

۵. منبع آبى مطابق شکل موجود است. اگر وزن این منبع 20,000 lb و سختی پایه‌های منبع

80,000 lb/in فرض شود، این منبع تحت اثر نیروی قرار گیرد.

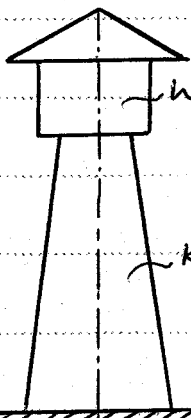
مقدار آن $F = 16,000 \text{ lb}$ باشد، معلولت لغزش دانه

حرکت بی از 3، 5، 10 سیکل، نسبت انتقال بحرانی،

ضرب انتقال، فرکانس طبیعی، فرکانس انتقالی

(دانه‌نویس بی از یک لغت و حرکت به $2/3$ حالت اولیه

کاهش می‌یابد)



$$W = 20,000 \text{ lb}$$

$$k = 80,000 \text{ lb/in}$$

$$F = 16,000 \text{ lb}$$

$$F = kx_0 \Rightarrow 16,000 = 80,000 x_0 \Rightarrow x_0 = 0.2 \text{ in}, x_1 = 0.133 \text{ in}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{80,000 \times 386.06}{20,000}} = 39.297 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{x_0}{x_1}\right) = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{0.2}{0.133}\right) = 0.0649 = 6.49\%$$

فرکانس انتقالی

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 39.297 \sqrt{1 - 0.0649^2} = 39.214 \text{ rad/s}$$

$$C = 2\xi\omega_n m = 2 \times \frac{6.49}{100} \times 39.297 \times \frac{20,000}{386.06} = 264.25 \text{ lb/in/s}$$

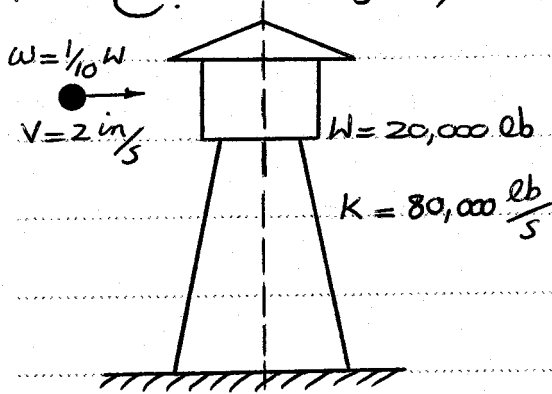
ضرب انتقال

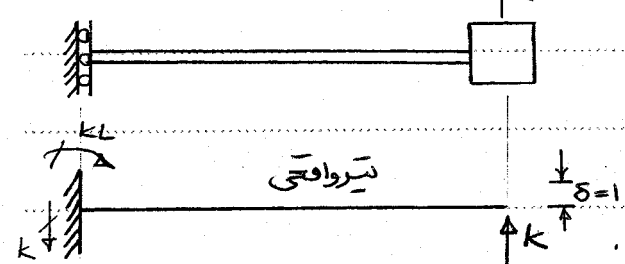
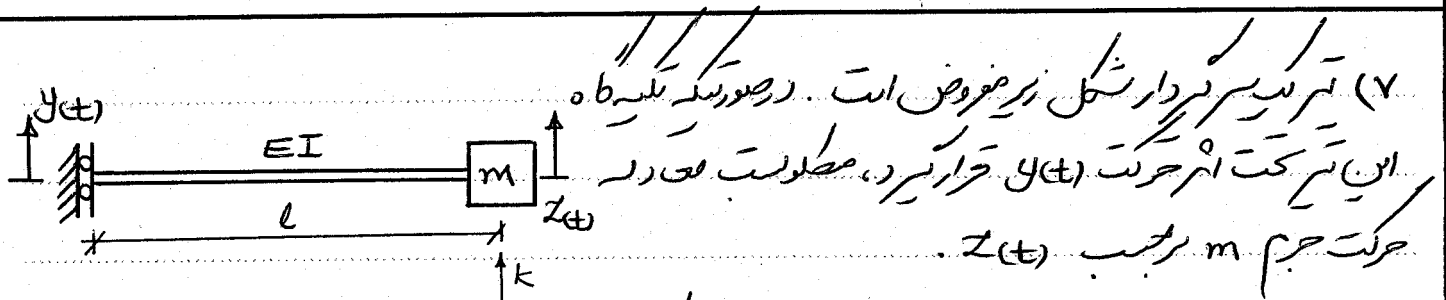
$$n=3 \rightarrow x_3 = x_0 \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^3 = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^3 = 0.0588$$

لغزش دانه بی از n سیکل

$$n=5 \rightarrow x_5 = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^5 = 0.026, n=10 \rightarrow x_{10} = 0.2 \left(\frac{0.133}{0.2}\right)^{10} = 3.38 \times 10^{-3}$$

(۶) در صورتیکه در تیرین به طول ۱۰۰ در وزن $\omega = 0.1 \text{ lb}$ با سرعت $v = 2 \text{ in/s}$ به منبع اصابت کند و نوع تصادم الاستیک فرض شود، مطلوب است تعیین تابع تغییر مکان، مقدار Max درش پایه و رسم معنی در صورتیکه $\xi = 5$ در نظر گرفته شود.

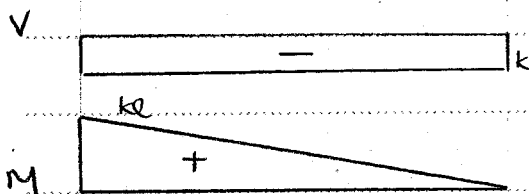




$$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \frac{kL}{EI} \times L \right) \left(\frac{2}{3} L \right) = 1$$

$$\rightarrow \frac{kL^3}{3EI} = 1 \Rightarrow k = \frac{3EI}{L^3}$$

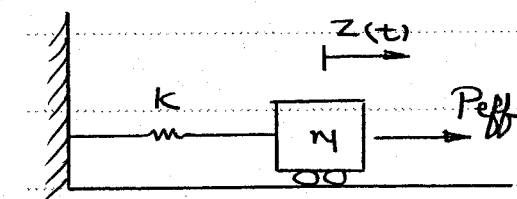
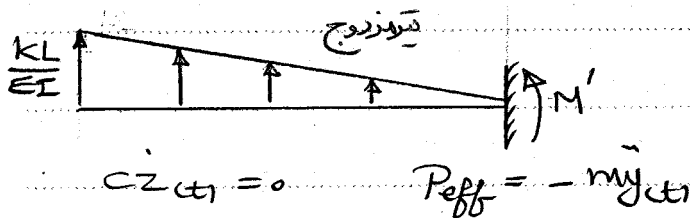
* برابر بدست آوردن سختی k یک تغییر مکان واحد اعمال می کنیم
و نیز در مشتق آخر k را بدست آورده سختی می نامیم



$$x_E = z(t) + y(t)$$

$$\rightarrow \ddot{x}_E = \ddot{z}(t) + \ddot{y}(t)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}(t)$$



$$m\ddot{z}(t) + \frac{3EI}{L^3} z(t) = -m\ddot{y}(t) + mg$$

(۸) سازه شکل مقابل مفروض است

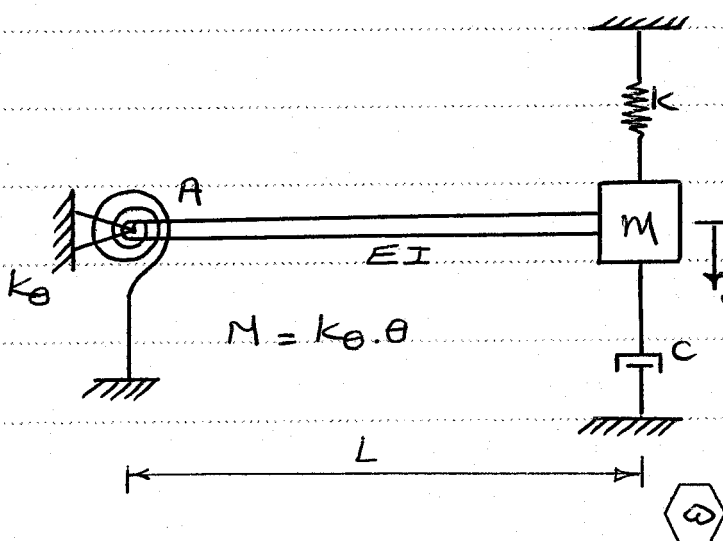
در صورتیکه تیر AB بی وزن بوده و در

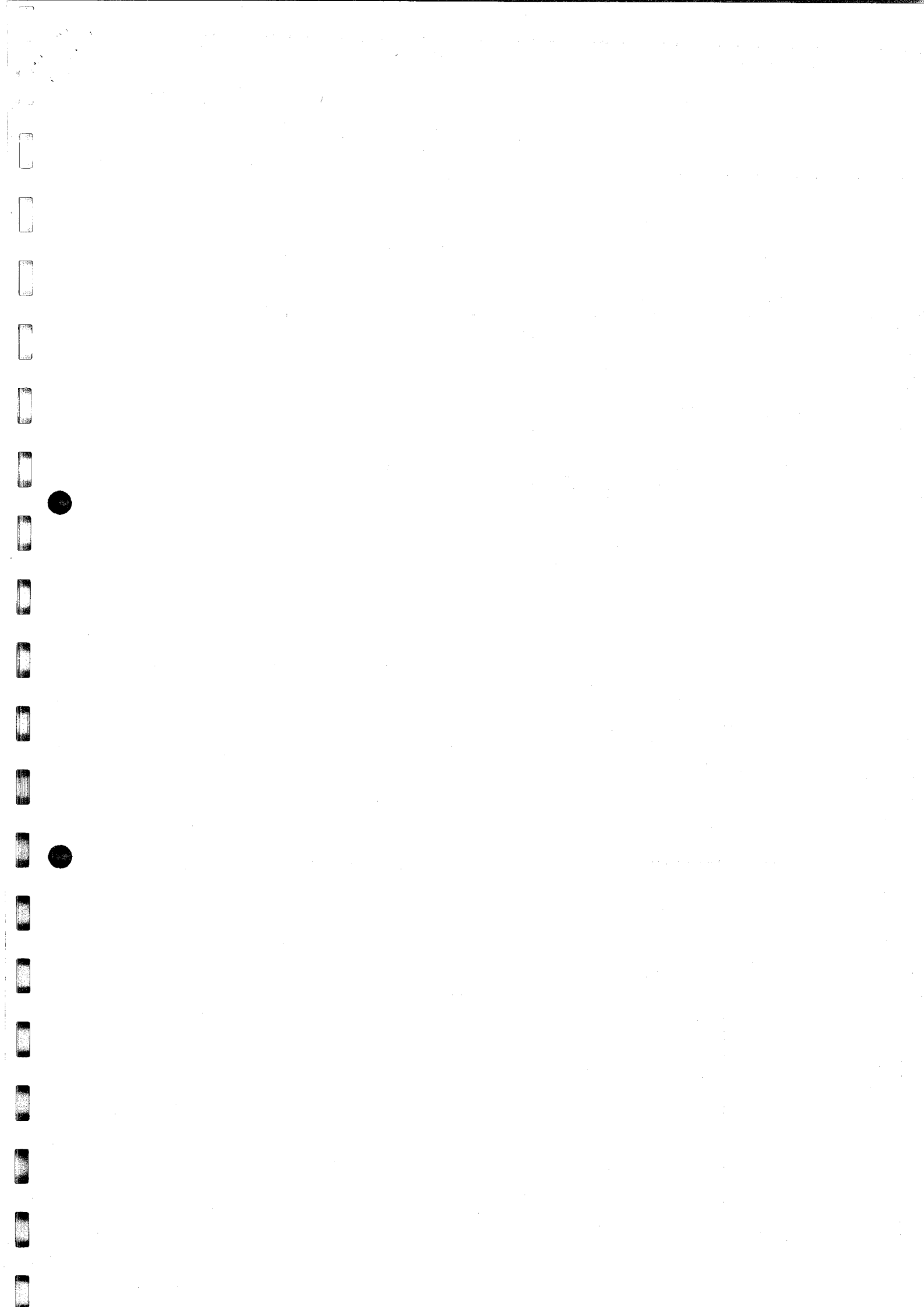
نقطه b به A علاوه بر لولا توسط فنر پیچشی

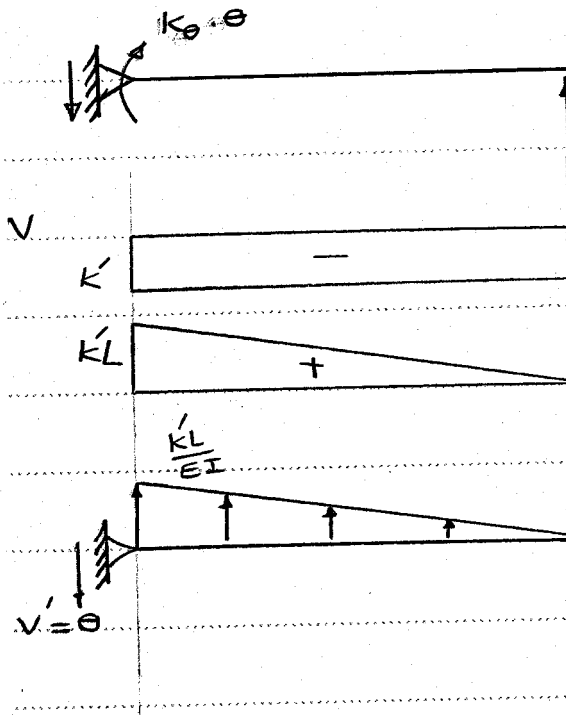
مقید شده باشد، معادله حرکت جرم

m را بر حسب $y(t)$ بدست آورید.

(نکته: فنر k_θ می باشد.)







$$K'L = k_0 \cdot \theta \quad (1)$$

$$M' = \delta = 1$$

$$M' - \frac{1}{2} L \frac{K'L}{EI} \left(\frac{2}{3} L \right) + \theta L = 0$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{K'L^3}{3EI} + \theta L \quad (2)$$

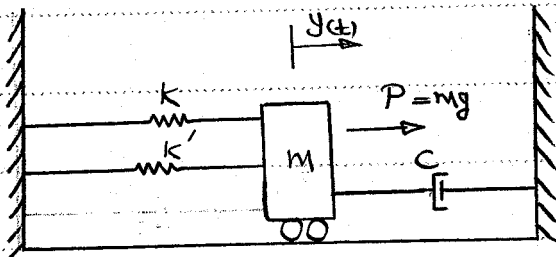
(1), (2) ۸

$$1 = \frac{K'L^3}{3EI} + \frac{K'L^2}{k_0}$$

$$\Rightarrow K' \left(\frac{L^3}{3EI} + \frac{L^2}{k_0} \right) = 1$$

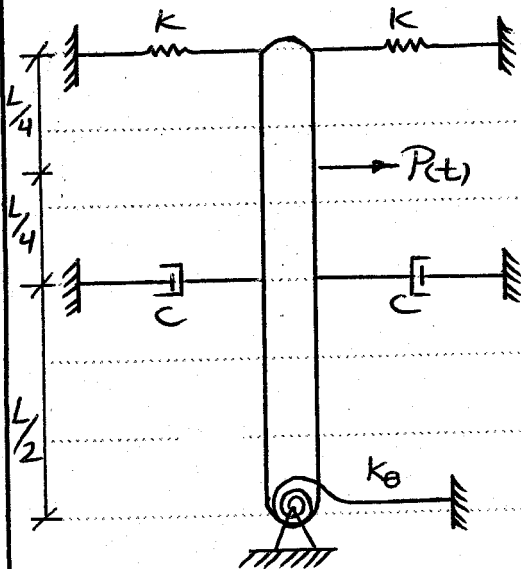
$$\Rightarrow K' \left(L^2 \left(\frac{Lk_0 + 3EI}{3EI k_0} \right) \right) = 1$$

$$\Rightarrow K' = \frac{3EI k_0}{L^2 (Lk_0 + 3EI)}$$



سیستم معادل بصورت مقابل می باشد

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + (k+k')y(t) = mg$$



۹) سیستم صلب دارای تکیه گاه نیمه صلب می باشد که توسط فنر لابی که در انتهای آزاد آن قرار دارند همراه شده است. مطلوبت یعنی در هر حرکت این سیستم در صورتیکه در تمام حتم دروا صد طول این سیستم صلب باشد، در حالتی که $\mu = \mu_0$ باشد یعنی در هر حرکت را بدست آورید و سیستم تکیه گاه آزاد آن را نشان دهید.

روش دوم (سؤال ۹)

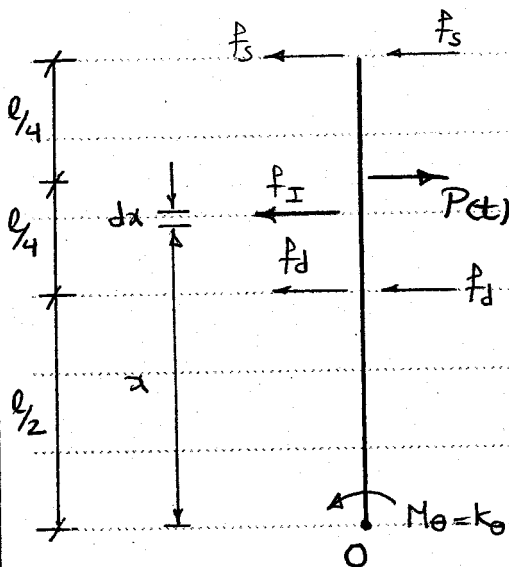
$$M^* = \int_0^L \mu \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx = \mu \int_0^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 dx = \frac{1}{3} L \mu$$

$$C^* = \sum c_i \psi_i^2 = 2c \left(\frac{L/2}{L}\right)^2 = c/2$$

$$K^* = \sum k_i \psi_i + \sum k_\theta (\psi_i')^2 = 2k + k_\theta/L^2$$

$$P^* = \sum P_i \cdot \psi_i = P_{ct} \frac{3/4}{L} = \frac{3}{4} P_{ct}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} L \mu \ddot{Y}(t) + \frac{c}{2} \dot{Y}(t) + \left(2k + \frac{k_\theta}{L^2}\right) Y(t) = \frac{3}{4} P_{ct}$$



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow v(x,t) = \frac{x}{L} \cdot Y(t)$$

$$\sum M_0 = 0 \quad \text{رابطه زیر برقرار است}$$

$$M_I + M_D + M_S + M_\theta = M_{P(t)} \quad (1)$$

$$dM_I = df_I \cdot x$$

$$df_I = dm \cdot \ddot{v}(x,t)$$

$$dm = \mu dx \Rightarrow df_I = \mu dx \cdot \ddot{v}(x,t)$$

$$\Rightarrow dM_I = \mu dx \cdot \ddot{v}(x,t) \cdot x$$

$$\Rightarrow M_I = \ddot{Y}(t) \int_0^L \mu x \cdot \frac{x^2}{L} dx = \ddot{Y}(t) \cdot \mu \int_0^L \frac{x^2}{L} dx$$

$$\Rightarrow M_I = \frac{1}{3} L^2 \mu \cdot \ddot{Y}(t) \quad (2)$$

$$M_D = 2 f_d \cdot \frac{L}{2} = 2 c \dot{v}(\frac{L}{2}, t) \cdot \frac{L}{2} = c \left(\frac{L/2}{L} \right) \dot{Y}(t) \cdot L = \frac{1}{2} L c \cdot \dot{Y}(t) \quad (3)$$

$$M_S = 2 f_s \cdot L = 2 k v(L, t) \cdot L = 2 L k Y(t) \quad \text{ab, in} \quad (4)$$

$$M_{P(t)} = \frac{3}{4} L P(t) \quad (5)$$

$$M_\theta = k_\theta \cdot \theta \quad \theta = \frac{v(L, t)}{L} = \frac{L/L \cdot Y(t)}{L} = \frac{1}{L} \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow M_\theta = \frac{k_\theta}{L} \cdot Y(t) \quad (6)$$

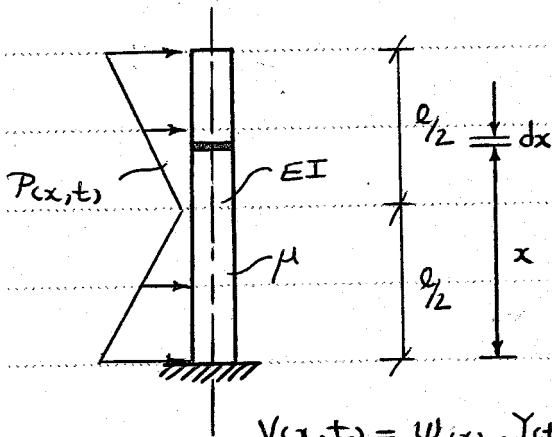
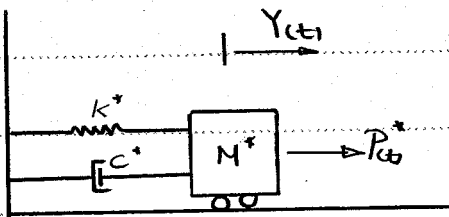
با قرار دادن روابط ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ در رابطه (۱) خواصم داشت.

$$\frac{1}{3} L^2 \mu \ddot{Y}(t) + \frac{1}{2} L c \dot{Y}(t) + 2 L k Y(t) + \frac{k_\theta}{L} Y(t) = \frac{3}{4} L P(t)$$

حاصلی را بر L تقسیم می کنیم

$$\left(\frac{1}{3} L \mu \right) \ddot{Y}(t) + \left(\frac{1}{2} c \right) \dot{Y}(t) + \left(2k + \frac{k_\theta}{L^2} \right) Y(t) = \frac{3}{4} P(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} M^* = \frac{1}{3} L \mu & \text{جرم معادل} \\ C^* = \frac{1}{2} C & \text{ضریب استهکام معادل} \\ K^* = 2K + \frac{k_0}{L^2} & \text{ضریب سختی معادل} \\ P^* = \frac{3}{4} P(t) & \text{نیروی معادل} \end{array} \right.$$



(۱) ستون یک سر گیردار مثل معادل مفروض است. در صورتیکه EI ، μ طول ستون ثابت فرض شوند، معادلات تعین می‌دهد حرکت، جرم، سختی و نیروی معادل (تابع شکلی و الصوبت $\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$ را نظر بگیرید).

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad \delta v(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta W_E = \int_0^L p(x,t) dx \delta v(x,t) \\ \delta W_{I_1} = \int_0^L m(x) \delta \theta \\ \delta W_{I_2} = \int_0^L f_I(x,t) dx \delta v(x,t) \end{array} \right.$$

حاصل از میان

حاصل از انرژی

کار مجازی نیروی داخلی حاصل از میخ.

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \rightarrow d\theta = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx \rightarrow \delta d\theta = \frac{\partial^2 \delta v(x,t)}{\partial x^2} dx \\ \frac{m(x)}{EI} &= \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \rightarrow m(x) = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \cdot EI \\ \rightarrow \delta W_{I_1} &= \int_0^L m(x) \delta \theta = \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) \cdot EI \cdot \frac{\partial^2 \delta v(x,t)}{\partial x^2} dx \\ &= \int_0^L Y(t) \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right) EI \cdot \delta Y(t) \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right) dx \end{aligned}$$



سوال ۱۰ (روش رانج) ← رابطه (مستقر) ۸

$$M^* = \int_0^L \mu(x) (\psi(x))^2 dx = \mu \int_0^L \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \mu \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi}\right) L = 0.2268 \mu L$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx = \int_0^L EI \left(\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \frac{\pi^4}{16L^4} EI \int_0^L \left(C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx$$

$$= \frac{\pi^4 EI}{16L^4} \left(\frac{L}{2}\right) = 3.044 \frac{EI}{L^3}$$

$$P^* = \int_0^L p(x,t) \psi(x) dx$$

$$p(x,t) = \begin{cases} \frac{2P}{L} (L/2 - x) & 0 \leq x \leq L/2 \\ \frac{2P}{L} (x - L/2) & L/2 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\Rightarrow P^* = 2 \int_0^{L/2} \frac{2P}{L} P (L/2 - x) \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx = \frac{4P}{L} \left(\frac{L^2}{8} - \frac{4L^2}{\pi^2} + \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} L^2\right)$$

$$= 0.101 PL$$

$$\Rightarrow 0.2268 \mu L \ddot{Y}(t) + 3.044 \frac{EI}{L^3} Y(t) = 0.101 PL$$

$$= Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x \rightarrow \frac{d\psi(x)}{dx} = -\frac{\pi}{2L} C_1 \rightarrow \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = 0$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_1} = Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{\pi}{2L} \right)^4 C_1^2 \left(\frac{\pi}{2L} x \right) dx$$

$$\int_0^L C_1^2 \left(\frac{\pi}{2L} x \right) dx = \int_0^L \left(\frac{1 + C_1 \frac{\pi}{2L} x}{2} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^L (1 + C_1 \frac{\pi}{2L} x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(x + \frac{L}{\pi} \sin \frac{\pi}{L} x \right) \Big|_0^L = \frac{1}{2} \left(L + \frac{L}{\pi} \sin(\pi - 0) \right) = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_1} = \frac{L}{2} \cdot Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI$$

که مجاز نیروی داخلی حاصل از نیروی اینرسی؛

$$f_I(x, t) = \mu \cdot \ddot{V}(x, t) = \mu \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t)$$

$$\delta \omega_{I_2} = \int_0^L f_I(x, t) dx \delta V(x, t) = \int_0^L \mu \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) dx \cdot \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$= \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L (1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x)^2 dx$$

$$\int_0^L (1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x)^2 dx = \int_0^L (1 - 2C_1 \frac{\pi}{2L} x + C_1^2 \frac{\pi^2}{4L^2} x^2) dx$$

$$= \int_0^L (1 - 2C_1 \frac{\pi}{2L} x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} C_1 \frac{\pi}{L} x) dx$$

$$= \left[\frac{3}{2} x - 2 \frac{2L}{\pi} \sin \frac{\pi}{2L} x + \frac{L}{2\pi} \sin \frac{\pi}{L} x \right]_0^L = \frac{3}{2} L - \frac{4L}{\pi} \sin(\frac{\pi}{2} - 0) + \frac{L}{2\pi} \sin(\pi - 0)$$

$$= \frac{3}{2} L - \frac{4}{\pi} L = L \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right)$$

$$\Rightarrow \delta \omega_{I_2} = \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t)$$

$$p(x, t) = \begin{cases} P(t) \left(\frac{L}{2} - x \right) & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ P(t) \cdot (x - \frac{L}{2}) & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

که مجاز داخلی؛

$$\delta \omega_E = \int_0^L p(x, t) dx \delta V(x, t) = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} P(t) \left(\frac{L}{2} - x \right) \cdot \delta Y(t) \psi(x) dx$$

$$= 2 P(t) \cdot \delta Y(t) \cdot \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L}{2} - x \right) \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2L} x \right) dx$$

$$\int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2} C_1 \frac{\pi}{2L} x - x + x C_1 \frac{\pi}{2L} x \right) dx =$$

$$\int_0^{l/2} (l/2 - l/2 C_1 \frac{\pi}{2l} x - x) dx + \int_0^{l/2} (x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x) dx$$

$$1) \int_0^{l/2} (l/2 - l/2 C_1 \frac{\pi}{2l} x - x) dx = \left[l/2 x - l/2 x \frac{2l}{\pi} \sin \frac{\pi}{2l} x - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^{l/2}$$

$$= \frac{l^2}{4} - \frac{l^2}{\pi} \sin(\frac{\pi}{4} - 0) - \frac{l^2}{8} = \frac{l^2}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{l^2}{\pi} = l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \right)$$

$$2) \int_0^{l/2} x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

اولین فریب جز

$$dv = C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx \rightarrow v = \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{l} x \quad u = x \rightarrow du = dx$$

$$\rightarrow \int_0^{l/2} x \cdot C_1 \frac{2\pi}{l} x \cdot dx = \frac{l}{2\pi} x \sin \frac{2\pi}{l} x - \int \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{l} x \cdot dx$$

$$= \frac{l}{2\pi} x \sin \frac{2\pi}{l} x - \frac{l}{2\pi} \cdot \frac{l}{2\pi} (-C_1 \frac{2\pi}{l} x) \Big|_0^{l/2}$$

$$= \frac{l^2}{4\pi} \sin(\pi - 0) + \frac{l^2}{4\pi^2} C_1 (\pi - 0) = -\frac{l^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow \int_0^{l/2} (l/2 - x) (1 - C_1 \frac{\pi}{2l} x) = l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} - \frac{1}{4\pi^2} \right)$$

$$\Rightarrow \delta W_E = 2l^2 \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2\pi} - \frac{1}{4\pi^2} \right) P_{ct1} \delta Y_{ct1}$$

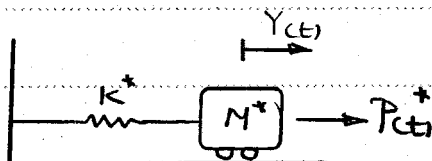
$$\delta W_{I1} + \delta W_{I2} = \delta W_E$$

با استفاده از اصل ب، مجازی داریم

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \cdot \ddot{Y}_{ct1} \cdot \delta Y_{ct1} + \frac{l}{2} \cdot EI \cdot Y_{ct1} \cdot \delta Y_{ct1} = l^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} \right) P_{ct1} \delta Y_{ct1}$$

دو طرف را بر δY_{ct1} تقسیم می‌کنیم

$$\underbrace{\left(\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) L \cdot \mu \right)}_{M^*} \ddot{Y}_{ct1} + \underbrace{\left(\frac{l}{2} \cdot EI \right)}_{K^*} Y_{ct1} = \underbrace{\left(l^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} - \frac{1}{2\pi^2} \right) P_{ct1} \right)}_{P_{ct1}^*}$$



نہیں !! (ادامہ حل)

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

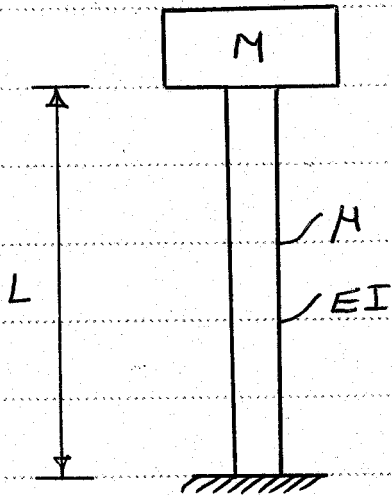
$$M^* = \int_0^L \mu \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + M \left(1 - C_1 \frac{\pi L}{2L}\right)^2 = 0.2268 \mu L + M$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 C_1 x\right)^2 dx = 3.044 \frac{EI}{L^3}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}\right) dx + M \left(1 - C_1 \frac{\pi L}{2L}\right) = 0.3634 \mu L + M$$

$$\Rightarrow (0.2268 \mu L + M) \ddot{Y}(t) + 3.044 \frac{EI}{L^3} Y(t) = -(0.3634 \mu L + M) \ddot{x}_g(t)$$

$$M = \mu L$$



نمونه ۱۱: سازه برقی بصورت شکل مقابل مدل شده است. در صورتیکه EI ، μ در طول برج ثابت در نظر گرفته شود، مطلوبت تعیین:

- (الف) معادله حرکت
(ب) حجم معادل
(ج) سختی معادل
(د) نیروی توتر معادل
(ه) ضریب تحرک آزاد
آر این برج تحت اثر حرکت زمین باشد با ثابت ψ و آزادی باشد.

$$v(x, t) = \psi(x) \cdot Y(t) \rightarrow \delta v(x, t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \rightarrow 0 = \delta W_{I1} + \delta W_{I2} \quad (1)$$

$$\delta W_{I1} = \int \mu(x) \delta d\theta \quad (1) \text{ کار مجاری نیروهای داخلی}$$

$$= \int EI \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \delta v(x, t)}{\partial x^2} dx = Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx$$

$$\delta W_{I2} = \int f_I(x, t) \cdot \delta v(x, t) \cdot dx + M \cdot \ddot{v}_t(L, t) \cdot \delta v(L, t) \quad (2) \text{ کار مجاری نیروهای انبرشی}$$

$$f_{I1}(x, t) = \mu(x) \cdot \ddot{v}_t(x, t)$$

$$v_t(x, t) = v(x, t) + x_g(t) \rightarrow \begin{cases} \ddot{v}_t(x, t) = \ddot{v}(x, t) + \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{v}_t(L, t) = \ddot{v}(L, t) + \ddot{x}_g(t) \end{cases}$$

$$\rightarrow \delta W_{I2} = \int \mu(x) \cdot \ddot{v}_t(x, t) \cdot \delta v(x, t) dx + M \cdot \ddot{v}_t(L, t) \cdot \delta v(L, t)$$

$$= \mu \int (\ddot{v}(x, t) + \ddot{x}_g(t)) \cdot \psi(x) \cdot \delta Y(t) dx + M (\ddot{v}(L, t) + \ddot{x}_g(t)) \cdot \psi(L) \cdot \delta Y(t)$$

$$= \mu \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L \psi^2(x) dx + \mu \cdot \delta Y(t) \cdot \ddot{x}_g(t) \int_0^L \psi(x) dx$$

$$+ M \cdot \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \cdot \psi(L) + M \cdot \delta Y(t) \cdot \ddot{x}_g(t) \cdot \psi(L)$$

$$= \ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi^2(x) dx + M \psi^2(L) \right] + \ddot{x}_g(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right] \quad (3)$$

از قرار دادن روابط (2) و (3) در رابطه (1) خواص ثابت

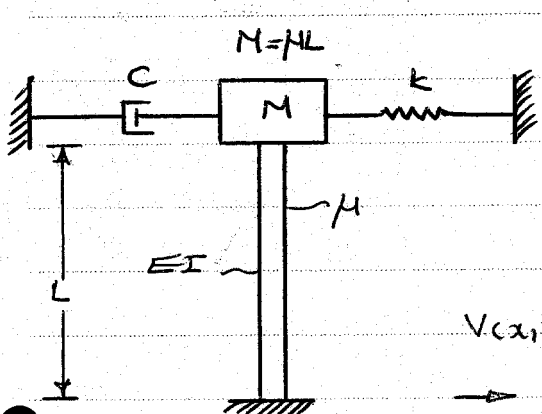
$$\ddot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \right] + Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = - \ddot{x}_g(t) \cdot \delta Y(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right]$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \right] + Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = - \ddot{x}_g(t) \left[\mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \right]$$

$$\text{معمولاً } M^* = \mu \int_0^L \psi(x)^2 dx + M \psi(L)^2 \quad \text{و } K^* = EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$\bar{K} = \mu \int_0^L \psi(x) dx + M \psi(L) \quad \text{و } P_{eff}^* = - \bar{K} \cdot \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* \ddot{Y}(t) + K^* Y(t) = P_{eff}^*(t)$$



نمونه ۱۲: سازه برشی به شکل معادل مدل شده است. مطلوب است: معادله حرکت، سختی معادل جرم معادل، نیروی معادل و ضریب استخلاف معادل در صورتیکه سازه تحت اثر حرکت زمینی قرار گرفته باشد.

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\delta v(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \delta W_I \quad \Rightarrow \quad 0 = \delta W_{I_1} + \delta W_{I_2} \quad (1)$$

روش کار نیروی مجازی؛

(۱) کار نیروی داخلی؛

$$\begin{aligned} \delta W_{I_1} &= \int m(x) \cdot \delta d\theta + c v(L,t) \cdot \delta v(L,t) + k v(L,t) \cdot \delta v(L,t) \\ &= \int EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta v(x,t)}{\partial x^2} dx + \psi(L)^2 \cdot \delta Y(t) (c \cdot \dot{Y}(t) + k \cdot Y(t)) \\ &= Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + \psi(L)^2 \cdot \delta Y(t) (c \cdot \dot{Y}(t) + k \cdot Y(t)) \\ &= Y(t) \cdot \delta Y(t) \left[EI \int_0^L \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + k \cdot \psi(L)^2 \right] + \dot{Y}(t) \cdot \delta Y(t) \cdot c \cdot \psi(L)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

(۲) کار نیروی انیشتی؛

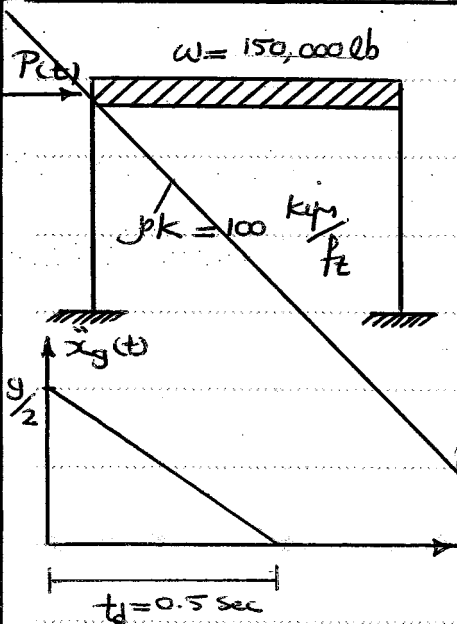
$$\delta W_{I_2} = \int P_I(x,t) \cdot \delta v(x,t) dx + M \dot{v}(L,t) \delta v(L,t)$$

این رابطه در مثال قبل داده شده است. از روش هر اصل آن خودداری می‌کنیم. جواب: خواص صورت

$$\rightarrow X_{Max} = \left[X_0^2 + \left(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = 13.29$$

$$\Rightarrow \text{Max تغییر مکان} = 33.94 \text{ in}$$

$$\text{Max برش پایه} \quad Q_{Max} = k X_{Max} = 150 \times 33.94 = 5091 \text{ kips}$$



علاط دارد
 بهترین (۱۵) قاب بند طبقه شکل مقابل مفروض است
 در صورتیکه این قاب تحت اثر نیروی لرزه ای با مشخص
 شتاب برقرار گیرد، مطلوب است تعیین:
 (۱) تابع تغییر مکان
 (۲) رسم تابع تغییر مکان
 (۳) تعیین مقدار Max تغییر مکان و Max برش پایه

$$W = 150,000 \text{ lb} = 150 \text{ kips}$$

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{eff}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} = \sqrt{\frac{kg}{W}} = \sqrt{\frac{100 \times 32.17}{150}} = 4.631 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.357 \text{ s}$$

چون $t_d > \frac{T}{5}$ پس بارگذاری انجام شده بارگذاری اختیاری می باشد.

حسبت اول ($0 < t \leq 0.5$) و تعیین تابع تغییر مکان بر بک اندال در حال

$$x_1(t) = \frac{1}{\omega} v(t) \quad v(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = -g\tau + \frac{1}{2}g$$

$$\Rightarrow v(t) = \int_0^t (-32.17\tau + 16.085) \sin(4.631(t-\tau)) d\tau$$

$$\Rightarrow v(t) = 6.947t - 3.473 C_1(4.631t) + 1.5 \sin(4.631t) + 3.473$$

$$\Rightarrow x_1(t) = 1.5t - 0.75 C_1(4.631t) + 0.324 \sin(4.631t) + 0.75$$

$$t = 0.5 \rightarrow x_{1Max}(0.5) = 2.247$$

فست دوم (t > 0.5) و حالت ارتعاشی آزاد

$$x_2(t) = X_{Max} C_1(\omega_n t - \phi)$$

$$X_0 = x(0.5) = 2.247$$

$$\dot{X}_0 = \dot{x}(0.5) \rightarrow \dot{x}(t) = 1.5 + 3.473 \sin(4.631t) + 1.5 C_1(4.631t)$$

$$\rightarrow \dot{X}_0 = 3.037$$

$$\rightarrow \begin{cases} X_{Max} = [\dot{X}_0^2 + (\frac{\dot{X}_0}{\omega_n})^2]^{1/2} = [2.247^2 + (\frac{3.037}{4.631})^2]^{1/2} = 2.341 \\ \phi = \tan^{-1}(\frac{\dot{X}_0}{\omega_n X_0}) = \tan^{-1}(\frac{3.037}{4.631 \times 2.247}) = 0.284 \text{ rad} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2(t) = 2.341 C_1(4.631t - 0.284)$$

$$Max \text{ تغییر مکان} = 2.341 \text{ ft}$$

$$Max \text{ برش پایه} = 100 \left(\frac{kip}{ft} \right) \times 2.341 (ft) = 234.1 \text{ kip}$$

درستی 8

$$\psi(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L \mu \left(\sin \left(\frac{\pi x}{2L} \right) \right)^2 dx + M \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right)^2 = \frac{L}{2} \mu + \mu L = 1.5 \mu L$$

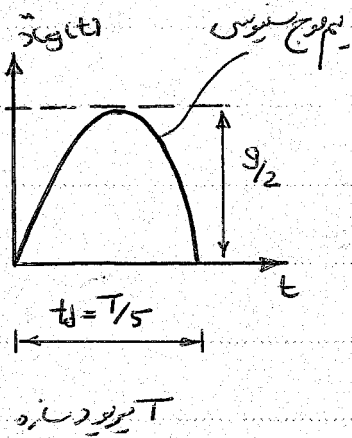
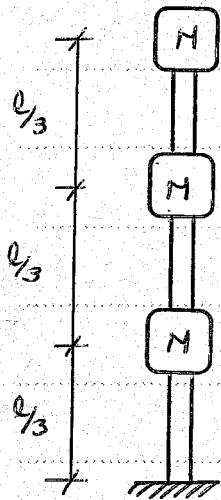
$$K^* = \int_0^L EI \left(-\left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 \sin \frac{\pi x}{2L} \right)^2 dx + k = \frac{\pi^4}{16L^4} \times \frac{L}{2} EI = 3.044 \frac{EI}{L^3} + k$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu \left(\sin \frac{\pi x}{2L} \right) dx + M \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right)^2 = \frac{2}{\pi} L \mu + \mu L = 1.637 L \mu$$

$$C^* = c \left(\sin \frac{\pi L}{2L} \right) = c$$

ادامه تیرین (۱۲)

$$\Rightarrow 1.5 \mu L \ddot{Y}(t) + c \dot{Y}(t) + \left(3.044 \frac{EI}{L^3} + k \right) Y(t) = -1.637 \mu L \ddot{x}_g(t)$$



حل معادله و تصحیح (نمره ۱۳)
برج چهارپایه شوی بصورت سازه مقابل مدل شده است. در صورتیکه

$$W = Mg = 100 \text{ kip} \quad L = 100 \text{ ft}$$

$$EI = 3 \times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}^2 \quad \mu L = 3M$$

و این سازه تحت اثر حرکت زمین بصورت شکل قرار گیرد. مطلوب تعیین

- ۱) تغییر مکان Max
- ۲) بیش یا کم Max
- ۳) مقدار تابع تغییر مکان در آن

$$\left\{ \begin{aligned} L &= 1200 \text{ in} & Mg &= 100 \text{ kip} \Rightarrow W = Mg = 10^5 \text{ lb} \\ \Rightarrow M &= \frac{10^5}{386.06} = 259.03 \text{ lb} & \text{جرمی} \\ \mu L &= 3M \Rightarrow \mu &= \frac{3M}{L} = \frac{3 \times 259.03}{1200} = 0.648 \text{ lb/in} \end{aligned} \right.$$

$$\ddot{x}_g(t) = \frac{g}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{T}\right)t = 193.03 \sin\left(\frac{5\pi}{T}\right)t$$

$$\psi(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$$

می توان از دو رابطه زیر کاملاً بین هند تابع تغییر مکان را بدست آورد.

$$1) \quad x(t) = \frac{\int_0^t P_{eff}(t) dt}{\omega m^*} \sin \omega(t) \quad P_{eff}(t) = -\bar{k} \ddot{x}_g(t) \quad \text{بارگذاری ضربی}$$

$$2) \quad Y(t) = \frac{\bar{k}}{\omega m^*} V(t) \quad V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin(t-\tau) d\tau \quad \text{بارگذاری اختصاری}$$

حال چون $t_d = T/5$ می باشد و بارگذاری ضربی است پس از همان رابطه ۱ استفاده می کنیم

$$\begin{aligned} M^* &= \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 \\ &= \int_0^{1200} 0.648 \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400}\right)^2 dx + 259.03 \left[\left(1 - C_1 \frac{\pi}{6}\right)^2 + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2}\right)^2 \right] = 504.77 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$K^* = \int_0^L EI \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right]^2 dx = \int_0^{1200} 3 \times 10^8 \times \left(\frac{\pi}{2400} \right)^4 \left(C_1 \left(\frac{\pi x}{2400} \right) \right)^2 dx = 5.25 \times 10^2 \text{ lb/in} \quad 0.528$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu x_1 \psi_{in} dx + \sum m_i \psi_i = \int_0^{1200} 0.648 \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{1200 \rightarrow 2400}\right) dx + 259.03 \left[\left(1 - C_1 \frac{\pi}{6}\right) + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{3}\right) + \left(1 - C_1 \frac{\pi}{2}\right) \right] = 1200.85 \text{ lb} \cdot \text{in} \quad 682.21$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{5.35 \times 10^{-2}}{504.77}} = 1.03 \times 10^{-2} \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 610.3 \text{ s}$$

$$\int_0^{t_f} P_{eff}(t) dt = \int_0^{T/5} -K \ddot{x}_g(t) dt = \int_0^{T/5} -K (193.03 \sin(\frac{5\pi}{T} t)) dt$$

$$= \int_0^{122.06} -1200.85 \times 193.03 \sin\left(\left(\frac{5\pi}{122.06}\right) t\right) dt = 3602,442.5$$

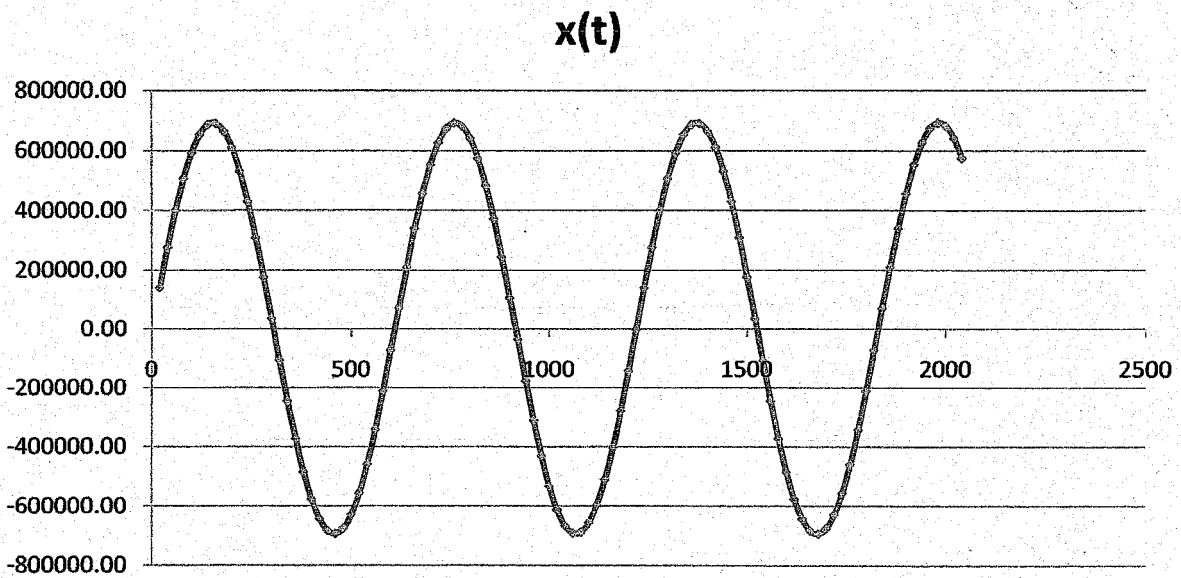
$$\Rightarrow x(t) = \frac{3,602,442.5}{1.03 \times 10^{-2} \times 504.77} \sin(1.03 \times 10^{-2} t) = 692,893.2 \sin(0.0103 t) \quad \rightarrow (t-t_f)$$

$$\rightarrow x_{max} = 692,893.2 \text{ in}$$

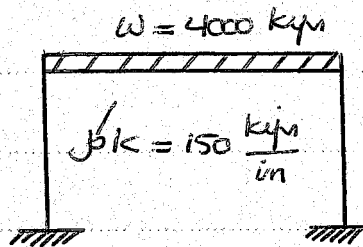
$$Q(t) = \frac{\bar{K}}{m^*} \omega V(t) = \frac{\bar{K}}{m^* \omega} V(t) \times \bar{K} \omega^2 = x(t) \cdot \bar{K} \omega^2 \quad \rightarrow \text{مقدار}$$

$$\rightarrow Q_{max} = 692,893.2 \times 1200.85 \times (1.03 \times 10^{-2})^2 = 882,73.3 \text{ lb}$$

تغییرات (in)



زمان (ثانیه)

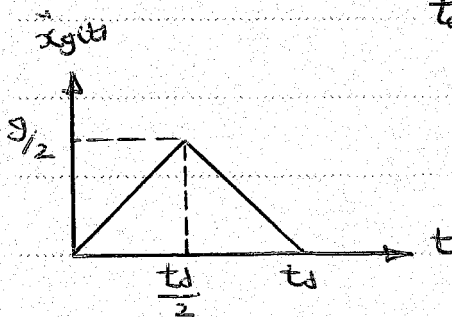


حل محدود و صحیح (دومین ۱۶)
قاب شکل مقابل مفروض است. در صورتیکه این قاب بکت
تیر سبک زمین بصورت دایا گرام لای الف و ب قرار گیرد.
مطلوبت تعیین و

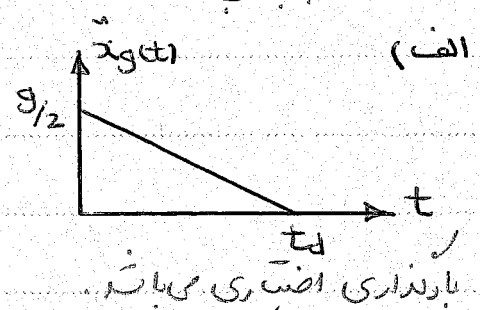
۱) تغییر مکان Max ۲) برش پایه Max

$$t_d = 2T$$

(t_d دوبرابر نیروی دایره است)



(ب)



(الف)

بارگذاری اضری می باشد

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{eff} = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{mg}} = \sqrt{\frac{150 \times 386.06}{4000}} = 3.805 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.805} = 0.526\pi = 1.651 \text{ rad}$$

حالت الف)

غاز اول ($0 < t < 2T$) تعیین تابع تغییر مکان در یکد استرل دو کامل

$$x_1(t) = \frac{1}{\omega} v_1(t) \quad v_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = \frac{-g}{4T} \tau + \frac{g}{2}$$

$$\Rightarrow v_1(t) = \int_0^t \left(\frac{-g}{4T} \tau + \frac{1}{2}g \right) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$v_1(t) = \int_0^t (-58.46\tau + 193.03) \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$v_1(t) = -15.36t - 50.73 C_1(3.805t) + 4.04 \sin(3.805t) + 50.7$$

$$\Rightarrow x_1(t) = -4.04t - 13.32 C_1(3.805t) + 1.062 \sin(3.805t) + 13.32$$

$$\Rightarrow t = 0.784 < 2T = 3.303 \rightarrow x_1 \text{ Max} = 23.47$$

فازدوم $(t > 2T)$ و حالت ارتعاش آزاد

$$x_2(t) = x_{2Max} C_1(\omega_n(t-2T) - \phi)$$

$$2T = 3.303 \text{ s}$$

$$x_0 = x_1(3.303) = -13.36 \text{ in}$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_1(3.303) \Rightarrow \dot{x}(t) = -4.04 + 50.6 \sin(3.805t) + 4.03 C_1(3.805t)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_0 = \dot{x}(3.303) = 0.068 \text{ in/s}$$

$$\Rightarrow x_{2Max} = [x_0^2 + (\frac{\dot{x}_0}{\omega_n})^2]^{1/2} = 13.36 \text{ in}$$

$$\Rightarrow \text{تغییر مکان ماکزیمم } x_{Max} = x_1(t = 0.784) = 23.47$$

برش ماکزیمم را برابر مقایسه از دو رابطه زیر بدست می آوریم.

$$1) Q_{Max} = k x_{Max} = 150 \times 23.47 = 3520.5 \text{ kips}$$

$$2) Q_{Max} = m \omega V_{Max} = m \omega (x_{Max} \cdot \omega) = \frac{4000}{386.06} \times 3.805^2 \times 23.47 = 3520.7 \text{ kips}$$

$$x(t) = \frac{1}{\omega} V(t) \quad V(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

(حالت ب)

$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} \frac{g}{2T} \tau & 0 \leq \tau \leq T \\ -\frac{g}{2T} \tau + g & T < \tau \leq 2T \\ 0 & t > 2T \end{cases}$$

فازاول $(0 < t \leq T)$

$$V_1(t) = \int_0^t \frac{g}{2T} \tau \sin \omega(t-\tau) d\tau = \int_0^t 116.92 \tau \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$= 30.73 t - 8.076 \sin(3.805 t)$$

$$x_1(t) = 8.076 t - 2.122 \sin(3.805 t)$$

$$\rightarrow t = T \Rightarrow x_{1Max} = 13.34 \text{ in}$$

فازدوم $(T < t \leq 2T)$

$$V_2(t) = \int_0^T \frac{g}{2T} \tau \sin \omega(t-\tau) d\tau + \int_T^t (-\frac{g}{2T} \tau + g) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_0^{1.651} 116.92 \tau \sin(3.805(t-\tau)) d\tau + \int_{1.651}^t (-116.92 \tau + 386.06) \sin(3.805(t-\tau)) d\tau$$

$$= -30.73 t + 101.46 C_1(3.805 t - 6.28) + 16.15 \sin(3.805 t - 6.28)$$

$$- 101.46 C_1(3.805(t - 1.651)) - 8.08 \sin(3.805 t) + 101.46$$

$$\Rightarrow x_2(t) = -8.08t + 26.66 C_1(3.805t - 6.28) + 4.24 \sin(3.805t - 6.28) \\ - 26.66 C_1(3.805(t - 1.651)) - 2.12 \sin(3.805t) + 26.66$$

$$t=T \rightarrow x_{2 \text{ Max}} = 13.34 \text{ in}$$

فانسم ($t > 2T$) حالت ارتعاش آزاد

$$x_3(t) = x_{\text{Max}} C_1(\omega_n(t - 2T) + \phi)$$

$$x_0 = x_2(3.303) = -0.011$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_2(3.303)$$

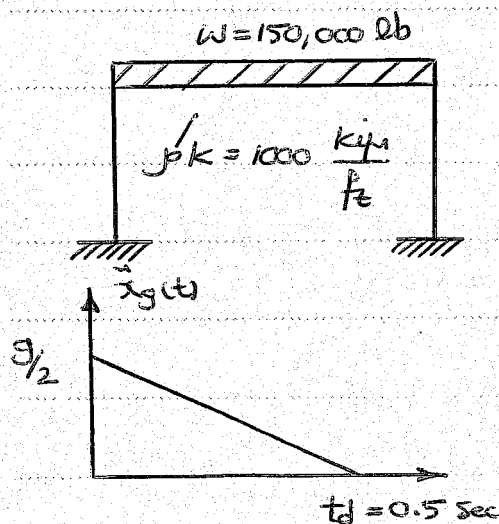
$$\dot{x}_2(t) = -8.08 - 101.44 \sin(3.805t - 6.28) + 16.13 C_1(3.805t - 6.28) \\ + 101.44 \sin(3.805(t - 1.651)) - 8.07 C_1(3.805t)$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_2(3.303) = 0.157$$

$$\Rightarrow x_{3 \text{ Max}} = \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = 0.043$$

$$\Rightarrow \text{Max} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = 13.34 \text{ in}$$

$$Q_{\text{Max}} = k x_{\text{Max}} = 150 \times 13.34 = 2001 \text{ kips}$$



حل مجدد و تصحیح (تقریب ۱۵)
قاب یک طبقه شکل مقابل مفروض است. (در صورتی که این)
قاب تحت اثر نیروی زلزله ای با معنی زیر قرار گیرد، مطلوب است

- تقریب ۱۵
- (۱) تابع تغییر مکان
 - (۲) رسم تابع تغییر مکان
 - (۳) تقریب مقدار Max تغییر مکان و Max بیش یا نه

$$W = 150,000 \text{ lb} = 150 \text{ kips}$$

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = P_{\text{eff}}(t) = -m\ddot{x}_g(t)$$

$$\omega = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} = \left(\frac{kg}{mg} \right)^{1/2} = \left(\frac{100 \times 32.17}{150} \right)^{1/2} = 4.631 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.357$$

چون $t > \frac{T}{4}$ (0.5 > 0.34) پس بارگذاری ایجاب می‌کند که از صفر است.

$$x_1(t) = \frac{1}{\omega} v_1(t)$$

فاز اول $(0 < t \leq 0.5)$

$$\ddot{x}_g(t) = -g\tau + \frac{1}{2}g$$

$$v_1(t) = \int_0^t (-32.17\tau + 16.085) \sin(4.631(t-\tau)) d\tau$$

$$= 6.947t - 3.473 C_1(4.631t) + 1.5 \sin(4.631t) + 3.473$$

$$\Rightarrow x_1(t) = 1.5t - 0.75 C_1(4.631t) + 0.324 \sin(4.631t) + 0.75$$

$$t = 0.5 \rightarrow x_{1, \text{Max}}(0.5) = 2.247 \text{ ft}$$

$$x_2(t) = x_{\text{Max}} C_1(\omega_n(t-0.5) - \phi)$$

فاز دوم $(t > 0.5)$

$$x_0 = x_1(0.5) = 2.247$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_1(0.5) \rightarrow \dot{x}(t) = 1.5 + 3.473 \sin(4.631t) + 1.5 C_1(4.631t)$$

$$\rightarrow \dot{x}_0 = 3.037$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x_{2, \text{Max}} &= \left[x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[2.247^2 + \left(\frac{3.037}{4.631} \right)^2 \right]^{1/2} = 2.341 \text{ ft} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_n x_0} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3.037}{4.631 \times 2.247} \right) = 0.284 \text{ rad} \end{aligned} \right.$$

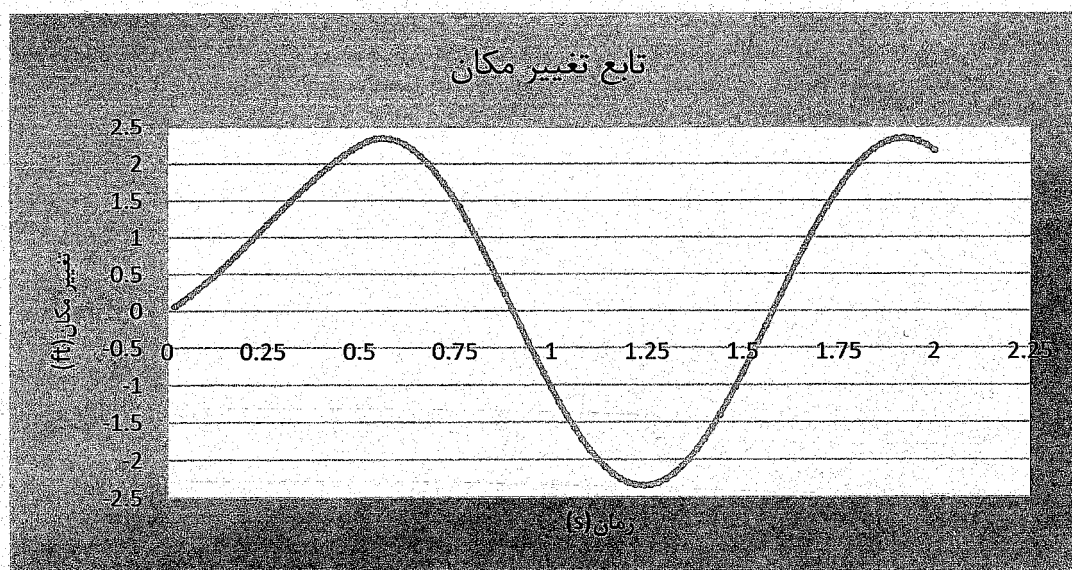
$$\rightarrow x_2(t) = 2.341 C_1(4.631t - 0.284)$$

$$\text{Max تغییر مکان} = 2.341 \text{ ft}$$

$$\text{Max بارش پل} = 2.341 \times 100 = 234.1 \text{ kips}$$

در نتیجه

t(s)	x(t)	t(s)	x(t)	t(s)	x(t)	t(s)	x(t)
0.02	0.06318	0.52	2.29826	1.02	-1.23024	1.52	-0.63066
0.04	0.13251	0.54	2.329593	1.04	-1.40917	1.54	-0.41945
0.06	0.20764	0.56	2.340956	1.06	-1.57602	1.56	-0.20464
0.08	0.28819	0.58	2.332252	1.08	-1.72937	1.58	0.011918
0.1	0.37373	0.6	2.303554	1.1	-1.86788	1.6	0.228378
0.12	0.46379	0.62	2.25511	1.12	-1.99039	1.62	0.44288
0.14	0.55784	0.64	2.187335	1.14	-2.09583	1.64	0.653585
0.16	0.65533	0.66	2.100809	1.16	-2.18331	1.66	0.858688
0.18	0.75570	0.68	1.996274	1.18	-2.25207	1.68	1.056429
0.2	0.85833	0.7	1.874626	1.2	-2.30153	1.7	1.245115
0.22	0.96260	0.72	1.736908	1.22	-2.33126	1.72	1.423127
0.24	1.06789	0.74	1.584301	1.24	-2.341	1.74	1.58894
0.26	1.17353	0.76	1.418113	1.26	-2.33067	1.76	1.74113
0.28	1.27888	0.78	1.239769	1.28	-2.30037	1.78	1.878398
0.3	1.38330	0.8	1.050796	1.3	-2.25034	1.8	1.999561
0.32	1.48615	0.82	0.852816	1.32	-2.18103	1.82	2.103584
0.34	1.58681	0.84	0.647525	1.34	-2.09302	1.84	2.189575
0.36	1.68466	0.86	0.436684	1.36	-1.98706	1.86	2.256795
0.38	1.77913	0.88	0.222099	1.38	-1.86408	1.88	2.30467
0.4	1.86966	0.9	0.00561	1.4	-1.72511	1.9	2.332788
0.42	1.95574	0.92	-0.21093	1.42	-1.57135	1.92	2.340909
0.44	2.03688	0.94	-0.42566	1.44	-1.40413	1.94	2.328962
0.46	2.11265	0.96	-0.63674	1.46	-1.22487	1.96	2.297051
0.48	2.18265	0.98	-0.84236	1.48	-1.0351	1.98	2.245449
0.5	2.24655	1	-1.04076	1.5	-0.83647	2	2.174598



حل بعدد و صحیح (لترین ۱۶)

برج محاربات شهری تصویرت شکل مقابل مدل شده است
در صورتیکه این بارها تحت اثر شتاب نکاشت زیر قرار بگیرد
مطلوبت تعیین

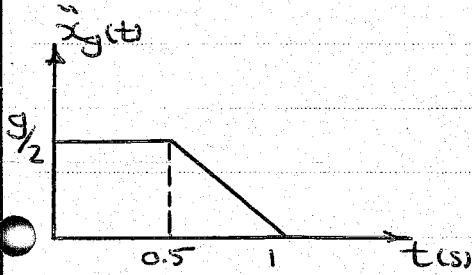
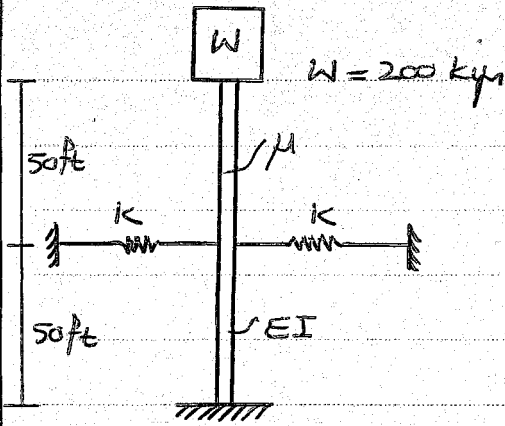
(۲) مقدار Max تغییر مکان

(۱) تابع تغییر مکان

(۴) Max برش پایه

(۳) شتاب نیروی برش

(۱) استعلاک را صفر در نظر بگیرد



$$\mu L g = 2W$$

$$EI = 2.1 \times 10^8 \text{ lb} \cdot \text{in}^2$$

$$k = 50 \text{ kip} / \text{ft} = \frac{50,000}{12} = 4166.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$L = 1200 \text{ inch}$$

$$W = 200,000 \text{ lb}$$

$$\Rightarrow M = \frac{200,000}{386.06} = 518.1 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$\mu L g = 2W \Rightarrow \mu L = 2 \frac{W}{g} \Rightarrow \mu L = 2M \Rightarrow \mu = \frac{2 \times 518.1}{1200} = 0.863 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot \gamma(t)$$

$$\psi(x) = 1 - c_1 \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2$$

$$= \int_0^{1200} 0.863 \times \left(1 - c_1 \frac{\pi x}{2400}\right)^2 dx + 518.1 \left(1 - c_1 \frac{\pi}{2}\right)^2 = 752.9 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$K^* = \int_0^L EI(x) \left[\frac{d^2 \psi}{dx^2}\right]^2 dx + \sum k_i \psi_i^2$$

$$= \int_0^{1200} 2.1 \times 10^8 \left(\frac{\pi}{2400}\right)^4 \left(c_1 \left(\frac{\pi x}{2400}\right)\right)^2 dx + 2 \times 4166.7 \left(1 - c_1 \frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$= 715.26 \text{ lb/in}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{715.26}{752.9}} = 0.975 \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 6.45$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \cdot \psi(x) \cdot dx + \sum m_i \psi_i = \int_0^{1200} 0.863 \left(1 - c_1 \frac{\pi x}{2400}\right) dx + 518.1 \left(1 - c_1 \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 894.42 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} g/2 & 0 < \tau \leq 0.5 \\ -g(\tau-1) & 0.5 < \tau \leq 1 \\ 0 & \tau > 1 \end{cases}$$

فاز اول (0 < t ≤ 0.5)

$$Y(t) = \frac{\bar{k}}{M^* \omega} V(t) \rightarrow V_1(t) = \psi(\omega) \cdot \frac{\bar{k}}{M^* \omega} V_1(t)$$

$$V_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau = \int_0^t 193.03 \sin(0.975(t-\tau)) d\tau$$

$$= -197.98 C_1(0.975 t) + 197.98$$

$$Y_1(t) = \frac{894.42}{752.9 \times 0.975} (-197.98 C_1(0.975 t) + 197.98)$$

$$= -241.22 C_1(0.975 t) + 241.22$$

$$t = 0.5 \quad Y_1 \text{ Max} = 28.1 \text{ in}$$

فاز دوم (0.5 < t ≤ 1)

$$V_2(t) = \int_0^{0.5} \frac{g}{2} \sin \omega(t-\tau) d\tau + \int_{0.5}^t -g(\tau-1) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_0^{0.5} 193.03 \sin 0.975(t-\tau) d\tau + \int_{0.5}^t -386.06(\tau-1) \sin 0.975(t-\tau) d\tau$$

$$= -395.96 t + 395.96 t C_1(0.975(t-0.5)) - 197.98 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$- 197.98 C_1(0.975 t) + 395.96 + (\text{خط})$$

$$Y_2(t) = -482.45 t + 482.45 t C_1(0.975(t-0.5)) - 241.22 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$- 241.22 C_1(0.975 t) + 482.45$$

$$t = 1 \rightarrow Y_2 \text{ Max} = 77.76 \text{ in} \quad 96.3\%$$

$$Y_3(t) = Y_{\text{Max}} (C_1(t-1) - \phi) \quad (t \geq 1) \text{ فاز سوم}$$

$$Y_0 = Y_2(1) = 77.76 \text{ in}$$

$$\dot{Y}_0 = \dot{Y}_2(1) \rightarrow \dot{Y}_2(t) = -482.45 + 482.45 C_1(0.975(t-0.5))$$

$$-482.45 t \sin(0.975(t-0.5)) + 241.22 \sin(0.975(t-0.5)) + 241.22 \sin(0.975 t)$$

$$\Rightarrow \dot{Y}_0 = \dot{Y}_2(1) = 30.46 \frac{\text{in}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow Y_{Max} = \left[Y_0^2 + \left(\frac{\dot{Y}_0}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[77.76^2 + \left(\frac{30.46}{0.975} \right)^2 \right]^{1/2} = 83.8 \text{ in}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{30.46}{0.975 \times 77.76} \right) = 0.38$$

- تابع تغییر مکان و

$$0 < t \leq 0.5$$

$$V(x, t) = \left(1 - C_1 \frac{\pi x}{2400} \right) \times \begin{cases} -241.22 C_1 (0.975 t) + 241.22 & 0 < t \leq 0.5 \\ -482.45 t + 482.45 t C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 t) + 482.45 & 0.5 < t \leq 1 \\ 83.8 C_1 (0.975 (t - 1) + 0.38) & t > 1 \end{cases}$$

$$Y_{Max} = 83.8 \text{ in}$$

- مقدار Max تغییر مکان و

$$Q = \frac{\bar{K}^2}{M^*} \omega V(t) = \left(\frac{\bar{K}}{M^* \omega} \right) \bar{K} \cdot \omega^2 V(t)$$

- نسبت نیروی برش و

$$\rightarrow Q = \bar{K} \cdot \omega^2 \cdot Y(t) = 850.26 Y(t)$$

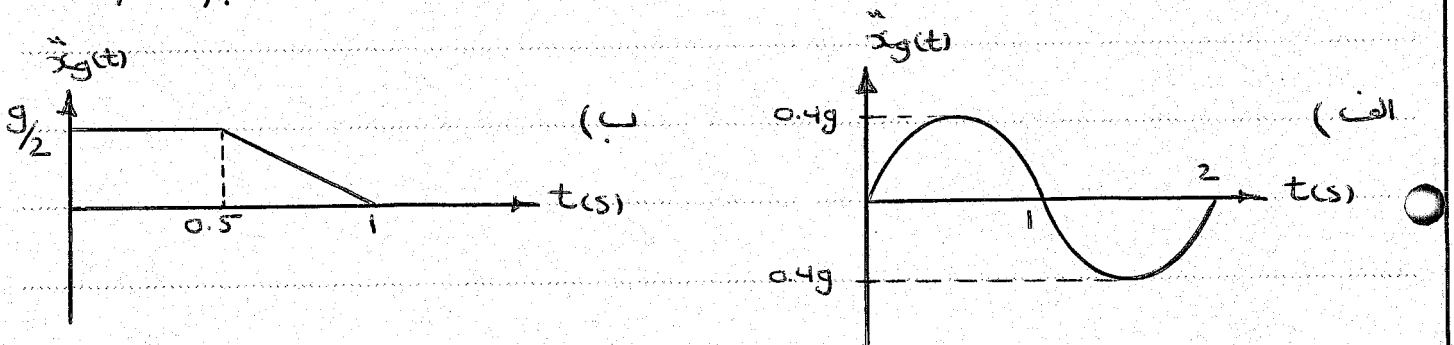
$$Q(t) = 850.26 \times \begin{cases} -241.22 C_1 (0.975 t) + 241.22 & 0 < t \leq 0.5 \\ -482.45 t + 482.48 t C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 (t - 0.5)) - 241.22 C_1 (0.975 t) + 482.45 & 0.5 < t \leq 1 \\ 83.8 C_1 (0.975 (t - 1) + 0.38) & t > 1 \end{cases}$$

- Max برش پایه

$$Q_{Max} = 850.26 \times 83.8 = 71251.79 \text{ lb}$$

تمرین ۱۷) در صورتیکه شتاب ثبت شده زمین در روز زلزله مختلف مطابق اشکال الف و ب باشد، محسوسات تعیین طیف پاسخ این روز زلزله برابر تغییر مکان، سرعت و شتاب طیف لمبی مربوط را برای سه میرایی زیر بدست آورید. (برابر رسم تا ۴۵ پس برود)

$\xi_1 = 0\%$ $\xi_2 = 5\%$ $\xi_3 = 10\%$



حسبت الف)

$$\ddot{x}_g(\tau) = \begin{cases} 0.4g \sin \pi \tau & 0 < \tau \leq 2 \\ 0 & \tau > 2 \end{cases}$$

$$0 < t \leq 2 \rightarrow v(t) = \int_0^t 0.4g \sin \pi \tau \cdot e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$$

با فرض $(T \leq 4)$ همواره $t > T/4$ می باشد پس پاسخ سازه اجباری است و چون $t > T/2$ می باشد حد اکثر پاسخ سازه در انتهای اجباری است.

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2} \quad g = 32.17 \text{ ft/s}^2$$

$$v(t) = \int_0^t 12.868 \sin \pi \tau \cdot e^{-\xi (\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2} (t-\tau)) d\tau$$

برای $\xi = 0$ داریم:

$$v(t) = \int_0^t 12.868 \sin \pi \tau \cdot \sin(\frac{2\pi}{T} (t-\tau)) d\tau$$

$$= 12.868 \left(\frac{\sin(\pi t) + \sin(\frac{2\pi t}{T})}{2(\frac{2\pi}{T} + \pi)} + \frac{\sin(\pi t) - \sin(\frac{2\pi t}{T})}{2(\frac{2\pi}{T} - \pi)} \right)$$

برای $\xi = 5\%$ داریم:

$$A = \frac{9.873}{100 T^2} + \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right)^2$$

$$B = \frac{9.873}{100 T^2} + \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right)^2$$

$$V(t) = \left[\frac{1}{A} \left[\frac{0.1571 C_1(\pi t)}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right) \sin(\pi t) - \frac{0.1571}{T} e^{-\frac{0.3142 t}{T}} C_1 \left(\frac{6.274}{T} t \right) + \frac{1}{2} e^{-\frac{0.3142 t}{T}} \left(\frac{6.274}{T} + \pi \right) \sin \left(\frac{6.274 t}{T} \right) \right] + \frac{1}{B} \left[- \frac{0.1571 C_1(\pi t)}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right) \sin(\pi t) + \frac{0.1571}{T} e^{-\frac{0.3142 t}{T}} C_1 \left(\frac{6.274 t}{T} \right) - \frac{1}{2} e^{-\frac{0.3142 t}{T}} \left(\frac{6.274}{T} - \pi \right) \sin \left(\frac{6.274 t}{T} \right) \right] \right] \times 12.868$$

برای $\xi = 10\%$ داریم:

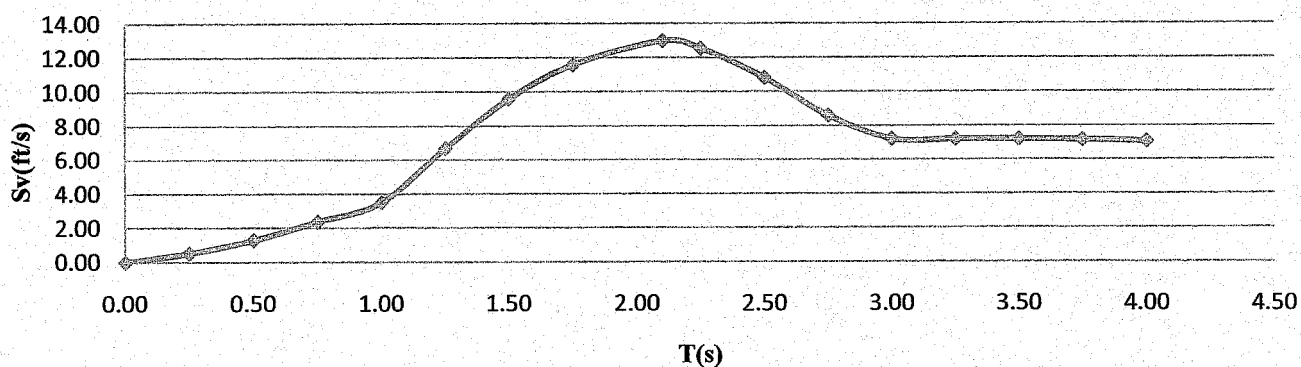
$$C = \frac{0.394}{100 T^2} + \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right)^2$$

$$D = \frac{0.394}{100 T^2} + \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right)^2$$

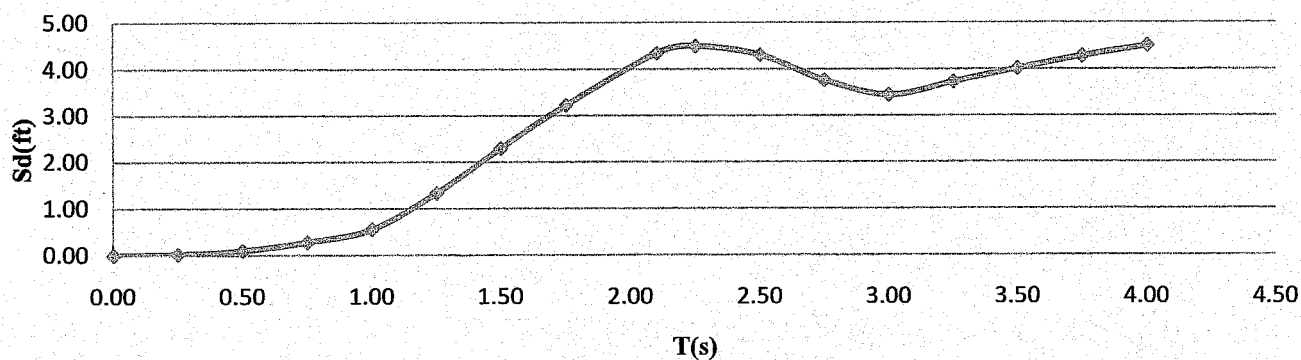
$$V(t) = \left[\frac{1}{C} \left[\frac{+0.314 C_1(\pi t)}{10 T} + \frac{1}{2} \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right) \sin(\pi t) - \frac{0.314}{10 T} e^{-0.628 \frac{t}{10 T}} C_1 \left(\frac{6.283 t}{T} \right) + \frac{1}{2} e^{-0.628 \frac{t}{10 T}} \left(\frac{6.283}{T} + \pi \right) \sin \left(\frac{6.283 t}{T} \right) \right] + \frac{1}{D} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right) \sin(\pi t) + \frac{0.314}{10 T} e^{-0.628 \frac{t}{10 T}} C_1 \left(\frac{6.283 t}{T} \right) - \frac{1}{2} e^{-0.628 \frac{t}{10 T}} \left(\frac{6.283}{T} - \pi \right) \sin \left(\frac{6.283 t}{T} \right) - \frac{0.314 C_1(\pi t)}{10 T} \right] \right] \times 12.868$$

$\zeta=0$																	
T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.10	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.53	1.30	2.37	3.51	6.70	9.59	11.59	12.99	12.54	10.82	8.61	7.22	7.21	7.21	7.17	7.08
S_d	0.00	0.02	0.10	0.28	0.56	1.33	2.29	3.23	4.34	4.49	4.31	3.77	3.45	3.73	4.01	4.28	4.50
S_a	12.87	13.39	16.32	19.84	22.04	33.67	40.19	41.61	38.85	35.03	27.20	19.66	15.13	13.94	12.94	12.01	11.11

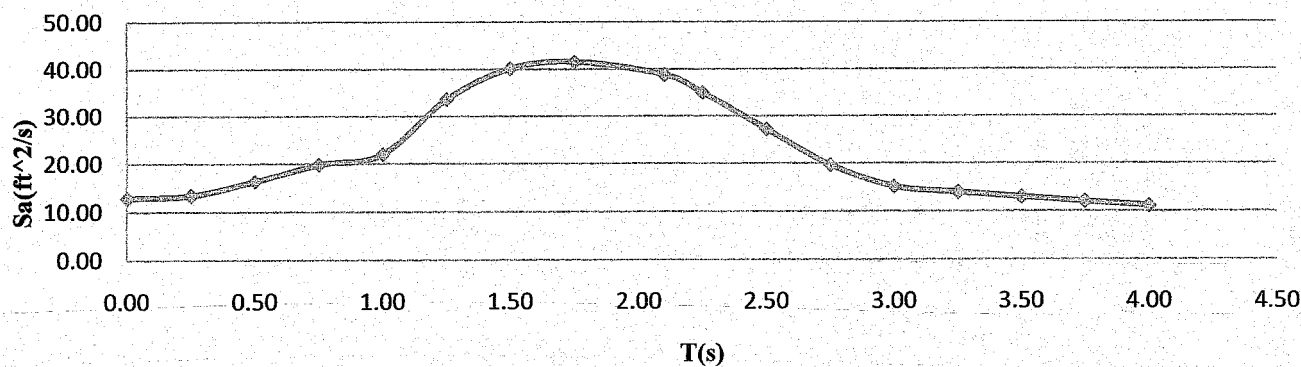
طيف سرعت ($\zeta=0$)



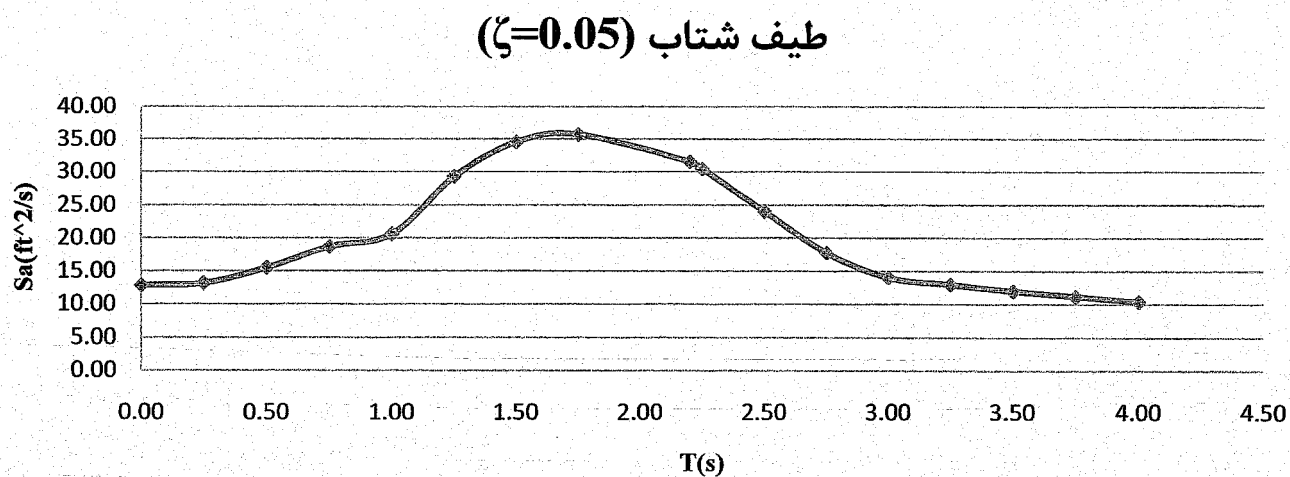
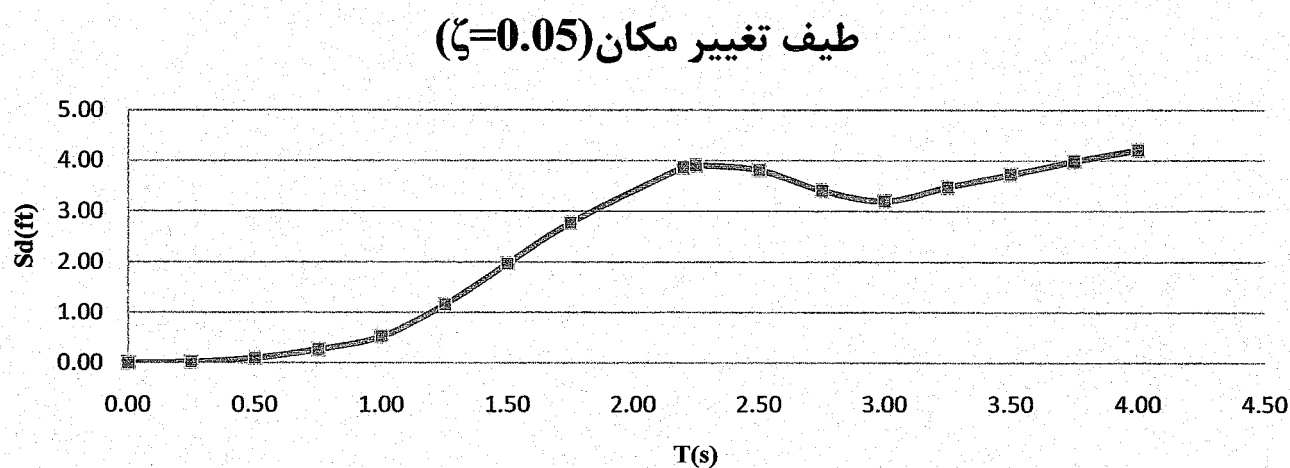
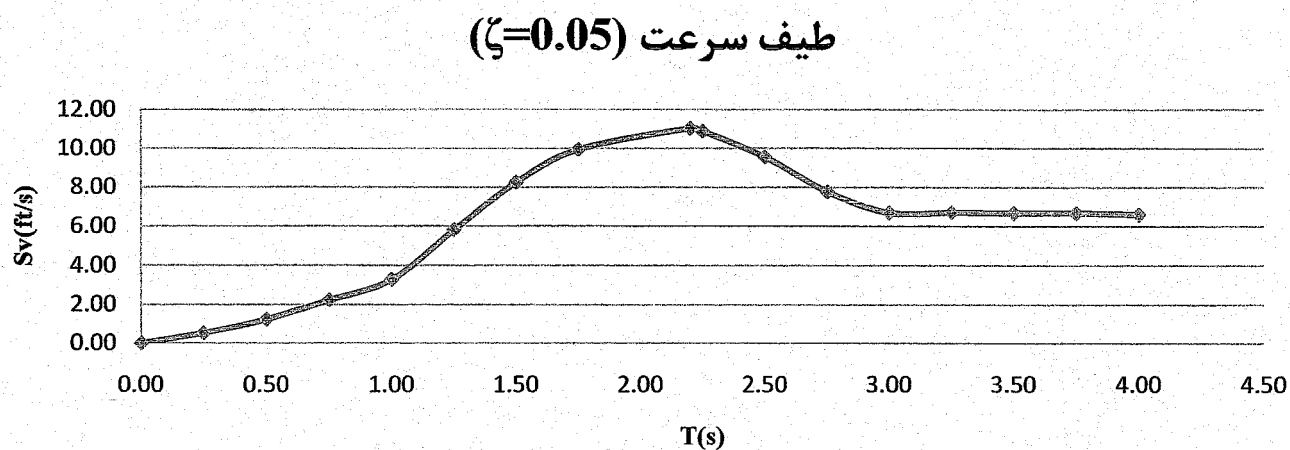
طيف تغيير مكان ($\zeta=0$)



طيف شتاب ($\zeta=0$)

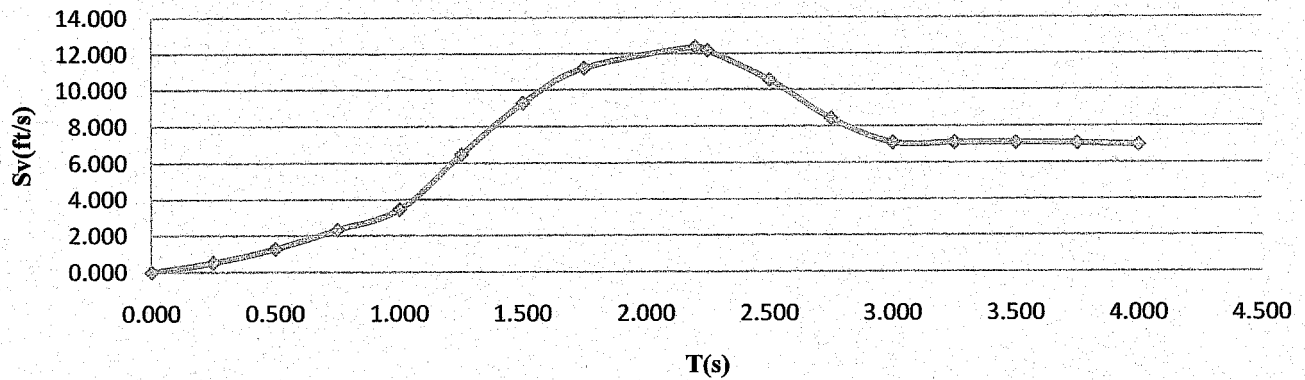
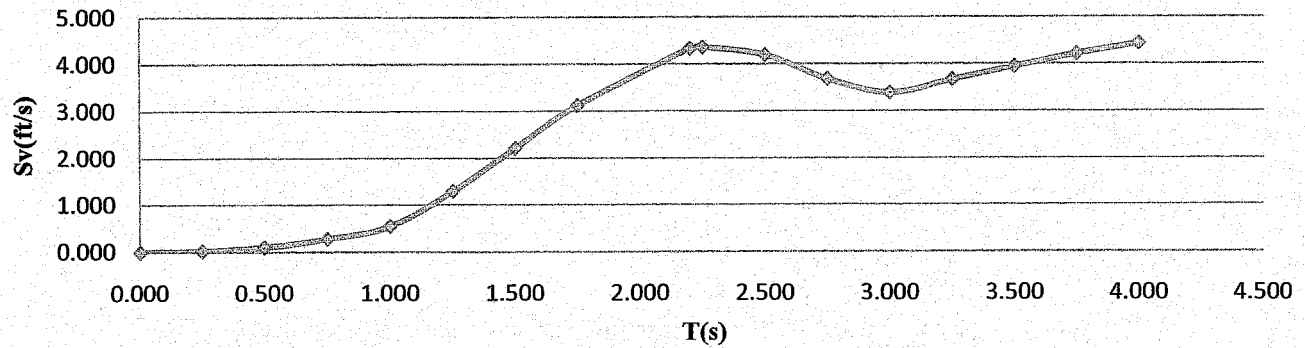
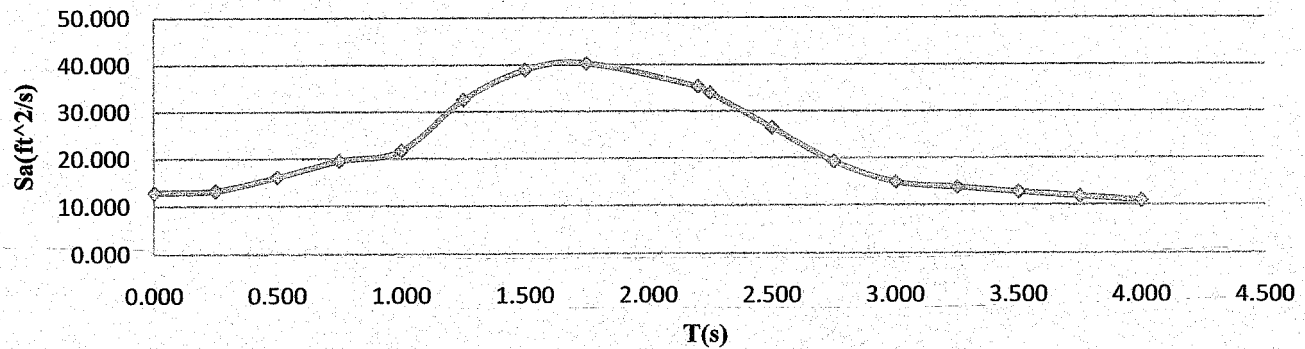


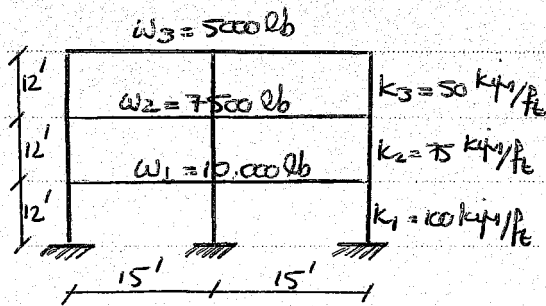
$\zeta=0.05$																	
T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.20	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.52	1.24	2.23	3.29	5.83	8.26	9.96	11.05	10.90	9.58	7.78	6.70	6.72	6.68	6.68	6.62
S_d	0.00	0.02	0.10	0.27	0.52	1.16	1.97	2.78	3.87	3.90	3.81	3.41	3.20	3.48	3.72	3.99	4.21
S_a	12.85	13.16	15.53	18.69	20.65	29.31	34.59	35.78	31.57	30.44	24.07	17.78	14.03	12.99	12.00	11.19	10.39



$\zeta=0.10$

T	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.20	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	3.75	4.00
S_v	0.00	0.53	1.29	2.34	3.46	6.49	9.30	11.23	12.39	12.19	10.56	8.44	7.11	7.11	7.10	7.07	6.98
S_d	0.00	0.02	0.10	0.28	0.55	1.29	2.22	3.13	4.34	4.37	4.20	3.69	3.40	3.68	3.95	4.22	4.44
S_a	12.87	13.27	16.15	19.57	21.75	32.61	38.97	40.33	35.40	34.05	26.54	19.28	14.90	13.75	12.75	11.85	10.97

طيف سرعت ($\zeta=0.10$)طيف تغيير مكان ($\zeta=0.10$)طيف شتاب ($\zeta=0.10$)



تمرین ۱۸) قاب ۳ طبقه شکل مفروض است. مطلوب است تعیین:

۱) جرم مدل ۱۲) سختی مدل ۱۳) فرکانس پایه قاب
 در صورتی که قاب دارای نسبت انحطاط بحرانی $\beta = 2$ باشد و در منطقه تهران که شدت Max زمین 0.35g

می باشد قرار داشته باشد و برای طراحی آن در مقابل زلزله تباخس از نمودارهای شکل "A" استفاده کرد. هم چنین مطلوب است تعیین: ۱) تغییر مکان Max ۲) بیش پایه Max

$$M_1 = \frac{10000}{386.06} = 25.9 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$M_2 = \frac{7500}{386.06} = 19.43 \text{ lb}$$

$$M_3 = \frac{5000}{386.06} = 12.95 \text{ lb}$$

$$12 \text{ ft} = 144 \text{ in}$$

$$15 \text{ ft} = 180 \text{ in}$$

$$k_1 = 100 \frac{\text{kip}}{\text{ft}} \times \frac{10^3 \text{ lb}}{\text{kip}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 8333.3 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_2 = 75 \times \frac{10^3}{12} = 6250 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$k_3 = 50 \times \frac{10^3}{12} = 4166.7 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$$

$$\frac{H}{D} = \frac{3 \times 144}{2 \times 180} = 1.2 < 1.5 \Rightarrow \psi_{ci} = \sin \frac{\pi i}{2H} = \sin \frac{\pi i}{864}$$

تراز	$K (\frac{\text{lb}}{\text{in}})$	$M (\text{lb-sec}^2/\text{ft})$	ψ_i	$\Delta \psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta \psi_i^2$
3		12.56	1		12.56	
2	4166.7	19.43	0.866	0.134	14.57	74.817
1	6250	25.9	0.5	0.366	6.475	837.225
0	8333.3			0.5		2083.333
Σ					$M^* = 33.605$	$K^* = 2995.375$

$$\omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{2995.375}{33.605}} = 9.44 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.666 \text{ s}$$

$$S_d = \frac{0.35}{0.2} \times 1.4 = 2.45 \text{ in}$$

$$\bar{K} = \Sigma m_i \psi_i^2 = 42.73 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}$$

$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a$$

$$S_a = 0.3 \times \frac{0.35}{0.2} g = 0.525 g$$

$$Q_{Max} = \frac{42.73^2}{33.605} \times 0.525 g = 11012.2 \text{ lb زنی}$$

تمرین ۱۹) برج مخازن تهری بصورت شکل مقابل مدل شده است. در صورتیکه $w = 100 \text{ kip}$ وزن یابری برابر 150 kip و صلبیت خمشی $EI = 9.1 \times 10^8 \text{ lb.in}^2$ باشد، مطلوب است تعیین

جرم معادل، نسبت معادل و فرکانس یابری برج
حجم خمشی تعیین کنید مقدار M_{max} تغییر مکان نسبت نیروی اثری

و بیش یابری M_{max} در صورتیکه این برج در منطقه ای قرار دارد که شدت M_{max} است $0.35g$ باشد و بتوانیم از نمودارهای شکل A برای خواص آن استفاده کرد

$$\xi = 7\% \quad M_L g = 150 \text{ kip}$$

$$M = \frac{100 \times 10^3}{32.17} = 3108.5 \text{ lb.ft}$$

$$\mu = \frac{150 \times 10^3}{80 \times 32.17} = 58.28 \frac{\text{lb.ft}}{\text{ft}}$$

$$\phi_{max} = 1 - C_1 \frac{\pi}{160}$$

$$M^* = \int_0^{80} 58.28 \left(1 - C_1 \frac{\pi}{160}\right)^2 + 3108.5 = 4165.7 \text{ lb.ft}$$

$$K^* = \int_0^{80} 9.1 \times 10^8 \left(\frac{1}{12}\right)^2 \left(\left(\frac{\pi}{160}\right)^2 C_1 \frac{\pi}{160}\right)^2 dx = 37.57 \frac{\text{lb.ft}}{\text{ft}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{37.57}{4165.7}} = 0.095 \quad \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.66$$

تکلیف ۱۷
قسمت ب

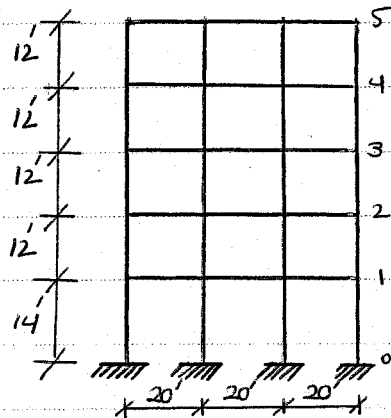
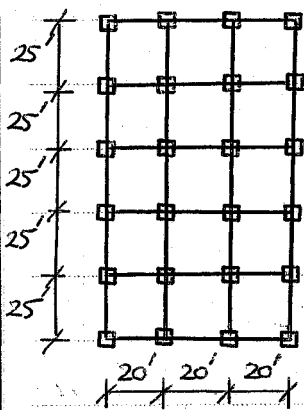
$$\tilde{x}_g(\tau) = \begin{cases} \delta/2 & 0 < \tau \leq 0.5 \\ -g\tau + g & 0.5 < \tau \leq 1 \\ 0 & \tau > 1 \end{cases}$$

$$V(t) = \int_0^t 16.085 e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau \quad 0 < t \leq 0.5$$

$$V(t) = \int_0^{0.5} 16.085 e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau + \int_{0.5}^t (-32.17\tau + 32.17) e^{-\xi(\frac{2\pi}{T})(t-\tau)} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \sqrt{1-\xi^2}(t-\tau)\right) d\tau \quad 0.5 < t \leq 1$$

بمقربین (۲۰) ساختمان ۵ طبقه شکل زیر مفروض است. (در صورتی که ابعاد مقاطع کلیه ستون‌ها یکسان و برابر $16 \times 16 \text{ in}^2$ باشد، مدول الاستیسیته بتن به صورت $E = 3.6 \times 10^6 \text{ psi}$ ، شدت باربرنده در طبقات 90 lb/ft^2 و در بام 60 lb/ft^2 و حجم بتن به شدت باربرنده در طبقات 70 lb/ft^2 و در بام 30 lb/ft^2 در نظر گرفته شود، مطلوب است تعیین جرم معادل، سختی معادل برابر با صفت ه

الف) $\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$ (ب) $\psi_b(x) = \frac{x}{L}$ (ج) $\psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L}$



* شدت باربرنده در طبقات ۳۵٪ و در بام ۶۵٪ باشد.

وزنی $E = 3.6 \times 10^6 \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$

$K_a = \frac{12EI}{L^3}$ $I = \frac{16^4}{12} = 5461.33 \text{ in}^4$

$K_{\text{story}} = \sum_i K_i = 4K_a$

$K_{1-2} = K_{2-3} = K_{3-4} = K_{4-5} = 4 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(12 \times 12)^3} = 316049.2 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$

$K_{0-1} = 4 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(14 \times 12)^3} = 199028.1 \frac{\text{lb}}{\text{in}}$

جرم صریح در طبقه $M = \frac{A}{g} (DL + 0.35LL) = \frac{25 \times 60}{386.06} (90 + 0.35(70)) = 444.88 \text{ lb}$

جرم صریح در بام $M = \frac{A}{g} (DL + 0.65LL) = \frac{25 \times 60}{386.06} (60 + 0.65(30)) = 308.89 \text{ lb}$

$A \rightarrow$ سطح بارگیر قابل مسدود

الف) $\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L}$

$\Rightarrow \psi_a(x) = \sin \frac{\pi}{2 \times 62} x = \sin \frac{\pi}{124} x$

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.954	0.046	404.89	668.76
3	316049.2	444.88	0.821	0.133	299.88	5590.59
2	316049.2	444.88	0.612	0.209	166.63	13805.35
1	316049.2	444.88	0.347	0.265	53.57	22194.56
0	199028.1		0	0.347		23964.77
Σ					$M^* = 1233.86$	$K^* = 66224.03$

$$\Rightarrow \omega_a = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{66224.03}{1233.86}} = 7.326 \frac{rad}{s} \rightarrow T_a = 0.858 s$$

$$\psi_b(x) = \frac{x}{L} \quad (c)$$

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$K\Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.806	0.194	289.01	11894.83
3	316049.2	444.88	0.613	0.193	167.17	11772.52
2	316049.2	444.88	0.419	0.194	78.1	11894.83
1	316049.2	444.88	0.226	0.193	22.72	11772.52
0	199028.1		0	0.226		10165.56
Σ					$M^* = 865.89$	$K^* = 57500.26$

$$\Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{57500.26}{865.89}} = 8.149 \frac{rad}{s} \rightarrow T_b = 0.771 s$$

$$\psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi x}{2L} \quad (c)$$

$$\Rightarrow \psi_c(x) = 1 - C_1 \frac{\pi}{2 \times 62} x = 1 - C_1 \frac{\pi}{124} x$$

(Y)

تراز	$K (lb/in)$	$M (lb)$	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M \psi_i^2$	$K \Delta\psi_i^2$
5		308.89	1		308.89	
4	316049.2	444.88	0.701	0.299	218.61	28255.11
3	316049.2	444.88	0.429	0.272	81.88	23382.58
2	316049.2	444.88	0.209	0.22	19.43	15296.78
1	316049.2	444.88	0.062	0.147	1.71	6829.51
0	199028.1		0	0.062		765.06
Σ					$M^* = 630.52$	$K^* = 74529.04$

$$\Rightarrow W_c = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{74529.04}{630.52}} = 10.87 \rightarrow T = 0.578$$

بنام این تابع شکلی $\sin \frac{\pi x}{2L}$ به این حرکت در فرکانس طبیعی کمتری در دسترس است.

تقریباً (۲۱) درصد در بیش از 20 تراز فرض نمود که برای طراحی بارهای سازه می توان از بار نام
بر شکل A با شتاب $\ddot{u}_g = 0.35g$ استفاده کرد، مطلوبیت تقس $\ddot{u}_{g, Max}$ تغییر مکان
 $\ddot{u}_{g, Max}$ بیش یا بر $\ddot{u}_{g, Max}$ نیروی جانبی تراز طبقات از سوی نیروی زلزله.
(فرض $\xi = 10\%$)

$$M^* = 1233.86 \text{ lb}$$

$$\psi_a(x) = \sin \frac{\pi x}{2L} \quad (\text{الف})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i^2 = 308.89 + 444.88(0.954 + 0.821 + 0.612 + 0.347) = 1525.2 \text{ lb}$$

$$T = 0.858, \xi = 10\% \rightarrow S_d = 1.7 \text{ in} \quad S_v = 7.6 \frac{\text{in}}{\text{Sec}} \quad S_a = 0.14g \frac{\text{in}}{\text{Sec}^2}$$

11 تغییر مکان $\ddot{u}_{g, Max}$

$$V(x, t) = \psi_{(x)} \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{1525.2}{1233.86} \times 1.7 \psi_i = 2.1 \psi_i$$

$$V_{Max}(x, t) = 2.1 \text{ in}$$

۲ بیش یا بر $\ddot{u}_{g, Max}$

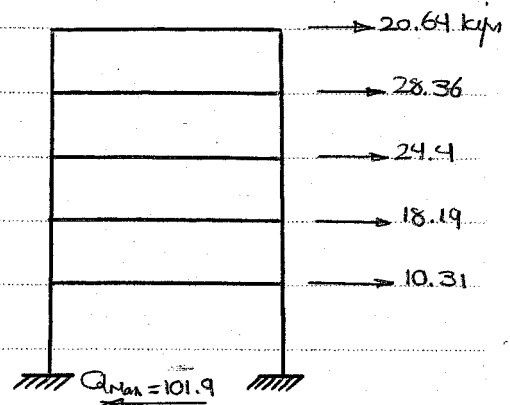
$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{1525.2^2}{1233.86} (0.14g) = 263.95g = 101900.54 \frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{Sec}^2}$$

$$= 101900.54 \text{ lb وزنی} = 101.9 \text{ kip}$$

(۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات و

$$q_{i, Max} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a \cdot M_{i, Max} \cdot \psi_{i, Max} \rightarrow q_{i, Max} = \frac{\bar{K}}{M^*} S_a \cdot M_i \cdot \psi_{i, Max} = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \cdot \psi_{i, Max}$$

$$\rightarrow q_{i, Max} = \frac{101900.54}{1525.2} M_i \cdot \psi_{i, Max} = 66.81 M_i \cdot \psi_{i, Max}$$



$$M^* = 865.89 \text{ lb}$$

$$\psi_b(x) = \frac{x}{L} \quad (\text{ب})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i = 308.89 + 444.88(0.806 + 0.613 + 0.419 + 0.226) = 1227.12 \text{ lb}$$

$$T = 0.771 \text{ s}, \quad \xi = 10\% \rightarrow S_d = 0.9 \text{ in} \quad S_v = 7.3 \text{ in/sec} \quad S_a = 0.15g \frac{\text{in}}{\text{sec}^2}$$

(۱) تغییر مکان Max

$$v(x, t) = \psi_{i, Max} \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{1227.12}{865.89} \times 0.9 \times \psi_{i, Max} = 1.275 \psi_{i, Max}$$

$$v_{Max}(x, t) = 1.275 \text{ in}$$

(۲) بیش‌بایی Max

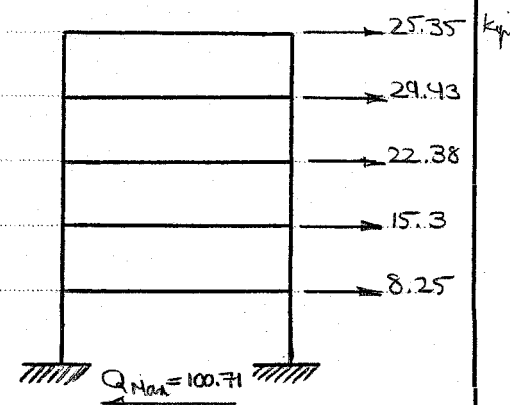
$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{1227.12^2}{865.89} (0.15g) = 260.86 g = 100706.5 \frac{\text{lb in}}{\text{sec}^2}$$

$$= 100706.5 \frac{\text{lb}}{\text{in}} = 100.71 \text{ kN}$$

(۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات و

$$q_{i, Max} = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \cdot \psi_i = \frac{100706.5}{1227.12} M_i \cdot \psi_i$$

$$= 82.07 M_i \cdot \psi_i$$



(ع)

$$M^* = 630.52 \text{ lb}$$

$$\psi_c(u) = 1 - C_1 \frac{\pi \lambda}{2L} \quad (\text{ج})$$

$$\bar{K} = \sum M_i \psi_i = 308.89 + 444.88(0.701 + 0.429 + 0.209 + 0.062) = 932.17 \text{ lb}$$

$$T = 0.578 \quad \xi = 10\% \rightarrow S_d = 0.62 \text{ in} \quad S_v = 6.7 \frac{\text{in}}{\text{sec}} \quad S_a = 0.185 g \frac{\text{in}}{\text{sec}^2}$$

۱) تغییر مکان Max

$$V_c(u, t) = \psi_c(u) \cdot \frac{\bar{K}}{M^*} S_d = \frac{932.17}{630.52} \cdot 0.62 \psi_i = 0.917 \psi_i$$

$$V_{Max}(u, t) = 0.917 \text{ in}$$

۲) بیش بایر Max

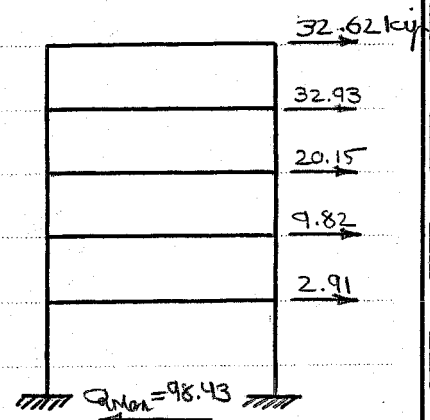
$$Q_{Max} = \frac{\bar{K}^2}{M^*} S_a = \frac{932.17^2}{630.52} (0.185 g) = 254.95 g = 98427.8 \frac{\text{lb} \cdot \text{in}}{\text{sec}^2}$$

$$= 98427.8 \text{ lb} = 98.43 \text{ kip}$$

۳) نیروهای جانبی Max در تراز طبقات

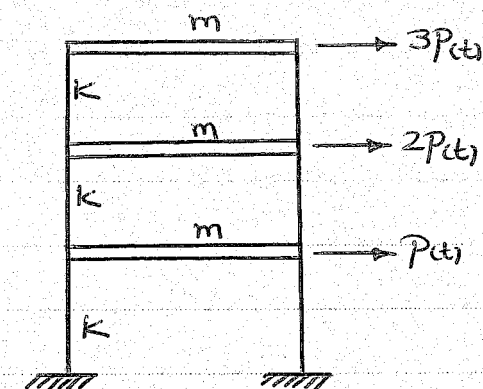
$$q_i^{Max} = \frac{Q_{Max}}{\bar{K}} M_i \psi_i = \frac{98427.8}{932.17} M_i \psi_i$$

$$= 105.59 M_i \psi_i$$

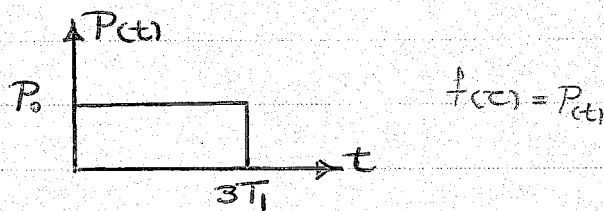


* در روابط ضرب $\frac{0.35}{0.2}$ خراش شده است. بکار نبرده و تغییر مکان بایر در این ضرب ضرب کرده

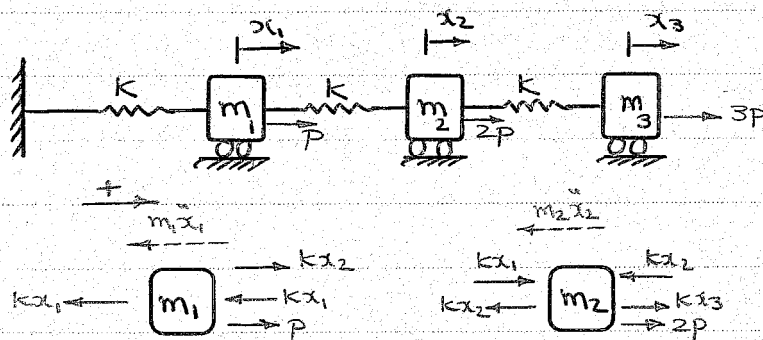




تیمون ۲۲ و ساختمان به طبقه شکل تحت اثر نیروهای نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. اولاً سیستم معادلات حرکت را بدست آورید، ثانیاً فرکانس های و دامپ زایی مدی متعلق به آن را محاسبه کنید.
توابع تغییر مکان را در حرکت از طبقات بدست آورید.
(T_1 نیز تورد مد اول ساختمان می باشد).



تعیین مدل دینامیکی



$$m_1 = m_2 = m_3 = m$$

$$m_1: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_1 - 2kx_1 + kx_2 + p = 0$$

$$m_2: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_2 + kx_1 - 2kx_2 + kx_3 + 2p = 0$$

$$m_3: \sum F_x = 0 \Rightarrow -m\ddot{x}_3 + kx_2 - kx_3 + 3p = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = p \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3 = 2p \\ m\ddot{x}_3 - kx_2 + kx_3 = 3p \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ 2p \\ 3p \end{bmatrix}$$

$$[M][\ddot{x}] + [K][x] = [F]$$

①

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3 = 0 \\ m\ddot{x}_3 - kx_2 + kx_3 = 0 \end{cases} \quad \text{جواب 8 } \{x_i(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\begin{cases} (-m\omega^2 x_1 + 2kx_1 - kx_2) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_2 - kx_1 + 2kx_2 - kx_3) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_3 - kx_2 + kx_3) \sin \omega t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -m\omega^2 + 2k & -k & 0 \\ -k & -m\omega^2 + 2k & -k \\ 0 & -k & -m\omega^2 + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} -m\omega^2 + 2k & -k & 0 \\ -k & -m\omega^2 + 2k & -k \\ 0 & -k & -m\omega^2 + k \end{vmatrix} = 0$$

$$(-m\omega^2 + 2k)((-m\omega^2 + 2k)(-m\omega^2 + k) - k^2) + (-1)(-k)(-k(-m\omega^2 + k)) = 0$$

$$\Rightarrow (-m\omega^2 + 2k)^2(-m\omega^2 + k) - k^2(-m\omega^2 + 2k) - k^2(-m\omega^2 + k) = 0$$

$$\Rightarrow m^3 \omega^6 - 5km^2 \omega^4 + 6k^2 m \omega^2 - k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 3.25k & \omega_1 = 1.8 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.55k & \Rightarrow \omega_2 = 1.24 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 0.198k & \omega_3 = 0.445 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} -1.25 & -1 & 0 \\ -1 & -1.25 & -1 \\ 0 & -1 & -2.25 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(1)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.25 \\ 0.56 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.45 & -1 & 0 \\ -1 & 0.45 & -1 \\ 0 & -1 & -0.55 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(2)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.45 \\ -0.82 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.802 & -1 & 0 \\ -1 & 1.802 & -1 \\ 0 & -1 & 0.802 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = 0 \rightarrow \stackrel{(3)}{\overline{X}} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{Bmatrix}$$

(2)

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \rightarrow [A]^T [M] [A] \{\ddot{Y}(t)\} + [A]^T [K] [A] \{Y(t)\} = [A]^T \{F(t)\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1.25 & 0.45 & 1.802 \\ 0.56 & -0.82 & 2.247 \end{bmatrix} \quad [M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m [I]_{3 \times 3}$$

$$[K] = k \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad [F(t)] = p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$[A]^T [M] [A] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad [A]^T [K] [A] = \begin{bmatrix} 3.25k & 0 & 0 \\ 0 & 1.55k & 0 \\ 0 & 0 & 0.198k \end{bmatrix}$$

$$[A]^T \{F(t)\} = \begin{bmatrix} 0.058p \\ -0.277p \\ 1.219p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y}_1 \\ \ddot{Y}_2 \\ \ddot{Y}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.25k & 0 & 0 \\ 0 & 1.55k & 0 \\ 0 & 0 & 0.198k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.058p \\ -0.277p \\ 1.219p \end{bmatrix}$$

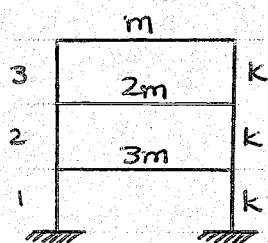
$$Y_1(t) = \frac{1}{1.8\sqrt{km}} \int_0^t p_0 \sin(1.8\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

$$Y_2(t) = \frac{1}{1.24\sqrt{km}} \int_0^t 2p_0 \sin(1.24\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

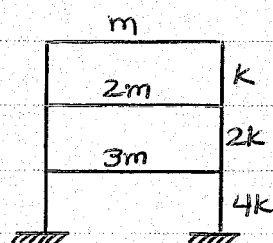
$$Y_3(t) = \frac{1}{0.445\sqrt{km}} \int_0^t 3p_0 \sin(0.445\sqrt{\frac{k}{m}}(t-\tau)) d\tau$$

تابع تغییر مکان هر صلبه

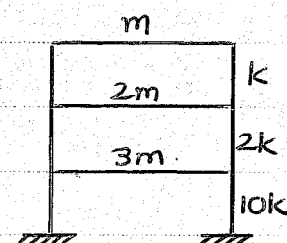
تمرین ۲۳. در حرکت از قلاب برای سه طبقه، سیستم معادلات حرکت را نوشته و فرکانسهای طبیعی و بر دارهای مودی را بدست آورده با هم مقایسه کنید.



(الف)

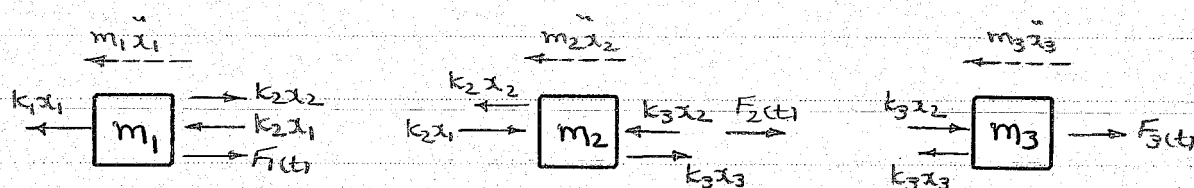
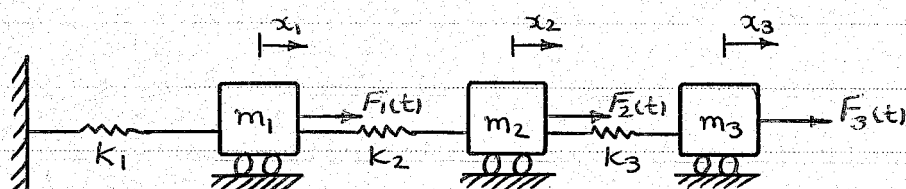


(ب)



(ج)

تعیین مدل دینامیکی (حالت کلی)



$$m_1 : \Sigma F_x = 0 \rightarrow +m_1 \ddot{x}_1 + x_1(k_1 + k_2) - x_2(k_2) - F_1(t) = 0$$

$$m_2 : \Sigma F_x = 0 \rightarrow +m_2 \ddot{x}_2 + x_1(-k_2) + x_2(k_2 + k_3) + x_3(-k_3) - F_2(t) = 0$$

$$m_3 : \Sigma F_x = 0 \rightarrow +m_3 \ddot{x}_3 + x_2(-k_3) + x_3(k_3) - F_3(t) = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\text{فرض : } \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\begin{cases} 3m\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = 0 \\ 2m\ddot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = 0 \\ m\ddot{x}_3 - k_3x_2 + k_3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-3m\omega^2 x_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2) \sin \omega t = 0 \\ (-2m\omega^2 x_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3) \sin \omega t = 0 \\ (-m\omega^2 x_3 - k_3x_2 + k_3x_3) \sin \omega t = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -3m\omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -2m\omega^2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & -m\omega^2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

در همین ماتریس باید صفر باشد.

$$(-3m\omega^2 + k_1 + k_2) [(-2m\omega^2 + k_2 + k_3)(-m\omega^2 + k_3) - k_3^2] + k_2 (k_2(m\omega^2 - k_3)) = 0$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k$$

(الف)

$$\rightarrow (-3m\omega^2 + 2k) [(-2m\omega^2 + 2k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + k^2 (m\omega^2 - k) = 0$$

$$+ 6m^3\omega^6 - 16km^2\omega^4 + 10k^2m\omega^2 - k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.123k & \omega_1 = 0.351 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 0.758k & \omega_2 = 0.871 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 1.786k & \omega_3 = 1.336 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.631 & -1 & 0 \\ -1 & 1.754 & -1 \\ 0 & -1 & 0.877 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.631 \\ 1.86 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} -0.274 & -1 & 0 \\ -1 & 0.484 & -1 \\ 0 & -1 & 0.242 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (2) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.274 \\ -1.132 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -3.358 & -1 & 0 \\ -1 & -1.572 & -1 \\ 0 & -1 & -0.786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (3) \\ \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3.358 \\ 4.272 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

د

$$k_1 = 4k \quad k_2 = 2k \quad k_3 = k$$

(b)

$$(-3m\omega^2 + 6k) [(-2m\omega^2 + 3k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + 4k^2(m\omega^2 - k) = 0$$

$$6m^3\omega^6 - 27km^2\omega^4 + 32k^2m\omega^2 - 8k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.34k & \omega_1 = 0.583 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.441k & \Rightarrow \omega_2 = 1.2 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 2.719k & \omega_3 = 1.649 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 4.98 & -2 & 0 \\ -2 & 2.32 & -1 \\ 0 & -1 & 0.66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2.49 \\ 3.773 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 1.677 & -2 & 0 \\ -2 & 0.118 & -1 \\ 0 & -1 & -0.441 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (2) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.839 \\ -1.901 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -2.157 & -2 & 0 \\ -2 & -2.438 & -1 \\ 0 & -1 & -1.719 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} (3) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.079 \\ 0.627 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = 10k \quad k_2 = 2k \quad k_3 = k$$

(c)

$$(-3m\omega^2 + 12k) [(-2m\omega^2 + 3k)(-m\omega^2 + k) - k^2] + 4k^2(m\omega^2 - k) = 0$$

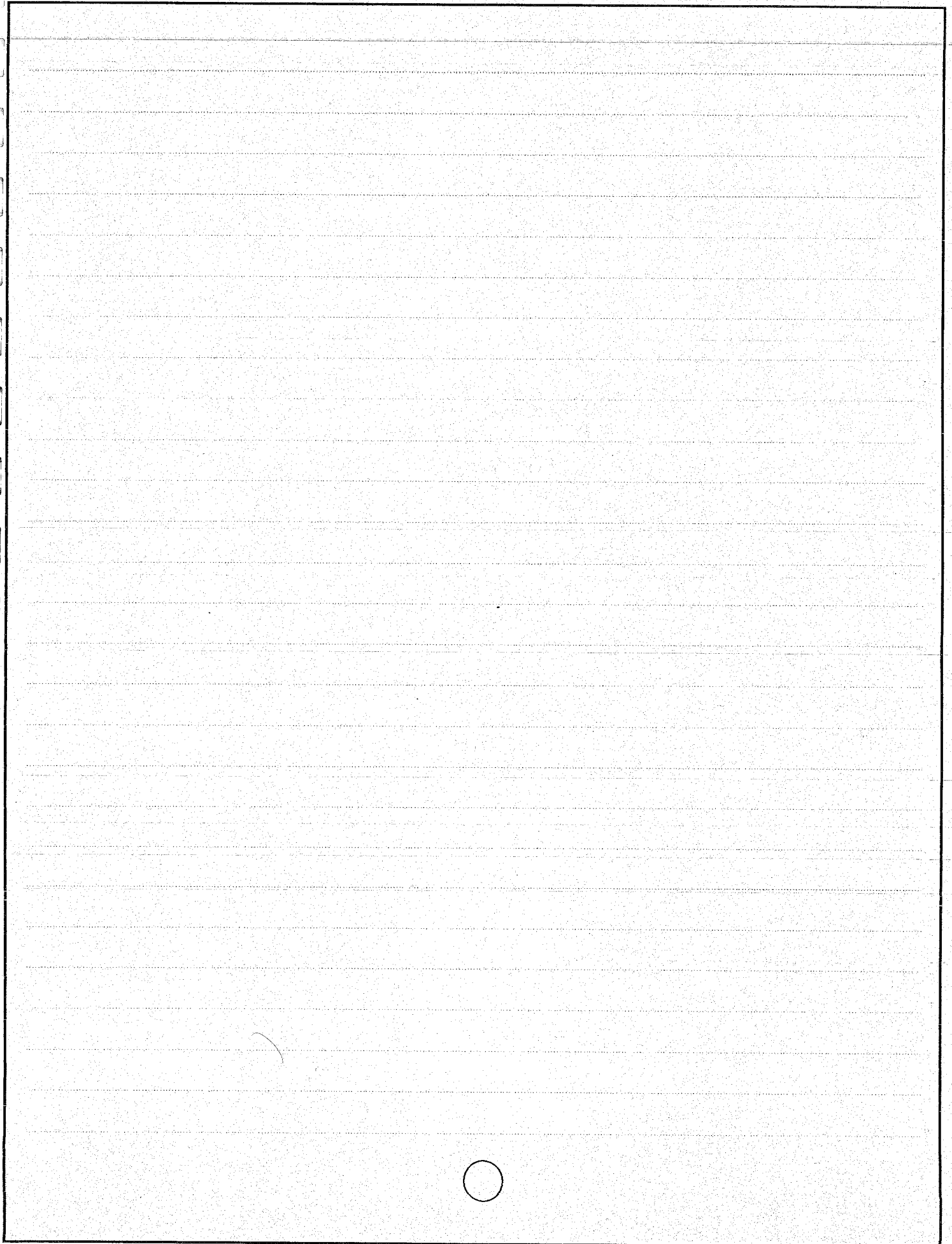
$$6m^3\omega^6 - 39km^2\omega^4 + 62k^2m\omega^2 - 20k^3 = 0$$

$$\begin{cases} m\omega_1^2 = 0.432k & \omega_1 = 0.657 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_2^2 = 1.812k & \Rightarrow \omega_2 = 1.346 \sqrt{\frac{k}{m}} \\ m\omega_3^2 = 4.256k & \omega_3 = 2.063 \sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases}$$

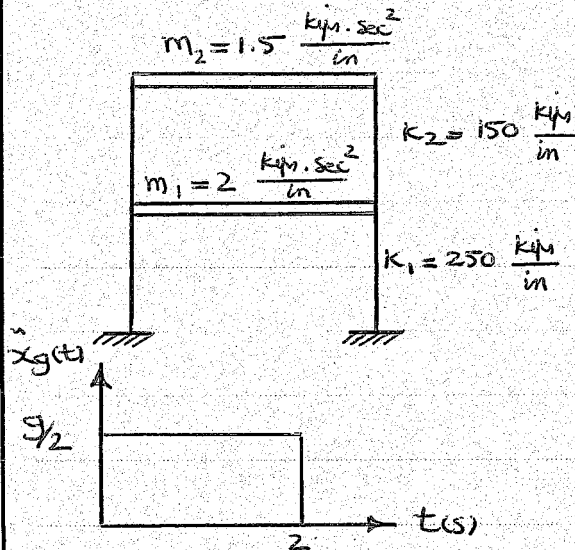
$$\omega = \omega_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 10.704 & -2 & 0 \\ -2 & 2.136 & -1 \\ 0 & -1 & 0.568 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \mathbf{X} \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5.352 \\ 9.422 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \rightarrow \begin{bmatrix} 6.564 & -2 & 0 \\ -2 & -0.624 & -1 \\ 0 & -1 & -0.812 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \stackrel{(2)}{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3.282 \\ -4.042 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 \rightarrow \begin{bmatrix} -0.765 & -2 & 0 \\ -2 & -5.512 & -1 \\ 0 & -1 & -3.256 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \stackrel{(3)}{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.38 \\ 0.117 \end{bmatrix}$$



تمرین ۲۴: قاب در طبقه شکل تحت اثر شتاب زمین تصویرت را بر گرام نشان داده شده می باشد. مطلوبت تعیین:



- (۱) فرکانس های
(۲) دوره ها
(۳) جابجایی لرزی
(۴) بردار تغییر مکان در هر دور
(۵) بردار تغییر مکان کل
(۶) بردار نیروی الاستیک در هر دور
(۷) بردار نیروی الاستیک کل
(۸) تنش یار
(۹) چمن و اثر گونی
(۱۰) رسم تغییر مکان طبقه

حل:

(۱) فرکانس ها:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega^2 m_2 + k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad \text{بافرض}$$

$$\rightarrow (-\omega^2 m_1 + k_1 + k_2)(-\omega^2 m_2 + k_2) - k_2^2 = 0$$

$$\Rightarrow (-2\omega^2 + 400)(-1.5\omega^2 + 150) - 150^2 = 0 \rightarrow 3(\omega^2)^2 - 900\omega^2 + 37500 = 0$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 50 \rightarrow \omega_1 = 7.071 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 0.89 \text{ s} \\ \omega_2^2 = 250 \rightarrow \omega_2 = 15.811 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.4 \text{ s} \end{cases}$$

(۲) دوره ها:

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 300 & -150 \\ -150 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 \Rightarrow \begin{bmatrix} -100 & -150 \\ -150 & -225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{Bmatrix}$$

$$M_k = \bar{X}_k^T [m] \bar{X}_k$$

۱.۳ جرم های متری :

$$M_1 = \bar{X}_1^T [m] \bar{X}_1 = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 8 \frac{\text{kips} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$$

$$M_2 = \bar{X}_2^T [m] \bar{X}_2 = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2.67 \frac{\text{kips} \cdot \text{sec}^2}{\text{in}}$$

$$\{x_k(t)\} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$$

۱.۴ بردار تغییر مکان هر مود :

الف) بردار تغییر مکان مود اول : ($k=1$)

$$v_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(7.071(t-\tau)) d\tau$$

$$= -27.3 C_1(7.071t) + 27.3$$

$$\bar{K}_1 = \bar{X}_1^T [m] [I] = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 2 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 5$$

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} 5 \times \frac{1}{8 \times 7.071} (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3)$$

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} -2.41 C_1(7.071t) + 2.41 \\ -4.825 C_1(7.071t) + 4.825 \end{bmatrix}$$

ب) بردار تغییر مکان مود دوم : ($k=2$)

$$v_2(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(15.811(t-\tau)) d\tau$$

$$= -12.21 C_1(15.811t) + 12.21$$

$$\bar{K}_2 = \bar{X}_2^T [m] [I] = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [1 \quad -2/3] \begin{bmatrix} 2 \\ 1.5 \end{bmatrix} = 1$$

$$\{x_2(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} 1 \times \frac{1}{2.66 \times 15.811} (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21)$$

$$\{x_2(t)\} = \begin{bmatrix} -0.29 C_1(15.811t) + 0.29 \\ +0.194 C_1(15.811t) - 0.194 \end{bmatrix}$$

(۲)

(۵) بردار تغییر مکان کل :

$$\{x(t)\} = X_1 Y_1(t) + X_2 Y_2(t) = \{x_1(t)\} + \{x_2(t)\}$$

$$\Rightarrow \{x(t)\} = \begin{bmatrix} -2.41 C_1(7.071t) - 0.29 C_1(15.811t) + 2.7 \\ -4.825 C_1(7.071t) + 0.144 C_1(15.811t) + 4.631 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{تغییر مکان طبقه اول} \\ \text{تغییر مکان طبقه دوم} \end{matrix}$$

(۶) بردار نیروهای الاستیک در هر مود :

$$\{F_{Sk}\} = [m] X_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k} \omega_k \cdot V_k(t)$$

(الف) بردار نیروی الاستیک مود اول :

$$\{F_{S1}\} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \frac{5}{8} 7.071 (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3)$$

$$= \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) + 241.3 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 361.95 \end{bmatrix}$$

(ب) بردار نیروی الاستیک مود دوم :

$$\{F_{S2}\} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2/3 \end{bmatrix} \frac{1}{2.67} 15.811 (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21)$$

$$= \begin{bmatrix} -144.61 C_1(15.811t) + 144.61 \\ 72.304 C_1(15.811t) - 72.304 \end{bmatrix}$$

(۷) بردار نیروی الاستیک کل :

$$\{F_S\} = \{F_{S1}\} + \{F_{S2}\} = \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) - 144.61 C_1(15.811t) + 385.91 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 72.3 C_1(15.811t) + 289.65 \end{bmatrix}$$

(۸) برش پایه :

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{K}_k^2}{M_k} \omega_k V_k(t)$$

$$Q(t) = \frac{5^2}{8} \times 7.071 (-27.3 C_1(7.071t) + 27.3) + \frac{1^2}{2.67} \times 15.811 (-12.21 C_1(15.811t) + 12.21) = -603.24 C_1(7.071t) - 72.39 C_1(15.811t) + 675.55$$

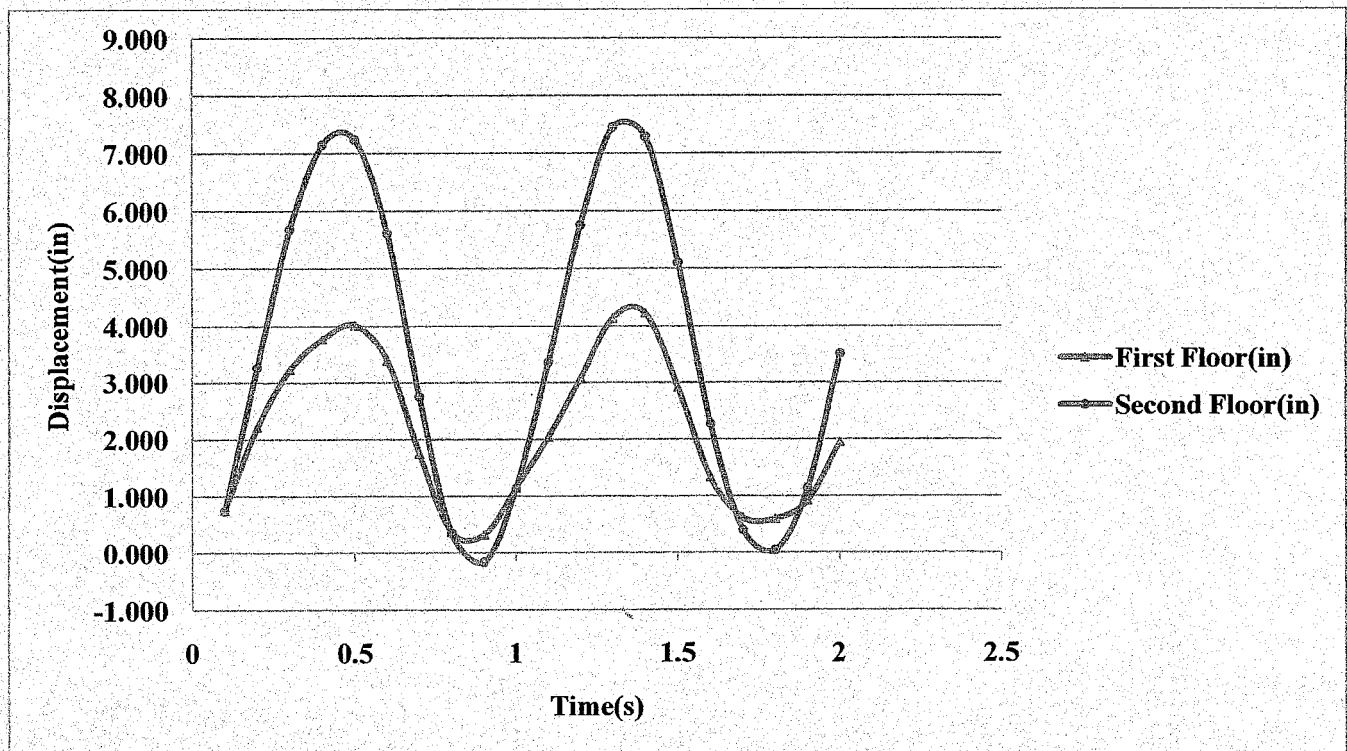
(۹) امان وارثیونی :

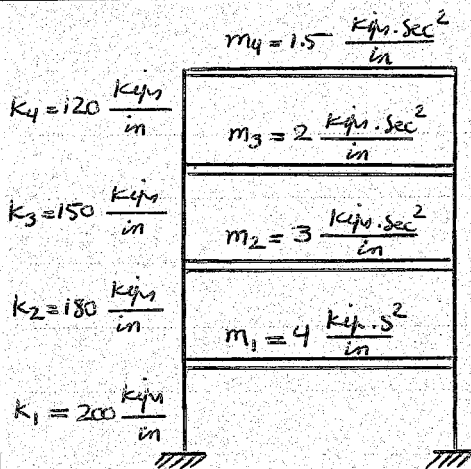
بافرض ارتفاع صوبه 3m يعني 118.11 in (دريم)

$$\begin{aligned}
 M(t) &= \sum h_k \cdot P_{sk}(t) = [h] \{P_{sk}(t)\} \\
 &= [118.11 \quad 236.22] \times \begin{bmatrix} -241.3 C_1(7.071t) - 144.61 C_1(15.811t) + 385.91 \\ -361.95 C_1(7.071t) + 72.3 C_1(15.811t) + 289.65 \end{bmatrix} \\
 &= -113999.77 C_1(7.071t) - 1.18 C_1(15.811t) + 114000.95 \text{ kip.in}
 \end{aligned}$$

(١٠) رسم تغير مكان طبقات

t(s)	First Floor(in)	Second Floor(in)
0.1	0.756	0.737
0.2	2.209	3.262
0.3	3.221	5.683
0.4	3.766	7.148
0.5	4.017	7.244
0.6	3.383	5.611
0.7	1.745	2.749
0.8	0.367	0.349
0.9	0.323	-0.159
1	1.147	1.140
1.1	2.041	3.355
1.2	3.071	5.755
1.3	4.137	7.452
1.4	4.224	7.295
1.5	2.907	5.104
1.6	1.330	2.272
1.7	0.621	0.404
1.8	0.600	0.051
1.9	0.917	1.139
2	1.945	3.499





$$(\xi = 0)$$

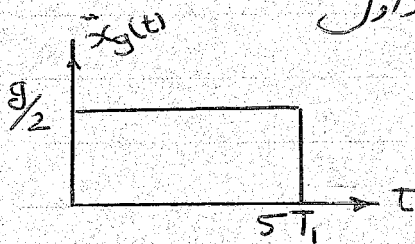
نیمین ۲۵ ساختمان چهار طبقه شکل مقابل مفروض است. اولاً فرکانس کم و دوره برای منتقل به آن را محاسبه کنید. ثانیاً جرم برای جوی و ضربات حرکت را در دست آورید. ثالثاً در صورتیکه این ساختمان تحت اثر زلزله ای قرار گیرد به مقدار شتاب آن بصورت زیر باشد مطلوب است تعیین هـ

الف) تابع تغییر مکان در حین ارتعاشات

ب) مقدار Max تغییر مکان در مود اول

ج) بردار نیروهای الاستیک برای حرکت از مود ۱ و برای ترکیب آنست (برابر ترکیب مود ۱)

د) تابع برش پایه برای حرکت از مود ۱ و مقدار Max برش پایه در مود اول



فرکانس ها

$$\begin{bmatrix} -m_4\omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & -m_2\omega^2 + k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & -m_3\omega^2 + k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & -m_4\omega^2 + k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} -4\omega^2 + 380 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -3\omega^2 + 330 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & -2\omega^2 + 270 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -1.5\omega^2 + 120 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 36(\omega^2)^4 - 15120(\omega^2)^3 + 1946700(\omega^2)^2 - 80640000\omega^2 + 648 \times 10^6 = 0$$

$$\omega_1^2 = 10.47 \rightarrow \omega_1 = 3.236 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 1.94 \text{ s}$$

$$\omega_2^2 = 59.12 \rightarrow \omega_2 = 7.689 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.82 \text{ s}$$

$$\omega_3^2 = 134.88 \rightarrow \omega_3 = 11.614 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.54 \text{ s}$$

$$\omega_4^2 = 215.53 \rightarrow \omega_4 = 14.681 \text{ rad/s} \rightarrow T_4 = 0.43 \text{ s}$$

موده ها

$$\omega = \omega_1 = 3.236 \rightarrow \begin{bmatrix} 338.11 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & 298.58 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 249.06 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & 104.29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.878 \\ 2.538 \\ 2.92 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_2 = 7.689 \rightarrow \begin{bmatrix} +143.52 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & 152.64 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 151.76 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & 31.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ +0.797 \\ -0.389 \\ -1.49 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_3 = 11.614 \rightarrow \begin{bmatrix} -159.54 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -74.65 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & 0.23 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -82.33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.886 \\ -0.759 \\ 1.106 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \omega_4 = 14.681 \rightarrow \begin{bmatrix} -482.13 & -180 & 0 & 0 \\ -180 & -316.6 & -150 & 0 \\ 0 & -150 & -161.06 & -120 \\ 0 & 0 & -120 & -203.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \underline{X}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2.679 \\ 4.454 \\ -2.629 \end{bmatrix}$$

$$M_k = \underline{X}_k^T [m] \underline{X}_k$$

جرم های مودى

$$M_1 = 40.253$$

$$M_2 = 9.538$$

$$M_3 = 9.342$$

$$M_4 = 75.575$$

$$\bar{k}_k = \bar{X}_k^T [m] [I]$$

ضرایب تحرک زلزله :

$$k_1 = 19.09$$

$$k_2 = 3.378$$

$$k_3 = 1.483$$

$$k_4 = 0.928$$

$$\{x_k(t)\} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} v_k(t)$$

الف) تابع تغییر مکان در هر طبقه :

$$v_1(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(3.236(t-\tau)) d\tau$$

$$= 59.65 (-C_1(3.236t) + 1)$$

الف-۱) بردار تغییر مکان در اول :

$$\Rightarrow \{x_1(t)\} = \begin{pmatrix} 8.742 \\ 16.417 \\ 22.187 \\ 25.527 \end{pmatrix} (-C_1(3.236t) + 1)$$

الف-۲) بردار تغییر مکان در دوم :

$$v_2(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_2(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(7.689(t-\tau)) d\tau$$

$$= 25.1 (-C_1(7.689t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{x_2(t)\} = \begin{pmatrix} 1.156 \\ 0.921 \\ -0.45 \\ -1.723 \end{pmatrix} (-C_1(7.689t) + 1)$$

الف-۳) بردار تغییر مکان در سوم :

$$v_3(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_3(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(11.614(t-\tau)) d\tau$$

$$= 16.62 (-C_1(11.614t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{x_3(t)\} = \begin{pmatrix} 0.227 \\ -0.201 \\ -0.172 \\ 0.251 \end{pmatrix} (-C_1(11.614t) + 1)$$

الف - ۲. بردار تغییر مکان در مود چهارم

$$v_4(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \sin \omega_4(t-\tau) d\tau = \int_0^t \frac{g}{2} \sin(14.681(t-\tau)) d\tau$$

$$= 13.15 (-C_1(14.681t) + 1)$$

$$\{x_4(t)\} = \begin{bmatrix} 0.011 \\ -0.029 \\ 0.049 \\ -0.029 \end{bmatrix} (-C_1(14.681t) + 1)$$

ب. Max تغییر مکان در مود اول

$$\{x_1(t)\} = \begin{bmatrix} 8.742 \\ 16.417 \\ 22.187 \\ 25.527 \end{bmatrix} (-C_1(3.236t) + 1) \quad 0 < t < 5 \times 1.94$$

$$t = 0.971 \rightarrow -C_1(3.236 \times 0.971) + 1 = 2 \Rightarrow \{x_{1,Max}\} = \begin{bmatrix} 17.484 \\ 32.834 \\ 44.374 \\ 51.054 \end{bmatrix} \text{ in}$$

ج. بردار نیروهای الاستیک برای صرود و برای ترکیب آن ها

$$\{f_{sk}\} = [m] X_k \frac{k_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot v_k(t)$$

ج-۱ مود اول

$$\{f_{s1}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5.634 \\ 5.076 \\ 4.38 \end{bmatrix} \times \frac{19.09}{40.253} \times 3.236 \times 59.65 (-C_1(3.236t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s1}\} = \begin{bmatrix} 366.17 \\ 515.76 \\ 464.67 \\ 400.96 \end{bmatrix} (-C_1(3.236t) + 1) \quad (\text{kip})$$

۲

ج-٢) مورد دوم :

$$\{f_{s2}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2.391 \\ -0.778 \\ -2.235 \end{bmatrix} \frac{3.378}{9.538} \times 7.689 \times 25.1 (-C_1(7.689t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s2}\} = \begin{bmatrix} 273.4 \\ 163.43 \\ -53.18 \\ -152.76 \end{bmatrix} (-C_1(7.689t) + 1)$$

ج-٣) مورد سوم :

$$\{f_{s3}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2.658 \\ -1.518 \\ 1.659 \end{bmatrix} \frac{1.483}{9.342} \times 11.614 \times 16.62 (-C_1(11.614t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s3}\} = \begin{bmatrix} 122.57 \\ -81.45 \\ -46.51 \\ 50.83 \end{bmatrix} (-C_1(11.614t) + 1)$$

ج-٤) مورد چهارم :

$$\{f_{s4}\} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8.037 \\ 8.908 \\ -3.944 \end{bmatrix} \frac{0.928}{75.575} \times 14.681 \times 13.15 (-C_1(14.681t) + 1)$$

$$\Rightarrow \{f_{s4}\} = \begin{bmatrix} 9.48 \\ -19.05 \\ 21.12 \\ -9.35 \end{bmatrix} (-C_1(14.681t) + 1)$$

ج-٥) ترکیب موارد :

$$\{f_s\} = \{f_{s1}\} + \{f_{s2}\} + \{f_{s3}\} + \{f_{s4}\}$$

$$\{f_s\} = \begin{bmatrix} -366.17C_1(3.236t) - 273.4C_1(7.689t) - 122.57C_1(11.614t) - 9.48C_1(14.681t) + 771.62 \\ -515.76C_1(3.236t) - 163.43C_1(7.689t) + 81.45C_1(11.614t) + 19.05C_1(14.681t) + 578.69 \\ 464.67C_1(3.236t) + 53.18C_1(7.689t) + 46.51C_1(11.614t) - 21.12C_1(14.681t) + 386.1 \\ -400.96C_1(3.236t) + 152.76C_1(7.689t) - 50.83C_1(11.614t) + 9.35C_1(14.681t) + 289.68 \end{bmatrix}$$

د) تابع برش پایه صرمود - Max برش پایه مورد اول

$$Q_k(t) = \sum \frac{k_k^2}{M_k} w_k v_k(t)$$

$$Q_1(t) = \frac{19.09^2}{40.253} \times 3.236 \times 59.65 (-C_1(3.236t) + 1) \quad \text{د-۱) مورد اول}$$

$$= 1747.56 (-C_1(3.236t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_2(t) = \frac{3.378^2}{9.538} \times 7.689 \times 25.1 (-C_1(7.689t) + 1) \quad \text{د-۲) مورد دوم}$$

$$= 230.89 (-C_1(7.689t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_3(t) = \frac{1.488^2}{9.342} \times 11.614 \times 16.62 (-C_1(11.614t) + 1) \quad \text{د-۳) مورد سوم}$$

$$= 45.44 (-C_1(11.614t) + 1) \text{ (kjm)}$$

$$Q_4(t) = \frac{0.928^2}{75.575} \times 14.681 \times 13.15 (-C_1(14.681t) + 1) \quad \text{د-۴) مورد چهارم}$$

$$= 2.2 (-C_1(14.681t) + 1) \text{ (kjm)}$$

د-۵) Max برش پایه مورد اول

$$Q_{1, \text{Max}} = 1747.56 \times 2 = 3495.12 \text{ (kjm)}$$

۲۴. اگر در طراحی بصری بهترین ۲۵ بتوان از نمودار شکل A استفاده کرد و نسبت بحرانی را بر این مبنای بود که ۱/۵ در نظر گرفت، مطلوبیت تغییر (الف) بزرگ از تغییر مکان Max بر این مبنای بود که و بر این مبنای بود که (ب) نیروهای الاستیک در این از طبقات و مقدار کل نیروی الاستیک (ج) بیش یا به در هر مورد مقدار کل است.

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= 3.236 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 1.94 \text{ s} \\
 \omega_2 &= 7.689 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0.82 \text{ s} \\
 \omega_3 &= 11.614 \text{ rad/s} \rightarrow T_3 = 0.54 \text{ s} \\
 \omega_4 &= 14.681 \text{ rad/s} \rightarrow T_4 = 0.43 \text{ s}
 \end{aligned}
 \Rightarrow \{S_v\} = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \\ 8.7 \\ 7.6 \end{bmatrix} \text{ in/s}$$

$$\{x_{k, \text{Max}}\} = \bar{x}_k \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} S_{v_k} \quad (\text{الف})$$

$$\{x_{1, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.878 \\ 2.538 \\ 2.92 \end{bmatrix} \frac{19.09}{40.253 \times 3.236} \times 12 = \begin{bmatrix} 1.759 \\ 3.303 \\ 4.463 \\ 5.135 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{2, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.797 \\ -0.389 \\ -1.49 \end{bmatrix} \frac{3.378}{9.538 \times 7.689} \times 10 = \begin{bmatrix} 0.461 \\ 0.367 \\ -0.179 \\ -0.686 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{3, \text{Max}}\} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.866 \\ -0.759 \\ 1.106 \end{bmatrix} \frac{1.483}{9.342 \times 11.614} \times 8.7 = \begin{bmatrix} 0.119 \\ -0.103 \\ -0.09 \\ 0.132 \end{bmatrix} \text{ in}$$

$$\{x_{4,Max}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.679 \\ 4.454 \\ -2.629 \end{Bmatrix} \frac{0.928}{75.575 \times 14.681} \times 7.6 = \begin{Bmatrix} 0.006 \\ -0.017 \\ 0.028 \\ -0.017 \end{Bmatrix}$$

$$\{x_{Max}\} = \begin{Bmatrix} (1.759^2 + 0.461^2 + 0.119^2 + 0.006^2)^{1/2} \\ (3.303^2 + 0.367^2 + 0.103^2 + 0.017^2)^{1/2} \\ (4.463^2 + 0.179^2 + 0.09^2 + 0.028^2)^{1/2} \\ (5.135^2 + 0.686^2 + 0.132^2 + 0.017^2)^{1/2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.822 \\ 3.325 \\ 4.468 \\ 5.182 \end{Bmatrix} \text{ (in)}$$

$$\{f_{Sk}\} = [m] I_k \frac{\bar{E}_k}{M_k} \omega_k \cdot S_v$$

$$\{f_{S1,Max}\} = \begin{Bmatrix} 73.66 \\ 103.76 \\ 93.48 \\ 80.66 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S2,Max}\} = \begin{Bmatrix} 108.96 \\ 65.13 \\ -21.19 \\ -60.88 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S3,Max}\} = \begin{Bmatrix} 64.16 \\ -42.63 \\ -24.35 \\ 26.61 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S4,Max}\} = \begin{Bmatrix} 5.48 \\ -11.01 \\ 12.2 \\ -5.4 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S,Max}\} = \begin{Bmatrix} (73.66^2 + 108.96^2 + 64.16^2 + 5.48^2)^{1/2} \\ (103.76^2 + 65.13^2 + 42.63^2 + 11.01^2)^{1/2} \\ (93.48^2 + 21.19^2 + 24.35^2 + 12.2^2)^{1/2} \\ (80.66^2 + 60.88^2 + 26.61^2 + 5.4^2)^{1/2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 146.44 \\ 130.18 \\ 99.65 \\ 104.64 \end{Bmatrix} \text{ kN}$$

(A)

$$Q(t) = \sum \frac{\bar{k}_k^2}{M_k} W_k V_k(t)$$

(ع)

$$Q_{1(t)} = \frac{19.09^2}{40.253} \times 3.236 \times 12 = 351.56 \text{ kjn}$$

$$Q_{2(t)} = \frac{3.378^2}{9.538} \times 7.689 \times 10 = 91.99 \text{ kjn}$$

$$Q_{3(t)} = \frac{1.483^2}{9.342} \times 11.614 \times 8.7 = 23.79 \text{ kjn}$$

$$Q_{4(t)} = \frac{0.928^2}{75.575} \times 14.681 \times 7.6 = 1.27 \text{ kjn}$$

$$Q_{Max}(t) = (351.56^2 + 91.99^2 + 23.79^2 + 1.27^2)^{1/2} = 364.18 \text{ kjn}$$

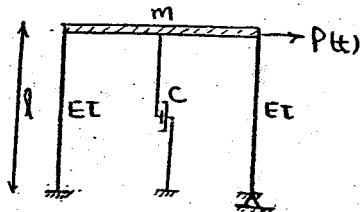


سری ①

۸۱۲۴۰۲

مک شلیا

شاد مروت قانع شکل زیر را بدست آورید. در صورتی که نیروی $P(t)$ و نیز استخوان مسادی صفر باشد.
مطلوبست تعیین تابع تغییر مکان و اگر در نقطه صفر $\lambda = X_0$ باشد تابع تغییر مکان را رسم کنید.



$$k_1 = \frac{EI}{L^3} \quad k_2 = \frac{12EI}{L^3}$$

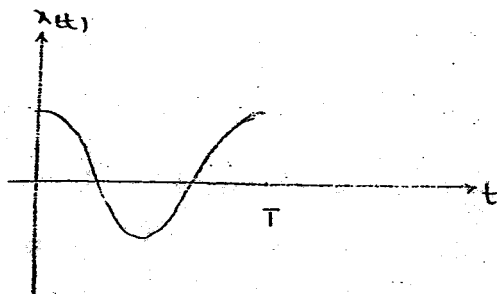
$$\Rightarrow k = \frac{12EI}{L^3} = k_1 + k_2$$

$$\begin{cases} \ddot{\lambda} = 0 & P(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda(t) = X \cos(\omega_n t - \phi) \\ X = \sqrt{\lambda_0^2 + \left(\frac{\dot{\lambda}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{\lambda}_0}{\omega_n \lambda_0}\right) \end{cases}$$

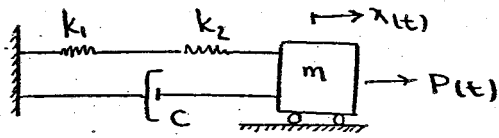
$$\dot{\lambda}_0 = 0 \quad \phi = 0$$

$$\lambda_0 = \lambda \quad X = \lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda(t) = \lambda \cos \omega_n t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{12EI}{mL^3}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

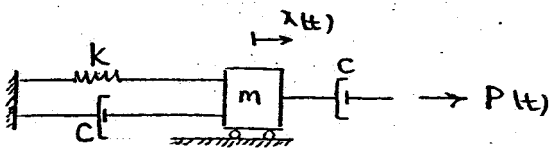


- معادله حرکت سیستم‌های زیر را بدست آورید.



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_r} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_r}{k_1 + k_r}, \quad x = x_1 + x_r$$

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = P(t) \Rightarrow m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_r) + C(\dot{x}_1 + \dot{x}_r) + \frac{k_1 k_r}{k_1 + k_r} (x_1 + x_r) = P(t)$$



در موازات $C = C_1 + C_r = rC$

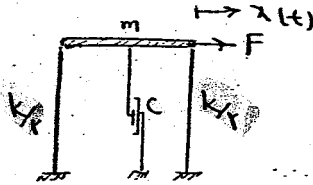
$$\Rightarrow m\ddot{x} + rC\dot{x} + kx = P(t)$$

سری (۲)

۸۱۲۴۰۲۰

جرم سلیکا

قاب نشان داده شده در شکل یک تانکر نیروی افقی 1000 kgf تغییر مکان استاتیکی 5 cm را در حد اکثر نزد یکبار برداشته شود قاب با برورد 1.5 ارتعاش کرده و بعد از 5 سیل حامل تغییر مکان به سمت راست برسد بعد از این آزمایش مطلوبیت تعیین وزن موثر فرکانس استاتیکی نسبت استجاب بحرانی و ضریب استهلاک هم چنین دامنه بین سیل حاصل.



$$k = \frac{F}{x_s} = \frac{1000}{1/20} = 200,000 \text{ kgf/cm} \times 10^2 \text{ kgf/m}$$

$$T = \frac{r_R}{\omega_D} \approx \frac{r_R}{\omega_n} \Rightarrow \gamma = \frac{r_R}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{r_R}{\sqrt{\frac{200,000 \times 10^2 \times 1.5}{W}}}$$

$$\Rightarrow W = 1080 \text{ V, } 59 \text{ kgf}$$

$$\Rightarrow \omega_D = \frac{r_R}{T} = \frac{r_R}{\gamma} = 7.18 \text{ rad/s}$$

$$\frac{x_k}{x_{k+\omega}} = \frac{x e^{-\xi \omega_n k (\frac{r_R}{\omega_D})}}{x e^{-\xi \omega_n (k+\omega) (\frac{r_R}{\omega_D})}} = e^{\xi \omega_n \frac{r_R}{\omega_D}} = e^{1.08 \xi \frac{\omega_n}{\omega_D}}$$

$$\Rightarrow \ln \left(\frac{x_k}{x_{k+\omega}} \right) = 1.08 \xi \frac{\omega_n}{\omega_D} = 1.08 \xi \frac{\omega_n}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \approx 1.08 \xi$$

$$\Rightarrow \xi = \frac{1}{1.08} \ln \left(\frac{x_k}{x_{k+\omega}} \right) = \frac{1}{1.08} \ln \left(\frac{1/20}{1} \right) = 0.129 = 12.9\%$$

$$C = 2 \xi m \omega_n = 2 \times 0.129 \times \frac{1080 \times 59}{10} \times 7.18 = 218.19 \text{ kg.s/m}$$

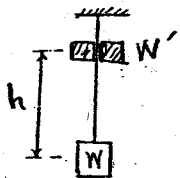
$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \omega_n \times \sqrt{1-0.129^2} = 0.99992 \omega_n \approx \omega_n$$

$$\frac{1}{2 \xi r_R} \ln \left(\frac{x_0}{x_D} \right) = \frac{1}{r_R \lambda_1} \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right) \Rightarrow r \ln \left(\frac{x_0}{x_D} \right) = \ln \left(\frac{x_0}{x_1} \right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x_0}{x_D} \right)^r = \left(\frac{x_0}{x_1} \right) \Rightarrow \left(\frac{1/20}{1} \right)^r = \frac{1/20}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{1/20} = 0.777 \text{ cm}$$

$$1 \text{ CPM} = 0.033 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- وزن W به کابل متصل است فرکانس طبیعی سیستم در این حالت 94 CPM اندازه گیری شده است حرکت وزنه $W' = 1 \text{ lb}$ به W افزوده شود فرکانس سیستم به $76, 78 \text{ CPM}$ تغییر می یابد مقدار W را تعیین کنید $h = 7 \text{ in}$ را حرکت داده در وزن W متصل بماند مقدار $\min$ و $\max$ نیروی کابل را محاسبه کنید در این حالت $\xi = 0.1$ فرض گردد توجه شود کابل تنها نیروی کشش را تحمل می کند



$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\begin{cases} 94 \text{ CPM} = 3, 122 \text{ rad/s} \\ 76, 78 \text{ CPM} = 2, 551 \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$\text{حالت اول} \Rightarrow \omega_n = 3, 122 = \sqrt{\frac{k \times 9}{W}} \Rightarrow \frac{k}{W} = 3, 028$$

$$\text{حالت دوم} \Rightarrow \omega_n = 2, 551 = \sqrt{\frac{k \times 9}{W + W'}} \Rightarrow \frac{k}{W + 1} = 2, 0187$$

$$\Rightarrow \frac{3, 028 W}{W + 1} = 2, 0187 \Rightarrow W = 2 \text{ lb}, k = 7, 056 \text{ lb/ft}$$

$$\text{مقدار } h = \frac{1}{2} (m + m') v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\pi}{180} = \frac{1}{2} \left(\frac{2+1}{32} \right) v^2$$

$$\Rightarrow v_0 = 3, 177 \text{ ft/s}, \dot{x}_0 = 3, 177 \text{ ft/s}, \xi = 0.1$$

کابل تنها نیروی کشش را تحمل می کند $\min$ نیروی کابل = 0

$$x = \left[\left(\frac{\dot{x}_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_D} \right)^2 + x_0^2 \right]^{1/2}$$

سیستم دارای استخلاف $\xi < 1$

$$\Rightarrow x = \left[\left(\frac{3, 177 + 0.1 \times 3, 122 \times 0}{7, 997} \right)^2 + 0^2 \right]^{1/2} = 0, 4 \text{ ft}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2, 551 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 2, 500 \text{ rad/s}$$

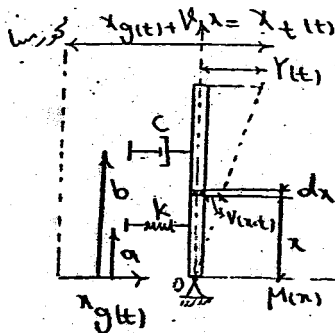
$$\Rightarrow F_{\max} = kx = 7, 056 \times 0, 4 = 2, 82 \text{ lb}$$

سری (۳)

۸۱۲۴۰۳۰

محمد شلیبا

- در صورتیکه مثال فوق تحت اثر حرکت زمین $x_g(t)$ قرار گیرد طبق نسبت بین معادله حرکت این بدین



در نظر گرفتن $P(t)$ یا در نظر گرفتن $P(t)$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow M_I + M_D + M_S = M_P(t) \quad (1)$$

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t) \quad \psi(L) = 1 \Rightarrow \psi(x) = \frac{x}{L}$$

$$\Rightarrow v(x,t) = \frac{x}{L} \cdot Y(t)$$

$$M_S = f_s \cdot a, \quad f_s = k \cdot \frac{a}{L} Y(t), \quad M_D = f_D \cdot b, \quad f_D = c \cdot \frac{b}{L} \dot{Y}(t)$$

$$M_I = \int_0^L M(x) x \cdot \ddot{x}_t(t) \cdot dx \quad x_t(t) = x_g(t) + v(x,t)$$

$$\rightarrow \ddot{x}_t(t) = \ddot{x}_g(t) + \ddot{v}(x,t) = \ddot{x}_g(t) + \frac{x}{L} \ddot{Y}(t)$$

$$\Rightarrow M_I = \int_0^L M(x) x \left(\ddot{x}_g(t) + \frac{x}{L} \ddot{Y}(t) \right) dx = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y}(t) \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

$$M_I = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y}(t) \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

$$\ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y}(t) \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx + c \cdot \frac{b}{L} \dot{Y} + k \frac{a}{L} Y = 0$$

$$\rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \left(\frac{x^2}{L} \right) dx + \dot{Y} c \left(\frac{b}{L} \right) + Y \cdot k \left(\frac{a}{L} \right) = -\ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \frac{x}{L} dx$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = -M^* \ddot{x}_g(t)$$

$$v(x,t) = \frac{x}{L} Y(t) \quad \sum M_o = 0 \rightarrow M_I + M_D + M_S = M_P(t) \quad (2)$$

$$M_I = \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) x dx + \ddot{Y}(t) \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx$$

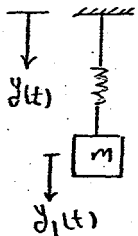
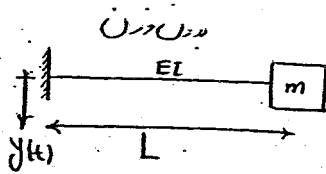
$$M_D = c \frac{b}{L} \dot{Y}(t) \quad M_S = k \frac{a}{L} Y(t)$$

$$M_P(t) = P(t) \cdot d$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{x}_g(t) + \ddot{Y} \int_0^L M(x) \frac{x^2}{L} dx + \dot{Y} c \frac{b}{L} + Y k \frac{a}{L} = P(t) \cdot d$$

$$\Rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \left(\frac{x^2}{L} \right) dx + \dot{Y} c \left(\frac{b}{L} \right) + Y k \left(\frac{a}{L} \right) = P(t) \cdot \frac{d}{L} - M^* \ddot{x}_g(t)$$

- تقریباً سرگردار بدون وزن نه انجا ی آن جرم m متصل است دارای تکیه گاه است نه مطابق شکل
می تواند حرکت کند مطلوب است تعیین معادله حرکت سیستم.



$$y_t(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$f_I + f_D + f_S = 0$$

$$f_S = k y_1(t) \quad f_D = c \dot{y}_1(t) \quad , \quad f_I = m \ddot{y}_t(t)$$

$$\ddot{y}_t(t) = \ddot{y}_1(t) + \ddot{y}_2(t) \Rightarrow f_I = m \ddot{y}_1(t) + m \ddot{y}_2(t)$$

$$\Rightarrow m \ddot{y}_1(t) + \underbrace{m \ddot{y}_2(t)} + c \dot{y}_1(t) + k y_1(t) = 0$$

$$\Rightarrow m \ddot{y}_1 + c \dot{y}_1 + k y_1 = -m \ddot{y}_2(t)$$

$$n_{xy} = k \cdot \Delta \quad \Delta = \frac{P L^3}{6 E I}$$

$$\Rightarrow k = \frac{n_{xy}}{\Delta} = \frac{P n_{xy} \cdot E I}{P L^3} = \frac{6 E I}{L^3}$$

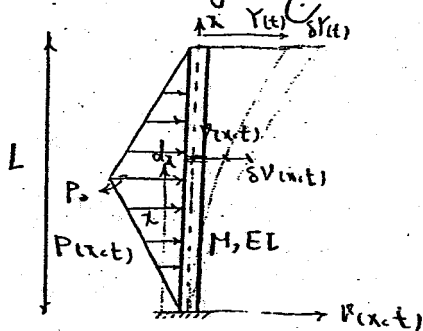
$$c = 0 \quad \rightarrow \quad m \ddot{y}_1 + \frac{6 E I}{L^3} y_1 = -m \ddot{y}_2(t)$$

سری (۴)

۸۱۲۴۰۳۰

میرزا شایان

سازه شل زیر مفروض است مطلوبت تعیین معادله حرکت برای سرعتهای ازین سطحی



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

قسم غرض

$$\delta W_t = 0 \Rightarrow \delta W_E = \delta W_L$$

$$\delta v(x,t) = \psi(x) \cdot \delta Y(t)$$

$$\delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \delta v(x,t) \cdot dx \quad \text{کار بارهای خارجی}$$

$$\delta W_L = \int_0^L m(x) \delta \theta + \int_0^L f_L(x) \delta v(x,t) dx$$

$$f_L(x) = M(x) \ddot{v}(x,t) \quad \theta = \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \quad d\theta = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx \quad m(x) = EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\Rightarrow \delta W_L = \int_0^L EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \cdot \delta \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} dx + \int_0^L M(x) \ddot{v}(x,t) \cdot \delta v(x,t) dx$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \cdot Y(t) \quad \delta \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \cdot \delta Y(t)$$

$$\Rightarrow \delta W_L = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 \cdot Y(t) \cdot \delta Y(t) \cdot dx + \int_0^L M(x) \psi(x) \frac{d^2 Y}{dt^2} \cdot \delta Y(t) dx$$

$$\delta W_L = \delta W_E \Rightarrow Y(t) \cdot \delta Y(t) \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{d^2 Y}{dt^2} \cdot \delta Y(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx = \delta Y(t) \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \ddot{Y} \int_0^L M(x) \psi(x) dx + Y \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow M^* \ddot{Y} + K^* Y = P^*(t)$$

$$P(x,t) = \begin{cases} \frac{P_0}{L} x & 0 \leq x < \frac{L}{2} \\ -\frac{P_0}{L} x + P_0 & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{R x}{L} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{R^2}{L^2} \cos \frac{R x}{L}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{R x}{L} \right)^2 dx = M_0 \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{R x L}{R L} \right) = 0.777 M L$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{L^2} \cos \frac{R x}{L} \right)^2 dx = EI \cdot \frac{R^4}{17 L^4} \times \left(\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{L} + \frac{x}{1} \right) = EI \cdot \frac{R^4}{17 L^4}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \left(1 - \cos \frac{R x}{r L}\right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \left(1 - \cos \frac{R x}{r L}\right) dx$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{r p_0}{L} \left(\left[\frac{x^2}{2} - \frac{r L x}{R} \sin \frac{R x}{r L} - \frac{r^2 L}{R^2} \cos \frac{R x}{r L} \right]_0^{L/r} + r p_0 \left(x - \frac{x^2}{r L} + \frac{r x}{R} \sin \frac{R x}{r L} - \frac{r L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{r^2 L}{R^2} \cos \frac{R x}{r L} \right) \right) = r p_0 L \left(\frac{1}{2} - \frac{r^2 L}{R^2} + \frac{r}{R} \right) = 0,117 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,117 M L \ddot{Y} + r_0 \cdot f \frac{E L}{L^2} Y = 0,117 p_0 L$$

$$b) \psi(x) = \frac{x^2}{L^2} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{2}{L^2}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(\frac{x^2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{M}{L^4} \cdot \frac{L^5}{5} = \frac{1}{5} M L$$

$$K^* = \int_0^L E I \left(\frac{2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{4 E I}{L^2}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \cdot \frac{x^2}{L^2} dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \cdot \frac{x^2}{L^2} dx = 0,147 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,147 M L \ddot{Y} + \frac{4 E I}{L^2} Y = 0,147 p_0 L$$

$$c) \psi(x) = \sin \left(\frac{R x}{r L} \right) \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\frac{R^2}{r^2 L^2} \sin \frac{R x}{r L}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(\sin \frac{R x}{r L} \right)^2 dx = M \times \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{x}{r} \right) \Big|_0^L = 0,2 M L$$

$$K^* = \int_0^L E I \left(-\frac{R^2}{r^2 L^2} \sin \frac{R x}{r L} \right)^2 dx = \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4} \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{R x}{r L} + \frac{x}{r} \right) \Big|_0^L = \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4}$$

$$P^*(t) = \int_0^{L/r} \frac{r p_0}{L} x \cdot \sin \frac{R x}{r L} dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{r p_0}{L} x + r p_0\right) \cdot \sin \frac{R x}{r L} dx =$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{r p_0}{L} \left(\left[-\frac{r L x}{R} \cos \frac{R x}{r L} + \frac{r^2 L}{R^2} \sin \frac{R x}{r L} \right]_0^{L/r} + r p_0 \left(\frac{r x}{R} \cos \frac{R x}{r L} - \frac{r L}{R} \cos \frac{R x}{r L} - \frac{r^2 L}{R^2} \sin \frac{R x}{r L} \right) \Big|_{L/r}^L \right)$$

$$\Rightarrow P^*(t) = -0,118 p_0 L$$

$$\Rightarrow 0,2 M L \ddot{Y} + \frac{R^4 E I}{\pi^2 L^4} Y = -0,118 p_0 L$$

۱۱۲۴۰ ۳.

مجلس

روابط بین دالری استعداد و اثرات

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} (C \cos \omega_D t + D \sin \omega_D t) \quad x_0 = X, \quad \dot{x}_0 = \dot{X}_0$$

$$\Rightarrow x(0) = e^0 \times (C \times \cos 0 + D \sin 0) = 1 \times C = X_0 \Rightarrow C = X_0$$

$$\dot{x}(t) = -\xi \omega_n e^{-\xi \omega_n t} (C \cos \omega_D t + D \sin \omega_D t) + e^{-\xi \omega_n t} (-\xi \omega_D \sin \omega_D t - D \omega_D \cos \omega_D t)$$

$$\Rightarrow \dot{x}(0) = -\xi \omega_n \times 1 \times (X_0 + 0) + 1 \times (-X_0 \cdot \omega_D \times 0 + D \cdot \omega_D \times 1)$$

$$\Rightarrow -\xi X_0 \omega_n + D \omega_D = \dot{X}_0 \Rightarrow D \omega_D = +\xi X_0 \omega_n + \dot{X}_0$$

$$\Rightarrow D = + \frac{\xi \omega_n X_0 + \dot{X}_0}{\omega_D}$$

$$\Rightarrow x(t) = e^{-\xi \omega_n t} \left(X_0 \cos \omega_D t + \frac{\xi \omega_n X_0 + \dot{X}_0}{\omega_D} \sin \omega_D t \right)$$

$$1/ \psi(x) = \sin \frac{R\lambda}{\pi L}$$

$$\Rightarrow M^* = 0, \omega ML \quad K^* = \frac{R^2 E E}{\pi L^3}$$

$$P = -0,118 P \cdot L, \quad \int_0^L M_x \sin \frac{R\lambda}{\pi L} dx = \frac{\pi L}{\pi} M$$

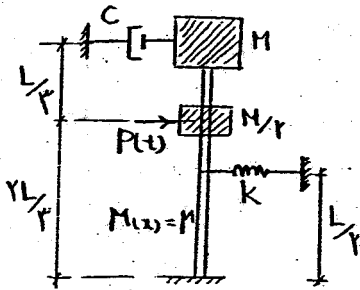
$$\Rightarrow 0, \omega ML \ddot{Y} + \frac{R^2 E E}{\pi L^3} Y = -0,118 P \cdot L - \frac{\pi}{\pi} M \ddot{x}_g(t)$$

سری (۵)

۸۱۲۴۰۳۰

فرم کلی

سازه مربوط به برج خنجرانی شهر ری را به صورت شکل ۱ مدل کرده اند. طبق سبب تعیین مقادیر ثابت



$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = P^*(t)$$

$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$M^* = \int_0^L \mu(\psi(x))^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum L_{oi} (\psi_i')^2$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L \mu (1 - \cos \frac{\pi x}{L})^2 dx + \frac{M}{L} \times (1 - \cos \frac{\pi \times \frac{L}{2}}{L})^2 + M \times (1 - \cos \frac{\pi \times \frac{L}{2}}{L})^2 + \frac{ML^2}{L} + \frac{1}{L} \times \frac{M}{L} \times \frac{L^2}{L}$$

$$\Rightarrow M^* = 0.1228 \mu L + \frac{M}{L} (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + M = 0.1228 \mu L + 1.009 M + \frac{ML^2}{L} (\frac{\pi}{L} \sin \frac{\pi \times \frac{L}{2}}{L})^2 + \frac{1}{L} \times \frac{M}{L} \times \frac{L^2}{L} \times (\frac{\pi}{L} \sin \frac{\pi \times \frac{L}{2}}{L})^2 = 0.1228 \mu L + 1.009 M + \frac{\pi^2 M}{L} + \frac{1}{L} \times \frac{M}{L} \times \frac{L^2}{L} \times \frac{\pi^2}{L^2} \times \frac{L^2}{L} = \frac{\pi^2 M}{L}$$

$$C^* = \int_0^L C(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i C_i \psi_i^2 = C (1 - \cos \frac{\pi x}{L})^2 = C$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx + \int_0^L k(x) (\psi(x))^2 dx + \sum k_i \psi_i^2$$

$$K^* = \int_0^L EI (\frac{\pi^2}{L^2} \cos \frac{\pi x}{L})^2 dx + \int_0^L k(x) (\psi(x))^2 dx + \sum k_i \psi_i^2$$

$$K^* = \frac{\pi^2}{L^2} \frac{EI}{L^2} + k (1 - \cos \frac{\pi \times \frac{L}{2}}{L})^2 = \frac{\pi^2}{L^2} \frac{EI}{L^2} + 0.176 k$$

$$P^*(t) = P(t) [1 - \cos \frac{\pi}{2}] = 0.5 P(t)$$

$$\int y \cdot dA \quad \int y' \cdot dA$$

$$\int x \cdot dA$$

$$I_o = \frac{1}{12} B H^3$$

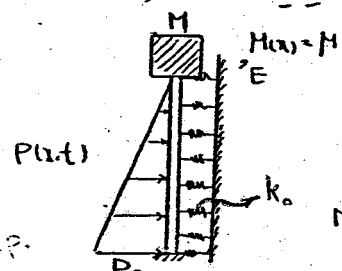
$$I_o = \frac{1}{12} B H^3$$

$$I_o = \frac{1}{12} B H^3$$

$$\frac{\pi}{L^2} \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$\frac{\pi}{L^2}$$

- در صورتی که ستون نشان داده شده در شکل دارای صلبیت محشی EI و جرم در واحد طول M تحت اثر بارگذاری
 خاص مطابق شکل قرار گرفته و بعد از آن طبق شرایط قرار داشته باشد طبق سیستم تعیین معادله حرکت



$$M^* \ddot{Y} + C^* \dot{Y} + K^* Y = P^*(t) \quad \psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$M^* = \int_0^L M (\psi(x))^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum I_{0,i} (\psi_i')^2$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + M_0 \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot L}{2L}\right)^2 = 0.128 ML + M + \frac{L}{4} ML^2 \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2L}$$

$$C^* = \int_0^L C(x) (\psi(x))^2 dx + \sum_i C_i \psi_i^2 = 0$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi'(x))^2 dx + \int_0^L k(x) (\psi(x))^2 dx + \sum K_i \psi_i^2$$

$$\Rightarrow K^* = \int_0^L EI \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 \cos^2 \frac{\pi x}{2L} dx + \int_0^L k_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx = \frac{\pi^2}{4} \frac{EI}{L} + 0.128 k_0 L$$

$$P^*(t) = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx + \sum P_i \psi_i$$

$$\Rightarrow P^*(t) = \int_0^L \left(P_0 - P_0 \frac{x}{L}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx = P_0 \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right) \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx$$

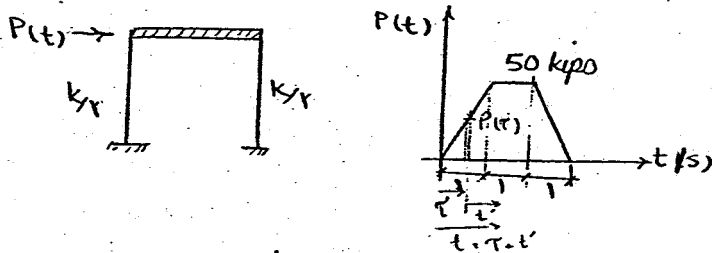
$$\Rightarrow P^*(t) = \frac{LP_0}{4} - \frac{FLP_0}{\pi^2}$$

$$\Rightarrow P^*(t) = 0.028 P_0 L$$

در مثال حل شده اگر زمان اعمال نیرو به صورت شکل مقابل غیر یکنواخت باشد مطلوبست تعیین تابع $x(t)$

$$W_t = 2000 \text{ kips}, \quad k = 201,1 \text{ k/in}$$

و مقادیر آن در لحظات $t = 1s, 2s, 3s$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2000}{201,1 \times 201,1}} = 2s < 2s = t_d$$

← اثر نیرو به صورت ضرب شده دو بار یکبار یک بار برداری اعتباری قرار دارد.

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{m\omega_n} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{201,1 \times 201,1}{2000}} = 10,1 \text{ rad/s}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2000}{32,2} = 62,1 \text{ k}$$

$$\Rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{\frac{2000}{32,2} \times 10,1} \sin 10,1(t-\tau) d\tau$$

$$\rightarrow x(t) = \int_0^t \frac{P(\tau)}{64,1} \sin 10,1(t-\tau) d\tau$$

$$t = 1s \rightarrow x(1) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(1-\tau) d\tau = \frac{20}{64,1} \times 0,118 = 0,037$$

$$t = 2s \rightarrow x(2) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(2-\tau) d\tau + \int_1^2 \frac{20}{64,1} \sin 10,1(2-\tau) d\tau = 0,093$$

$$t = 3s \rightarrow x(3) = \int_0^1 \frac{20 \cdot \tau}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau + \int_1^2 \frac{20}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau + \int_2^3 \frac{(20 \cdot \tau + 20)}{64,1} \sin 10,1(3-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(3) = 0,091 \text{ in}$$

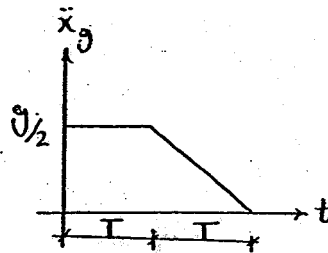
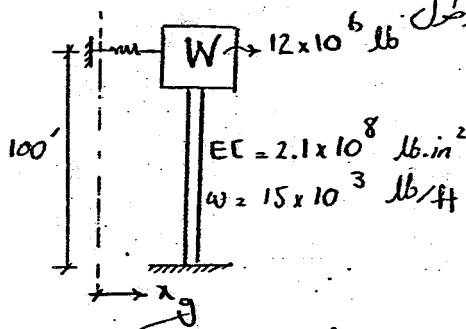
$$\frac{20}{64,1} \int_0^3 \sin 10,1\tau \sin(10,1\tau - 0,1\tau) d\tau$$

سری ⑦

۸۱۲۴۰۳۰

مریم شلیبا

- سازه شغل زیر مفروض است در صورتیکه این سازه تحت اثر حرکت زمین قرار گیرد که دیگر ارام سواب زمین به صورت شغل دوم باشد مطلوب است تعیین: معادله حرکت، تابع تغییر مکان، مقدار تغییر مکان در لحظه $t=0.2s$ و نزدی دارده در همین لحظه، ماکزیمم تغییر مکان در برش پایه و برش در واحد طول



$$v(x,t) = \psi(x) \cdot Y(t)$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$\ddot{x}_g(t) = -2.5g t + g$$

$$M \ddot{Y} + C \dot{Y} + k Y = P^*(t) \quad T = 0.2s$$

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_i m_i \psi_i^2 + \sum_i I_{0i} \psi_i'^2 = \int_0^L \mu \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + \frac{W}{g} \cdot 1 + 0$$

$$\rightarrow M^* = 0.2267 \mu L + \frac{W}{g} = 0.2267 \times 15 \times 10^3 \times 100 + \frac{12 \times 10^6}{32.2} = 712720.81 \text{ lb/ft/s}^2$$

$$K^* = \int_0^L EI (\psi'(x))^2 dx + \int_0^L k(x) (\psi(x))^2 dx + \sum k_i \psi_i^2 = \int_0^L EI \left(\frac{\pi^2}{4L^2} \cos \frac{\pi x}{2L}\right)^2 dx + K \cdot 1^2$$

$$\rightarrow K^* = EI \cdot \frac{\pi^4}{16L^3} \cdot \frac{L}{2} + K = \frac{2.1 \times 10^8}{12^2} \times \frac{\pi^4}{32 \times L^3} + 4 \times 10^4 = 40004.439$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx + m = \int_0^L \mu \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}\right) dx + \frac{W}{g} = 0.363 \mu L + \frac{W}{g} = 917741.15$$

$$\rightarrow P^*(t) = -\bar{K} \ddot{x}_g(t)$$

$$v(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi \omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau$$

تعیین تابع تغییر مکان

$$v(x,t) = \frac{\psi(x) \cdot \bar{K}}{M^* \cdot \omega_D} \cdot v(t) \quad \omega = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{40004.439}{712720.81}} = 0.237s \rightarrow T = 26.52s$$

$$v(t)_1 = \int_0^t \frac{g}{2} \sin \omega(t-\tau) d\tau = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) \quad 0 \leq t \leq 0.2s$$

$$v(t=0.2) = \frac{32.2}{2} \left(\frac{1}{0.237} - \frac{\cos(0.237 \times 0.2)}{0.237} \right) = 0.0763$$

$$\dot{v}(t) = \frac{g}{2} \times \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \dot{v}(t=0.2) = 0.763$$

$$V(t)_2 = V(t=0.2) \cos \omega(t-0.2) + \frac{\dot{V}(t=0.2)}{\omega} \sin \omega(t-0.2) + \int_{0.2}^t (-2.5g\tau + g) \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V(t)_2 = 0.0763 \omega \cos \omega(t-0.2) + 3.22 \sin \omega(t-0.2) + g \left(-2.5 \frac{t}{\omega} - \frac{\cos \omega(t-0.2)}{2\omega} + \frac{1}{\omega} + \frac{5 \sin \omega(t-0.2)}{2\omega^2} \right)$$

$0.2 \leq t \leq 0.45$

$$V(t=0.4)_2 = 0.0763 \omega (0.237 \times 0.2) + 3.22 \sin(0.237 \times 0.2) + 32.2 \left(-2.5 \times \frac{0.4}{0.237} - \frac{\cos(0.237 \times 0.2)}{2 \times 0.237} + \frac{1}{0.237} + \frac{5 \sin(0.237 \times 0.2)}{2 \times 0.237^2} \right) = 0.28$$

$$\dot{V}(t)_2 = -0.0763 \omega \sin \omega(t-0.2) + 3.22 \omega \cos \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5}{\omega} + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \cos \omega(t-0.2)}{2\omega} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t=0.4)_2 = 1.193$$

$$\Rightarrow V(t)_3 = V(t=0.4) \cos \omega(t-0.4) + \frac{\dot{V}(t=0.4)}{\omega} \sin \omega(t-0.4) \quad t \geq 0.45$$

$$\Rightarrow V(t)_3 = 0.28 \cos \omega(t-0.4) + 1.193 \sin \omega(t-0.4)$$

$$q(x,t) = M \omega^2 \varphi(x) \cdot Y(t) \quad \ddot{Y}(t) = \omega^2 Y(t)$$

$$F_T(H,t) = M \omega^2 \psi(L) Y(t)$$

$$F_S(H,t) = k_s \times \psi(L) Y(t)$$

$$Q_B(x=0,t) = \int_0^L q(x,t) dx + F_T(L,t) + F_S(L,t)$$

$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = \int_0^L M \cdot \psi(x) \cdot \ddot{Y}(t) + M \psi'(L) \cdot \ddot{Y}(t) + k_s \times \psi'(L) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^L M \times (1 - \cos \frac{R x}{2L}) \ddot{Y}(t) dx + M \ddot{Y}(t) + k_s Y(t)$$

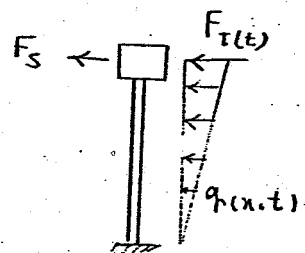
$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = M \ddot{Y}(t) \int_0^L (1 - \cos \frac{R x}{2L}) dx + M \ddot{Y}(t) + k_s Y(t)$$

$0.363L$

$$\Rightarrow Q_B(x=0,t) = 0.363 M L \ddot{Y}(t) + M \ddot{Y}(t) + k_s Y(t) \quad Y(t) = \frac{\bar{E}}{M^* \omega_D} \cdot V(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(x=0, t=0.25) = 0.363 \times 15 \times 10^3 \times 100 \times \frac{32.2}{2} + 12 \times 10^6 \times \frac{32.2}{2} + 9 \times 10^4 \times \frac{917741.15 \times 0.076}{712720.81 \times 0.237}$$

$$\Rightarrow Q_B(0.25) = 2.0198 \times 10^8$$



$$\begin{cases} v(t) = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) & 0 \leq t \leq 0.2 \text{ s} \\ v(t) = 0.0763 \omega \sin \omega(t-0.2) + 3.225 \sin \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5t}{\omega} - \frac{\cos \omega(t-0.2)}{2\omega} + \frac{1}{\omega} + \frac{5 \sin \omega(t-0.2)}{2\omega^2} \right) & 0.2 \leq t \leq 0.4 \\ v(t) = 0.28 \omega \sin \omega(t-0.4) + 4.823 \sin \omega(t-0.4) & t \geq 0.4 \text{ s} \end{cases}$$

$$v(t)_1 = \frac{g}{2} \sin \omega t = 0 \quad \omega t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k\pi}{\omega} \xrightarrow{13.265} v(t)_1 = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{\cos \omega t}{\omega} \right) = \frac{g}{\omega} = 135.86'$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(t)_2 &= -0.0763 \omega \sin \omega(t-0.2) + 3.22 \omega \cos \omega(t-0.2) + g \left(-\frac{2.5}{\omega} + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \sin \omega(t-0.2)}{2\omega} \right) = 0 \\ \Rightarrow \dot{v}(t)_2 &= -0.0181 \sin \omega(t-0.2) + 0.763 \omega \cos \omega(t-0.2) + g \left(-10.55 + \frac{\sin \omega(t-0.2)}{2} + \frac{5 \omega \sin \omega(t-0.2)}{2\omega} \right) = 0 \\ \Rightarrow \dot{v}(t)_2 &= 16.0819 \sin \omega(t-0.2) + 340.426 \omega \cos \omega(t-0.2) - 339.662 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t = 0.72 \text{ s} > 0.4 \text{ s}$$

$$\dot{v}(t)_3 = -0.28 \omega \sin \omega(t-0.4) + 4.823 \omega \cos \omega(t-0.4) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{v}(t)_3 = 0.06636 \sin \omega(t-0.4) + 1.743 \omega \cos \omega(t-0.4) = 0$$

$$\Rightarrow t = 6.58 \text{ s} \sim v_{\max} = 4.83'$$

$$v(t)_2 = -67.256 \omega \sin \omega(t-0.2) + 1436.394 \sin \omega(t-0.2) + 135.86 - 339.865t$$

$$Q(x, t) = \int_0^L q(x, t) dx + F_T(L, t) + F_S(L, t)$$

$$q(x, t) = M(x) \psi(x) \cdot \frac{\bar{k} \omega}{m^*} v(t) = M(x) \cdot \psi(x) \cdot \frac{\int_0^L M(x) \psi(x) dx \cdot \omega}{m^* \omega} v(t)$$

$$F_T(L, t) = M \cdot \omega^2 \cdot \phi(L) \cdot Y(t) = M \omega^2 \cdot \phi(L) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega} v(t) = M \omega \cdot \phi(L) \cdot \frac{M}{m^*} v(t)$$

$$F_S(L, t) = k_S \cdot \phi(L) \cdot Y(t) = k_S \cdot \phi(L) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega} v(t)$$

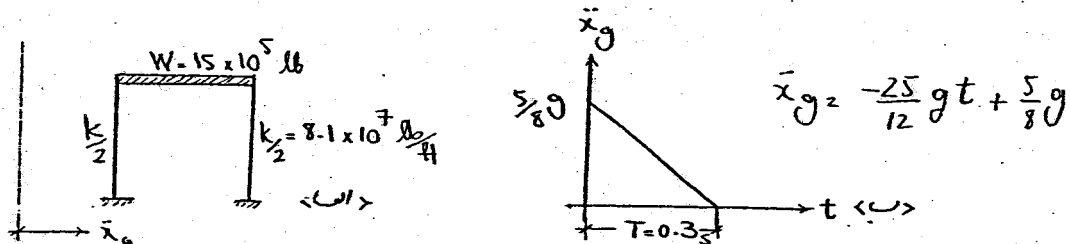
$$\Rightarrow Q_B(x=0, t) = \left[\int_0^L M(x) \psi(x) dx + M \right] \frac{\ddot{Y}(t)}{\omega^2 Y(t)} + k_S \cdot \phi(L) \cdot Y(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, t) = \left[\left(\int_0^L M(x) \psi(x) dx + M \right) \omega^2 + k_S \right] Y(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, t) = \left[(0.363) (L + \frac{W}{g}) \omega^2 + k_S \right] \times \frac{\bar{k}}{M^* \omega_0} \cdot v(t)$$

$$\Rightarrow Q_B(0, 6.58) = \left[917741.15 \times 0.237^2 + 4 \times 10^4 \right] \times \frac{917741.15}{712720.81 \times 0.237} \times 4.83' = 2.4 \times 10^6 \text{ lb}$$

فان یک طبقه شکل زیر تحت اثر زلزله ای با دایگرام شتاب شکل قرار گرفته است مطلوب است تعیین معادله حرکت، پاسخ تغییر مکان، پاسخ پخش یا به رسم چنین معادله ماکزیمم حرکت از آنها.



$$x(t) = \int_0^t \frac{P_{eff}(\tau)}{m\omega_n} e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t-\tau) d\tau \quad \zeta = 0$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t P_{eff}(\tau) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$P_{eff}(\tau) = -m\ddot{x}_g = -mg \left(-\frac{25}{12}\tau + \frac{5}{8} \right) \quad 0 \leq \tau \leq 0.3 \text{ s}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{g\omega_n} \int_0^{0.3} -g \left(-\frac{25}{12}\tau + \frac{5}{8} \right) \sin \omega_n(0.3-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n} \int_0^t \left(-\frac{25}{12}\tau + \frac{5}{8} \right) \sin \omega_n(t-\tau) d\tau$$

$$\rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n^2} \left(-\frac{25}{12}\tau \cos \omega(t-\tau) + \frac{5}{8} \cos \omega(t-\tau) - \frac{25}{12\omega} \sin \omega(t-\tau) \right) \Big|_0^t$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega_n^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos \omega t) - \frac{25}{12} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \right) \quad 0 \leq t \leq 0.3 \text{ s}$$

مقدار نوشتن شتاب لرزه ای آزاد خواصم داشت

$$x(t) = x(T) \cos \omega_n(t-T) + \frac{\dot{x}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n(t-T) \quad t \geq 0.3 \text{ s}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_n^2 x = -m\ddot{x}_g(t) & 0 \leq t \leq 0.3 \text{ s} \\ \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 & 0.3 \leq t \end{cases} \quad \text{معادله حرکت}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.1 \times 10^7 \times 32 - 2}{15 \times 10^5}} = 58.97 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-g}{\omega^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos \omega t) - \frac{25}{12} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) \right) \quad \text{نفسی تغییرات max، صاف ایل}$$

$$\rightarrow \dot{x}(t) = \frac{-g}{\omega^2} \left(-\frac{25}{12} + \frac{5}{8} \omega \sin \omega t + \frac{25}{12} \cos \omega t \right) = 0 \quad \rightarrow t = 0, 0.6s > 0.3$$

$\rightarrow$

$$x(t) = X(T) \cos \omega_n (t - T) + \frac{\dot{X}(T)}{\omega_n} \sin \omega_n (t - T)$$

$$X(0.3) = \frac{-g}{\omega^2} \left(\frac{5}{8} (1 - \cos(0.3 \times 58.97)) - \frac{25}{12} \left(0.3 - \frac{\sin(0.3 \times 58.97)}{58.97} \right) \right) = 2.618 \times 10^{-3}$$

$$\dot{X}(T=0.3) = \frac{-g}{\omega^2} \left(-\frac{25}{12} + \frac{5}{8} \times 58.97 \times \sin(0.3 \times 58.97) + \frac{25}{12} \cos(0.3 \times 58.97) \right) = 0.324$$

$$\Rightarrow x(t) = 2.618 \times 10^{-3} \cos \omega(t - \frac{0.3}{\omega}) + \frac{0.324}{58.97} \sin \omega(t - \frac{0.3}{\omega}) \quad t \geq 0.3s$$

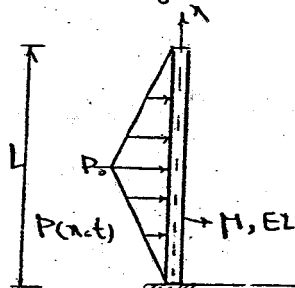
$$\rightarrow \dot{x}(t) = -2.618 \times 10^{-3} \omega \sin \omega(t - 0.3) + \frac{0.324 \omega}{58.97} \cos \omega(t - 0.3) = 0 \quad \rightarrow t = 0.319s$$

$$\rightarrow x(0.319) = 6.0861 \times 10^{-3} \text{ ft}$$

$$Q_{max} = k \cdot x_{max} = 2 \times 8.1 \times 10^7 \times 6.0861 \times 10^{-3} = 1111,482 \text{ lb} = 1.11 \times 10^6 \text{ lb}$$

در صورتیکه سازه تیرین تحت اثر حرکت زمین قرار گیرد مطلوبست تعیین معادله حرکت برای دو حالت

الف) موجود بودن بارگذاری جانبی با اضافه بارگذاری جانبی برای سه تابع مدتی شطرنجی.



$$M^* \ddot{Y} + k^* Y = P_{eff}^*(t)$$

$$M^* = \int_0^L M(x) \psi(x)^2 dx \quad \text{ب}$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^2 dx$$

$$P_{eff}^* = -\ddot{x}_g(t) \bar{k}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M x \left(1 - \cos \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = 0.1227 ML$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{Rx}{L} \quad 1$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{L^2} \cos \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = EI x \frac{R^2}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M x \left(1 - \cos \frac{Rx}{L} \right) dx = M \left(-\frac{L}{R} \sin \frac{Rx}{L} + x \right) \Big|_0^L = 0.1772 ML$$

$$\Rightarrow 0.1227 ML \ddot{Y} + \frac{R^2 EI}{L^2} Y = -0.1772 ML \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* = \int_0^L M \left(\frac{x^2}{L^2} \right)^2 dx = \frac{1}{20} ML$$

$$\psi(x) = \frac{x^2}{L^2} \quad 2$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{2x}{L^2} \right)^2 dx = \frac{fEI}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M x \frac{x^2}{L^2} dx = \frac{M}{L^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^L = \frac{1}{3} ML$$

$$\Rightarrow 0.1 ML \ddot{Y} + \frac{fEI}{L^2} Y = -\frac{1}{3} ML \ddot{x}_g(t)$$

$$M^* = \int_0^L M \left(\sin \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = 0.2 ML$$

$$\psi(x) = \sin \frac{Rx}{L} \quad 3$$

$$k^* = \int_0^L EI \left(\frac{-R^2}{L^2} \sin \frac{Rx}{L} \right)^2 dx = \frac{R^2 EI}{L^2}$$

$$\bar{k} = \int_0^L M \sin \frac{Rx}{L} dx = M x \frac{-L}{R} \cos \frac{Rx}{L} \Big|_0^L = M x \frac{L}{R}$$

$$\Rightarrow 0.2 ML \ddot{Y} + \frac{R^2 EI}{L^2} Y = -\frac{L}{R} ML \ddot{x}_g(t)$$

$$\delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \delta V(x,t) dx \quad \text{عملیاتی، انرژی، بار}$$

(الف)

$$\delta W_{E_T} = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^T Y(t) \cdot \delta Y(t) dx + Y \cdot \delta Y \int_0^L M(x) \psi(x) dx + \delta Y \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$\Rightarrow \delta W_E = \int_0^L P(x,t) \cdot \psi(x) \delta Y(t) dx$$

$$\delta W_E = \delta W_{E_T}$$

$$\Rightarrow Y \int_0^L M(x) \psi(x) dx + Y \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \psi}{dx^2} \right)^T dx = \int_0^L P(x,t) \psi(x) dx - \ddot{x}_g(t) \int_0^L M(x) \psi(x) dx$$

$$1/ \psi(x) = 1 - \omega \frac{Rx}{rL}$$

$$\Rightarrow M^* = \int_0^L M \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right)^T dx = 0,177 ML$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{R^T}{rL^T} \omega \frac{Rx}{rL} \right)^T dx = \frac{R^T EI}{r^2 L^T}$$

$$\int_0^{L/r} \frac{rP_0}{L} x \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{rP_0}{L} x + rP_0 \right) \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx = 0,177 P_0 L$$

$$\int_0^L M x \left(1 - \omega \frac{Rx}{rL} \right) dx = 0,177 r ML$$

$$\Rightarrow 0,177 r ML \ddot{Y} + \frac{R^T EI}{r^2 L^T} Y = 0,177 P_0 L - 0,177 r ML \ddot{x}_g(t)$$

$$1/ \psi(x) = \frac{x^T}{L^T}$$

$$M^* = \int_0^L M x \left(\frac{x^T}{L^T} \right)^T dx = 0,1 ML$$

$$K^* = \int_0^L EI \left(\frac{r}{L^T} \right)^T dx = \frac{r EI}{L^T}$$

$$\int_0^{L/r} \frac{rP_0}{L} x \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx + \int_{L/r}^L \left(-\frac{rP_0}{L} x + rP_0 \right) \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx = 0,177 P_0 L$$

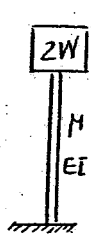
$$\int_0^L M \left(\frac{x^T}{L^T} \right) dx = \frac{1}{r} ML$$

$$\Rightarrow 0,1 r ML \ddot{Y} + \frac{r EI}{L^T} Y = 0,177 P_0 L - \frac{1}{r} ML \ddot{x}_g(t)$$

سری (۷)

برگشتی ۸۱۲۴۰۳۰

سازه شکل زیر فرض است در صورتی بتوان برای طراحی این سازه در مقابل زلزله از شکل A استفاده کرد و برای سازه ۱/۵ دیر بود آن را در نظر گرفته شود. مطلوب است تعیین ماکزیم تغییر مکان در بیش در بیش در داده طول برای ماکزیم شتاب زمین ۰.۳۵g در نظر گرفته شود.



$$ML = \frac{W}{g}$$

$$\xi = 5/1$$

$$T = 1s$$

$$\rightarrow S_a = 0.17g, S_d = 1.7m, S_v = 105 \text{ in/s} \quad a = 0.2g$$

$$0.35g \rightarrow \frac{0.35}{0.2} \rightarrow S_a = 0.2975g, S_d = 2.975m, S_v = 183.75 \text{ in/s}$$

$$V(x,t) = \frac{\psi(x) \bar{k}}{m^* \omega_D} V(t) \rightarrow V_{max}(x) = \psi(x) \cdot \frac{\bar{k}}{m^* \omega_D} S_d = \psi(x) \cdot \frac{\bar{k}}{m^*} S_d$$

$$\bar{k} = \int_0^L M(x) \psi(x) dx + m = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) dx + \frac{2W}{g} = 0.363 ML + \frac{2W}{g}$$

$$M^* = \int_0^L M(x) (\psi(x))^2 dx + \sum m_i \psi_i^2 = \int_0^L M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right)^2 dx + \frac{2W}{g} \times 1 = 0.2267 ML + \frac{2W}{g}$$

$$k^* = \int_0^L EI (\psi''(x))^2 dx = \int_0^L EI \left(\frac{R^2}{4L^2} \cos \frac{Rx}{2L}\right)^2 dx = \frac{R^4 EI}{32L^3}$$

$$\rightarrow V_{max}(x) = \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \times \frac{0.363 ML + \frac{2W}{g}}{0.2267 ML + \frac{2W}{g}} \times 2.975 = \frac{0.363 \times \frac{W}{g} + \frac{2W}{g}}{0.2267 \frac{W}{g} + \frac{2W}{g}} \times 2.975$$

$$\Rightarrow V_{max} = 3.157^*$$

$$q_{max}(x) = M(x) \psi(x) \frac{\bar{k}}{m^*} S_d = M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \times \frac{\bar{k}}{M^*} \cdot 0.2975g$$

$$q_{max}(x) = M \left(1 - \cos \frac{Rx}{2L}\right) \cdot \frac{0.363 ML + \frac{2W}{g}}{0.2267 ML + \frac{2W}{g}} \cdot 0.2975g = 0.316 M/g$$

$$Q_{max} = \frac{\bar{k}}{m^*} S_d = \frac{(2.363 W/g)^2}{2.2267 \frac{W}{g}} \times 0.2975g = 0.746W$$

$$Q_E(x,t) = \int_0^L q(x,t) dx + F_L(L,t) = \frac{\bar{k}}{m^*} \omega V(t) + M \cdot \frac{\bar{k}}{m^*} \omega V(t) \quad \checkmark$$

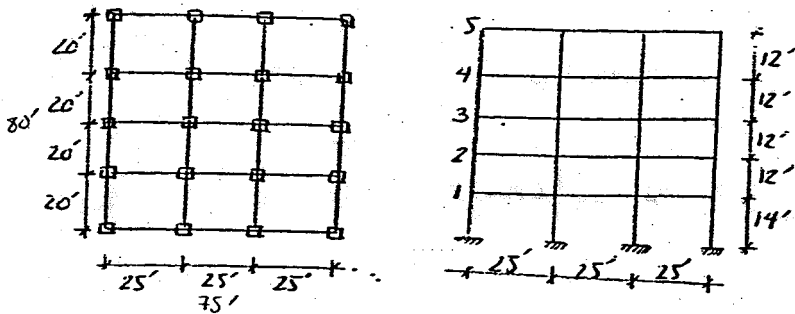
سری ۱

۸۱۲۴۰۳۰

برج شلیبا

ساختن دایره بی شکل زیر فرض است در صورتیکه بار مرده در تمام ۱۵۰ psl و در طبقات دیگر ۲۵۰ psl و بار زنده در تمام ۳۰ psl و در طبقات دیگر ۸۰ psl در نظر گرفته شود و ابعاد ستون ها 16×16 in^2 $E_c = 3.6 \times 10^6$ psi فرض شود طبق سبب تعیین فرم عامل، سطح معادل، برپایه اصلی سازه و معادله حرکت آن در مقابل زلزله

برای سه حالت تابع شکلی ۱۵ $\psi(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{2L}}$ ۱۶ $\psi(x) = \frac{x}{L}$ ۱۷ $\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$



$$k_i = \frac{12EI}{L^3}$$

$$k_{\text{story}} = 2 k_i = 20K_i$$

$$I = \frac{16^4}{12} = 5461.33 \text{ in}^4$$

$$k_{2,3,4,5} = 20 \times \frac{12 \times (3.6 \times 10^6) \times 5461.33}{(12 \times 12)^3} = 1580.25 \text{ kps/in}$$

$$k_1 = 20 \times \frac{12 \times 3.6 \times 10^6 \times 5461.33}{(12 \times 14)^3} = 995.14 \text{ kps/in}$$

$$P.M = 150 \times 3 \times 25 \times 4 \times 20 + 0.2 \times 30 \times 3 \times 25 \times 4 \times 20 = 936000 \text{ lb} = 936 \text{ kps}$$

$$L.M = 250 \times 75 \times 20 + 0.2 \times 80 \times 75 \times 80 = 1596000 \text{ lb} = 1596 \text{ kps}$$

تایر	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1		936	
4	1580.25	1596	0.959	0.046	1452.55	3.344
3	1580.25	1596	0.821	0.133	1075.77	27.953
2	1580.25	1596	0.612	0.209	597.77	69.03
1	1580.25	1596	0.397	0.265	192.17	110.97
0	995.14	1596	0.397	0.397		119.824
			0			
					4254.26	$k^* = 331.121$

$$L = 62'$$

$$\psi(x) = \frac{\sin \frac{\pi x}{2L}}{2L} \text{ ۱۵}$$

$$m^* = \frac{4254.26}{12 \times 32.2} = 11.01$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{331.121}{11.01}} = 5.48 \text{ rad/s} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.146 \text{ s}$$

عادل حرکت

$$11.01 \times 331.121 = 0$$

$$\psi(x) = \frac{x}{L} \quad (b)$$

i	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1	0.194	936	59.47
4	1580.25	1596	0.806	0.193	-1036.82	58.86
3	1580.25	1596	0.613	0.194	559.73	59.47
2	1580.25	1596	0.419	0.193	-280.2	58.86
1	995.14	1596	0.226	0.226	81.52	50.83
0					2894.27	$k^* = 287.49$

$$\Rightarrow m^* = \frac{2894.27}{12 \times 32.2} = 7.49$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{287.49}{7.49}} = 6.195 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.0145$$

$$\Rightarrow 7.49\ddot{Y} + 287.49Y = 0$$

$$\psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L} \quad (c)$$

i	k	M	ψ_i	$\Delta\psi_i$	$M\psi_i^2$	$k\Delta\psi_i^2$
5	1580.25	936	1	0.299	936	141.276
4	1580.25	1596	0.701	0.272	789.276	116.913
3	1580.25	1596	0.429	0.22	293.729	76.489
2	1580.25	1596	0.209	0.147	69.715	39.148
1	995.14	1596	0.062	0.062	6.135	3.826
0					2089.86	$k^* = 372.646$

$$\Rightarrow m^* = \frac{2089.86}{12 \times 32.2} = 5.409$$

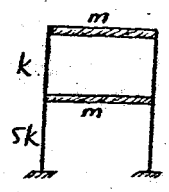
$$\omega = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = \sqrt{\frac{372.646}{5.409}} = 8.3 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.7575$$

$$\Rightarrow 5.409\ddot{Y} + 372.646Y = 0$$

مریم شلیبا ۸۱۲۴۰۳۰

سری ۹

سازه‌های در صلبه شکل زیر عضو شده طبق سیستم تعیین فرکانس ها و مدل‌های متعلق بر آنها را تعیین فرکانس ها و مدلهای مربوطه با حالت مثال حل شده در کلاس.



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad (I)$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (II)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{vmatrix} = (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_r)(-m_2 \omega^2 + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$m_1 = m_2 = m \quad k_1 = 5k \quad k_r = k$$

$$\Rightarrow (-m \omega^2 + 7k)(-m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow m^2 \omega^4 - k m \omega^2 - 7 m k \omega^2 + 7 k^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 \omega^4 - 7 k m \omega^2 + 6 k^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = \left(\frac{7 + \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_1 = \left(\frac{7 - \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

برای ارتداد $\omega = \omega_2$ در رابطه (II) ضرایب را دست

$$\begin{cases} (-m \times \frac{7 + \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 7k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \times \frac{7 + \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-\frac{7 + \sqrt{49}}{2} + 7) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-\frac{7 + \sqrt{49}}{2} + 1) k x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -0.193 < -0.62$$

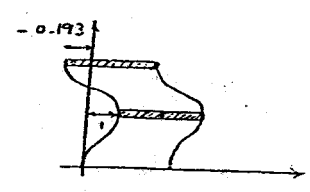
برای ارتداد $\omega = \omega_1$ در رابطه II ضرایب را دست

$$\begin{cases} (-m \times \frac{7 - \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 7k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \times \frac{7 - \sqrt{49}}{2} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (7 - \frac{7 - \sqrt{49}}{2}) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{7 - \sqrt{49}}{2}) k x_2 = 0 \end{cases}$$

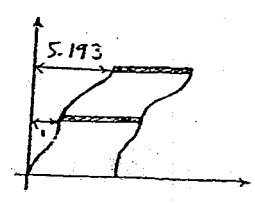
$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 5.193 > 1.62$$

$$\omega_2 = 2.488 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{x}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.193 \end{Bmatrix}$$

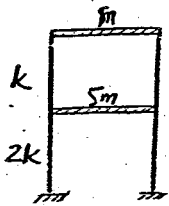


حالت دوم ارتعاش

$$\omega_1 = 0.9 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{x}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 5.193 \end{Bmatrix}$$



حالت اول ارتعاش



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad (I)$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (II)$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{vmatrix} = 0, \quad m_1 = 2m \quad k_1 = 2k \\ m_2 = m \quad k_r = k$$

$$\Rightarrow (-m_1 \omega^2 + k_1 + k_r)(-m_2 \omega^2 + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$\Rightarrow (-2m \omega^2 + 2k)(-m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow 2m^2 \omega^4 - 2mk \omega^2 - 2mk \omega^2 + 2k^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 \omega^4 - 4mk \omega^2 + k^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{f \pm \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{f - \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{f + \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (-2m \cdot \frac{f - \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \cdot \frac{f - \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{نسبت در رابطه II مواضع راست:}$$

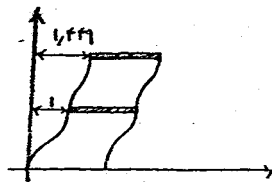
$$\rightarrow \begin{cases} (\sqrt{1} - f + 2) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{f - \sqrt{1}}{2}) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.449 < 1.72$$

$$\begin{cases} (-2m \cdot \frac{f + \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-m \cdot \frac{f + \sqrt{1}}{2} \cdot \frac{k}{m} + k) x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{نسبت در رابطه II مواضع راست:}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (-f - \sqrt{1} + 2) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{f + \sqrt{1}}{2}) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -2.449$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.707 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

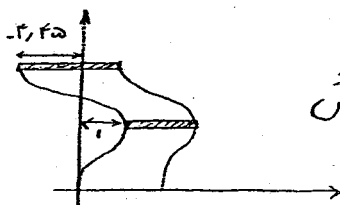
$$\bar{X}^I = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.449 \end{Bmatrix}$$



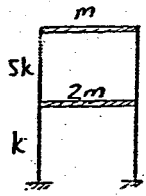
شکل اولین مد ارتعاش

$$\omega_2 = 1.118 \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\bar{X}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.449 \end{Bmatrix}$$



شکل دومین مد ارتعاش



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

$$x(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^r + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{I}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r \omega^r + k_r \end{vmatrix} = (-m_1 \omega^r + k_1 + k_r)(-m_r \omega^r + k_r) - k_r^2 = 0$$

$$m_1 = 2m, \quad k_1 = k$$

$$m_r = m, \quad k_r = 2k \Rightarrow (-2m \omega^r + 2k)(-m \omega^r + 2k) - 4k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^r \omega^r - 4m k \omega^r - 2m k \omega^r + 4k^2 - 4k^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2m^r \omega^r - 6m k \omega^r + 4k^2 = 0 \Rightarrow \omega^r = \frac{1 \pm \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{1 - \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{1 + \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-2m \times \frac{1 - \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k)x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (-m \times \frac{1 + \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k)x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{با قرار دادن } \omega = \omega_1 \text{ در رابطه II ضرایب را ست:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - 1 + \sqrt{2}f)k x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (2 - \frac{1 + \sqrt{2}f}{2})k x_2 = 0 \end{cases}$$

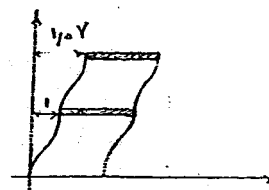
$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.07 < 1.71$$

$$\begin{cases} (-2m \times \frac{1 + \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k)x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (-m \times \frac{1 - \sqrt{2}f}{2} \cdot \frac{k}{m} + 2k)x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{با قرار دادن } \omega = \omega_2 \text{ در رابطه II ضرایب را ست:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - 1 - \sqrt{2}f)k x_1 - 2k x_2 = 0 \\ -2k x_1 + (2 - \frac{1 - \sqrt{2}f}{2})k x_2 = 0 \end{cases}$$

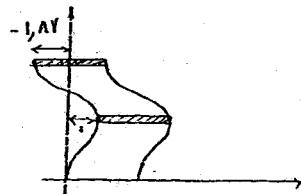
$$\Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -1.87 > -0.71$$

$$\omega_1 = 0, \quad 0.71 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.07 \end{Bmatrix}$$

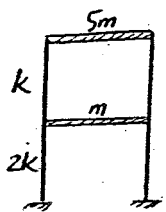


شکل مدول ارتعاش

$$\omega_2 = 1.87 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.87 \end{Bmatrix}$$



شکل مدول ارتعاش



$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\}$$

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$m_1 = m, m_2 = \omega m$$

$$k_1 = 2k, k_r = k$$

$$\Rightarrow (-m \omega^2 + 2k)(-\omega m \omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow \omega^4 m^2 - 17mk \omega^2 + 2k^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{17 \pm \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{17 - \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \\ \omega_2 = \left(\frac{17 + \sqrt{17}}{10} \cdot \frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_1$$

$$\begin{cases} (-m \omega_1^2 + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-\omega m \omega_1^2 + k) x_2 = 0 \end{cases}$$

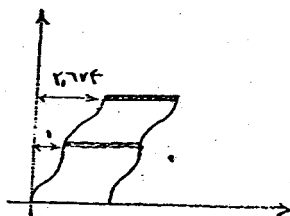
$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - \frac{17 - \sqrt{17}}{10}) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{\omega}{10} (17 - \sqrt{17})) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 1.77 > 1.77$$

$$\omega = \omega_2$$

$$\begin{cases} (-m \omega_2^2 + 2k) x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (-\omega m \omega_2^2 + k) x_2 = 0 \end{cases}$$

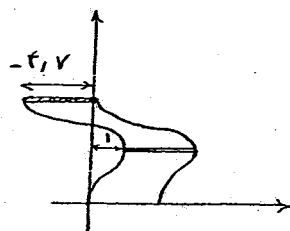
$$\Rightarrow \begin{cases} (2 - \frac{17 + \sqrt{17}}{10}) k x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + (1 - \frac{\omega}{10} (17 + \sqrt{17})) k x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = -1.77 < -1.77$$

$$\Rightarrow \omega_{1,2} = \omega \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \underline{X}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.77 \end{Bmatrix}$$



مادل اول

$$\omega_2 = 1.77 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \underline{X}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.77 \end{Bmatrix}$$



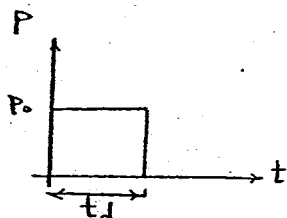
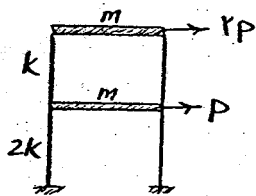
مادل دوم

سری (۱۵)

۸۱۲۴۰۳۰

معم شلیب

تکین ساقمان دو طبقه شکل زیر فرض است اگر این ساختمان تحت تاثیر زلزله‌ها می‌دارد قرار گیرد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در هر یک از مداهم چنین تغییر مکان در صورتیکه t_d برابر با برود حداقل ارتعاش باشد.



$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1^r M_1 & 0 \\ 0 & \omega_2^r M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix}$$

$$M_1 = \sum_1^T m \bar{X}_1$$

$$M_2 = \sum_2^T m \bar{X}_2$$

$$[m] \{\ddot{x}\} + [k] \{x\} = 0$$

تکین فرکانس مای سیستم:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1 \omega^r + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_2 \omega^r + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -m\omega^r + k & -k \\ -k & -m\omega^r + k \end{vmatrix} = (-m\omega^r + k)(-m\omega^r + k) - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 \omega^4 - 2km\omega^2 + k^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = (1 \pm \sqrt{1}) \frac{k}{m}$$

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m}} \\ \omega_2 = \sqrt{(1 + \sqrt{1}) \frac{k}{m}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} [-m(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m} + k] x_1 - k x_2 = 0 \\ -k x_1 + [-m(1 - \sqrt{1}) \frac{k}{m} + k] x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = r/f$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.777 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ r/f \end{Bmatrix}, \quad T_1 = 0.2 \sqrt{\frac{m}{k}} = t_d$$

$$\omega_2 = 1.178 \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{X}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -r/f \end{Bmatrix}$$

$$\ddot{Y}_k(t) + \omega_k^r Y_k = \frac{1}{M_k} f_k(t), \quad Y_k(t) = \frac{1}{M_k \omega_k} \int_0^t f_k(\tau) \sin \omega_k(t - \tau) d\tau$$

$$\{x(t)\} = \sum_{k=1}^N \bar{X}_k Y_k(t) \stackrel{N=2}{=} [\bar{X}_1 \quad \bar{X}_2] \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \end{Bmatrix} = \bar{X}_1 Y_1(t) + \bar{X}_2 Y_2(t)$$

$$f_k(t) = \bar{X}_k^T F(t), \quad F(t) = \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow f_1(t) = \begin{Bmatrix} 1 & r/f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix} = P + r^2 P = \omega_1 P$$

$$f_2(t) = \begin{Bmatrix} 1 & -r/f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ rP \end{Bmatrix} = P - r^2 P = 0.1 P$$

ماتریس $M_1 = \bar{X}_1^T \bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ r/f & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r/f \end{bmatrix} = 1,17m$

ماتریس $M_r = \bar{X}_r^T \bar{X}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -r/f & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -r/f \end{bmatrix} = 1,17m$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{1}{M_1 \omega_1} \int_0^{t_d} f_1(\tau) \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1,17m \times 0,177 \sqrt{\frac{k}{m}}} \int_0^{t_d} \omega_1 \Lambda P \sin \omega_1(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \sqrt{k m}} \int_0^{t_d} \sin \omega_1(t-\tau) d\tau = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \sqrt{k m}} \times \frac{1}{\omega_1} (1 - \cos \omega_1 t_d) \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\omega_1 \Lambda P}{\omega_1 \sqrt{k m} \times 0,177 \sqrt{\frac{k}{m}}} (1 - \cos \omega_1 t_d) = 1,17 \frac{P}{K} (1 - \cos \pi) = 1,17 \frac{P}{K} \times 0$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = 0 \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$Y_r(t) = \frac{1}{M_r \omega_r} \int_0^{t_d} f_r(\tau) \sin \omega_r(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1,17m \times 1,17 \Lambda \sqrt{\frac{k}{m}}} \int_0^{t_d} 0,1 P \sin \omega_r(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow Y_r(t) = \frac{0,1 P}{1,17m \times \omega_r} \int_0^{t_d} \sin \omega_r(t-\tau) d\tau = \frac{0,1 P}{1,17m \omega_r} \times \frac{1}{\omega_r} (1 - \cos \omega_r t_d) \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow Y_r(t) = \frac{0,1 P}{1,17m \times r/f \times \frac{k}{m}} (1 - \cos (1,17 \Lambda \sqrt{\frac{k}{m}} \times 1,17 \sqrt{\frac{m}{k}})) =$$

$$\Rightarrow Y_r(t) = 0,0207 \frac{P}{K} (1,17 \Lambda) = 0,0241 \frac{P}{K} \quad \cdot \leq t \leq t_d$$

$$\{x(t)\} = [\bar{X}_1 \quad \bar{X}_r] \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_r(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ r/f & -r/f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,0241 \frac{P}{K} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0241 \frac{P}{K} \\ -0,0241 \frac{P}{K} \end{Bmatrix} \quad r, f, m$$

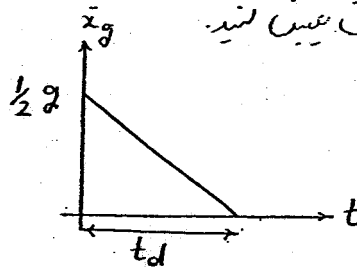
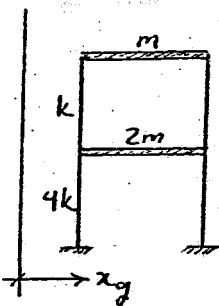
$$\{x(t)\} = [\bar{X}_1] \{Y_1(t)\} = \begin{bmatrix} 1 \\ r/f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

سری ۱۰

۸۱۲۴۰۳۰

مریم سلیم

ساختار دو طبقه شکل زیر تحت اثر شتاب زمین مطابق با یک گرام نشان داده شده می باشد در صورتی که t_d مساوی با دوره برابر بر بود حداقل سازه باشد مطلوب ترین تغییر مکان ها در هر یک از زنده ها و تغییر مکان -
 طیف های الاستیک در هر یک از زنده ها، نیروی الاستیک هر یک و مقدار بیش پایه در هر یک از زنده ها در بیش پایه طی
 ضربه در مد مشارکت حداقل را در هر یک از محاسبات تعیین کنید.



$$\ddot{x}_g(t) = -\frac{g}{2t_d}t + \frac{g}{2} = \frac{g}{t_d} \left(-\frac{1}{2}t + 1 \right)$$

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = 0 \quad , \quad \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_r \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1\omega^2 + k_1 + k_r & -k_r \\ -k_r & -m_r\omega^2 + k_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -m_1\omega^2 + \omega k & -k \\ -k & -m_r\omega^2 + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow (-m_1\omega^2 + \omega k)(-m_r\omega^2 + k) - k^2 = 0 \Rightarrow m_1\omega^4 - m_1k\omega^2 - \omega m_rk\omega^2 + \omega k^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1\omega^4 - m_1k\omega^2 + k^2 = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2} \right)^{1/2} \\ \omega_r = \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2} \right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} (-m_1\omega_1^2 + \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2}k)x_1 - kx_r = 0 \\ -kx_1 + (-m_r\omega_1^2 + \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2}k)x_r = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_r}{x_1} = \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2} = 1.77$$

$$\omega = \omega_r \Rightarrow \begin{cases} (-m_1\omega_r^2 + \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2}k)x_1 - kx_r = 0 \\ -kx_1 + (-m_r\omega_r^2 + \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2}k)x_r = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_r}{x_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4k}{m_1}}}{2} = -0.77$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 0.148 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \bar{X}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.77 \end{Bmatrix} \quad , \quad T_1 = 1/0.148 \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{t_d}{r}$$

$$\omega_r = 1.77 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad , \quad \bar{X}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.77 \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[M][\tau] \ddot{x}_g$$

$$\Rightarrow \ddot{Y}_k + \omega_k^2 Y_k = \frac{1}{M_k} \ddot{t}_k(t)$$

$$M_k = \bar{X}_k^T M \bar{X}_k$$

$$\ddot{t}_k(t) = \bar{k}_k \ddot{x}_g(t)$$

$$\bar{k}_k = -\bar{X}_k^T [m][\tau] \quad \text{ضرب مسألت زیر}$$

$$Y_k(t) = \frac{\bar{k}_k}{M_k \omega_k} V_k(t)$$

$$V_k(t) = \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\zeta \omega_k(t-\tau)} \sin \omega_k(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_1(t) = \int_0^{t_d} \left(\frac{-g}{r t_d} \tau + \frac{g}{r} \right) \sin \omega_1(t_d - \tau) d\tau = \frac{g}{r} \int_0^{t_d} \left(-\frac{1}{t_d} \tau + 1 \right) \sin \omega_1(t_d - \tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_1(t) = \frac{g}{r} \left(\frac{\sin(t_d \omega_1)}{t_d \omega_1} - \frac{\cos(t_d \omega_1)}{\omega_1} \right) = -\frac{g}{r \omega_1} = -0.179 g \sqrt{\frac{m}{k}} \quad 0 \leq t \leq t_d$$

$$\Rightarrow V_r(t) = \int_0^{t_d} \left(\frac{-g}{r t_d} \tau + \frac{g}{r} \right) \sin \omega_r(t_d - \tau) d\tau = \frac{g}{r} \int_0^{t_d} \left(-\frac{1}{t_d} \tau + 1 \right) \sin \omega_r(t_d - \tau) d\tau$$

$$\Rightarrow V_r(t) = \frac{g}{r} \left(\frac{\sin(t_d \omega_r)}{t_d \omega_r} - \frac{\cos(t_d \omega_r)}{\omega_r} \right) = -0.182 g \sqrt{\frac{m}{k}} \quad 0 \leq t \leq t_d$$

$$\bar{k}_1 = -\bar{X}_1^T [m][\tau] = -\langle 1 \quad r_1 \omega_1 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -\langle r_m \quad r_1 \omega_1 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = -\omega_1 \omega_1 r_m$$

$$\bar{k}_r = -\bar{X}_r^T [m][\tau] = -\langle 1 \quad -0.179 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = -\langle r_m \quad -0.179 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_r = -1.179 r_m$$

$$M_1 = \langle 1 \quad r_1 \omega_1 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \omega_1 r \end{bmatrix} = \langle r_m \quad r_1 \omega_1 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ r_1 \omega_1 r \end{bmatrix} = 1.179 m$$

$$M_r = \langle 1 \quad -0.179 r \rangle \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.179 r \end{bmatrix} = \langle r_m \quad -0.179 r_m \rangle \begin{bmatrix} 1 \\ -0.179 r \end{bmatrix} = 1.179 m$$

$$\Rightarrow Y_1(t) = \frac{\bar{k}_1}{M_1 \omega_1} V_1(t) = \frac{-\omega_1 \omega_1 r_m}{1.179 m \times 0.179 \sqrt{\frac{m}{k}}} \times -0.179 g \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.179 g \frac{m}{k}$$

$$Y_r(t) = \frac{\bar{k}_r}{M_r \omega_r} V_r(t) = \frac{-1.179 r_m}{1.179 m \times 1.179 \sqrt{\frac{m}{k}}} \times -0.182 g \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.182 g \frac{m}{k}$$

$$\{x(t)\}_k = \bar{X}_k \cdot Y_k(t)$$

$$\Rightarrow \{x(t)\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r \end{Bmatrix} \times (0.1779 \frac{m}{k}) = \begin{Bmatrix} 0.1779 \frac{m}{k} \\ 0.1937 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\{x(t)\}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r \end{Bmatrix} \times (0.1029 \frac{m}{k}) = \begin{Bmatrix} 0.1029 \frac{m}{k} \\ -0.01029 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{x(t)\}_{\text{کل}} = \bar{X}_1 Y_1(t) + \bar{X}_r Y_r(t) = \begin{Bmatrix} 0.1779 \frac{m}{k} \\ 0.1937 \frac{m}{k} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.1029 \frac{m}{k} \\ -0.01029 \frac{m}{k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2808 \frac{m}{k} \\ 0.1834 \frac{m}{k} \end{Bmatrix}$$

$$\{f_s(t)\}_k = [M] \{X_k\} \cdot \frac{k_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot V_k(t)$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_1 = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r \end{Bmatrix} \cdot \frac{-0.1 \omega r m}{14.79 m} \cdot 0.1848 \sqrt{\frac{k}{m}} \times -0.1029 \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_1 = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ r_1 \omega r \end{Bmatrix} \cdot \frac{0.1848}{14.79} = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.1252 \\ 0.1252 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1252 m g \\ 0.1252 m g \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_r = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r \end{Bmatrix} \cdot \frac{-0.1848 m}{14.79} \cdot 0.1779 \sqrt{\frac{k}{m}} \times -0.1029 \sqrt{\frac{m}{k}} =$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_r = \begin{bmatrix} r_m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.1 \omega r \end{Bmatrix} \times 0.1252 = \begin{Bmatrix} 0.1252 m g \\ -0.1252 m g \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s(t)\}_{\text{کل}} = \begin{Bmatrix} 0.1252 m g \\ 0.1252 m g \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0.1252 m g \\ -0.1252 m g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2504 m g \\ 0 m g \end{Bmatrix}$$

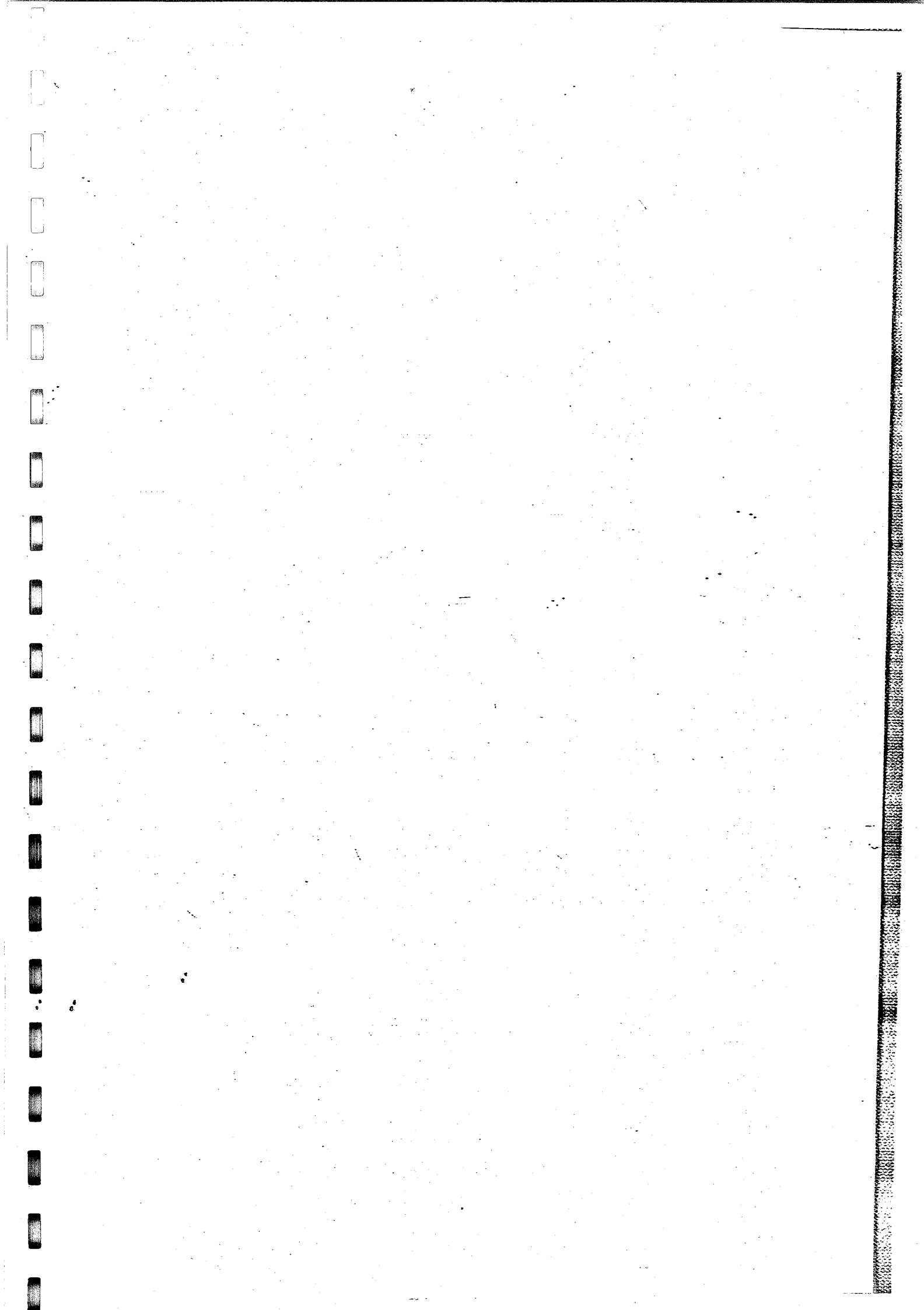
$$Q_1(t) = 0.1252 m g + 0.1252 m g = 0.2504 m g \quad \text{رشد یاب در سازه}$$

$$Q_r(t) = 0.1252 m g - 0.1252 m g = 0 m g \quad \text{رشد یاب در سازه}$$

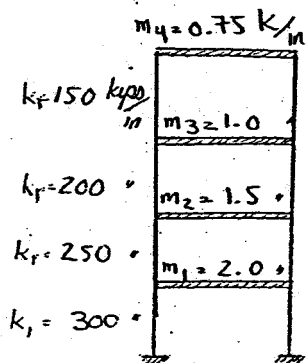
$$\Rightarrow \text{کل } Q(t) = 0.2504 m g + 0 m g = 0.2504 m g \quad \rightarrow \text{در سازه سازه} = 11.44 \%$$

$$M = \frac{k_k}{M_k} = \begin{Bmatrix} \frac{(-0.1 \omega r m)^2}{14.79 m} \\ \frac{(-0.1848 m)^2}{14.79} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.107 m \\ 0.189 m \end{Bmatrix} \rightarrow \text{در سازه} = 20.1\%$$

$\Sigma M = 1.999$



ماتریس ۴ طبقه شکل زیر مندرج است در صورتیکه بردار تغییر مکان طبقه در لحظه $t_1 = t_3$ مقدار نامعلوم خود را داشته باشد برای مداخله و این مقدار برای سایر مدتها بصورت بردار نشان داده شده در زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات دوم و پنجم بردار نیروی الاستیک و نیروی برش باشد.



$$m_4 = 0.75 \text{ k/m} \cdot \text{Sec}^2$$

$$S_d = \begin{Bmatrix} 0.8 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{Bmatrix}$$

$$\{ \lambda_k \}_{max} = \sum_k \frac{k_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

$$\begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_f & -k_f & 0 & 0 \\ -k_f & -m_2 \omega^2 + k_2 + k_f & -k_f & 0 \\ 0 & -k_f & -m_3 \omega^2 + k_3 + k_f & -k_f \\ 0 & 0 & -k_f & -m_4 \omega^2 + k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2\omega^2 + \omega_0 & -2\omega_0 & 0 & 0 \\ -2\omega_0 & -1/2\omega^2 + 2\omega_0 & -1.0 & 0 \\ 0 & -2.0 & -\omega^2 + 2\omega_0 & -1\omega_0 \\ 0 & 0 & -1\omega_0 & -0.75\omega^2 + 1\omega_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \omega_1^f \quad \omega_2 = 12.7 \quad \omega_3 = 17.14 \quad \omega_4 = 24.82 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \omega_1 \Rightarrow \begin{cases} (-2\omega_1^2 + k_1 + k_f) X_1 - k_f X_2 = 0 \\ -k_f X_1 + (-1/2\omega_1^2 + k_2 + k_f) X_2 - k_f X_3 = 0 \\ -k_f X_2 + (-\omega_1^2 + k_3 + k_f) X_3 - k_f X_4 = 0 \\ -k_f X_3 + (-0.75\omega_1^2 + k_4) X_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (-2 \times 0.75 + \omega_0) X_1 - 2\omega_0 X_2 = 0 \Rightarrow \frac{X_2}{X_1} = 1.977 \\ -2\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 0.75 + 2\omega_0) X_2 - 1.0 X_3 = 0 \Rightarrow \frac{X_3}{X_1} = 2.747 \\ -2.0 X_2 + (-0.75 + 2\omega_0) X_3 - 1\omega_0 X_4 = 0 \Rightarrow \frac{X_4}{X_1} = 3.201 \end{cases}$$

$$\omega_1 = \omega_1^f \text{ rad/s} \quad X_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.977 \\ 2.747 \\ 3.201 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_r = 17,7 \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 17,7^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_r = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = 0,91 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 17,7^2 + f\omega_0) X_r - r_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = -0,1 \\ -r_0 X_r + (-1 \times 17,7^2 + f\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_f}{X_1} = -1,29 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_r = 17,7 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,1 \\ -1,29 \end{Bmatrix}$$

$$\omega = \omega_r = 19,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 19,17^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_r = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = -0,171 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 19,17^2 + f\omega_0) X_r - r_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = -0,1117 \\ -r_0 X_r + (-19,17^2 + f\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_f}{X_1} = 1,07 \end{cases}$$

$$\omega = \omega_r = 22,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} (-r \times 22,17^2 + 2\omega_0) X_1 - r\omega_0 X_r = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = -2,27 \\ -r\omega_0 X_1 + (-1/2 \times 22,17^2 + f\omega_0) X_r - r_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_r}{X_1} = 7,771 \\ -r_0 X_r + (-22,17^2 + f\omega_0) X_f - 1\omega_0 X_f = 0 & \Rightarrow \frac{X_f}{X_1} = -1,171 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_r = 19,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,171 \\ -0,1117 \\ 1,07 \end{Bmatrix}$$

$$\omega_r = 22,17 \text{ rad/s} \Rightarrow \underline{X}_r = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,27 \\ 7,771 \\ -1,171 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{k}_k = -\underline{X}_k^T [m] [z]$$

$$m = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2\omega_0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = \langle 1 \quad 1,977 \quad 7,771 \quad 7,721 \rangle \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{k}_1 = \{ r \quad 1,977 \quad 7,771 \quad 7,721 \} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -10,17\omega$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad 0.91 \quad -0.12 \quad -1.29 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -1.1729$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad -0.741 \quad -0.177 \quad 1.07 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -0.179$$

$$\bar{k}_r = \langle 1 \quad -1.44 \quad 1.441 \quad -1.171 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = -0.22$$

$$M_k = \bar{X}_k^T m \bar{X}_k$$

$$\Rightarrow M_1 = \langle 1 \quad 1.977 \quad 1.747 \quad -1.201 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.177 \\ 1.747 \\ 1.201 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 1.977 & 1.747 & -1.201 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.177 \\ 1.747 \\ 1.201 \end{Bmatrix} = 14.17$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad 0.91 \quad -0.12 \quad -1.29 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.91 \\ -0.12 \\ -1.29 \end{Bmatrix} =$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad 1.1729 \quad -0.12 \quad -1.1929 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.91 \\ -0.12 \\ -1.29 \end{Bmatrix} = 0.12$$

$\therefore$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad -0.741 \quad -0.177 \quad 1.07 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.741 \\ -0.177 \\ 1.07 \end{Bmatrix} =$$

$$\Rightarrow M_r = \langle 1 \quad -1.0972 \quad -0.177 \quad 1.122 \rangle \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.741 \\ -0.177 \\ 1.07 \end{Bmatrix} = 1.44$$

$$M_F = \begin{pmatrix} 1 & -1,22 & 1,441 & -1,171 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1,2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1,75 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow M_F = \begin{pmatrix} 1 & -1,2 & 1,441 & -1,171 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix} = 1,47,71$$

$$\{ \lambda_k \}_{max} = \bar{X}_k \cdot \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_1 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,977 \\ 1,747 \\ 1,221 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-1,172}{1,47,71} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,748 \\ -0,782 \\ -0,927 \\ -1,141 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_2 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,13 \\ -1,29 \end{Bmatrix} \times \frac{-1,172}{2,22} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,515 \\ -0,197 \\ 0,742 \\ 0,242 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_3 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,741 \\ -0,177 \\ 1,07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,129}{1,44} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -0,0549 \\ 0,0547 \\ 0,077 \\ -0,08 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{ \lambda_4 \}_{max} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,441 \\ -1,171 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,22}{1,47,71} \times 0,1 = \begin{Bmatrix} -7,44 \times 10^{-2} \\ 0,0151 \\ -0,0222 \\ 0,012 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{ f_{sk} \}_{max} = [M][\bar{X}_k] \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk}$$

نوری الاستی :

$$\Rightarrow \{ f_{s1} \}_{max} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1,2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1,75 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,977 \\ 1,747 \\ 1,221 \end{Bmatrix} \cdot \frac{-1,172}{1,47,71} \times 0,1 \times 12 = \begin{Bmatrix} -8,37 \\ -12,22 \\ -11,48 \\ -10,19 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,12 \\ -1,29 \end{Bmatrix} \times \frac{-2,258}{-2,12} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -2,127 \\ -3,21 \\ 0,77 \\ 3,04 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,721 \\ -0,117 \\ 1,07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,199}{-0,129} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -1,797 \\ 0,912 \\ 0,797 \\ -0,721 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,22 \\ 1,771 \\ -1,171 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,077}{-1,171} \times 0,7 \times 12 = \begin{Bmatrix} -0,124 \\ 0,127 \\ -0,172 \\ 0,108 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s\}_{max} = \begin{Bmatrix} (f_{S_{im}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{fm}})^{1/2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9,917 \\ 12,17 \\ 11,24 \\ 10,77 \end{Bmatrix}$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k S_{vk} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k^r S_{dk}$$

~ 10/10

$$\Rightarrow Q_{1max} = \frac{(-10,122)^r}{12,17} \times 2,127 \times 0,7 = 10,297 \times 12$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,1722)^r}{0,721} \times 12,17 \times 0,7 = 7,719 \times 12$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,122)^r}{1,171} \times 11,24 \times 0,7 = 2,274 \times 12$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,122)^r}{1,171} \times 10,77 \times 0,7 = 1,94 \times 12$$

$$\Rightarrow Q_{max} = \sqrt{10,297^2 + 7,719^2 + 2,274^2 + 1,94^2} = 12,17 \times 12$$

مرکز شلیا ۸۱۲۴۰۳۰

سری (۲-۱۱)

اگر سازه ترین تحت اثر شتاب زمین لرزه قرار گیرد که در لحظه t_2 بر دارنده سرعت آن برای محاسبه
مورد هاهم صورت زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در این لحظه. بررسی الاستیک در این لحظه.

دوم ضیق برش پایه در لحظه یاد شده.

$$V(t_2) = \begin{Bmatrix} 2 \\ 1.7 \\ 1.5 \\ 1.2 \end{Bmatrix} \frac{\text{t}}{\text{s}} \quad \omega_n = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 12.7 \\ 19.14 \\ 24.82 \end{Bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\bar{K}_n = \begin{Bmatrix} -10.142 \\ -1.872 \\ -0.189 \\ -0.24 \end{Bmatrix}$$

$$M_n = \begin{Bmatrix} 24.27 \\ 5.24 \\ 4.43 \\ 24.71 \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.967 & 0.91 & -0.731 & -2.44 \\ 2.747 & -0.12 & -0.887 & 2.441 \\ 2.251 & -0.59 & 1.07 & -1.818 \end{bmatrix}$$

$$\{x_k\}_{max} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot \frac{V(t)}{\omega_k}$$

$$\Rightarrow \{x_1\}_{max} = \begin{Bmatrix} 1.967 \\ 2.747 \\ 2.251 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.142}{24.27} \times \frac{2}{5.4} = \begin{Bmatrix} -0.171 \\ -0.317 \\ -0.442 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_2\}_{max} = \begin{Bmatrix} 0.91 \\ -0.12 \\ -1.59 \end{Bmatrix} \times \frac{-1.872}{5.24} \times \frac{1.7}{12.7} = \begin{Bmatrix} -0.0479 \\ -0.0447 \\ 0.0144 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_3\}_{max} = \begin{Bmatrix} -0.731 \\ -0.887 \\ 1.07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.189}{4.43} \times \frac{1.5}{19.14} = \begin{Bmatrix} -0.0147 \\ 0.0107 \\ 0.013 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_4\}_{max} = \begin{Bmatrix} -2.44 \\ 2.441 \\ -1.818 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.24}{24.71} \times \frac{1.2}{24.82} = \begin{Bmatrix} -1.81 \times 10^{-3} \\ 2.44 \times 10^{-3} \\ -2.22 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow x_{max} = \begin{Bmatrix} 0.179 \\ 0.32 \\ 0.442 \\ 0.229 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{ \ddot{s}_k \}_{max} = [M][X_k] \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot S_{sk} = [M][X_k] \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega \cdot v_{(t)}$$

$$\Rightarrow \{ \ddot{s}_1 \}_{max} = [M][X_1] \cdot \frac{-1.0/122}{12,12} \times \omega, 1 \times 1 = \begin{Bmatrix} -9, 101 \\ -12, 111 \\ -12, 914 \\ -11, 174 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_2 \}_{max} = [M][X_2] \cdot \frac{-1, 172}{12, 12} \times 11, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -12, 17 \\ -1, 12 \\ 1, 19 \\ 9, 15 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_3 \}_{max} = [M][X_3] \cdot \frac{-0, 119}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -1, 12 \\ 1, 17 \\ -1, 11 \\ 1, 17 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$, \{ \ddot{s}_4 \}_{max} = [M][X_4] \cdot \frac{-0, 119}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = \begin{Bmatrix} -1, 12 \\ 1, 17 \\ -1, 11 \\ 1, 17 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\Rightarrow \{ \ddot{s} \}_{max} = \begin{Bmatrix} 11, 102 \\ 11, 11 \\ 12, 11 \\ 12, 17 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot v_{(t)}$$

رسالة

$$\rightarrow Q_{1max} = \frac{(-1.0/122)^1}{12, 12} \times \omega, 1 \times 1 = 11, 17 \times 11$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1, 172)^1}{12, 12} \times 11, 1 \times 1, 1 = 11, 17 \times 11$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0, 119)^1}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = 1, 17 \times 11$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0, 119)^1}{1, 11} \times 19, 1 \times 1, 1 = 1, 17 \times 11$$

$$\rightarrow Q_{max} = 11, 17 \times 11$$

$$\{Q_{k, \max}\} = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k} \cdot S_{ok}$$

0 ماکزیمم برش پایه :

$$Q_{1, \max} = \frac{11,292^r}{r_{E,0A0}} \times 121,01 = 727,712$$

$$Q_{r, \max} = \frac{r^r}{7} \times 249,11 = 177,073$$

$$Q_{r, \max} = \frac{0,1708^r}{r_{E,14V}} \times 289,97 = 22,037$$

$$Q_{\max} = \left(727,712^r + 177,073^r + 22,037^r \right)^{1/r} = 70,707 \text{ kips}$$

$$n_k^* = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k}$$

0 جزیء

$$n_1^* = \frac{11,292^r}{r_{E,0A0}} = 0,187$$

$$n_r^* = \frac{r^r}{7} = 0,177$$

$$n_r^* = \frac{0,1708^r}{r_{E,14V}} = 0,127$$

$$n_1^* + n_r^* + n_r^* = 7 = n_1 + n_r + n_r \rightarrow OK$$

تیمه تنظیم
A. Dayani

A. Dayani

نمونه سسده استخوان اصول گفتنی زلزله / حساب آتشی و لرزه ای زاده

* یک تیر π اصل با شرایط مرده سطحی شکل مرز است

خیابان این تیر در π دارای یک فرستش با سختی K_0 باشد تحت بار جانبی زلزله با یک درشتاب π گانه

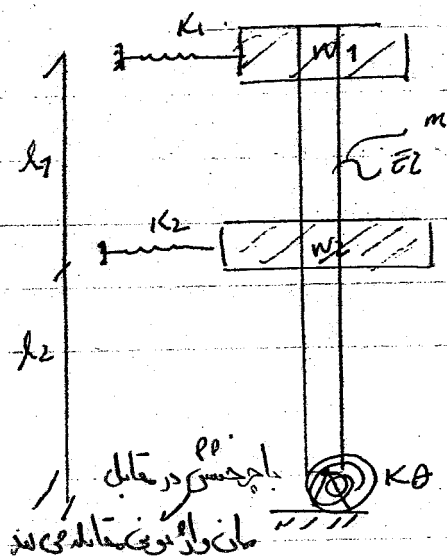
زیر فرایند مطلوبت یقین:

1. K^* , M^* و K در کانس

2. محاسبه حرکت، ماکزیم تغییر مکان، نقطه مربوط به آن

3. برش پایه در دو جهت و ماکزیم آن

4. ماکزیم برش پایه در همان مقدم پایه (یا همان در گانه)



$$l_1 = 40' (l_1) = 480 \text{ in}$$

$$l_2 = 60' (l_2) = 720 \text{ in}$$

$$K_1 = 200 \text{ kips/in}$$

$$K_2 = 400 \text{ kips/in}$$

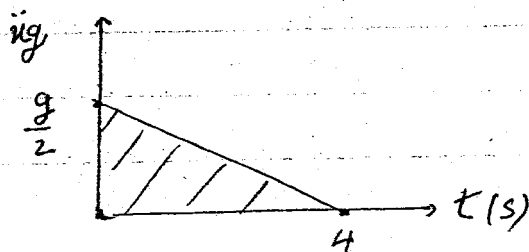
$$w_1 = 50 \text{ kips} \Rightarrow m = 0.13 \text{ lb}$$

$$w_2 = 100 \text{ kips} \Rightarrow m = 0.29 \text{ lb}$$

$$m = 500 \text{ lb/in} \quad (\text{وزن هر فوتی})$$

$$EI = 2 \times 10^5 \text{ lb. in}^2 = 2 \times 10^2 \text{ kips. in}^2$$

$$K_0 = 1000 \text{ kips. in/Rad}$$



سر در سبب گانه زلزله

$$g = 384 \frac{\text{in}}{\text{s}} = 32.2 \frac{\text{ft}}{\text{s}}$$

$$l = 12 \text{ in}$$

$$k_{\text{ستون}} = \frac{\text{kips}}{\text{ft}}$$

حل) برای حل ابتدا می‌بایستی تابع شکل مناسب را تعیین کرد. سپس این تابع مستقیم یکبار در حل طولانی است اما

می‌تواند به آسانی به تابع دیگر تبدیل شود. ما $\psi_1(x)$ را انتخاب می‌کنیم چرا که مقدار $\psi_1(0) = 0$ در شرط مرزی را که اهمیت دارد می‌دهد. چون ساده‌ترین حالت $\psi = \frac{x}{l}$ جواب می‌دهد.

$$\psi_1(x) = 1 - \cos \pi x / 2l \quad \checkmark$$

$$\psi_2(x) = \sin \pi x / 2l$$

تابع شکل مناسب برای است که در تمام k حدت شود
یعنی مشتق آن در دو سر برابر صفر باشد $k^* = k_0 + k_1 \psi_1' + k_2 \psi_2'$

در شرط بعد مجدداً تکلیف داده و محاسبه ψ برای ابعاد l فرغ می‌کنیم برعکس شود که ابعاد (w_1, w_2)

تخمینی بایستی، حجم تبدیل شود و در آخر از زمین ابتدا شکل کشید، این موضوع فوق العاده حیاتی است!

Item	$x (R_1)$	ψ	ψ'
w_1	100	1	$(200/\pi)^{-1} (63.7)^{-1}$
w_2	60	0.4	$(250/\pi)^{-1} (50.9)$
K_1	100	1	$200/\pi$
K_2	60	0.4	$(250/\pi)^{-1}$

$$\begin{aligned} K_1 &= 200 \times 12 = 2400 \text{ kips/ft} \\ K_2 &= 400 \times 12 = 480 \text{ kips/ft} \end{aligned}$$

$$m = \frac{0.500 \times 12}{32.2} = 0.63 \quad \frac{\text{kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}} = 0.21 \frac{\text{kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}^2}$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{50}{2.87} = 5.2 \\ m_2 = \frac{100}{2.87} = 9.2 \end{cases}$$

$$E I = 2 \times 10^6 \times 10^3 \times \frac{1}{12} = \pi \text{ kip-ft}^2$$

$\bar{K}, M^*, K^*$ مقیاس

$$M^* = \int_0^L \mu(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum m_i \psi_i^2$$

$$M^* = \int_0^L 0.21 \left[1 - \cos \frac{\pi x}{2L} \right]^2 dx + m_1 \psi_1^2 + m_2 \psi_2^2$$

$$M^* = 0.21 \times 0.228 \left(\overset{L}{100} \right) + 5.2 \times 1^2 + 9.2 \times 0.4^2 = 11.2 \frac{\text{Kips} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}^2}$$

$$K^* = \int_0^L EI \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} dx + \sum K_i \psi_i^2 + K_0 \psi^2$$

$$K^* = \frac{\pi^4}{32} \times \frac{14}{100}^3 + 2400 \times \frac{1}{63.7}^2 + 4800 \times \frac{1}{80}^2 \approx 1.34$$

$$\omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} = \sqrt{\frac{1.34}{11.2}} = 0.35 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow T \approx 12 \text{ s}$$

$$\bar{K} = \int_0^L \mu(x) \psi(x) dx + \sum m_i \psi_i$$

$$\bar{K} = 0.21 \times 0.364 \times 100 + 5.1 \times 1 + 9.2 \times 0.4 \approx 8$$

$$\frac{\bar{K}}{M^*} = \frac{8}{11.2} \approx 0.73 \quad \text{مقیاس یک نر}$$

مقیاس اول حل شد!

امکان "بدهد" → ساده است → بار مزبای → $t \leq \frac{T}{2}$ اگر
 (انتقال دو حال می تواند)

2. سازه چوب

$$T \approx 12.5, \tau = 4.5, \tau > T/10 \rightarrow \text{No Impulse Loading}$$

آر. ب. برای تپان سطح نیست.

$$V(t) = \int_0^T \ddot{u}_g(\tau) \sin \omega_d(t-\tau) d\tau, \quad \int_0^\infty = 0$$

$$\omega_d = \omega_n = \omega^* = 0.35$$

$$\ddot{u}_g(\tau) = -0.18\tau + 0.12 = 0.12(-0.4\tau + 1)$$

$$V(t) = 0.12 \int_0^t (-0.4\tau + 1) \sin 0.35(t-\tau) d\tau$$

$$V(t) = 0.12 \left[\frac{1}{0.35} \cos(t-\tau) d\tau \right]_0^t - 0.18 \int_0^t \tau \sin 0.35(t-\tau) d\tau$$

انتگرال گیری به سبب

$$V(t) = 0.12 (1 - \cos t + 2 \sin t)$$

* وقت برای انتگرال گیری محدود نیست، فرض کنید طول برود!

$$V'(t) = 0 \rightarrow t = 2.45 \rightarrow V_{\max}(2.4) \approx 2$$

$$u(t) = \psi(x) \frac{K}{m\omega} V(t) \rightarrow u(t) = 2(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}) 2(1 - \cos t + 2 \sin t)$$

به صورت دیگر

$$u_{\max}(t) = 2 \times 1 \times 2 \approx 4 \text{ inch} \rightarrow \text{مکان تغییر مکان}$$

* 2.45: زمان تغییر مکان

در صورتی که در این حالت / این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم *

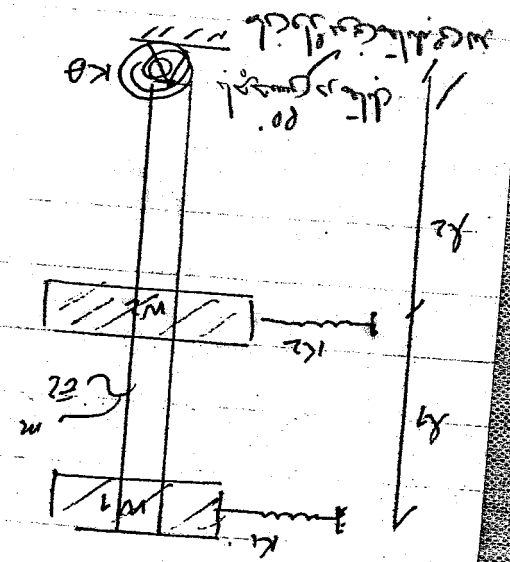
در این حالت در صورتی که این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم

در صورتی که این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم

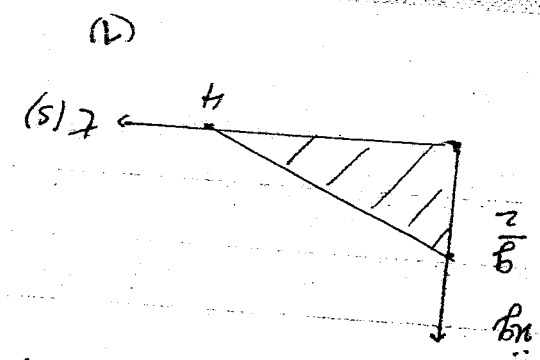
در صورتی که این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم

در صورتی که این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم

در صورتی که این حالت را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم



- $h_1 = 40' (F_y = 48 \text{ kips})$
- $h_2 = 60' (F_y = 17 \text{ kips})$
- $k_1 = 200 \text{ kips/in}$
- $k_2 = 400 \text{ kips/in}$
- $m_1 = 50 \text{ kips}$
- $m_2 = 100 \text{ kips}$
- $m = 500 \text{ lb/in}$
- $EL = 2 \times 10^5 \text{ lb} \cdot \text{in}^2$
- $K_0 = 1000 \text{ kips} \cdot \text{in/Rad}$



$$M = K\theta$$

$$Q_m = Q_{m1} + Q_{m2}$$

$$Q_m = \frac{K}{m+1} \omega^2 S_d \sum m_i \phi_i$$

$$Q_m = 0.73 \times 0.35^2 \times 0.04 [5.2 \times 1 + 9.2 \times 0.4] = 0.03 \quad (3)$$

$$Q_{Total} = Q_B + Q_S + Q_m$$

$$Q_T = (1) + (2) + (3) = 0.02 + 173 + 0.03 = 173.05 \text{ kips}$$

* بررسی جان درگنی

دوره حل رجه دارد (1) درش تقسیم (جان جان درش) و در این اتمام و غیره (دوره)

روسی را می بیند

(2) درش جان تمام یعنی آنجا که از جان قابل تحمل رطوبت بیشتری K_h

درش تقسیم ب دو تا طولانی تر است
درش درم برگرد می شود

(2)

$$M_{OT} = M_R = K\theta, \quad \theta = v(x, t)'$$

$$v(x, t) = \psi(x) v(\frac{t}{\tau}), \quad v(\frac{t}{\tau}) : \text{تغییرات شعاع}$$

$$M_{Rmax} = ? \rightarrow \theta' = 0 \rightarrow v''(x, t) = 0 \rightarrow v'(t) = 0$$

کافی است از حالت شروع درم $v(t) = 0$ ، τ را می بینیم θ شعاع است ب و باندای کنیم

والت

A. Dayani

A. Dayani

(6)

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,91 \\ -0,1 \\ -1,09 \end{Bmatrix} \times \frac{-2,07 \times 12}{-0,17} = \begin{Bmatrix} -0,107 \\ -2,02 \\ 0,177 \\ 1,044 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_{S_r}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,171 \\ -0,187 \\ 1,0 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,199}{0,17} \times 12 = \begin{Bmatrix} -1,197 \\ 0,198 \\ 0,199 \\ -0,171 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_{S_f}\}_{max} = [M] \begin{Bmatrix} 1 \\ -1,17 \\ 1,17 \\ -1,17 \end{Bmatrix} \times \frac{-0,17}{-1,17} \times 12 = \begin{Bmatrix} -0,124 \\ 0,12 \\ -0,126 \\ 0,108 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \{f_s\}_{max} = \left\{ \begin{matrix} (f_{S_{im}} + f_{S_{rm}} + f_{S_{fm}} + f_{S_{fm}})^{1/2} \\ " \\ " \\ " \end{matrix} \right\} = \begin{Bmatrix} 1,197 \\ 1,17 \\ 1,124 \\ 1,07 \end{Bmatrix}$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k S_{vk} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \omega_k^r S_{dk}$$

نزدیک

$$\Rightarrow Q_{1max} = \frac{(-0,17 \times 0)^r}{1,17} \times 0,17 \times 12 = 1,197 \times 12$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,17 \times 0)^r}{0,17} \times 12,17 \times 0,17 = 1,197 \times 12$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,17 \times 0)^r}{1,17} \times 1,17 \times 0,17 = 1,197 \times 12$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,17 \times 0)^r}{1,17} \times 1,17 \times 0,17 = 1,197 \times 12$$

$$\Rightarrow Q_{max} = \sqrt{1,197^2 + 1,197^2 + 1,197^2 + 1,197^2} = 1,197 \times 12$$

مرکز شلیک ۸۱۲۴۰۳۰

سری (۲-۱۱)

- اگر سازه تیرین ۱ تحت اثر شتاب زمین لرزه قرار گیرد در هر لحظه t_2, t_3 بردار تیر به سرعت آن برای تیر
موردها به صورت زیر باشد مطلوب است تعیین تغییر مکان طبقات در این لحظه. تیرهای ۱۱ مستقیم در این لحظه.

و هم چنین برش پایه در هر لحظه یا رسیده.

$$V(t_2) = \begin{Bmatrix} 2 \\ 1.7 \\ 1.5 \\ 1.2 \end{Bmatrix} \frac{\text{t}}{\text{s}}$$

$$\omega_n = \begin{Bmatrix} 5.4 \\ 12.7 \\ 19.14 \\ 24.82 \end{Bmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\bar{K}_n = \begin{Bmatrix} -10.125 \\ -1.8725 \\ -0.829 \\ -0.52 \end{Bmatrix}$$

$$M_n = \begin{Bmatrix} 24.27 \\ 5.24 \\ 4.43 \\ 24.71 \end{Bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.967 & 0.91 & -0.721 & -2.44 \\ 2.747 & -0.12 & -0.887 & 2.441 \\ 2.251 & -1.59 & 1.07 & -1.871 \end{bmatrix}$$

$$\{x_k\}_{max} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot S_{dk} = \sum_k \frac{\bar{K}_k}{M_k} \cdot \frac{V(t)}{\omega_k}$$

$$\Rightarrow \{x_1\}_{max} = \begin{Bmatrix} 1.967 \\ 2.747 \\ 2.251 \end{Bmatrix} \times \frac{-10.125}{24.27} \times \frac{2}{5.4} = \begin{Bmatrix} -0.721 \\ -0.217 \\ -0.442 \\ -0.524 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_2\}_{max} = \begin{Bmatrix} 0.91 \\ -0.12 \\ -1.59 \end{Bmatrix} \times \frac{-1.8725}{5.24} \times \frac{1.7}{12.7} = \begin{Bmatrix} -0.0479 \\ -0.0437 \\ 0.0144 \\ 0.0762 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_3\}_{max} = \begin{Bmatrix} -0.721 \\ -0.887 \\ 1.07 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.829}{4.43} \times \frac{1.5}{19.14} = \begin{Bmatrix} -0.0147 \\ 0.0107 \\ 0.012 \\ -0.0157 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow \{x_4\}_{max} = \begin{Bmatrix} -2.44 \\ 2.441 \\ -1.871 \end{Bmatrix} \times \frac{-0.52}{24.71} \times \frac{1.2}{24.82} = \begin{Bmatrix} -1.082 \times 10^{-3} \\ 2.523 \times 10^{-3} \\ -2.722 \times 10^{-3} \\ 2.021 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\Rightarrow x_{max} = \begin{Bmatrix} 0.729 \\ 0.264 \\ 0.442 \\ 0.529 \end{Bmatrix} \times 12$$

$$\{\ddot{z}_k\}_{max} = [M][X_k] \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot S_{ak} = [M][X_k] \cdot \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega \cdot V_{(t)}$$

$$\Rightarrow \{\ddot{z}_1\}_{max} = [M][X_1] \times \frac{-1,172}{17,17} \times \omega \times 1 \times 1 = \begin{Bmatrix} -9,701 \\ -17,111 \\ -17,917 \\ -11,774 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_2\}_{max} = [M][X_2] \times \frac{-1,172}{17,17} \times 17,17 \times 1,17 = \begin{Bmatrix} -10,777 \\ -1,020 \\ 1,719 \\ 9,175 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_3\}_{max} = [M][X_3] \times \frac{-0,179}{1,77} \times 19,17 \times 1,17 = \begin{Bmatrix} -1,700 \\ 0,179 \\ 1,77 \\ -1,71 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\cdot \{\ddot{z}_4\}_{max} = [M][X_4] \times \frac{-0,179}{17,71} \times 17,17 \times 1,17 = \begin{Bmatrix} -1,177 \\ 1,17 \\ -1,11 \\ 0,177 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$\Rightarrow \{\ddot{z}\}_{max} = \begin{Bmatrix} 11,010 \\ 11,17 \\ 17,11 \\ 10,77 \end{Bmatrix} \times 11$$

$$Q_{kmax} = \frac{\bar{k}_k}{M_k} \cdot \omega_k \cdot V_{(t)}$$

رسالة

$$\rightarrow Q_{1max} = \frac{(-1,172)^2}{17,17} \times \omega \times 1 \times 1 = 17,77 \times 11$$

$$Q_{2max} = \frac{(-1,172)^2}{17,17} \times 17,17 \times 1,17 = 17,77 \times 11$$

$$Q_{3max} = \frac{(-0,179)^2}{1,77} \times 19,17 \times 1,17 = 1,77 \times 11$$

$$Q_{4max} = \frac{(-0,179)^2}{17,71} \times 17,17 \times 1,17 = 0,177 \times 11$$

$$\Rightarrow Q_{max} = 10,77 \times 11$$

$$\{Q_{k,max}\} = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k} \cdot \Delta_{ok}$$

0 ماکزیمم برش باید:

$$\left\{ \begin{aligned} Q_{1,max} &= \frac{11,292^r}{r_{E,080}} \times 121,01 = 727,712 \\ Q_{vr,max} &= \frac{r^r}{7} \times 249,11 = 177,072 \\ Q_{r,max} &= \frac{0,708^r}{r_{E,114}} \times 289,97 = 22,027 \end{aligned} \right.$$

$$Q_{max} = \left(727,712^r + 177,072^r + 22,027^r \right)^{1/r} = 70,707 \text{ kips}$$

$$n_k^* = \frac{\bar{k}_k^r}{n_k}$$

0 جبر

$$\left\{ \begin{aligned} n_1^* &= \frac{11,292^r}{r_{E,080}} = 0,187 \\ n_r^* &= \frac{r^r}{7} = 0,777 \\ n_r^* &= \frac{0,708^r}{r_{E,114}} = 0,117 \end{aligned} \right.$$

$$n_1^* + n_r^* + n_r^* = 7 = n_1 + n_r + n_r \rightarrow OK$$

تشکر :

در انتها لازم میدانم از آقای محمدرضا سیفی (کارشناس عمران دانشگاه صنعتی امیر کبیر- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی امیر کبیر) که بنده را در تهیه این فایل کمک نموده اند کمال تشکر را داشته باشم .

در صورت لزوم می توانید با آدرس پست الکترونیکی زیر
انتقادات و پیشنهادات خود را ارائه فرمائید .

hamid_kazem041@yahoo.com