

۱۱. فصل اول

تنش (Stress)

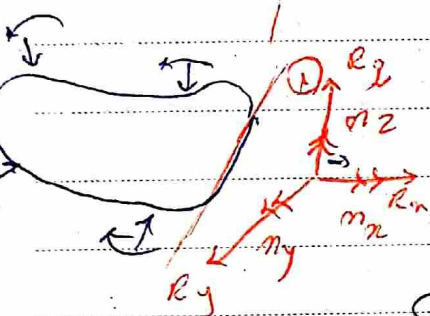
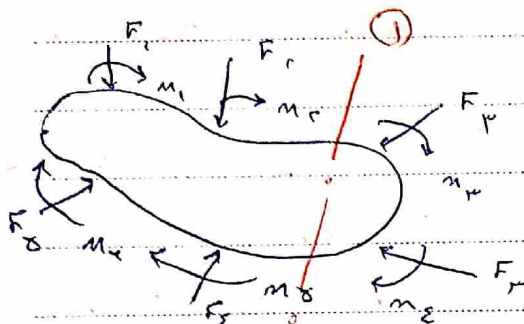
مؤلفه‌های مختلف تنش و کرنش:

R_x و R_y نیروی برشی ← ثابت تنش و کرنش

R_x تنش محوری ← طول جسم دچار کشش و فشردگی

M_x لنگر پیچشی ← پیچش اجزا

M_y و M_z لنگر خمشی ← خمش اجزا



۲. مقدار متقابل

سه نیرو سه نیرو

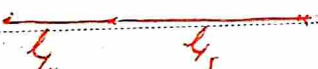
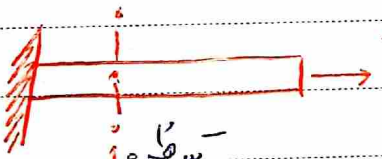
با تنش معادلات تعادل

از تعادلات این ۲ مجهول ۳ نیرو، ۳ نیرو

در جهت عمود بر سطح

سه نیرو ۳ نیرو، ۳ نیرو عمود بر سطح

نیروهای داخلی تنش و کرنش



تنش و کرنش در یک جسم به سبب تنش دارد

شدت نیرو در واحد سطح

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

(مقدار تنش در نقطه)

تنش و کرنش از آنجا که در یک سطح و در یک نقطه

در یک سطح و در یک نقطه

$$\frac{N}{m^2} = Pa$$

$$\frac{kg}{cm^2}$$

$$\frac{kg}{cm^2}$$

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R_x}{\Delta A}$$

تنش محوری

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R_y}{\Delta A}$$

تنش برشی

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R_z}{\Delta A}$$

تنش برشی

تنش محوری

مؤلفه‌های مختلف تنش و کرنش

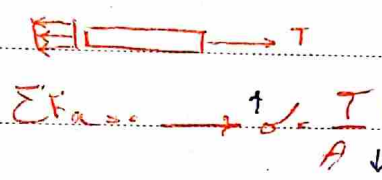
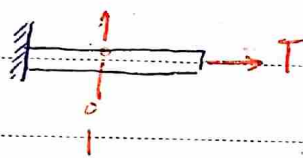
تنش و کرنش



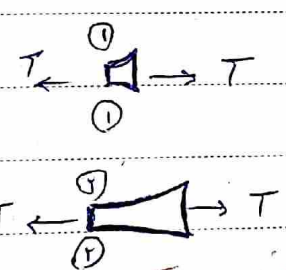
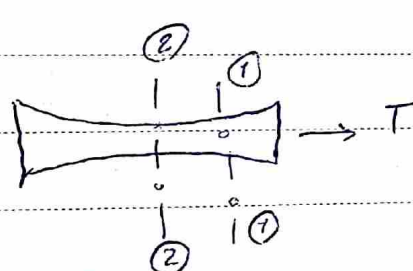
نسبت تغییرات طولی $\epsilon = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R_n}{\Delta A}$

۱. تغییرات سطح مقطع: اگر تغییرات سطح مقطع در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات سطح مقطع را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta A = A_2 - A_1$

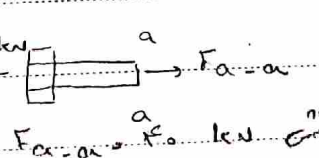
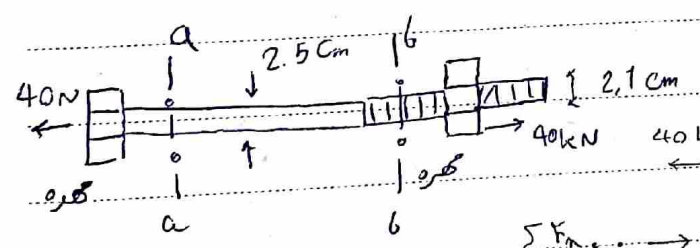
۲. تغییرات نیرو: اگر تغییرات نیرو در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات نیرو را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta R = R_2 - R_1$



تغییرات طولی در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات طولی را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta L = L_2 - L_1$



۳. تغییرات نیرو: اگر تغییرات نیرو در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات نیرو را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta R = R_2 - R_1$



۴. تغییرات طولی: اگر تغییرات طولی در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات طولی را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta L = L_2 - L_1$

محاسبه تغییرات طولی: $\Delta L = \frac{FL}{AE}$

محاسبه تغییرات نیرو: $R = \frac{FL}{\Delta L}$

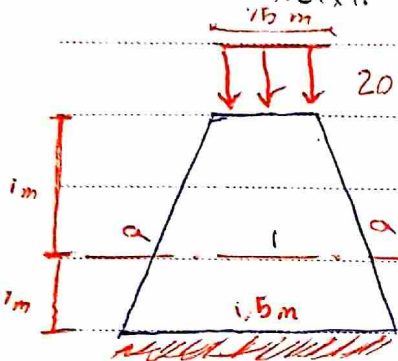
۵. تغییرات سطح مقطع: اگر تغییرات سطح مقطع در طول بار در اول و دومین قسم به این شکل باشد، تغییرات سطح مقطع را می‌توان به صورت زیر نوشت: $\Delta A = A_2 - A_1$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_b - b = 0 \rightarrow F_b = b$$

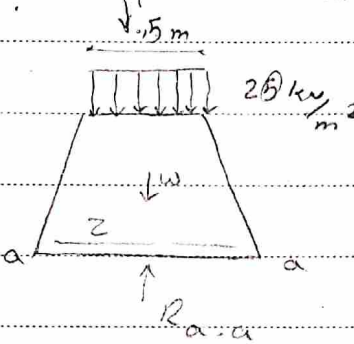
$$A = \frac{P}{\sigma} = \frac{(1.1) \times 10^3}{118.7} = 9.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{E}{\epsilon} = \frac{1.1 \times 10^3}{9.26 \times 10^{-3}} = 118.7 \text{ MPa}$$



20 kN/m² 15 m, 25 kN/m² 15 m

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A



$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_a - a = w + P$$

$$P = 2.5 \times 1.5 \times 1.5 = 5.625 \text{ kN}$$

$$w = 2.5 \left[\frac{1 + 1.5}{2} \times 1 \right] \times 1.5 = 4.375 \text{ kN}$$

$$A_{a-a} = 1 \times 1.5 = 1.5 \text{ m}^2$$

$$R_{a-a} = (5.625 + 4.375) = 10 \text{ kN}$$

$$\sigma_{a-a} = \frac{10}{1.5} = 6.67 \text{ kN/m}^2$$

$$Z = \frac{1.5 - 1.5}{2 - 1.5} = \frac{0}{0.5} = 0$$

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A}$$

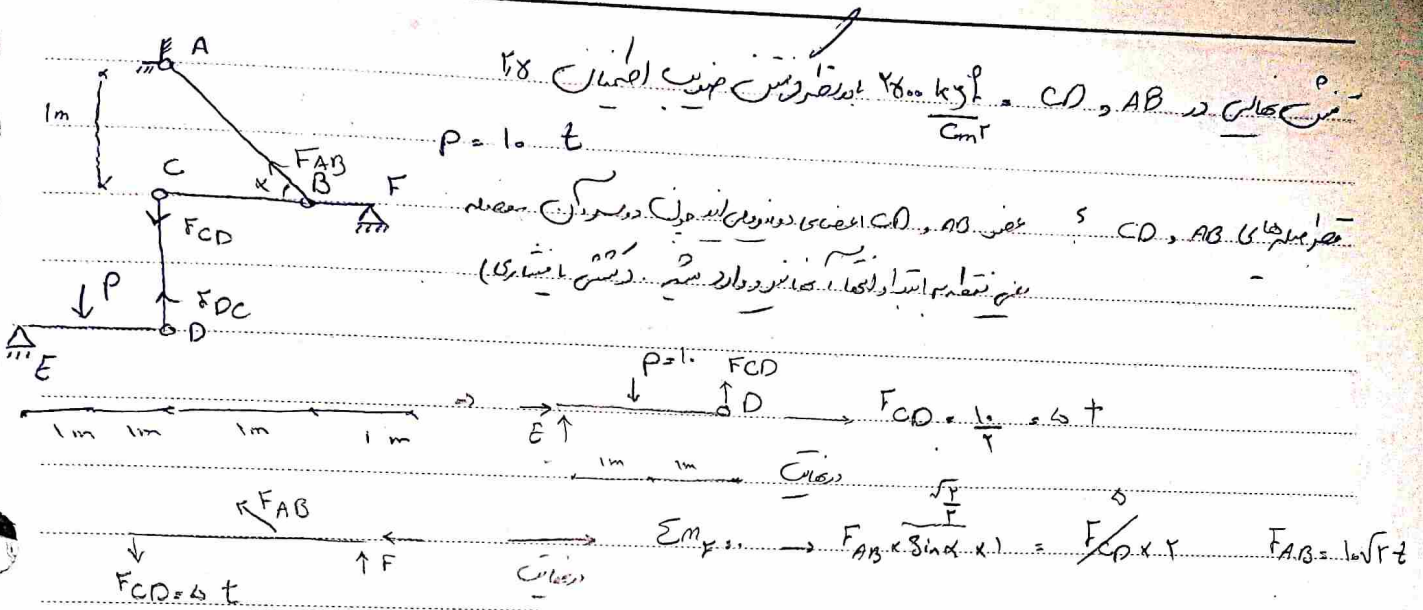
مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

$$S.F. = \frac{P_u}{A} \times \frac{1}{S.F.}$$

مقدار مقعر و منفرجه در مقطع A-A

$$\sigma_{allowable} = \frac{\sigma_u}{S.F.}$$

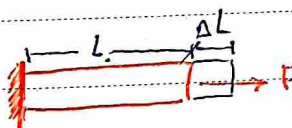


allowable $\frac{P_u}{S.F} = \frac{2800 \text{ kg/cm}^2}{2.8} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$\sigma_{CD} = \frac{8 \text{ t}}{A_{CD}} < 1000 = \text{allowable} \Rightarrow A_{CD} > \frac{8 \text{ t}}{1000} = 0.008 \text{ m}^2 \Rightarrow d_{CD} > 20.2 \text{ mm}$

$\sigma_{AB} = \frac{10\sqrt{2} \text{ t}}{A_{AB}} < 1000 = \text{allowable} \Rightarrow A_{AB} > \frac{10\sqrt{2} \text{ t}}{1000} = 0.0141 \text{ m}^2 \Rightarrow d_{AB} > 42.2 \text{ mm}$

بر اساس این نتایج و محاسبات، قطر 20.2 میلی برای عضو CD و 42.2 میلی برای عضو AB مناسب است. این ابعاد بر اساس ضوابط طراحی و استانداردهای مربوطه تعیین شده است.



$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$

* کرنش (Strain)

نسبت تغییر طول است.

نوشته بارگذاری می باشد و در راستای بار دارد.

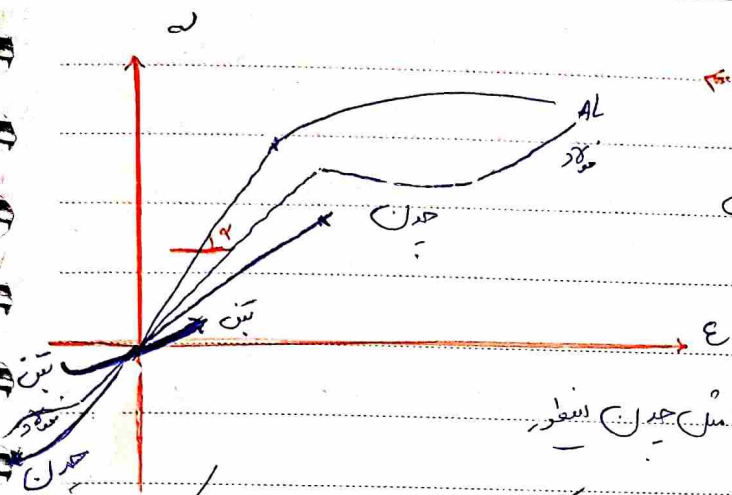
* در سازه ها هر نسبت به تغییر طول می باشد. * در سازه ها هر نسبت به تغییر طول می باشد.

$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \epsilon = \int_0^L \frac{\Delta L}{L} = \ln \frac{L_f}{L_i}$

نسبت تغییر طول به طول اولیه و نه نهایی می باشد.

نسبت تغییر طول به طول اولیه و نه نهایی می باشد.

$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \epsilon = \frac{\Delta L}{L_i} = \ln \frac{L_f}{L_i}$



نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

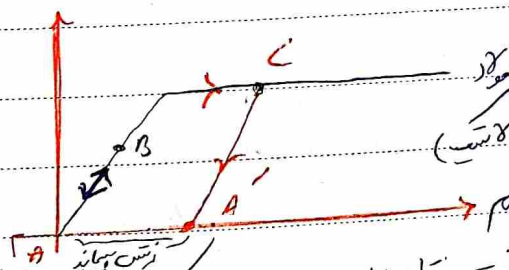
نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک



نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

نمودار تنش در کشش پلاستیک

مواد همسان بود و مواد ناهمسان بود.

مواد به این دو دسته کلی تقسیم می شود:
 ۱- مواد همسان: در این مواد خواص مکانیکی در تمام نقاط یکسان است.
 ۲- مواد ناهمسان: در این مواد خواص مکانیکی در نقاط مختلف متفاوت است.
 مثال: چوب، بتن، فولاد، ...

در مهندسی مواد و مصالح، خواص مکانیکی را به دو دسته کلی تقسیم می کنند:
 ۱- خواص مکانیکی پایه: شامل مدول یانگ، استحکام، ...
 ۲- خواص مکانیکی ثانویه: شامل ضریب پلاستیسیتی، ...

مدول یانگ (Modulus of Elasticity)
 این خاصیت را با علامت E نشان می دهند.
 واحد آن پاسکال (Pa) است.

مدول یانگ E را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

 که در آن σ تنش و ϵ کرنش است.
 واحد E پاسکال (Pa) است.

مدول یانگ برای مواد همسان به صورت زیر محاسبه می شود:

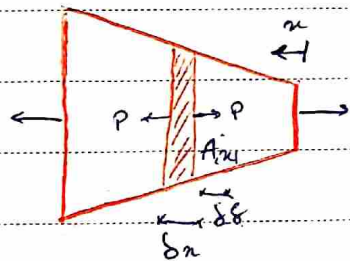
$$E = \frac{P}{A \epsilon}$$

 که در آن P بار، A سطح مقطع و ϵ تغییر طول است.

برای مواد ناهمسان، مدول یانگ به صورت زیر تعریف می شود:

$$E = \frac{P}{A \frac{d\epsilon}{dx}}$$

 که در آن P بار، A سطح مقطع و $\frac{d\epsilon}{dx}$ تغییر طول واحدی است.



برای مواد ناهمسان، مدول یانگ به صورت زیر تعریف می شود:

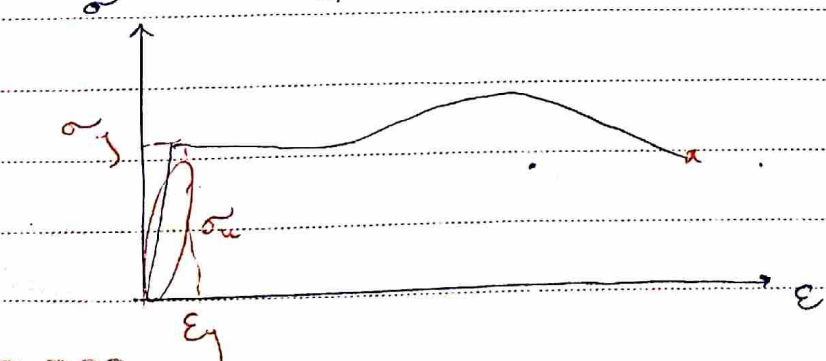
$$E = \frac{P}{A \frac{d\epsilon}{dx}}$$

 که در آن P بار، A سطح مقطع و $\frac{d\epsilon}{dx}$ تغییر طول واحدی است.

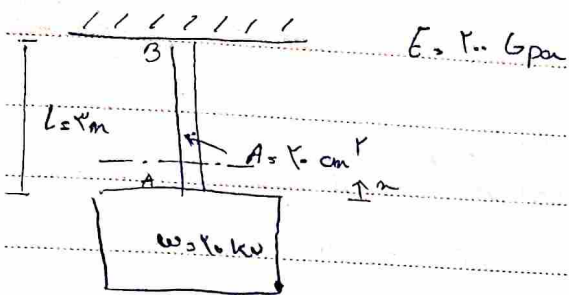
برای مواد ناهمسان، مدول یانگ به صورت زیر تعریف می شود:

$$E = \frac{P}{A \frac{d\epsilon}{dx}}$$

 که در آن P بار، A سطح مقطع و $\frac{d\epsilon}{dx}$ تغییر طول واحدی است.



تنش (Stress)
 تغییر طول (Strain)
 مدول یانگ (Modulus of Elasticity)
 نقطه تسلیم (Yield Point)
 ناحیه الاستیک (Elastic Region)
 ناحیه پلاستیک (Plastic Region)

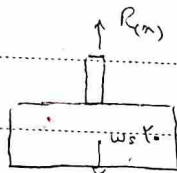


مثال ۵: یک میله در دو حالت زیر کشیده شد.

۱. در حالت اول میله از وزن خودش کشیده شد.

۲. در حالت دوم میله با یک وزن ۱۰ کیلو نیوتن در پایین کشیده شد.

۱. در این حالت میله با یک نیروی کششی ۱۰ کیلو نیوتن در پایین کشیده شد (وزن خود را هم در نظر بگیرید).



تین $E = 200 \text{ GPa}$ تین $A = 2 \text{ cm}^2$

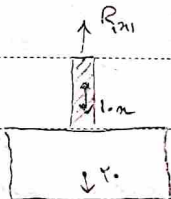
$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A = 20 \text{ kN} \quad \checkmark$$

در این حالت

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\delta = \frac{L}{EA} P = \frac{2 \times 20}{200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}} = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m} = 10 \mu\text{m}$$

تین در این حالت میله با یک نیروی کششی ۱۰ کیلو نیوتن در پایین کشیده شد.



تین $E = 200 \text{ GPa}$ تین $A = 2 \text{ cm}^2$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A = 20 + 10 = 30 \text{ kN}$$

$$\delta = \int_0^L \frac{P}{EA} dx = \frac{1}{EA} \int_0^L (20 + 10x) dx = \frac{1}{200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}} \left(20x + \frac{10x^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m} = 15 \mu\text{m}$$

$$\delta = \frac{(20 + 15) \times 2}{200 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m} = 15 \mu\text{m}$$

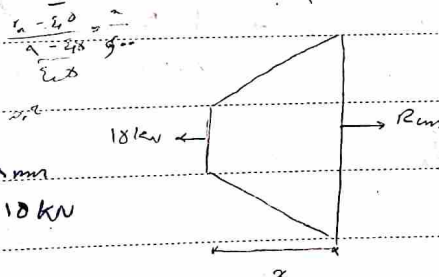
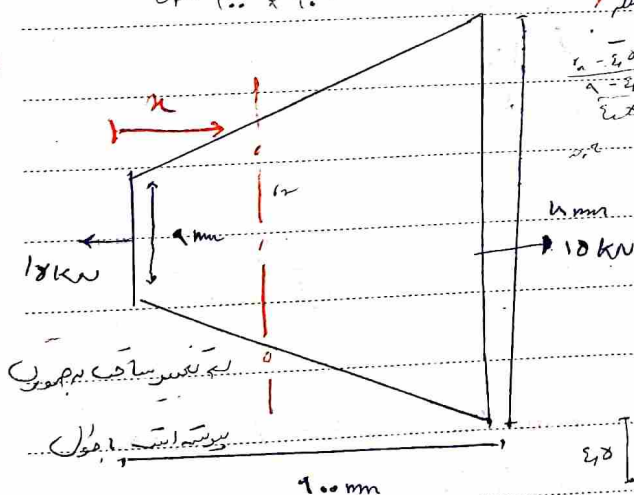
مثال ۶: یک میله با مقطع دایره‌ای و دو سر قیادیت و یک سر آزاد کشیده شد. $E = 200 \text{ GPa}$

تین $E = 200 \text{ GPa}$ تین $\sigma_{\text{max}} = 100 \text{ MPa}$

$$R_A = 18 \text{ kN}, A_x = \frac{R_A}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{18 \times 10^3}{100 \times 10^6} = 1.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

تین در این حالت میله با یک نیروی کششی ۱۰ کیلو نیوتن در پایین کشیده شد.

تین در این حالت میله با یک نیروی کششی ۱۰ کیلو نیوتن در پایین کشیده شد.



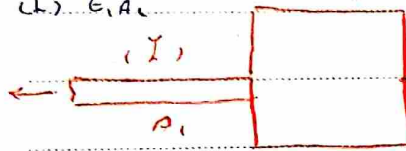
$$\rightarrow R_A = 18 \text{ kN} \quad (9 - 18) \times 10^{-3} \text{ m} = 9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$A_x = \pi \left[\frac{10^2}{4} + \frac{10 \times 6}{4} x \right]$$

$$\delta = \int \frac{P(x)}{E_m A_m} dx = \frac{10}{E} \int \frac{dx}{\pi \left(\epsilon_1 \delta + \frac{\epsilon_2 \delta}{2} x \right)^2} = \frac{10}{E \pi} \int \frac{dx}{\left(\epsilon_1 \delta + \frac{\epsilon_2 \delta}{2} x \right)^2} = \dots \delta = 5 \text{ mm}$$

$$\Delta_{(I)} = \frac{P_1 L_1}{E_1 A_1}$$

$$\Delta_{(II)} = \frac{P_2 L_2}{E_2 A_2}$$



(I) P_1, E_1, A_1

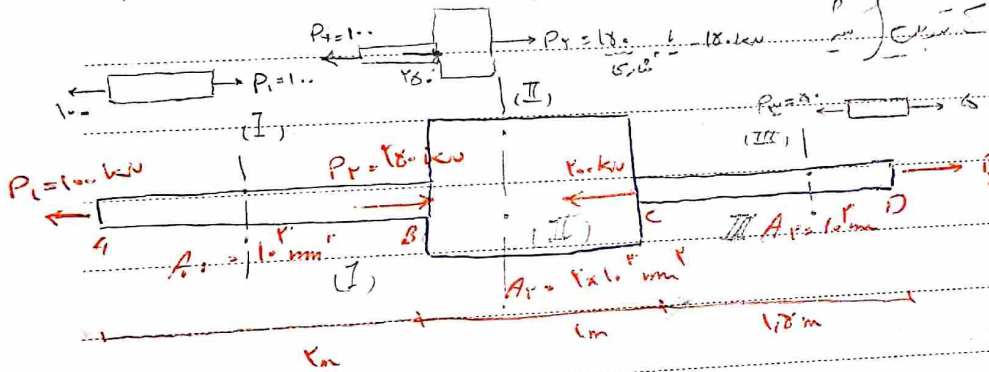


(II) P_2, E_2, A_2

$$\Delta_{\text{total}} = \Delta_I + \Delta_{II} = \frac{P_1 L_1}{E_1 A_1} + \frac{P_2 L_2}{E_2 A_2}$$

$$\Delta_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i L_i}{E_i A_i}$$

$P = A_2 E$



$$\Delta = \Delta_I + \Delta_{II} + \Delta_{III} = \left[\frac{100 \times 2}{200 \times 10^9 \times 100} + \frac{18 \times 1}{200 \times 10^9 \times 100} + \frac{5 \times 1.8}{200 \times 10^9 \times 100} \right] \times 10^{-3} = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta_I = \frac{P_1 L_1}{E_1 A_1} = \frac{100 \text{ kN} \times 2 \text{ m}}{200 \times 10^9 \text{ Pa} \times 100 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

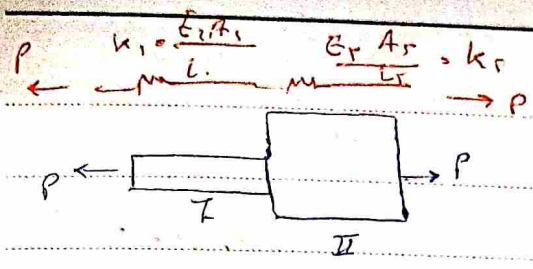
$$\Delta_{II} = \frac{P_2 L_2}{E_2 A_2} = \frac{18 \text{ kN} \times 1 \text{ m}}{200 \times 10^9 \text{ Pa} \times 100 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_{III} = \frac{P_3 L_3}{E_3 A_3} = \frac{5 \text{ kN} \times 1.8 \text{ m}}{200 \times 10^9 \text{ Pa} \times 100 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.45 \times 10^{-3} \text{ m}$$

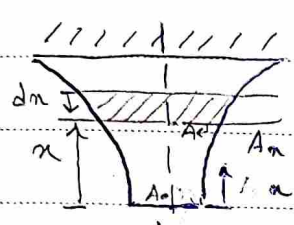
$$P = \frac{EA \delta}{L}$$

axial stiffness $k = \frac{EA}{L}$

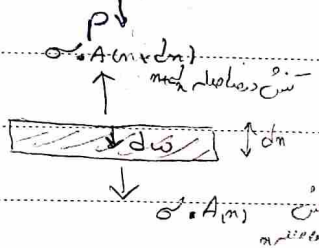
$$P = k \cdot \delta$$



در این حالت، چون بارها در یک راستا هستند، پس باید به صورت سری در نظر گرفته شود.



۱. برای محاسبه تغییر طول، باید به روش دیگری عمل کرد.
 ۲. در این حالت، چون بارها در یک راستا هستند، پس باید به صورت سری در نظر گرفته شود.
 ۳. تغییر طول در این حالت، برابر با تغییر طول در یک مقطع است.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \sigma A(x) + d\sigma \cdot dA = \sigma A(x + dA)$$

$$A(x + dA) = A(x) + dA$$

$$d\sigma = \frac{dA}{A(x)} \cdot \sigma$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{dA}{A(x)} \Rightarrow \int \frac{d\sigma}{\sigma} = \int \frac{dA}{A(x)}$$

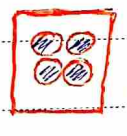
$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = \ln \frac{A}{A_0} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{A}{A_0}$$

$$\sigma = \sigma_0 \frac{A_0}{A} \Rightarrow A(x) = A_0 \cdot e^{\frac{\sigma_0}{E} x}$$

معادله بالا، برای محاسبه تغییر طول در این حالت، به کار می آید.

۱. مقاطع مرکب (Composite section)

۱. این مقاطع مرکب، از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده است.
 ۲. در این مقاطع، بارها در یک راستا هستند، پس باید به صورت سری در نظر گرفته شود.
 ۳. تغییر طول در این مقاطع، برابر با تغییر طول در یک مقطع است.



۱. این مقاطع مرکب، از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده است.
 ۲. در این مقاطع، بارها در یک راستا هستند، پس باید به صورت سری در نظر گرفته شود.
 ۳. تغییر طول در این مقاطع، برابر با تغییر طول در یک مقطع است.

$$① \quad A_1 E_1, P_1 = \frac{E_1 A_1}{L} \Delta$$

$$② \quad A_2 E_2, P_2 = \frac{E_2 A_2}{L} \Delta$$

$$\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 \quad E_1 = E_2 = E_3$$

$$\Delta P = P_1 + P_2 \Rightarrow P = \frac{E_1 A_1}{L} \Delta + \frac{E_2 A_2}{L} \Delta$$

$$\Delta = \frac{P}{\frac{E_1 A_1}{L} + \frac{E_2 A_2}{L}}$$

PARSCO

$$P_1 = \frac{E_1 A_1}{L} \Delta = \frac{E_1 A_1}{L} P$$

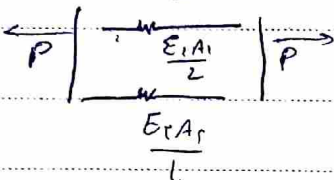
$$\frac{E_1 A_1}{L} + \frac{E_2 A_2}{L}$$

$$P_2 = \frac{E_2 A_2}{L} \Delta = \frac{E_2 A_2}{L} P$$

$$\frac{E_1 A_1}{L} + \frac{E_2 A_2}{L}$$

$$\Delta = \frac{P_1}{A_1} = \frac{P_2}{A_2}$$

مطابق گفته شد، این دو بار یکسان است. بنابراین می‌توانیم از این دو بار برای پیدا کردن نیروی در هر یک از اعضا استفاده کنیم.



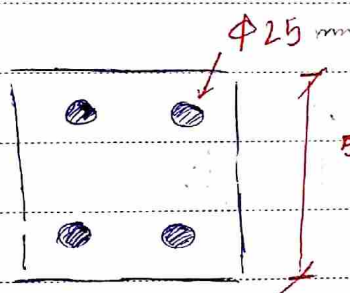
$$k_T = k_1 + k_2$$

$$\Delta = \frac{P}{k_T}$$

$$P_1 = \frac{E_1 A_1}{L} \times \frac{P}{k_T}$$

$$P_2 = \frac{E_2 A_2}{L} \times \frac{P}{k_T}$$

مسئله ۱: یک ستون فولادی و یک ستون بتنی به هم وصل شده‌اند. نیروی P به آن‌ها وارد می‌شود. محاسبه کنید که بارها چگونه تقسیم می‌شود.



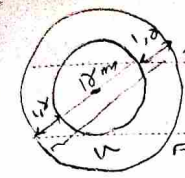
مسئله ۱: یک ستون فولادی و یک ستون بتنی به هم وصل شده‌اند. نیروی P به آن‌ها وارد می‌شود. محاسبه کنید که بارها چگونه تقسیم می‌شود.

$$A_{steel} = 4 \times \frac{\pi}{4} \times (25)^2 = 19,6 \text{ cm}^2$$

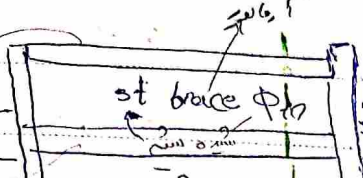
$$A_{concrete} = A_c - A_{steel} = 50 \times 50 - 19,6 = 2480,4 \text{ cm}^2$$

$$\Delta_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{\left(\frac{E_s A_s}{L} \right) P}{\frac{E_s A_s + E_c A_c}{L}} = \frac{(200 \times 19,6)}{200 \times 19,6 + 14 \times 2480,4} \times 1 = 3,62 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\Delta_c = \frac{P_c}{A_c} = \frac{\left(\frac{E_c A_c}{L} \right) P}{\frac{E_s A_s + E_c A_c}{L}} = \frac{(14 \times 2480,4)}{200 \times 19,6 + 14 \times 2480,4} \times 1 = 51,76 \times 10^{-4} \text{ cm}$$



تغییر این 400



st brace $\phi 10$

سازه است

rigid plate

Al tube

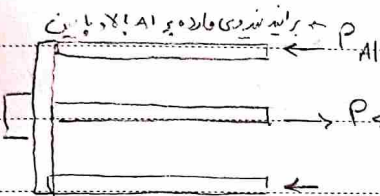
rigid plate

سختی زیاد

$$E_{Al} = 70 \text{ GPa}$$

$$E_{st} = 100 \text{ GPa}$$

$$\Delta_{st} + \Delta_{Al} = 0.5 \text{ mm}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_{Al} = P_{st}$$

$$\Delta_{Al} = P_{Al} \left(\frac{L}{EA} \right)_{Al}$$

$$\Delta_{st} = P_{st} \left(\frac{L}{EA} \right)_{st}$$

$$\Delta_{st} + \Delta_{Al} = 0.5 \Rightarrow \frac{P_{st}}{P} \left(\frac{L}{EA} \right)_{st} + \frac{P_{Al}}{P} \left(\frac{L}{EA} \right)_{Al} = 0.5 \text{ mm} \Rightarrow P \left(\left(\frac{L}{EA} \right)_{Al} + \left(\frac{L}{EA} \right)_{st} \right) = 0.5$$

$$P_{Al} = P_{st} = P = 0.5$$

$$\sigma_{Al} = \frac{P_{Al}}{A_{Al}}$$

$$\sigma_{st} = \frac{P_{st}}{A_{st}}$$

$$\sigma_{Al} = 0.5$$

$$A_{Al} \left[\left(\frac{L}{EA} \right)_{Al} + \left(\frac{L}{EA} \right)_{st} \right] = \frac{0.5 \times 350}{4 \times 70 \times 10^9} + \frac{400}{4 \times 100 \times 10^9}$$

$$\sigma_{st} = \frac{0.5}{A_{st} \left[\left(\frac{L}{EA} \right)_{Al} + \left(\frac{L}{EA} \right)_{st} \right]} = \frac{0.5}{\frac{1}{4} \times 10^2 \left[\left(\frac{350}{70 \times 10^9} \right) + \left(\frac{400}{100 \times 10^9} \right) \right]} = 55.24 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{Al} = \frac{\pi (18^2 - 15^2)}{4} = 99.7$$

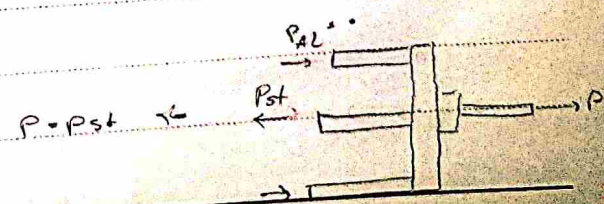
$$\sigma_{Al} = 55.8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{st} = 55.24 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Al} = 0 \Rightarrow P_{Al} = 0$$

$$\frac{P_{Al}}{A_{Al}}$$

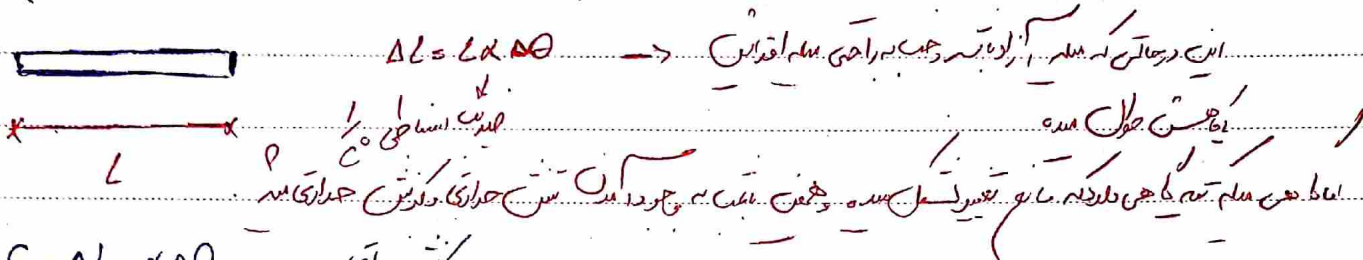
$$\Delta_{Al} + \Delta_{st} = 0.5 \Rightarrow \Delta_{st} = 0.5$$



$$\Delta_{st} = \frac{P_{st}}{P} \left(\frac{L}{EA} \right)_{st} = 0.5 \text{ mm} ; P = \frac{0.5}{\left(\frac{L}{EA} \right)_{st}} = \frac{0.5}{\frac{400}{100 \times 7 \times 10^9}} = 9817 \text{ N}$$

(Thermal stress or Thermal strain)

تنش و کرنش حراری



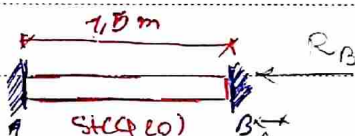
$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta \theta$$

$$\sigma = E \epsilon = \alpha \Delta \theta E$$



اگر دما را تغییر ندهیم و به همان دما بمانیم و هیچ تنش و کرنشی ایجاد نشود
 تنش حراری
 کرنش حراری

در صورتی که دما را تغییر ندهیم و به همان دما بمانیم و هیچ تنش و کرنشی ایجاد نشود



در دمای 27°C، دما را به 50°C تغییر می‌دهیم. $E = 200 \text{ GPa}$ ، $\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
 تنش حراری
 کرنش حراری

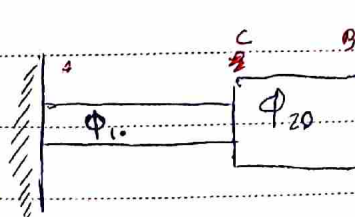
$$\Delta L = L \alpha \Delta \theta = 1.5 \times 12 \times 10^{-6} \times 23 = 0.414 \text{ mm}$$

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} = 200 \times \frac{0.414}{1.5} = 55.2 \text{ N/mm}^2$$



$$\Delta = 0.414 \text{ mm}$$

$$\sigma = E \epsilon = 200 \times \frac{0.314}{1.5} = 41.9 \text{ MPa}$$



در دمای 20°C، دما را به 70°C تغییر می‌دهیم. $E = 200 \text{ GPa}$ ، $\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

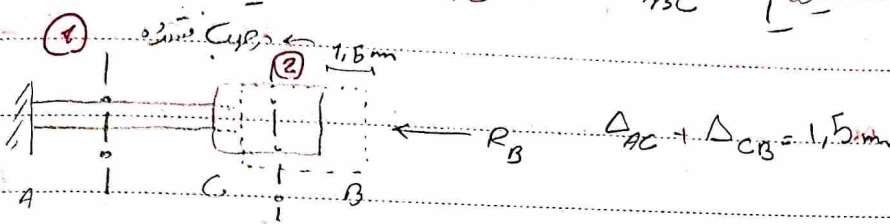
تنش حراری در میله ها به هم می‌چسبند و در دمای 70°C، تنش و کرنش در میله ها به هم می‌چسبند و در دمای 70°C، تنش و کرنش در میله ها به هم می‌چسبند

چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta L = 2.5 \times 10^{-6} \times 12 \times (50) = 1.5 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$(\alpha \Delta T)_{AC} + (\alpha \Delta T)_{BC}$$



①

$$\frac{P_{AC} L_{AC}}{E A_{AC}} + \frac{P_{CB} L_{CB}}{E A_{CB}} = 1.5$$

②

$$\frac{1 \times P_{AC}}{200 \times \frac{\pi}{4} (10)^2} + \frac{P_{CB} \times 1.5}{200 \times \frac{\pi}{4} (20)^2} = 1.5$$

$R_B = 17,136 \text{ kN}$
 $P_{AC} = P_{CB} = 17,136 \text{ kN}$

$\sigma_{AC} = \frac{P_{AC}}{A_{AC}} = \frac{17,136}{\frac{\pi}{4} (10)^2} = 218.18 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{CB} = \frac{P_{CB}}{A_{CB}} = \frac{17,136}{\frac{\pi}{4} (20)^2} = 54.54 \text{ N/mm}^2$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta L = L \alpha \Delta T = 1 \times 2.5 \times 10^{-6} \times 50 = 0.125 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta_{AC} = \frac{P_{AC} L}{AE} = \frac{17,136 \times 1}{200 \times \frac{\pi}{4} (10)^2} = 1.091 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta_{AC} = 0.125 - 1.091 = -0.966 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta_{CB} = 0.125 - 0.966 = -0.841 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

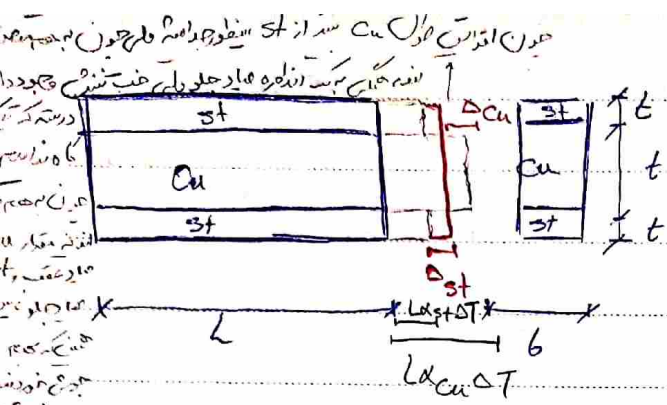
$$\Delta_{BC} = L \alpha \Delta T = 0.841 \text{ mm}$$

در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta_{BC} = \frac{P_{BC} L}{AE} = -0.409 \text{ mm}$$

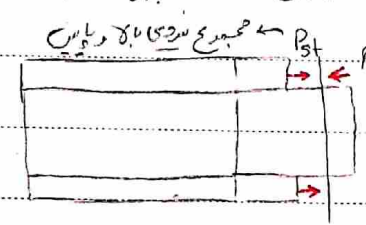
در این سازه چون سازه از جنس فولاد است و درجه حرارت آن 50°C است و ضریب انبساط آن $2.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ است.

$$\Delta_{BC} = 0.125 - 0.409 = -0.284 \text{ mm}$$



برای مثال شش برقی من بودار و کادی قرار دهم نحوه به بیرون
 من یک آن است در کاره و دمای محله را اندازه می دت افزایش ششم
 در این صورت شش (مجاوزه فرغوند) از اجزای است را -
 حساب شد
 این است $L \alpha \Delta T - \Delta x_{cu} = L \alpha_{st} \Delta T + \Delta x_{st}$

ΔT ; $\alpha_{cu} > \alpha_{st}$; E_{cu} و E_{st}



رابطه ۲ $\sum F_x = 0 \rightarrow P_{st} = P_{cu} = P$

$$L \alpha_{cu} \Delta T - \frac{P_{cu} L}{E A_{cu}} = L \alpha_{st} \Delta T + \frac{P_{st} L}{E A_{st}}$$

$$L \alpha_{cu} \Delta T - L \alpha_{st} \Delta T = \frac{P \cdot L}{E A_{cu}} + \frac{P \cdot L}{E A_{st}} \Rightarrow \Delta T (\alpha_{cu} - \alpha_{st}) = P L \left(\frac{1}{6 t E_{cu}} + \frac{1}{2 b t E_{st}} \right)$$

$$P = \frac{L \Delta T (\alpha_{cu} - \alpha_{st})}{L \left(\frac{1}{6 t E_{cu}} + \frac{1}{2 b t E_{st}} \right)}$$

$$\sigma_{cu} = \frac{P_{cu}}{A_{cu}} = \frac{P}{6 t} = \frac{L \Delta T (\alpha_{cu} - \alpha_{st})}{L \left(\frac{1}{6 t E_{cu}} + \frac{1}{2 b t E_{st}} \right)} \cdot \frac{1}{6 t}$$

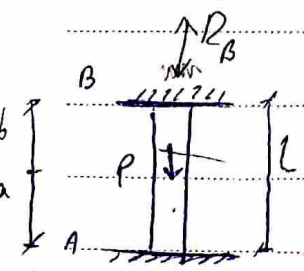
$$\sigma_{st} = \frac{P_{st}}{A_{st}} = \frac{P}{2 b t} = \frac{L \Delta T (\alpha_{cu} - \alpha_{st})}{L \left(\frac{1}{6 t E_{cu}} + \frac{1}{2 b t E_{st}} \right)} \cdot \frac{1}{2 b t}$$

حالا اگر تغییر طول کل را می خواهیم محاسبه کنیم به هر دو رابطه می ریم (میان می زنیم)

* در شش و کادی به استوار با هم به استوار می بین (۱) و (۲) و (۳) و هر یک
 در اثر بار داری شش به استوار با هم دارای تغییر دما هم شش به استوار

(Hyper-elastic structures under the axial force)

* سازه ها به اجزای دین شش است اگر نیروی محلی نه و بعد از محله آن به نیروی است به تا به بعد از محله آن تا قبل استایی دین توان شش است



تعیین کرد که این سازه ها سازه های استایی به استوار است محلی
 این است که R_A و R_B را می بینیم
 مثل به استوار شش به استوار با هم به استوار (شش استایی محلی)
 دایره ای هم استوار

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B = P$$

۱- روش تفسیر کریستال ✓ (در بیان درج این روش خلاصه)
 ۲- روش تفسیر پیکاجی

(2)

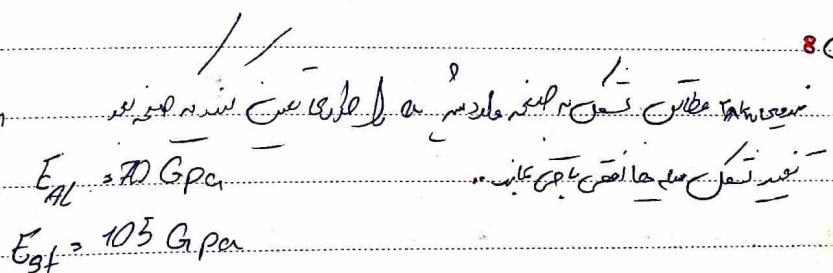
$\sum F_y \dots \rightarrow P_{c,b} = R_A - P$

مس. دانش عربی والا دوستم عالم بدینوی ← (۱) Equilibrium (۲) Compatibility

• سین سازه یعنی نا معین ، اگر نا معین بود روی سرام معادلات بازگای ۴

• معادلات بازگای ۴ از نا معین ها مجموعه معادلات ۴

• فصل برای حالت نا معین

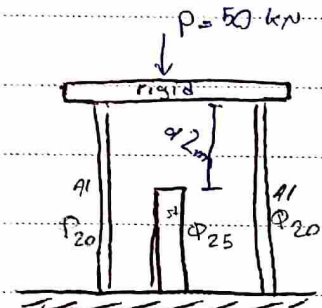


$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

(I) $P_{Al} + 6P_{St} = 28 \Rightarrow P_{Al} = 24 \text{ kN} ; P_{St} = 4 \text{ kN} ; 4 = \frac{28x}{3} \Rightarrow x = 428.5 \text{ mm}$

$\delta = \left(\frac{PL}{AE} \right) = \frac{L}{E}$ نکته

محاسبه تغییرات طولی اعضا به سبب بارها و تغییرات دما (تحت بار و دما)

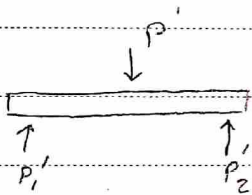


صورتی که در این شکل بر روی دو ستون Al قرار داریم. طول ستون سوم ۲/۵ است. این دو ستون در کنار هم هستند. تنش در داخل ستون ها برابر می کنند؟
 * بعضی ها می گویند که وقتی بار را بر روی ستون می گذاریم، بار را به سه ستون تقسیم می کنیم و این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم.

$E_{Al} = 70 \text{ GPa} ; E_{St} = 105 \text{ GPa}$

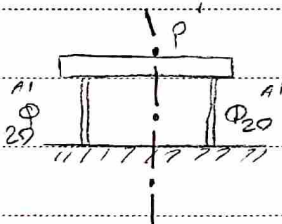
بزرگترین تغییر طولی در دو ستون در این بارها و دما قرار می دهیم. تغییرات دما را هم در نظر می گیریم.

در حالتی که دو ستون با هم بار را تقسیم می کنند و دوباره می بینیم که این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم. این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم و این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم.



$E_{St} \delta_{St} = P'1 + P'2 = P'$

نکته: تغییر طولی اعضا به سبب بارها و تغییرات دما



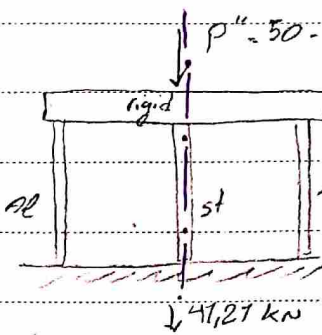
$P'1 = P'2$

$2P'1 = P'$

$P'1 = P'2 = 4.39 \text{ kN}$

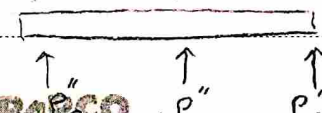
$2 \times (E_{Al})_{Al} \times \delta = P' \Rightarrow P' = \frac{2 \times 70 \times \frac{7}{12} \times (20)}{4} = 8.79 \text{ kN}$

این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم و این بار را به سه ستون تقسیم می کنیم.



$P'' = 50 - 8.79 = 41.21$

نکته: تغییرات طولی اعضا به سبب بارها و تغییرات دما



$P''2 + P''3 + P''4 = 41.21$

① $P''2 = P''4$

در مسائل مهندسی و در اکثر موارد، باید از اصل بقای انرژی استفاده کرد. در این مسئله، باید از اصل بقای انرژی استفاده کرد.

$$P_2'' + P_3'' + P_4'' = 41,21 \text{ kN} \rightarrow 2P_2'' + P_3'' = 41,21 \rightarrow P_3'' = 22,39 \text{ kN}$$

$$P_2'' = P_4'' = 9,4 \text{ kN}$$

$$A1 \rightarrow P_1 = P_2 = 4,39 \text{ kN}$$

در صورتی که

$$P_1 = P_3 = 4,39 + 9,4 = 13,8 \text{ kN}$$

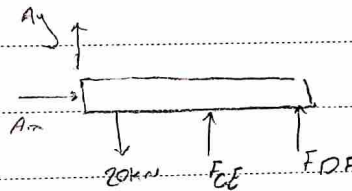
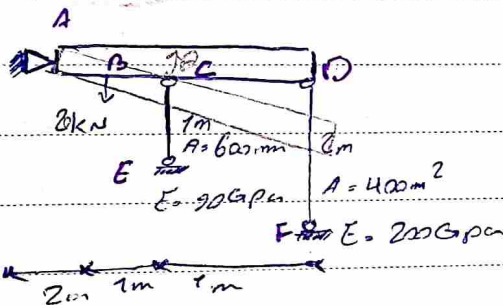
$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{P}{A} = \frac{13,8}{\frac{\pi}{4}(20)^2} = 43,92$$

در صورتی که

$$P_2 = 22,39 \text{ kN}$$

$$\sigma_2 = \frac{22,39}{\frac{\pi}{4}(25)^2} = 45,61$$

در صورتی که



در صورتی که

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = F_{CE} + F_{DE} = 20$$

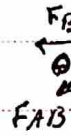
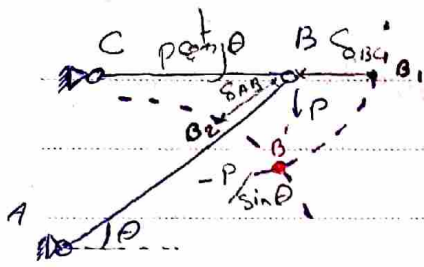
$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_{CE} \times 3 + 4F_{DE} = 20 \times 2$$

$$\frac{\Delta_{CE}}{\Delta_{DE}} = \frac{3}{4} \rightarrow \Delta_{CE} = \frac{3}{4} \Delta_{DE}$$

$$\frac{P_{CE} \times 1}{90 \times 600} = \frac{3}{4} \frac{P_{DE} \times 2}{200 \times 400} \rightarrow P_{DE} = 0,98 P_{CE}$$

$$F_{CE} \times 3 + 4F_{DE} = 20 \rightarrow P_{CE} = 5,75 \text{ kN} \quad ; \quad P_{DE} = 5,68 \text{ kN}$$

$$\sigma_{CE} = \frac{5,75}{600} = 9,58 \text{ GPa} \quad ; \quad \sigma_{DE} = \frac{5,68}{400} = 14,21 \text{ GPa}$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AB} \sin \theta = P$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} \cos \theta + F_{BC} = 0$$

$$F_{AB} = \frac{P}{\sin \theta}$$

$$F_{BC} = -F_{AB} \cos \theta = -P \cot \theta$$

* در این مرحله، در عضو BC، نیروی کشش δ_{BC} داریم (درست)

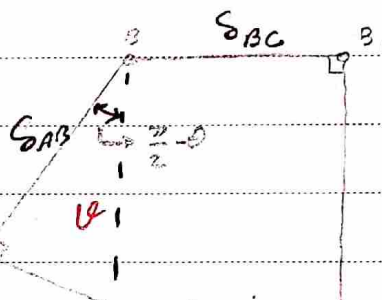
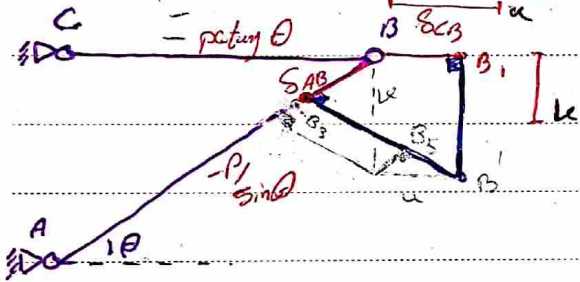
* در این مرحله، در عضو AB، نیروی کشش δ_{AB} داریم (درست)

$$\delta_{CB} = P_{BC} \left(\frac{L}{EA} \right)_{BC}$$

$$\delta_{AB} = P_{AB} \left(\frac{L}{EA} \right)_{AB}$$

* تغییرات هندسی در این مرحله، δ_{AB} و δ_{BC} را می‌توانیم از حالت اولیه θ به $\theta + \delta\theta$ تغییر می‌دهیم. این تغییرات هندسی را می‌توانیم از طریق هندسه و تریگونومی محاسبه کنیم.

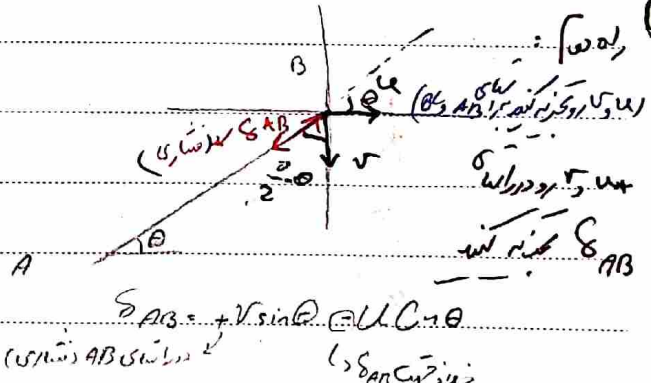
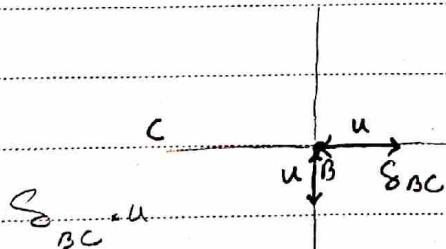
* در این مرحله، حرکت δ_{AB} و δ_{BC} را می‌توانیم از طریق هندسه و تریگونومی محاسبه کنیم. این تغییرات هندسی را می‌توانیم از طریق هندسه و تریگونومی محاسبه کنیم.



$$\delta_{AB} = \frac{1}{2} \delta_{BC} \sin \theta$$

* خط δ_{AB} را می‌توانیم از طریق هندسه و تریگونومی محاسبه کنیم.

$$\delta_{AB} = \frac{B_3 B_2 - B_2 B_3}{B_2 B_3} = \frac{u \sin \theta}{u \cos \theta}$$



در این مرحله، حرکت δ_{AB} و δ_{BC} را می‌توانیم از طریق هندسه و تریگونومی محاسبه کنیم.

$\sin \alpha = \frac{u}{c}$
 $\sin \alpha = \frac{u \cos \alpha + v \sin \alpha}{c}$

Diagram illustrating the calculation of the area of a triangle $\triangle ABC$ using the cross product of vectors $\vec{AB}$ and $\vec{AC}$.

The diagram shows a coordinate system with the origin at vertex A . Vectors $\vec{AB}$ and $\vec{AC}$ are drawn from A to vertices B and C respectively. The area of the triangle is indicated as S_{ABC} .

The formula for the area of the triangle is given as:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$$

The cross product $\vec{AB} \times \vec{AC}$ is calculated using the determinant of a matrix:

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_B & y_B & z_B \\ x_C & y_C & z_C \end{vmatrix}$$

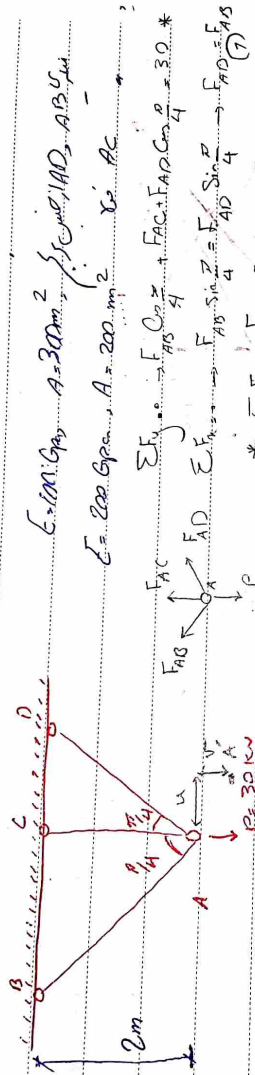
The resulting vector is shown as $\vec{AB} \times \vec{AC} = x_B y_C - x_C y_B \vec{k}$.

The magnitude of the cross product is then calculated:

$$|\vec{AB} \times \vec{AC}| = \sqrt{(x_B y_C - x_C y_B)^2} = |x_B y_C - x_C y_B|$$

Finally, the area of the triangle is:

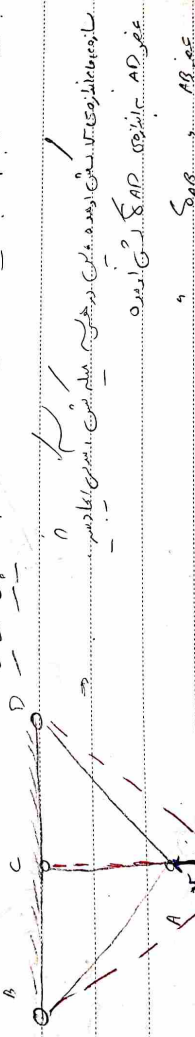
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |x_B y_C - x_C y_B|$$



$$\sum E_j \rightarrow \frac{F_{\text{Comp}}}{H_S} + \frac{F_{AC} + F_{AP} \cdot \cos \theta}{4} = 30 \text{ N}$$

$$F_{AB} \sin \theta = \frac{F}{4} \sin \frac{\theta}{4} \rightarrow \frac{F_{AD} = F}{4} \quad (7)$$

$$* \sqrt{2} F_{AB} + F_{AC} = 30 \text{ kN} \quad (2)$$

[illegible]

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\alpha!} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^{\alpha} f(x) = f(x)$$

$\frac{C_{H_2O}}{4} = \frac{C_{CO_2}}{4}$

$\frac{1}{2} \text{ } \frac{1}{2}$

SAC

SAC $\sqrt{2}$

$$PAC \left(\frac{L}{EA} \right)_{AC} \rightarrow f_{AC} \times \frac{L}{200 \times 2m} \sqrt{E} \times 100,300$$

① $E = 1.375E$ $1.5 = 30 \text{ kN}$ $7 =$

→ $F_{AC} = 79.604 \text{ kN}$; $F_{AB} = F_{AD} = 0.375 F_{AC} = 4.35 \text{ kN}$

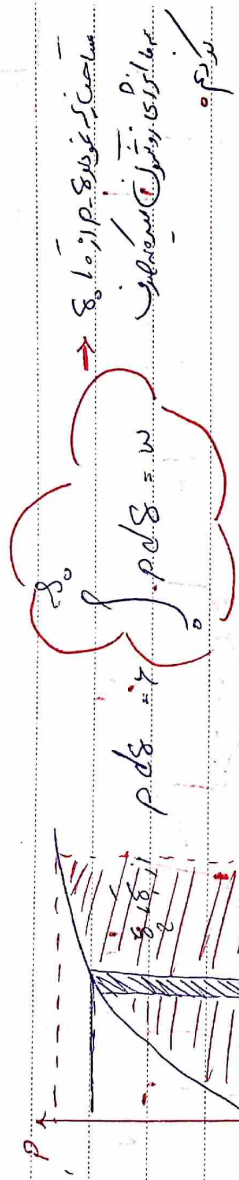
$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{A_{AC}} = 24.5 \text{ mpa}$ و $\sigma_{AB} = \sigma_{AC} = 93 \text{ mpa}$
 $\delta_{AD} = \delta_{AB} = F_{AB} \left(\frac{L}{EA} \right)_{AB}$ و $\delta_{AC} = F_{AC} \left(\frac{L}{EA} \right)_{AC}$
 $\delta_{AD} = 0.98 \text{ m}$ و $\delta_{AC} = 0.98 \text{ m}$

انرژی الاستیک محاسبه

انرژی الاستیک در این سیستم

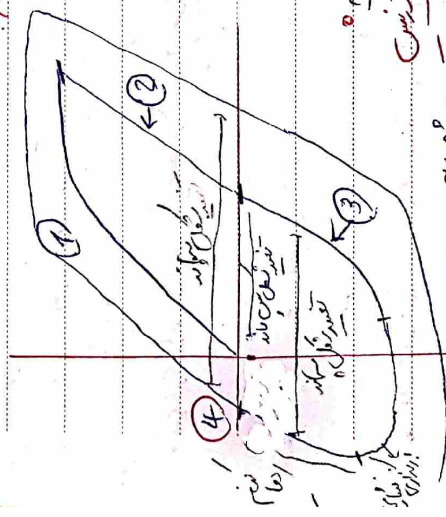
محاسبه انرژی الاستیک در این سیستم

انرژی الاستیک در این سیستم



محاسبه انرژی الاستیک در این سیستم

محاسبه انرژی الاستیک در این سیستم



$\delta = \int_0^L \frac{P}{A(x) E} dx$
 $\delta = \frac{P L}{E A_1} \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$

$\delta = \frac{P L}{E A_1} \ln \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$

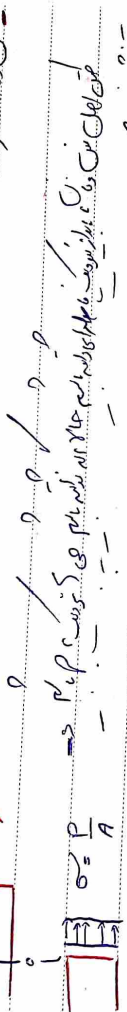
$$\sigma_{ave} = \frac{1}{2} \rho \delta_0$$

* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

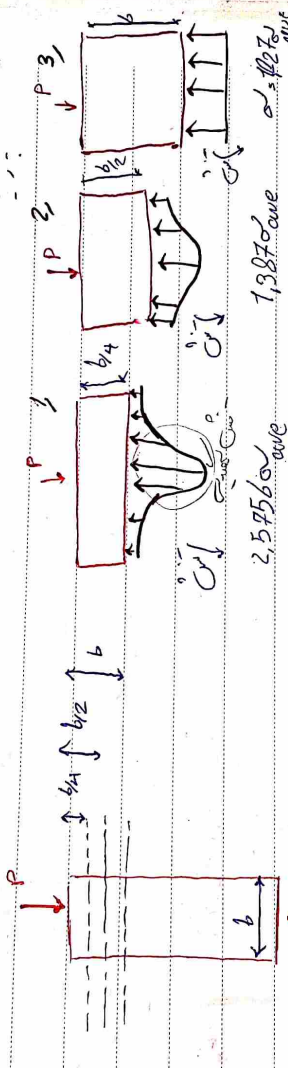
* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.



(steady velocity)



در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.



2.5956 σ_{ave} 1.987 σ_{ave}

* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

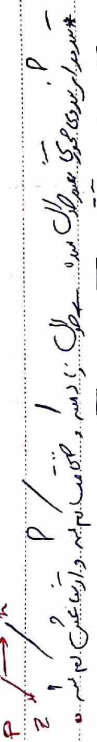
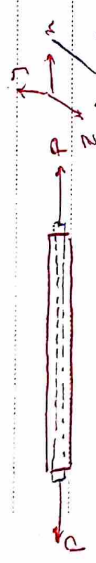
* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

* در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است. در این حالت، پهنای سطح مقطع در انتهای کانال برابر با δ_0 است.

برای جابجایی از این لحاظ مایل به چپ است و در صورتی که این را در نظر بگیریم

تغییر طول ۴ این است و این را در صورتی که



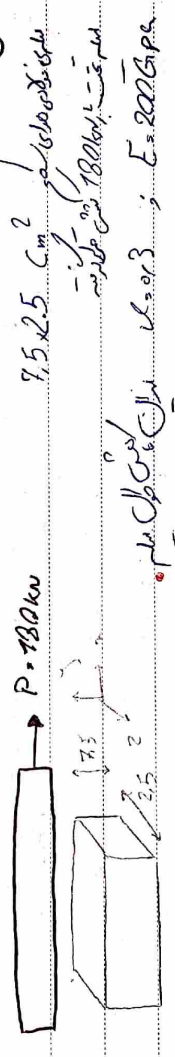
تغییر طول ۴ این است و این را در صورتی که

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{P}{E_a A_a}$$

$$\epsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{P}{E_b A_b}$$

$$\epsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{P}{E_c A_c}$$

مثال:



$$P = 180 \text{ kN}$$

$$A_1 = 7.5 \times 2.5 \text{ cm}^2$$

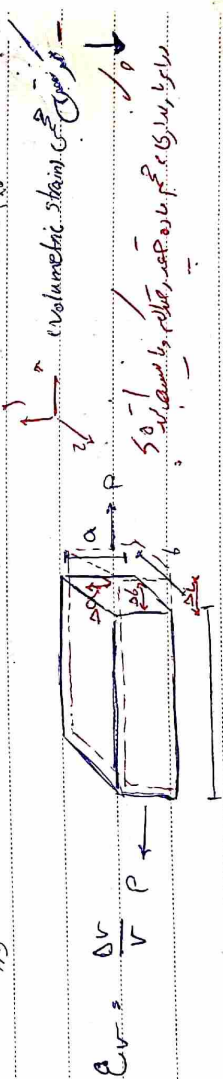
$$A_2 = 7.5 \times 2.5 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 7.5 \times 2.5 \text{ cm}^2$$

$$E_1 = 200 \text{ GPa}$$

$$E_2 = 100 \text{ GPa}$$

$$E_3 = 100 \text{ GPa}$$



$$\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$

Subject
Date

$$\epsilon_z = -\nu \epsilon_x = \frac{\Delta b}{b} \rightarrow \Delta b = -b \nu \epsilon_x \rightarrow b' = b + \Delta b = b - b \nu \epsilon_x = b(1 - \nu \epsilon_x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L' = L(1 + \epsilon_x) \rightarrow L' = L(1 + \epsilon_x) \\ a' = a(1 - \epsilon_x \nu) \rightarrow a' = a(1 + \epsilon_y) \\ b' = b(1 - \epsilon_x \nu) \rightarrow b' = b(1 + \epsilon_z) \end{array} \right.$$

$$V' = V(1 + \epsilon_x \nu) \rightarrow V' = V(1 + \epsilon_x \nu) ; \epsilon_x = \epsilon_x(1 - 2\nu)$$

$$V' = a'b'L' = L(1 + \epsilon_x) a(1 + \epsilon_y) b(1 + \epsilon_z) = abL(1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$

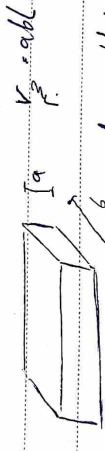
$$V' = [abL(1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)]$$

$$\Delta V = V' - V = abL(1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) - abL = abL(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) = \Delta V$$

$$\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \frac{abL(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)}{abL} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

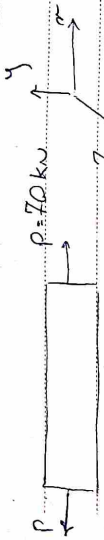
$$\epsilon_v = \epsilon_x(1 - 2\nu)$$

تغییرات حاصل اینها را در دایره میزنیم



$$dV = bda + abd + abdl$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{bda}{abL} + \frac{abd}{abL} + \frac{abdl}{abL} \rightarrow \epsilon_v = \epsilon_y + \epsilon_z + \epsilon_x$$



$$P = 70 \text{ kN}$$

300 mm

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{P}{EA} = \frac{70 \text{ kN}}{200 \text{ GPa} \times 15 \times 25 \text{ mm}^2} = 9.3 \times 10^{-4}$$

$$\Delta L = \epsilon L = 9.3 \times 10^{-4} \times 300 = 0.279 \text{ mm}$$

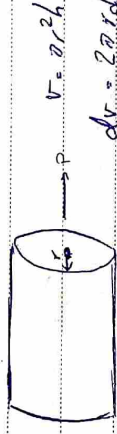
$$\epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x = -0.3 \times 9.3 \times 10^{-4} = -2.8 \times 10^{-4}$$

$$\Delta y = \epsilon_y \times L_y = -2.8 \times 10^{-4} \times 15 \text{ mm} = -0.0042 \text{ mm}$$

$$\Delta z = -\epsilon_z \times L_z = -2.8 \times 10^{-4} \times 25 \text{ mm} = -0.007 \text{ mm}$$

$$\Delta V = \epsilon_x \times V = 9.3 \times 10^{-4} \times (300 \text{ mm} \times 15 \text{ mm} \times 25 \text{ mm}) = 341.625$$

تغییرات طولی و عرضی و تغییرات حجمی در یک جسم تحت تنش یک محوری

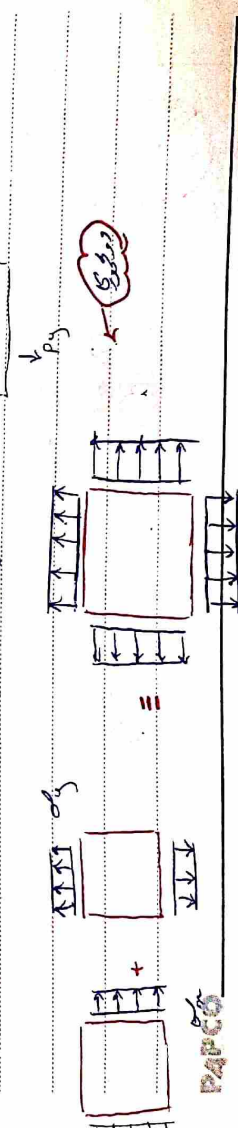
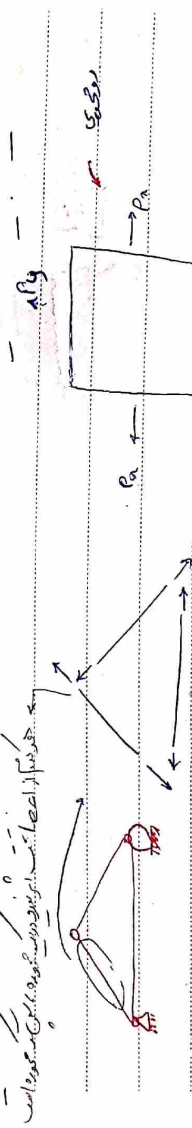


$$dV = 2\pi r dr L + \pi r^2 dL$$

$$\epsilon_V = \frac{dV}{V} = \frac{2\pi r dr L}{\pi r^2 L} + \frac{\pi r^2 dL}{\pi r^2 L} \rightarrow \epsilon_V = \frac{2dr}{r} + \frac{dL}{L} = 2\epsilon_r + \epsilon_L$$

multi-axial stress - biaxial stress - uniaxial stress

تغییرات حجمی و تغییرات طولی و تغییرات عرضی در یک جسم تحت تنش یک محوری



پایه اول

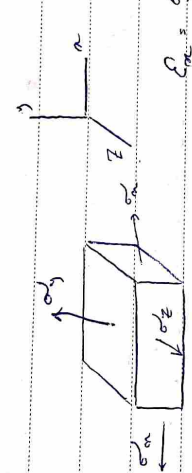
مکانیک

$$\epsilon_x^I = \frac{\sigma_x}{E}$$
$$\epsilon_y^I = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_y^II = \frac{\sigma_y}{E}$$
$$\epsilon_x^II = -\nu \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\epsilon_x = \epsilon_x^I + \epsilon_x^II = \frac{\sigma_x}{E} + (-\nu \frac{\sigma_y}{E}) = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$
$$\epsilon_y = \epsilon_y^I + \epsilon_y^II = \frac{\sigma_y}{E} + (-\nu \frac{\sigma_x}{E}) = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

مجموع تغییر طول در دو جهت

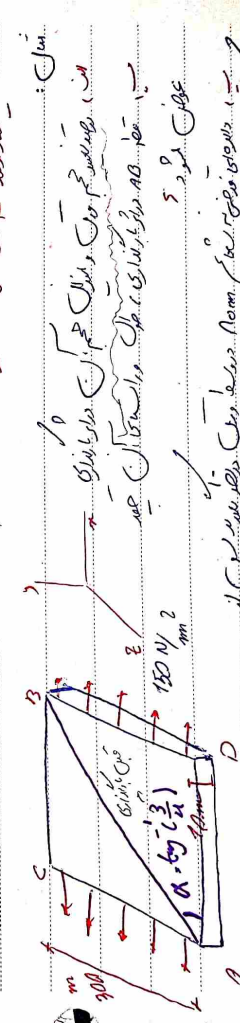


تغییر طول

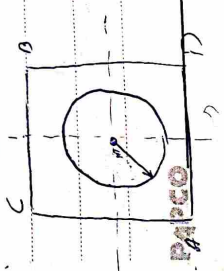
Generalize Hook's Law

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} + (-\nu \frac{\sigma_y}{E}) + (-\nu \frac{\sigma_z}{E})$$
$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} + (-\nu \frac{\sigma_x}{E}) + (-\nu \frac{\sigma_z}{E})$$
$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} + (-\nu \frac{\sigma_x}{E}) + (-\nu \frac{\sigma_y}{E})$$

حالت پوی در دو جهت

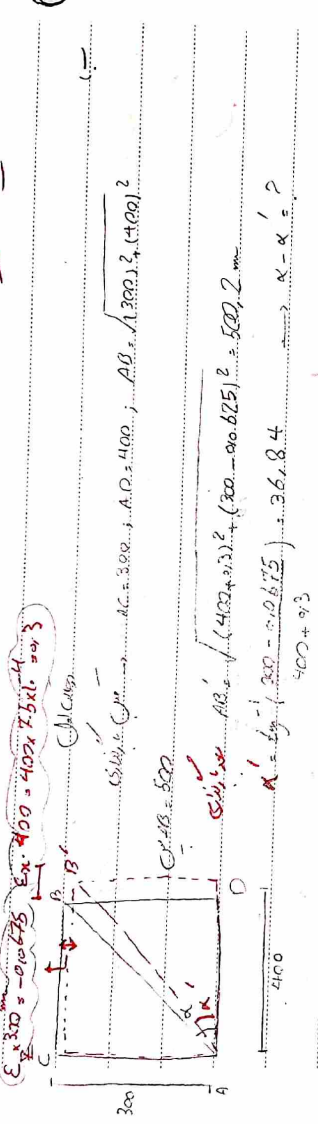


مثال:
در یک جسم تحت تنش و فشار یکسان در دو جهت، تغییر طول در دو جهت را محاسبه کنید.
ماده: فولاد (E = 200 GPa, ν = 0.3)
تنش: 100 MPa

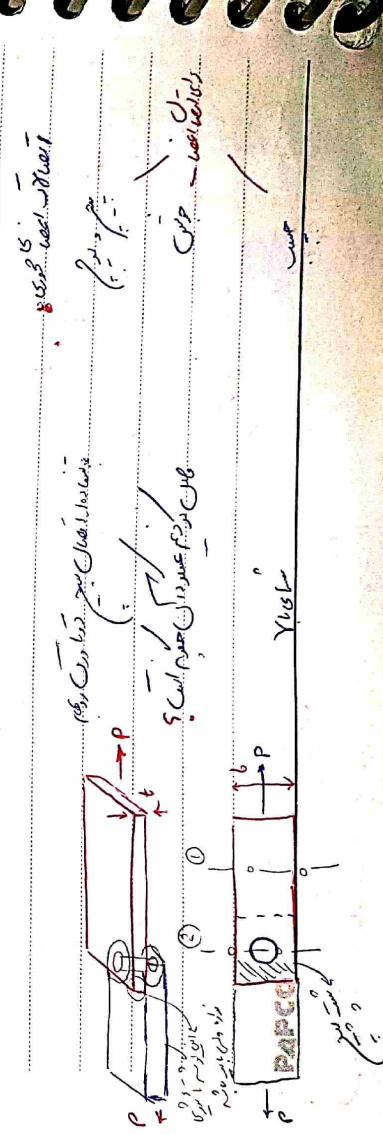


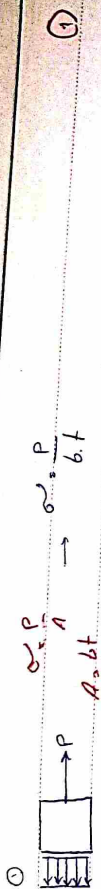
$\sigma_x = 180 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_y = 0$; $\sigma_z = 0$
 $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{180}{200 \times 10^9} - \nu \frac{0}{200 \times 10^9} - \nu \frac{0}{200 \times 10^9} = 9 \times 10^{-4}$
 $\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} = \frac{0}{200 \times 10^9} - \nu \frac{180}{200 \times 10^9} - \nu \frac{0}{200 \times 10^9} = -2.25 \times 10^{-4}$
 $\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} = \frac{0}{200 \times 10^9} - \nu \frac{180}{200 \times 10^9} - \nu \frac{0}{200 \times 10^9} = -2.25 \times 10^{-4}$

$\Delta V = \epsilon_x \Delta x + \epsilon_y \Delta y + \epsilon_z \Delta z = 3 \times 10^{-4} \times 400 + (-2.25 \times 10^{-4}) \times 300 + (-2.25 \times 10^{-4}) \times 300 = 0.0003$
 $\Delta V = 0.0003 \text{ m}^3$
 $\Delta V = 0.0003 \text{ m}^3 \times 1000 = 0.3 \text{ liters}$



$S_x = \frac{1}{12} \pi r^4 = \frac{1}{12} \pi (80)^4 = 201674.74 \text{ mm}^4$
 $S_y = \frac{1}{12} \pi r^4 = \frac{1}{12} \pi (80)^4 = 201674.74 \text{ mm}^4$
 $S_z = \frac{1}{12} \pi r^4 = \frac{1}{12} \pi (80)^4 = 201674.74 \text{ mm}^4$





②

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /
در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

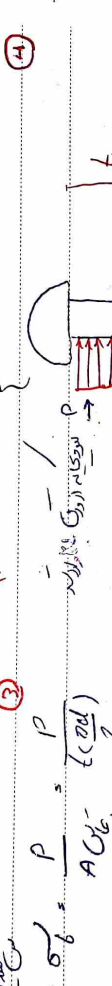
③

$$\sigma_{x,x} = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_2} = \frac{P}{b \cdot t} \cdot dt$$

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

④

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /



⑥

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑦

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑧

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑨

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑩

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑪

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

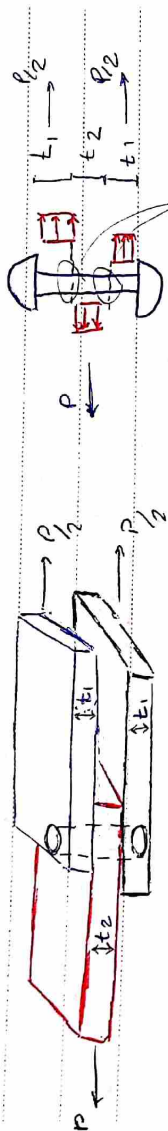
⑫

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

⑬

در این قسمت محاسبه می‌کنیم. داریم در قسمت شعاع میانی این سوراخ داریم. /
و ما تغییرات داریم. و در آنجا می‌بینیم. /

در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.



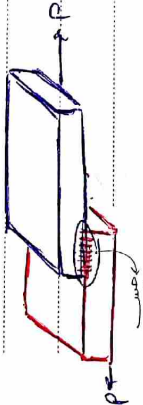
$$C_{max} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{D^2}{d^2}$$

در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.

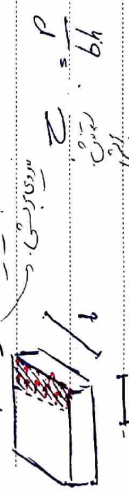


در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.

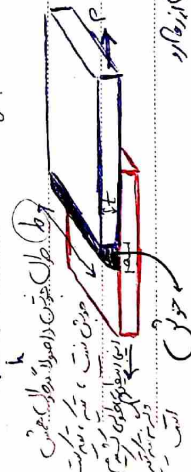
اصول جیب



در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.



اصول جیب

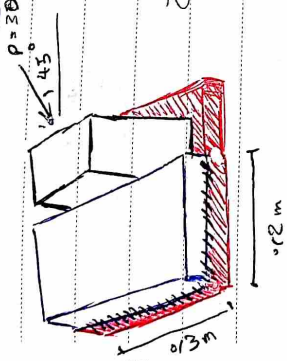


در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.

در یک مقطع از یک لوله که در یک مقطع
تغییر می کند، نیروی برابری می شود.

معمولاً در جعبه‌های فولادی مربعی و مستطینی $b_1 = b_2 = b$

ظرف فولادی مربعی P
 فشار مجاز $\sigma_{allowable}$
 در جعبه‌های مربعی و مستطینی $b_1 = b_2 = b$

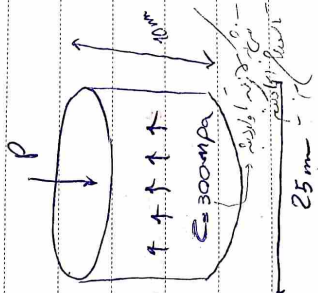


محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$

محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{300}{0.13 \times 0.13} = 145.04 \text{ MPa}$$

محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$
 محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$

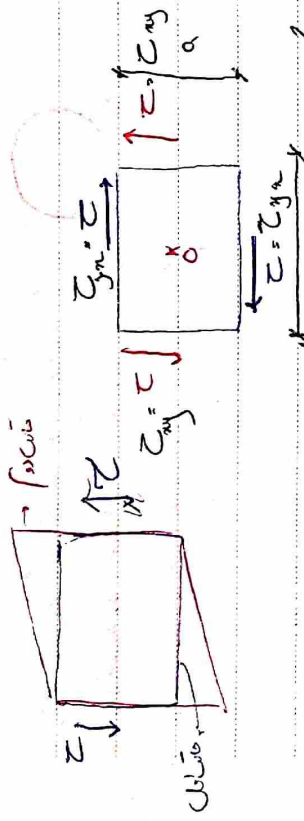


محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{300}{\pi \times (0.025)^2} = 1538.46 \text{ MPa}$$

محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$
 محاسبه استرس در جعبه $P = 300 \text{ N}$

در این روش، τ و σ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.



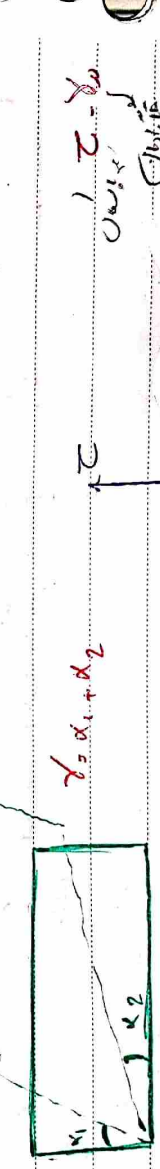
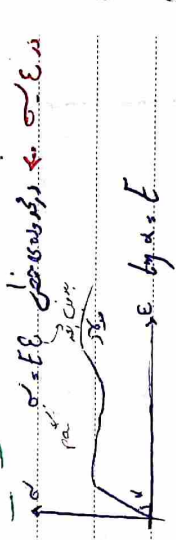
$$\tau = \frac{1}{2} \sigma \tan \phi$$

در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم. در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.

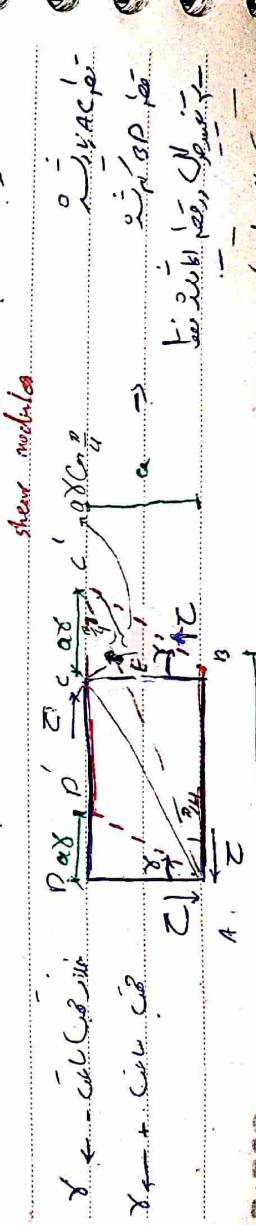
در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم. در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.

در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم. در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.

در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم. در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.



در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم. در این روش، σ و τ را می‌توانیم از یکدیگر جدا کنیم.

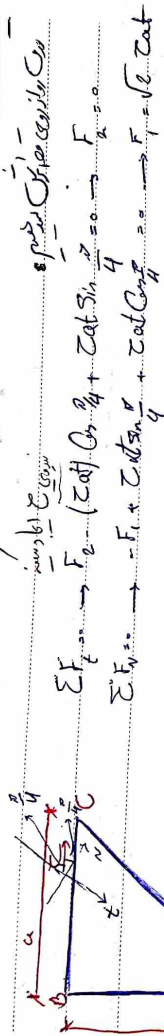


$$\textcircled{E} = \frac{AC - AC'}{AC} = \frac{AC \sin^2 \theta}{AC} = \frac{1}{2}$$

معمولاً هم به هم میزنند. AC' هم به هم میزنند. AC هم به هم میزنند.

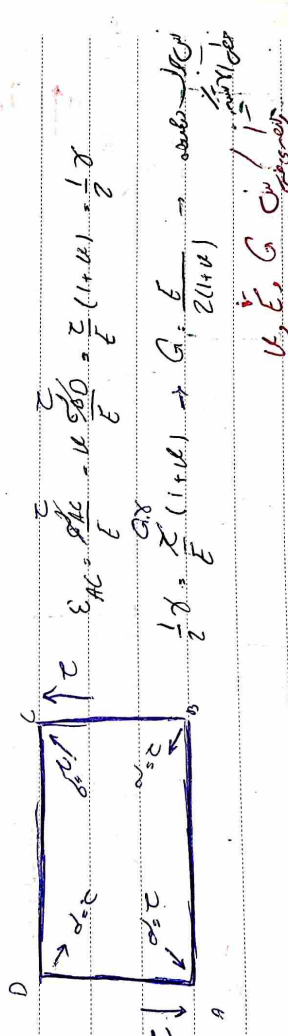
$$AC - AC' = E \cdot C = \alpha \cdot C \cdot \sin^2 \theta$$

$$AC = \alpha \cdot C \cdot \sin^2 \theta$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_1 - (Z \sin \theta) \cdot C \cdot \sin^2 \theta = 0 \rightarrow F_1 = Z \cdot C \cdot \sin^2 \theta$$

در صورتی که F_1 به سمت راست و F_2 به سمت چپ باشد.

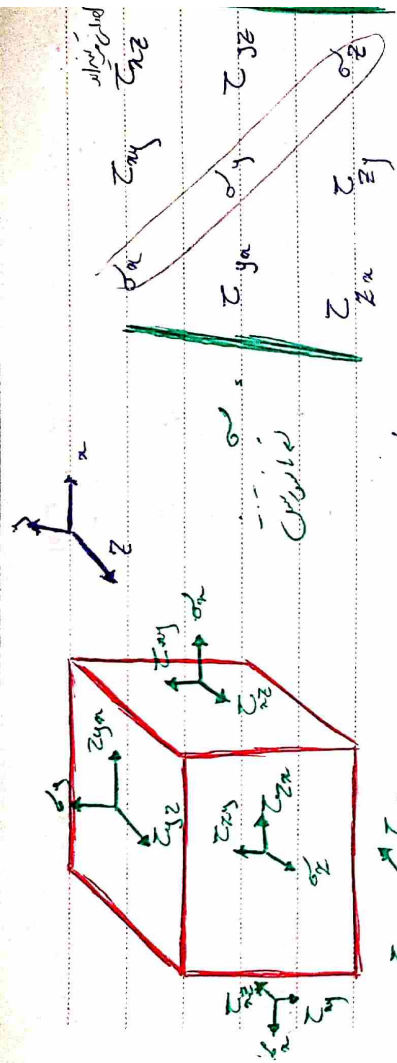


در صورتی که F_1 به سمت راست و F_2 به سمت چپ باشد.

در صورتی که F_1 به سمت راست و F_2 به سمت چپ باشد.

در صورتی که F_1 به سمت راست و F_2 به سمت چپ باشد.

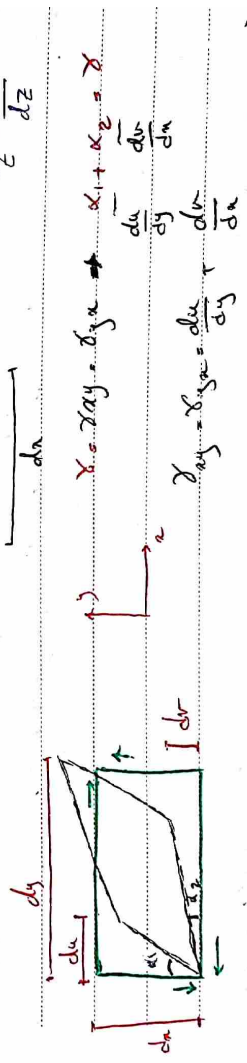
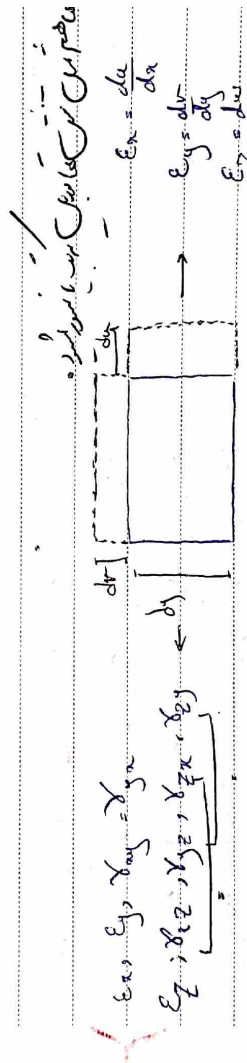
در صورتی که F_1 به سمت راست و F_2 به سمت چپ باشد.



در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:

تنش در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:

تنش در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:



در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:

تنش در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:

تنش در یک عنصر مکعبی در یک حالت تنش، اگر این تنش‌ها را در یک حالت تنش قرار دهیم، می‌توانیم تنش‌ها را به صورت زیر نمایش دهیم:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\sigma_x}{E} + \nu \frac{\sigma_y}{E} + \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad ; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\sigma_y}{E} + \nu \frac{\sigma_x}{E} + \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad ; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\sigma_z}{E} + \nu \frac{\sigma_x}{E} + \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad ; \quad \tau_{zx} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{23} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \tau_{22} & \tau_{23} & \tau_{23} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \tau_{32} & \tau_{33} & \tau_{33} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{23} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau_{22} & \tau_{23} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix}$

تغییرات (strain) $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$

تغییرات (shear strain) $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$

تغییرات (stress) $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$

تغییرات (shear stress) $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

تغییرات (strain) $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$

تغییرات (shear strain) $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$

تغییرات (stress) $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$

تغییرات (shear stress) $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

تغییرات (strain) $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$

تغییرات (shear strain) $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$

تغییرات (stress) $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$

تغییرات (shear stress) $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

تغییرات (strain) $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$

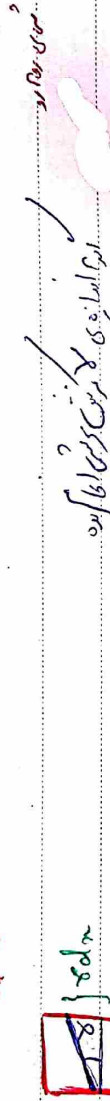
تغییرات (shear strain) $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$

تغییرات (stress) $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$

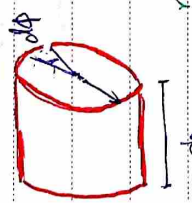
تغییرات (shear stress) $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

نصف 2

- پیچش (Torsion) که در حالت پیچش است. در پیچش از مرکز نیروی برقرار می‌شود. در حالت پیچش، نیروی برقرار در راستای پیچش می‌باشد.



در حالت پیچش، نیروی برقرار در راستای پیچش می‌باشد.



در حالت پیچش، نیروی برقرار در راستای پیچش می‌باشد.

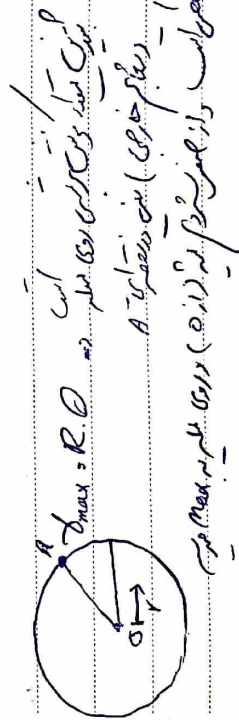
در حالت پیچش، نیروی برقرار در راستای پیچش می‌باشد.

در حالت پیچش، نیروی برقرار در راستای پیچش می‌باشد.

$$\frac{d\phi}{dn} = \theta$$

$$\frac{d\phi}{dn} = \theta$$

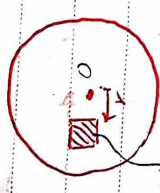
$$T = G \cdot \theta \cdot r \cdot \phi$$



$$T_{max} = G \cdot R \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{\phi}{L}$$

الانحراف في المحاور



الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

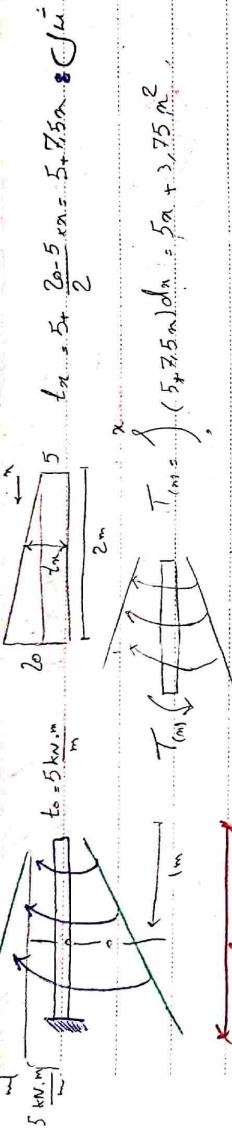
الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$

الانحراف في المحاور
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int \tau r \, dA$
 $\tau = G\theta r$
 $\theta = \frac{1}{GJ} \int G\theta r^2 \, dA$
 $J = \int r^2 \, dA$



$$t_a = 5 + \frac{20-5}{2} \times 2 = 5 + 7.5 \times 2 = 20$$

$$T_{in} = (5 + 7.5 \times 2) \times 2 = 20 \times 2 = 40$$

$$T_{max} = ?$$

$$\frac{T_{max}}{T_{in}} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{n+1}$$

$$\frac{T_{max}}{40} = \left(\frac{10}{20} \right)^{2+1}$$

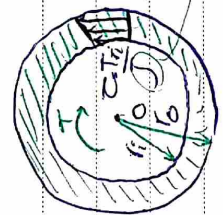
$$T_{max} = 40 \times \left(\frac{1}{2} \right)^3 = 40 \times \frac{1}{8} = 5$$

$$T_{max} = 5$$

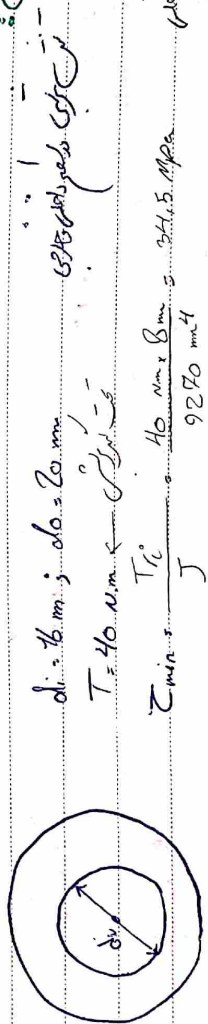
توسط سطح انتقال حرارت در هر دو طرف به صورت موازی به یکدیگر رسانده می شود.

برای یافتن از دمای جدار برای سادگی در هر دو طرف به صورت موازی به یکدیگر رسانده می شود.

توسط سطح انتقال حرارت در هر دو طرف به صورت موازی به یکدیگر رسانده می شود.



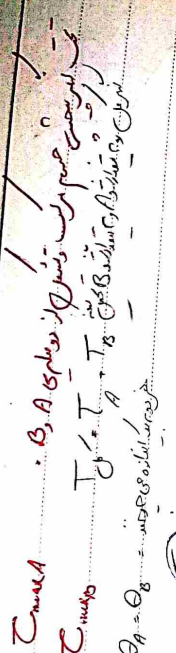
$$T = \frac{1}{2} (T_0 - T_1) + \frac{1}{2} (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} (T_0 - T_2)$$



$$T_{min} = \frac{T_1}{J} = \frac{40}{9270} = 4.3 \times 10^{-4}$$

$$T_{max} = \frac{T_0}{J} = \frac{40}{9270} = 4.3 \times 10^{-4}$$

از دمای جدار برای سادگی در هر دو طرف به صورت موازی به یکدیگر رسانده می شود.


$$\begin{aligned} \text{GJ} &= \text{GJ} \cdot \theta_A + \text{GJ} \cdot \theta_B = T \cdot \theta_A \\ \text{GJ} &= \text{GJ} \cdot \theta_A + \text{GJ} \cdot \theta_B = T \cdot \theta_A \end{aligned}$$

$$(Z_{\max, \chi}) = \frac{T_A (K_{\text{rel}, \chi})^A}{(G_J)_A + (G_J)_B} = \frac{\frac{T (G_J)_A}{(G_J)_A + (G_J)_B} \times \chi_A}{T (G_J)_A}$$

$$(T_{\max})_B = \frac{T_B (r_{\max})_B}{J_A} = \frac{T_B (r_{\max})_B}{(GJ_A + GJ_B)}$$

$$f = \int \frac{p d\alpha}{EA}$$

$T_{\alpha\beta} = \phi$

G_J

G_J

constant

J_G

$\rho = \text{const}$

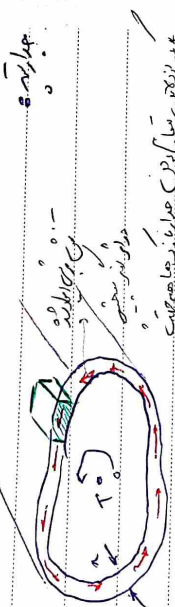
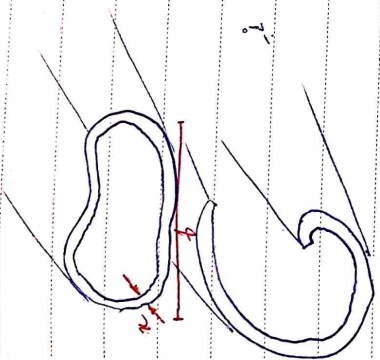
$$EA \quad \xrightarrow{P} \quad \frac{k \times EA}{L} \quad \xrightarrow{P \times k \Delta} \quad \Delta$$

ϕ

24PCO

$$-22. T. l \left(da + d_1 da \right) / 360 (d_1 - da)$$

معمولاً در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.



در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.

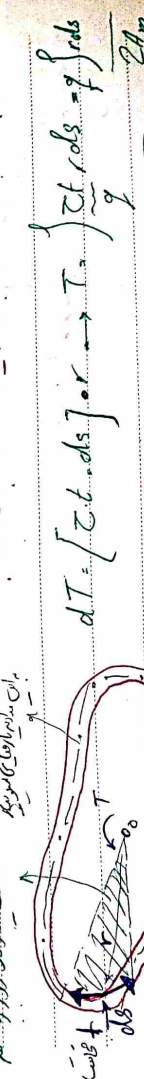
$$T_1(t, da) \rightarrow T_2(t, da)$$

$$T_1, t_1 = T_2, t_2$$

در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.

در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.

در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.



$$q = \frac{T}{2A_m}$$

$$q = \frac{T}{2A_m}$$

در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.

در این حالت، دما در تمام طول سیم یکسان است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است و در این صورت، تغییر دما در طول سیم صاف است.

نیکی پیمایی از پی

$$\frac{1}{2} T \cdot \Phi = \int_0^{\frac{1}{2}} \tau \cdot r \, dr = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \tau^2 \, dr =$$

کدام مقدار است

$$\frac{1}{2} T \cdot \Phi = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\tau^2}{4(A_m)^2} \cdot 2 \cdot b \cdot ds \cdot d\alpha \rightarrow \Phi = \frac{1}{G} \frac{T}{4A_m^2} \left(\int_0^{\frac{1}{2}} ds \right) \left(\int_0^{\frac{1}{2}} d\alpha \right)$$

$$\rightarrow \theta = \frac{\Phi}{L} = \frac{T}{A_m^2 \cdot G \cdot L} \int_0^{\frac{1}{2}} ds \int_0^{\frac{1}{2}} d\alpha$$

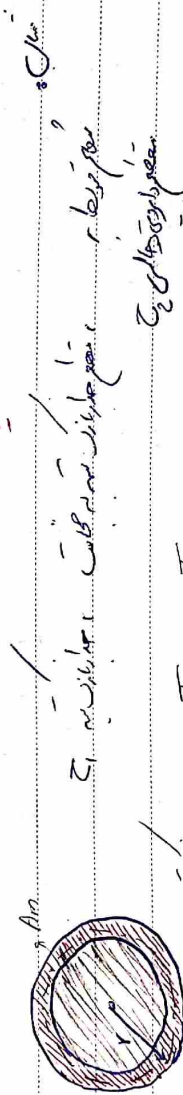
$$\textcircled{1} \varphi = \tau t = \text{ویژگی} \quad \textcircled{2} \frac{T}{2A_m t} = \tau \quad \textcircled{3} \theta = \frac{\Phi}{L} = \frac{T}{A_m^2 \cdot G \cdot L} \int_0^{\frac{1}{2}} ds \int_0^{\frac{1}{2}} d\alpha$$

i.f. $t = \text{Constant} \rightarrow \theta = \frac{d\Phi}{d\alpha} = \frac{T}{4G \cdot A_m^2} \times \frac{L_m}{t}$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} ds = \frac{L_1}{t} + \frac{L_2}{t_2}$$

طراحی ثابت است

$$\frac{d\Phi}{d\alpha} = \frac{T}{GJ} = \frac{T}{G} \left(\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{ds}{4A_m^2} \right) = \frac{4A_m^2}{G} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{ds}{t}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{ds}{t} = \frac{T}{2A_m \cdot t} \int_0^{\frac{1}{2}} ds$$

$$A_m = \pi r^2 \quad \frac{1}{2} = \frac{T}{2A_m \cdot t} \int_0^{\frac{1}{2}} ds$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} ds = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r}{2} \right) d\alpha = \frac{r}{2} \left(\int_0^{\frac{1}{2}} d\alpha \right) = \frac{r}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{r}{4}$$

$$= \frac{\pi r^2}{4} \left(\frac{r}{2} \right) = \frac{\pi r^3}{8}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{T}{2\pi r t} = \frac{r(4r^2 + t^2)}{2r^2 t(2r + t)} \quad B = \frac{r}{t}$$

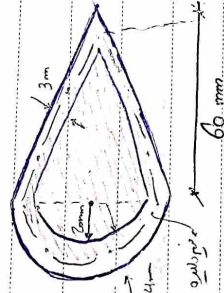
$$= \frac{4B^2 + 1}{2B(1 + 2B)} \quad \text{if } B = 5 \rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 1.92$$

$$\text{if } B = 10 \rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 2.96$$

$$\text{if } B = 20 \rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 2.88$$

هر وقت که B بزرگتر شود، $\frac{z_1}{z_2}$ به 2.88 میل می‌کند.

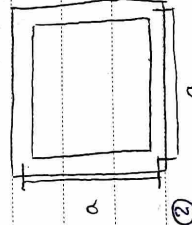
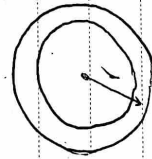
$$\text{if } B \rightarrow \infty \rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 1$$



تولید شده 50 Mpa $\rightarrow T_{\max} = ?$

در این مورد، تنش در مرکز به بیشترین مقدار می‌رسد.

$$T_{\max} = \frac{T}{2\pi r t} = \frac{2\pi r t}{2\pi r t} = 615.08 \text{ N/mm}^2$$



$$\frac{T_1}{(k\phi)} = \frac{T_2}{(k\phi)} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{k}$$

$$J_1 = \frac{1}{2} \frac{d^4}{32} \quad J_2 = \frac{1}{2} \frac{d^4}{32}$$

$$J_1 = J_2 \rightarrow \frac{d_1^4}{32} = \frac{d_2^4}{32}$$

$\tau = \frac{T}{2A_m t}$ $\rightarrow T_{all} = T_{all}(2A_m t)$
 رهاگ (مستطیل) $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$

$T_{all,1} = T_{all,2} \rightarrow T_{all,1}(2A_m t_1) = T_{all,2}(2A_m t_2) \rightarrow A_{m,1} = A_{m,2} \rightarrow \tau_1^2 = \tau_2^2 \rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = 1$



در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$

در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$

در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$

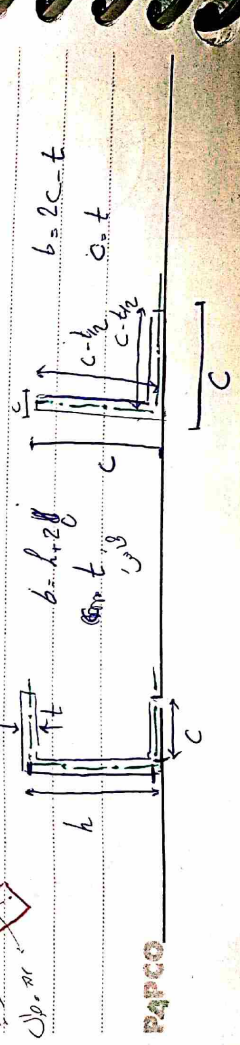
$\theta = \phi = \frac{T}{L} \frac{B c^3 G}{\tau}$ $k\phi = \frac{T}{\phi} \frac{B c^3 G}{L}$

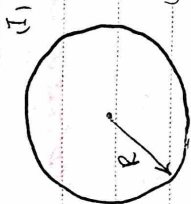
b/c	1	1.5	2	4	10	∞
α	0.108	0.231	0.294	0.782	0.7319	0.7333
β	0.141	0.196	0.227	0.182	0.1313	0.7333

$\alpha = \beta = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\alpha_{max} \cdot 3T}{2A_m h} \rightarrow \alpha = \beta = \frac{1}{3}$

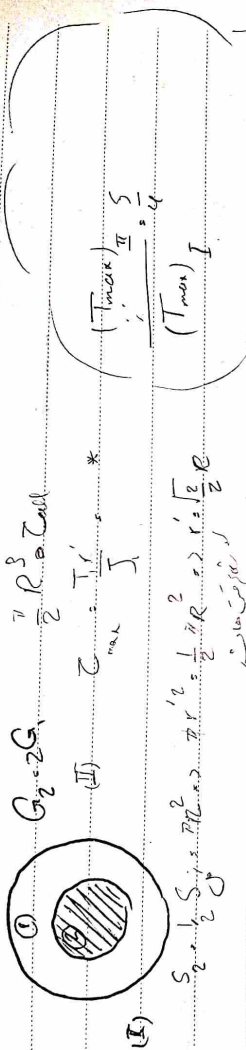
$k\phi = \frac{B c^3 G}{2L}$

در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$
 در یک مقطع مستطیل $\rightarrow$ $\tau = \frac{T}{2A_m t}$





$$(I) \quad T_{max} = \frac{TR}{J} \quad T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R}$$



$$G_2 = 2G_1 \quad \frac{R^3}{2} \quad T_{all}$$

$$T_{max} = \frac{T_1}{J} \quad \left(\frac{T_{max}}{J} \right) \frac{J}{4}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} R^2 \quad T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R}$$

$$T_1 = \frac{k_1}{k_2} \quad T_1 = \frac{k_1}{k_2}$$

$$(2) \quad I = \frac{J}{2} \quad \left(R^4 - \left(\frac{R}{2} \right)^4 \right) \quad k = \frac{G_1 J}{L_1}$$

$$G_1 = \frac{J}{2} \quad \left(\frac{R^4}{4} \right)$$

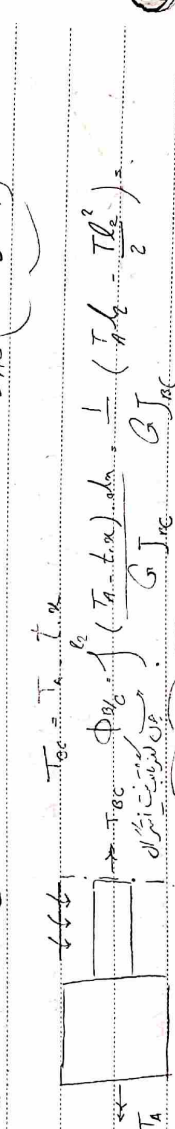
$$(2) \quad I = \frac{J}{2} \quad \left(R^4 - \left(\frac{R}{2} \right)^4 \right) \quad G_1 = \frac{J}{2} \quad \left(\frac{R^4}{4} \right) \quad T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R}$$



$$T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R} \quad T_{all} = \frac{J}{R}$$

$$G_1 = \frac{T_1 R}{J} \quad G_2 = \frac{T_2 R}{J}$$

توضیحات: ...

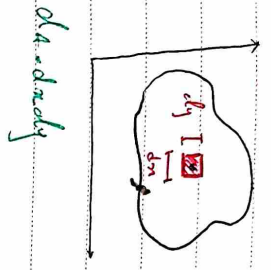


$$T_{A \times 2} = L_2 \rightarrow T_{B \times 2} \quad \square$$

$$\int_{-y}^{+y} \frac{Q_x Q_y}{x^2 + y^2}$$

$$\int I_x, I_y, I_{xy}$$

محاور اصلی



$$I_x = \int y^2 dA$$

$$+ dA x^2 \int \frac{I_x}{A}$$

$$I_y = \int x^2 dA$$

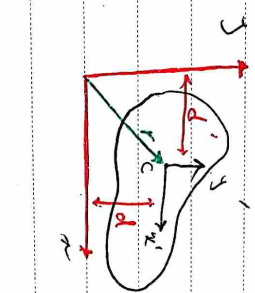
$$+ dA y^2 \int \frac{I_y}{A}$$

$$I_{xy} = \int xy dA$$

$$dA = dx dy$$

$$J = \int r^2 dA$$

$$J = I_x + I_y$$

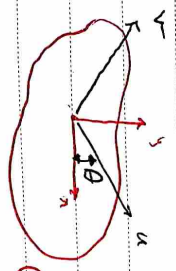


$$I_x = I_{x'} + Ad^2$$

$$I_y = I_{y'} + Ad^2$$

$$J_o = J_c + Ar^2$$

$$I_{xy} = I_{x'y'} + Ad d'$$



$$① I_u = \frac{1}{2} (I_x + I_y) + \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta$$

$$② I_v = \frac{1}{2} (I_x + I_y) - \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_{uv} = \frac{1}{2} (I_x - I_y) \sin 2\theta + I_{xy} \cos 2\theta$$

$$③ I_u = \frac{1}{2} (I_x + I_y) + \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta \quad (a)$$

$$I_v = \frac{1}{2} (I_x + I_y) - \frac{1}{2} (I_x - I_y) \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta \quad (b)$$

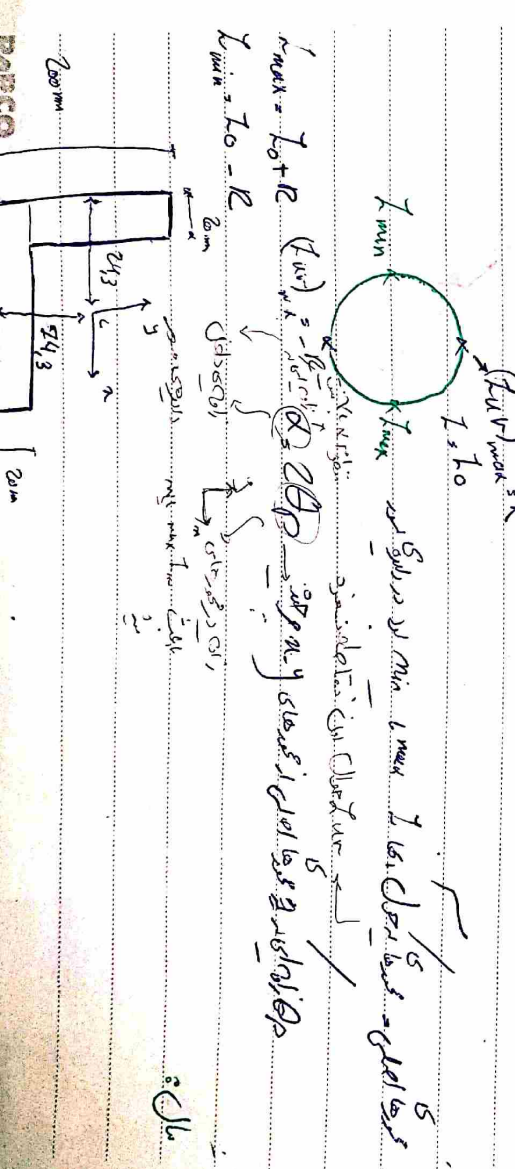
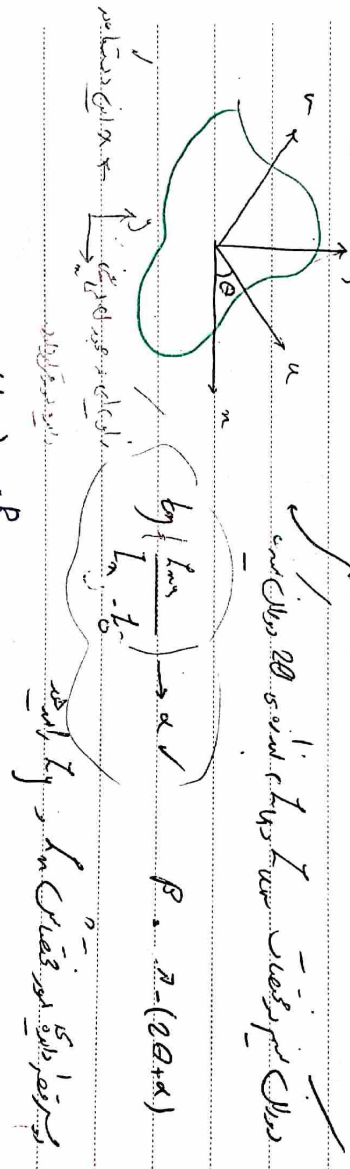
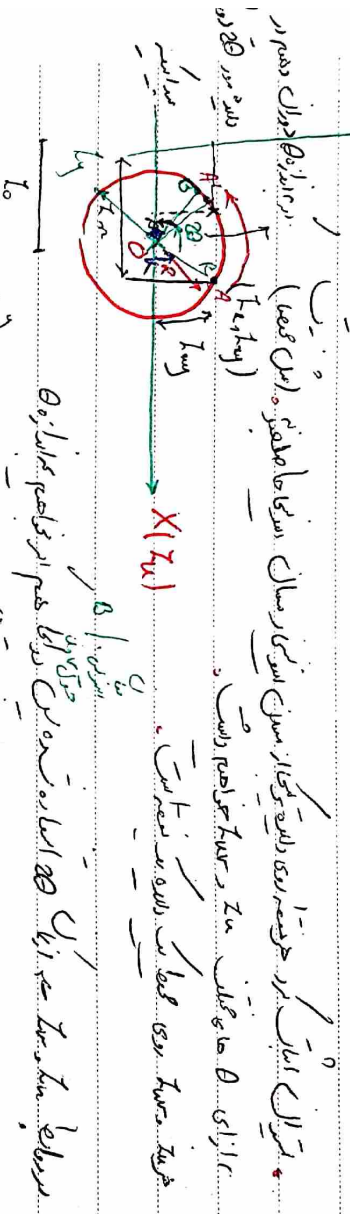
$$PAPCO I_{uv} = \frac{1}{2} (I_x - I_y) \sin 2\theta + I_{xy} \cos 2\theta \quad (c)$$

$$\alpha^2 + c^2 \rightarrow (I_u - \frac{1}{2}(I_m + I_y))^2 + I_{ur}^2 = \left(\frac{1}{2}(I_m - I_y) \right)^2 + I_{ur}^2$$

$$(x - x_0)^2 + y^2 = R^2 \rightarrow \text{معادله دایره}$$

$$R = \sqrt{x_0^2 + \frac{I_m + I_y}{2}}$$

$$Y(I_{ur})^2 + I_{ur}^2 = R^2 \left(\frac{1}{2}(I_m - I_y) \right)^2 + I_{ur}^2$$

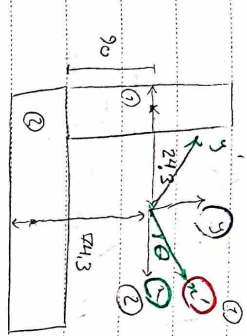


محاور اصلی را 30° می‌چرخانیم و محاور جدید را x و y می‌نامیم.

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + Ad^2 = \frac{20 \times 180^3}{12} + 20 \times 180 (70 - 74.3)^2$$

$$I_y = \frac{bh^3}{12} + Ad^2 = \frac{100 \times 20^3}{12} + 100 \times 20 (74.3 - 10)^2$$

$$I_{xy} = I_{xy1} + I_{xy2} = 22.64 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



$$I_{x1} = \frac{bh^3}{12} + Ad^2 = \frac{180 \times 20^3}{12} + 20 \times 180 (24.3 - 10)^2$$

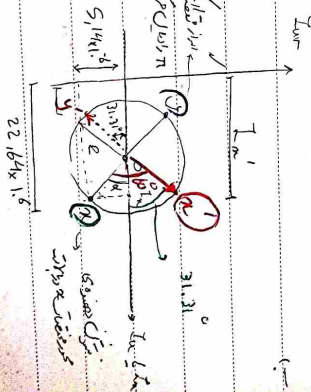
$$I_{y2} = \frac{bh^3}{12} + Ad^2 = \frac{(100)^3 \times 20}{12} + 20 \times 100 (24.3 - 50)^2$$

$$I_{yz} = I_{y1} - I_{y2} = 3.84 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{yz} = -180 \times 20 \times (24.3 - 10) (110 - 74.3) = -100 \times 20 \times (50 - 24.3) (74.3 - 10) = -5.14 \times 10^6$$

$$I_{yz} = \frac{I_{yz1} + I_{yz2}}{2} = \frac{13.24 \times 10^6}{2}$$

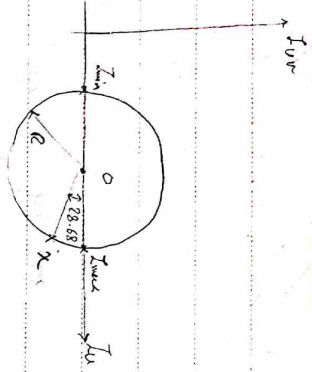
$$R = \sqrt{\frac{(I_x - I_y)^2}{4} + I_{yz}^2} = 10.7 \times 10^6$$



$$\sin \alpha = \frac{5.14 \times 10^6}{10.7 \times 10^6} = 0.48 \quad \alpha = 28.68^\circ$$

$$I_{x1} = R \sin(31.31^\circ) = 5.56 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_{y1} = I_0 + R \cos(31.31^\circ) = 22.39 \times 10^6$$

$$I_{y1} = I_0 - R \cos(31.31^\circ) = 4.09 \times 10^6$$

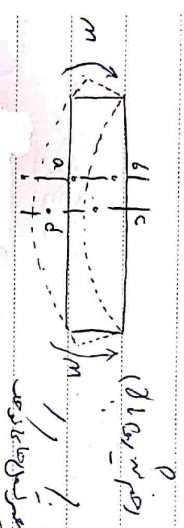


$$I_{max} = I_{xx} + I_{yy} = 23.95 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

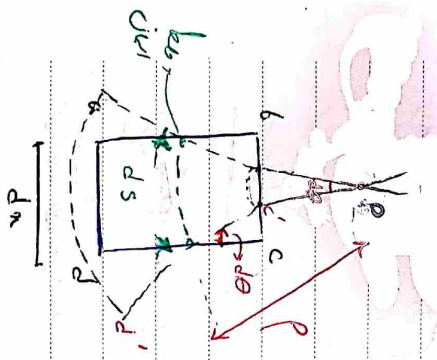
$$I_{min} = I_{xx} - I_{yy} = 253 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$28.68^\circ = 2\theta \Rightarrow \theta = 14.34^\circ$$

Beam Bending



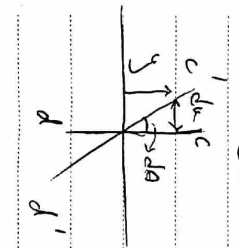
در این بخش به بررسی تغییر شکل یک پرتو نور در یک میله تحت بار می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که میله تحت بار خم می‌شود و یک مقطع را در نظر می‌گیریم. در این مقطع، یک خط خالص وجود دارد که از آن می‌توانیم تغییرات را بررسی کنیم.



$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = k \text{ (ثابت)}$$

$$ds = \rho d\theta \Rightarrow \frac{ds}{\rho} = d\theta \Rightarrow \int \frac{ds}{\rho} = \int d\theta$$

این رابطه را می‌توانیم برای هر یک از مقاطع مختلف به کار ببریم و تغییرات را بررسی کنیم. در این بخش، ما به بررسی تغییرات در یک میله تحت بار می‌پردازیم.



$$du = y d\theta \Rightarrow \frac{du}{ds} = y \frac{d\theta}{ds} = y k$$

$$\frac{du}{ds} = \frac{y}{\rho}$$

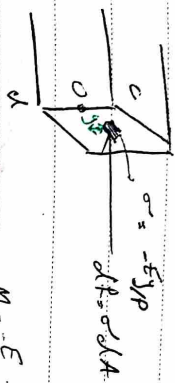
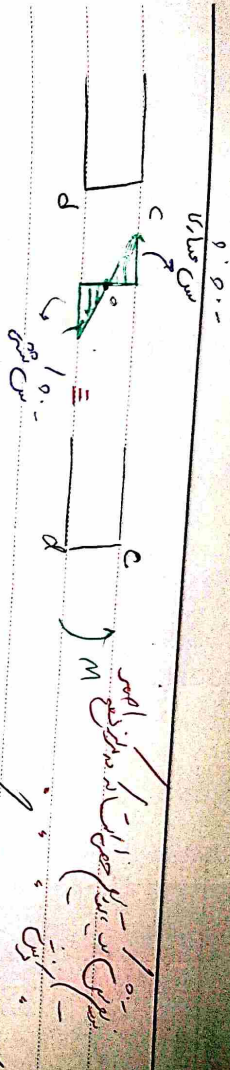
$$\sigma = E \epsilon$$

تغییر طول

در این بخش، ما به بررسی تغییرات در یک میله تحت بار می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که میله تحت بار خم می‌شود و یک مقطع را در نظر می‌گیریم. در این مقطع، یک خط خالص وجود دارد که از آن می‌توانیم تغییرات را بررسی کنیم.

$$\sigma = E \epsilon$$

در این بخش، ما به بررسی تغییرات در یک میله تحت بار می‌پردازیم. فرض می‌کنیم که میله تحت بار خم می‌شود و یک مقطع را در نظر می‌گیریم. در این مقطع، یک خط خالص وجود دارد که از آن می‌توانیم تغییرات را بررسی کنیم.



$$M = \int_A \sigma y dA = \int_A E \epsilon y dA$$

$$M = E \int_A \epsilon y dA$$

$$M = -E \int_A y^2 dA = -E I$$

در اینجا I را می توانیم به عنوان $I = \int_A y^2 dA$ تعریف کنیم.

$$\int_A y dA = 0$$

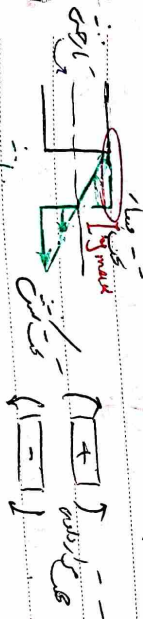
چون مرکز جرم در مرکز قرار دارد.

$$\int_A y dA = 0$$

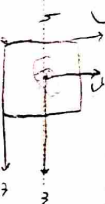
$$Q_A = 0 \Rightarrow \int_A y dA = 0$$

NA

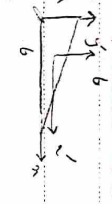
NA



$$I = \int_A y^2 dA$$

$$I_x = bh^3/12 \quad I_y = hb^3/12$$


$$I_{xx} = bh^3/12 \quad I_{yy} = hb^3/12$$

$$I_x = bh^3/12 \quad I_y = hb^3/12$$


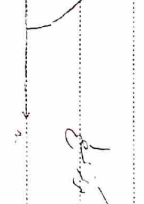
$$I_{xx} = bh^3/12 \quad I_{yy} = hb^3/12$$

$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

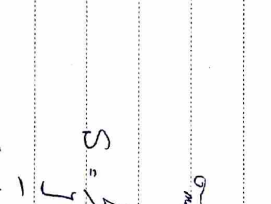

$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

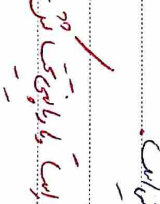

$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$


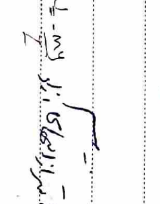
$$I_{xx} = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$


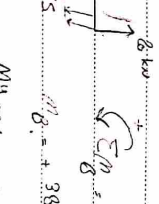
$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$


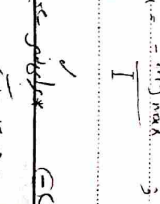
$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$


$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$


$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$


$$\sigma_{max} = \frac{M y_{max}}{I}$$

$$\sigma_{max} = \frac{-(-38.5) \times 0.2}{0.3 \times 0.4^3 \times 12} = 11.81 \text{ MPa}$$

12

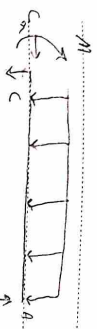
38.5 kNm

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I}$$

درست است

درست است

درست است



$$C_y (\uparrow +)$$

$$M = 9.625 \text{ kNm}$$

$$C_B = 16.25 \text{ kN}$$

$$V = V_C - P = -16.25 \text{ kN}$$

$$V = V_C - (P - C) = -16.25 - 0.75 \times 5 = -20 \text{ kN}$$



$$M_A = M_C + \frac{S}{AC} = 9.625 + \frac{(16.25 \times 0.2) \times 5}{2} = 18.125 \text{ kNm}$$

$$\frac{dM}{dx} = V_{eq}$$

$$M_{max} = 9.625 \text{ kNm}$$

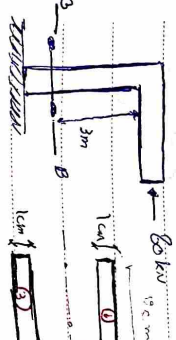
$$\frac{dV}{dx} = -w(x)$$

$$V_{max} = 9.625 + 0.2 = 11.33$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -w(x)$$

$$\sigma_{max} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} = 11.33 \text{ MPa}$$

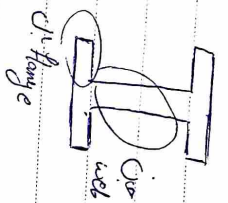


$$V_B = 80 \text{ kN}$$

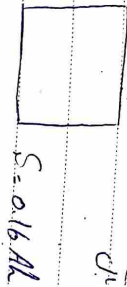
$$M_B = 240 \text{ kNm}$$

$$M_B = 240 \text{ kNm}$$

$S_x = 0.354 h$
 (معمولاً در این حالت)
 در این حالت

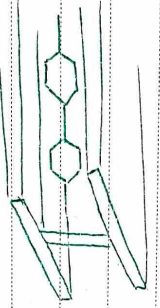
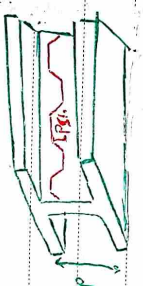


این حالت در صورتی است که
 در این حالت

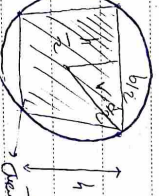


$S_x = 0.16 h$

در این حالت
 در این حالت



در این حالت
 در این حالت

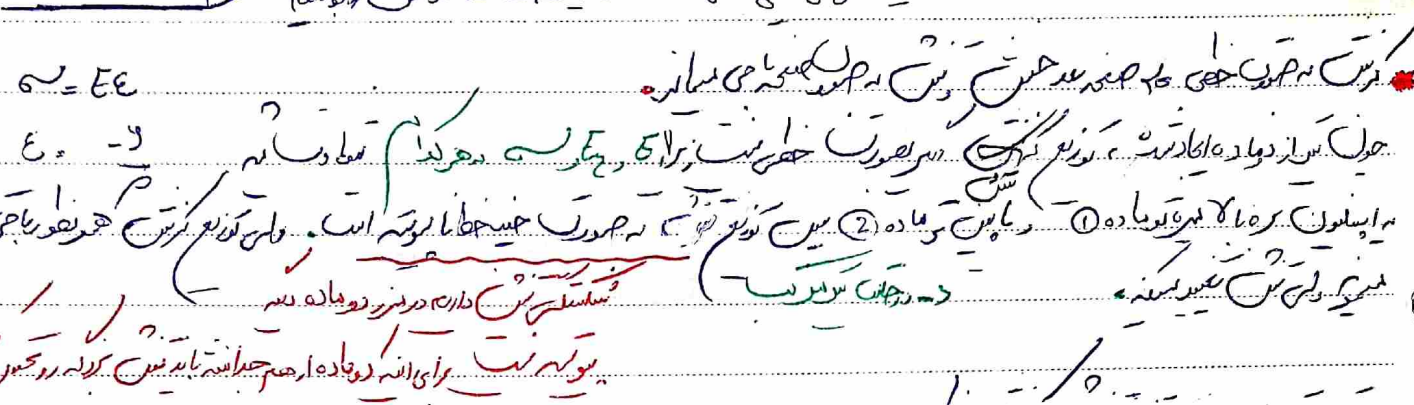


$$S_x = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} d^3$$

$$Max \sigma_{allow} (b h^2) = \sigma_{allow} \left(\frac{b d^2}{6} \right)$$

$$d \rightarrow \frac{1}{6} [d^2 \cdot 36] = 0 \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$h = \frac{1}{3} d^2 = \frac{1}{3} \sqrt{2} d$$



$\omega = E_c \cdot E = -E_c \cdot y \quad \text{---} \quad E_c \cdot (y - y_b)$
 ↑
 جابض
 $\omega = E_c \cdot E \quad ; \quad E = -\frac{y}{\rho}$

$$\int E_1 y \, dA - \int y_1 E_1 \, dA = 0$$

$$y_6 = \frac{\int E_1 dx}{\int E_1 dx}$$

$$\int E \cdot y \, dA = \underbrace{\int_{A_1} E_1 y_1 \, dA}_{E_1 \cdot \bar{y}_1 \cdot A_1} + \underbrace{\int_{A_2} E_2 y_2 \, dA}_{E_2 \cdot \bar{y}_2 \cdot A_2} = \sum E_i y_i A_i$$

(L) $y_b = \frac{\int E_i y_i dA}{\int E_i dA} \rightarrow y_b = \frac{\sum E_i y_i A_i}{\sum E_i A_i}$

$$\sum M_3 \bar{M} = \int_A (\omega dA) (y) = \int_A \frac{E_i y^2}{\rho} dA$$

$$\bar{M} = \frac{1}{\rho} \int E_1 y'^2 dA + \int_A E_1 y'^2 dA + \int_{A_1} E_1 y'^2 dA + \int_{A_2} E_2 y'^2 dA + \dots =$$

$$M = \frac{1}{\rho} \left[\sum E_i I_i \right] \quad \text{از اینجاست}$$

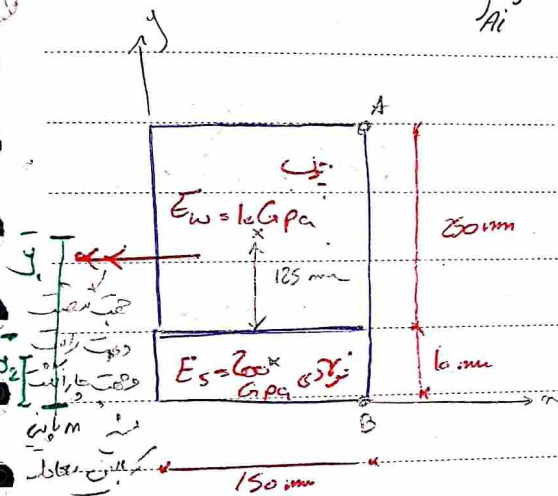
$$\int_A E_i y^2 dA = E_1 \int_{A_1} y^2 dA + E_2 \int_{A_2} y^2 dA + \dots = E_1 I_1 + E_2 I_2 + \dots = \sum E_i I_i$$

$$\sigma = -E_i \frac{y}{\rho}$$

$$M = \frac{1}{\rho} \left[\sum E_i I_i \right] \quad \rightarrow \quad \frac{M}{\sigma} = \frac{-\sum E_i I_i}{E_i y} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{M y}{\sum E_i I_i}$$

$$\left(\int y^2 dA \right) \text{ از اینجاست}$$

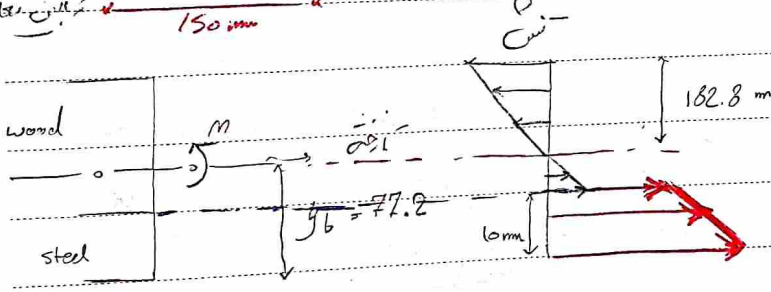
اینجا از اینجاست



$$M = 30 \text{ kN.m} \quad \text{عمل محوری}$$

$$y_b = \frac{\sum E_i \bar{y}_i A_i}{\sum E_i A_i}$$

$$y_b = \frac{10 \text{ GPa} \cdot 150 \text{ mm} \cdot (250 \times 150) + 200 \text{ GPa} \cdot 150 \text{ mm} \cdot (10 \times 150)}{10 \text{ GPa} \cdot (250 \times 150) + 200 \text{ GPa} \cdot (10 \times 150)} = 77.2 \text{ mm}$$



$$\sigma = \frac{M y}{\sum E_i I_i}$$

$$\sum E_i I_i = 10 \text{ GPa} \left[\frac{150 \times 250^3}{12} + 150 \times 250 \cdot (135 - 77.2)^2 \right] + 200 \left[\frac{150 \times 10^3}{12} + 150 \times 10 \cdot (77.2 - 5)^2 \right] = 4.77 \times 10^9 \text{ GPa} \cdot \text{mm}^4$$

$$+ 200 \left[\frac{150 \times 10^3}{12} + 150 \times 10 \cdot (77.2 - 5)^2 \right] = 4.77 \times 10^9 \text{ GPa} \cdot \text{mm}^4$$

$$\left(\sigma_{\text{max}} \right)_{\text{wood}} = \frac{30 \times 10^3 \times 182.8}{4.77 \times 10^9} = 11.49 \text{ MPa}$$

$$\left(\sigma_{\text{max}} \right)_{\text{steel}} = \frac{30 \times 200 \times 77.2}{4.77 \times 10^9} = 9.91 \text{ MPa}$$

در متناهی و مرتب $\rightarrow \bar{y}_b = \frac{\int \epsilon_i y dA}{\int \epsilon_i dA} = \frac{\sum \epsilon_i y A_i}{\sum \epsilon_i A_i}$ نسبت به محور x

② $\bar{m} = \frac{1}{\rho} [\sum \epsilon_i I_i] \rightarrow$ نسبت به مرکز جاذبه (نسبت به محور x از X)

① $\bar{y}_b = \frac{\sum \epsilon_i y_i}{\rho}$ $\rightarrow$ مرکز جاذبه یا نقطه ی اختراع از مرکز جاذبه

②, ① $\bar{m} = \frac{\sum \epsilon_i I_i}{\rho}$ $\epsilon = \frac{y}{\rho}$ $\rho = \sum \epsilon_i$

روش دوم برای برخورد با محور مرتب: $\rightarrow$ در این روش تغییر تبدیل یافته.

①	$\epsilon_1 A_1$	n_1
②	$\epsilon_2 A_2$	n_2
③	$\epsilon_3 A_3$	n_3
④	$\epsilon_n A_n$	n_n

میان ابعاد و به عنوان مساوی در نظر بگیریم $\rightarrow$ مثلاً ماده ی زام، نسبت به مرکز جاذبه محاسب شود

$n_1 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_j}$ $n_2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_j}$ $\dots$ $n_n = \frac{\epsilon_n}{\epsilon_j}$ ϵ_j باید شل میسیم

$\bar{y}_b = \frac{\sum \epsilon_i A_i y_i}{\sum \epsilon_i A_i}$

با استفاده از روش تبدیل یافته ها و اندازه ی ϵ_j (ماده ی جاذبه از این)

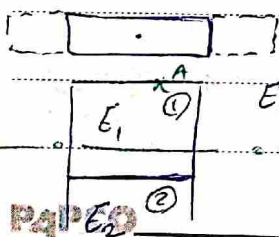
$\Rightarrow \bar{y}_b = \frac{\sum \frac{\epsilon_i}{\epsilon_j} A_i y_i}{\sum \frac{\epsilon_i}{\epsilon_j} A_i}$

$\frac{\sum n_i A_i y_i}{\sum n_i A_i}$

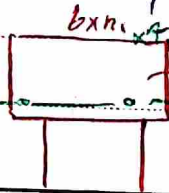
از در میان هر مرتب، صاحب رده اندازه ی ϵ_j قرار میگیرد
مجموعی که مرتبه ی سطح آن عنوان نشود، این نسبت یافته
گرفت این را به ϵ_j تقسیم می کنند

$\bar{y}_b = \frac{\sum \epsilon_i y_i}{\sum \epsilon_i I_i} = \frac{n_j y_j \epsilon_j}{\sum \epsilon_i I_i}$

$I = \sum I_i = \sum n_i I_i$ معادل است با تقسیم تبدیل یافته



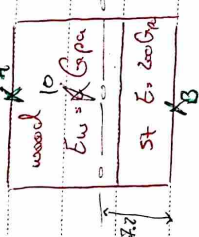
$n_1 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$
 $n_2 = 1$



برای این مرکز سطح ϵ_j (صاحب رده ی مرتب) قرار میگیرد
مجموع مرکز سطح ϵ_j (صاحب رده ی مرتب)
نسبت یافته

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم



$$M = 30 \text{ kN.m}$$

$$E_w = 10 \text{ GPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$h_1 = 10, h_2 = 20$$

$$b_1 = 150, b_2 = 150$$

$$I_x = \frac{1}{12} (b_1 h_1^3 + b_2 h_2^3) + b_1 h_1 (h_1/2 + h_2)^2 + b_2 h_2 (h_1 + h_2/2)^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} (150 \times 10^3 + 150 \times 20^3) + 150 \times 10 \times (10 + 20)^2 + 150 \times 20 \times (10 + 20)^2$$

$$I_x = 4.77 \times 10^8$$

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 100}{4.77 \times 10^8} = 6.29 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 150}{4.77 \times 10^8} = 9.44 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_H = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_I = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_J = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_K = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_L = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_M = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_N = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

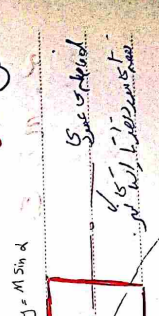
$$\sigma_O = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_P = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_Q = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_R = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_S = \frac{M y}{I_x} = \frac{30 \times 10^3 \times 20}{4.77 \times 10^8} = 1.26 \text{ MPa}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

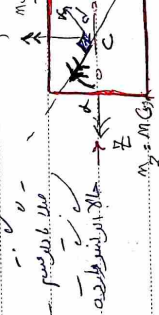
$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

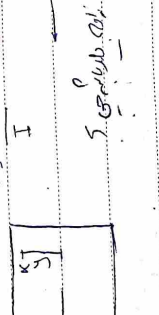
$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

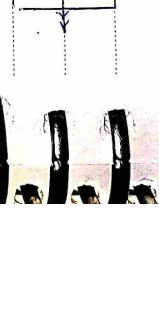
$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

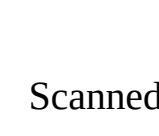
$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$



این مکان را پیدا می‌کنیم
و آن را می‌گذاریم در فرمول
و جواب می‌دهیم

$$\sigma_A = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_B = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_C = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_D = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_E = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_F = \frac{M y}{I_x}$$

$$\sigma_G = \frac{M y}{I_x}$$

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_x = \frac{m b^3 h}{12} + m \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_y = \frac{m b^3 h}{12} + m \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$I_{x_c} = \frac{m b^3 h}{12}$$

$$I_{y_c} = \frac{m b^3 h}{12}$$

اگر مرکز جاذبیت را به عنوان مرکز جرم در نظر بگیریم، در این صورت:

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

اگر مرکز جاذبیت را به عنوان مرکز جرم در نظر بگیریم، در این صورت:

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

اگر مرکز جاذبیت را به عنوان مرکز جرم در نظر بگیریم، در این صورت:

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

اگر مرکز جاذبیت را به عنوان مرکز جرم در نظر بگیریم، در این صورت:

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

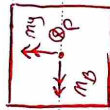
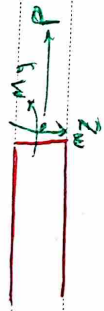
اگر مرکز جاذبیت را به عنوان مرکز جرم در نظر بگیریم، در این صورت:

$$I_x = I_{x_c} + m y_c^2$$

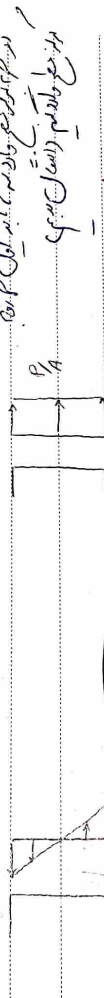
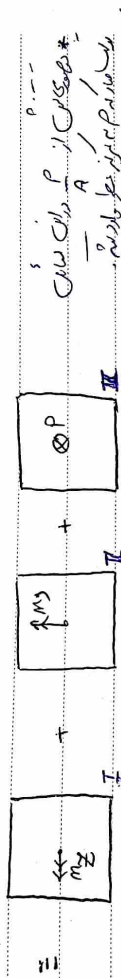
$$I_y = I_{y_c} + m x_c^2$$

$$= \left| \frac{-0.75 \times 50}{12.5 \times 10^6} + \frac{1.3(-75)}{28.1 \times 10^6} \right| = 6.47 \text{ MPa}$$

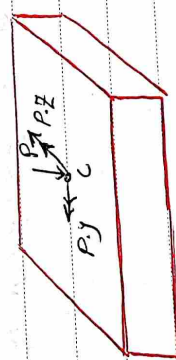
برای محاسبه تنش در نقطه C



نشان دهنده تنش در نقطه C (تension)



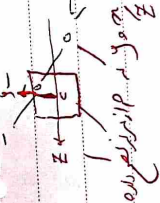
$$\sigma = -\frac{M_y}{I_z} y + \frac{M_z}{I_y} z + \frac{P}{A}$$



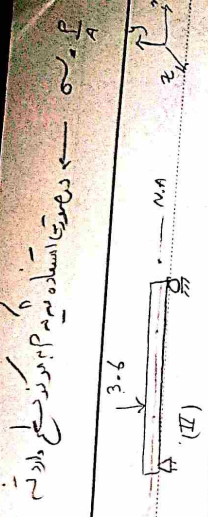
در صورتی که بار را در یک نقطه اعمال کنیم، تنش در آن نقطه را می‌توانیم محاسبه کنیم.

$$a_y + b_z + c = 0$$

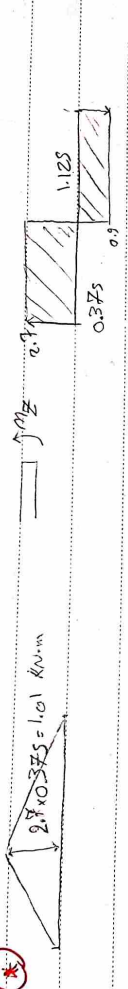
این معادله را می‌توانیم برای محاسبه تنش در یک نقطه استفاده کنیم.



در صورتی که بار را در یک نقطه اعمال کنیم، تنش در آن نقطه را می‌توانیم محاسبه کنیم.



در صورتی استفاده می‌شود که مرکز سطح دارد
 $\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$
 در اینجا $M = 1.01 \text{ kNm}$ و $y = 0.0375 \text{ m}$
 $\sigma = \frac{1.01 \times 10^3 \times 0.0375}{I}$
 این مقادیر است

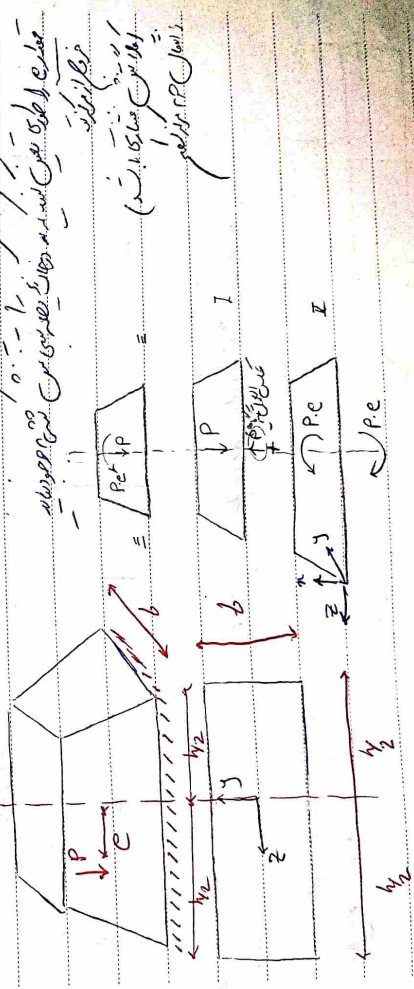


$(\sigma_{max})^I = \frac{M \cdot c}{I} = \frac{1.01 \times 10^3 \times 0.0625}{I} = 21.6 \text{ GPa}$

$(\sigma_{max})^{II} = -\frac{M \cdot c}{I} = -21.6 \text{ GPa}$

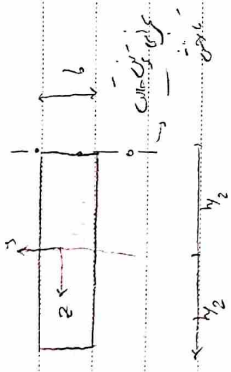
$(\sigma_{max})^I + (\sigma_{max})^{II} = 6.67 + 21.6 = 28.3 \text{ MPa}$

$(\sigma_{max})^I - (\sigma_{max})^{II} = 6.67 - 21.6 = -14.9 \text{ MPa}$



(2) $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{1.01 \times 10^3}{A}$
 $\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{1.01 \times 10^3 \times 0.0375}{I}$

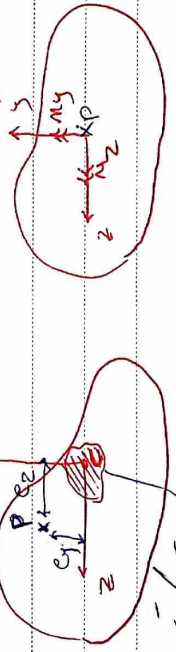
$$I_z = \frac{P \cdot C \cdot z}{A} = \frac{P \cdot C \cdot z}{A}$$



$$I_z = \frac{P \cdot C \cdot z}{A} = \frac{P \cdot C \cdot z}{A}$$

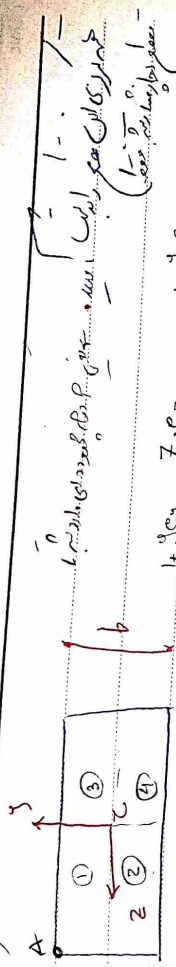
محورهای اصلی را می توانیم از مرکز جرم پیدا کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم.

محورهای اصلی را می توانیم از مرکز جرم پیدا کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم.



$$I_z = \frac{P \cdot C \cdot z}{A} = \frac{P \cdot C \cdot z}{A}$$

محورهای اصلی را می توانیم از مرکز جرم پیدا کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم. اگر فرض کنیم که یک جسم را داریم و می خواهیم محورها را پیدا کنیم. می توانیم از مرکز جرم استفاده کنیم.



$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12}$$

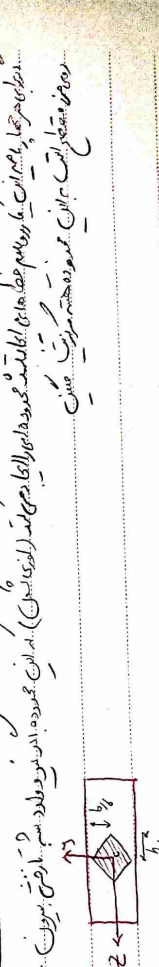
$$I_{xc} = I_x - bh \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_{yc} = I_y - bh \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

محاسبه اینها را می توانیم به روش دیگری هم انجام دهیم.
 فرض کنیم که یک نوار با عرض b و طول h داریم.
 اگر این نوار را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت دارای عرض $\frac{b}{n}$ و طول h خواهد بود.
 برای هر یک از این نوارها، می توانیم I_x و I_y را محاسبه کنیم و سپس آن ها را جمع کنیم.
 در نهایت به این نتیجه می رسیم که:

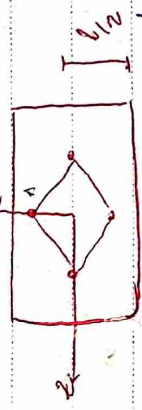
$$I_x = \sum I_{xi} = \sum \left(\frac{b_i^3 h_i}{12} + b_i h_i \cdot d_i^2 \right)$$

$$I_y = \sum I_{yi} = \sum \left(\frac{b_i h_i^3}{12} + b_i h_i \cdot d_i^2 \right)$$



این فرمول ها برای محاسبه اینرسی هندسی یک مقطع متناهی کاربرد دارد.
 اگر مقطع از چندین قسمت تشکیل شده باشد، می توانیم از فرمول جمع استفاده کنیم.
 به عنوان مثال، اگر یک مقطع از دو مستطیل تشکیل شده باشد، می توانیم I_x و I_y هر یک از مستطیل ها را محاسبه کنیم و سپس آن ها را جمع کنیم تا به I_x و I_y کل مقطع برسیم.

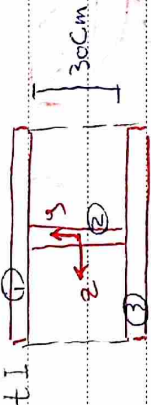
محورهای اصلی را باید پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم.



محورهای اصلی را باید پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم.

محورهای اصلی را باید پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم.

$t = 2 \text{ cm}$



محورهای اصلی را باید پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم.

$$I_y = \frac{b^3 h}{12} + \frac{b h^3}{12} = \frac{18 \times 2^3}{12} + \frac{2 \times 18^3}{12} = 22956 \text{ cm}^4$$

$$I_x = \frac{b^3 h}{12} + \frac{b h^3}{12} = \frac{18 \times 2^3}{12} + \frac{2 \times 18^3}{12} = 22956 \text{ cm}^4$$

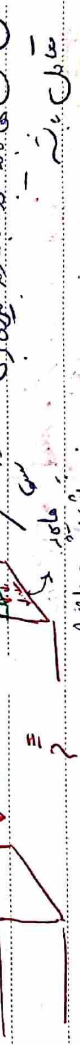
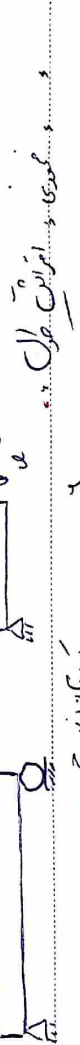
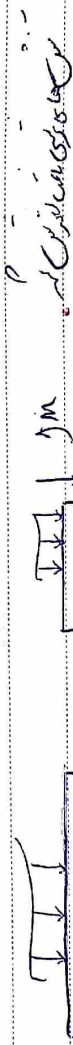
$$I_y = 14.87 \text{ cm}^4$$

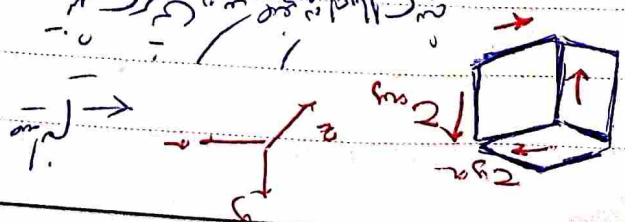
$$I_x = 171.18 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 14.87 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 171.18 \text{ cm}^4$$

محورهای اصلی را باید پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم. محورهای اصلی را می‌توانیم از روی شکل پیدا کنیم.

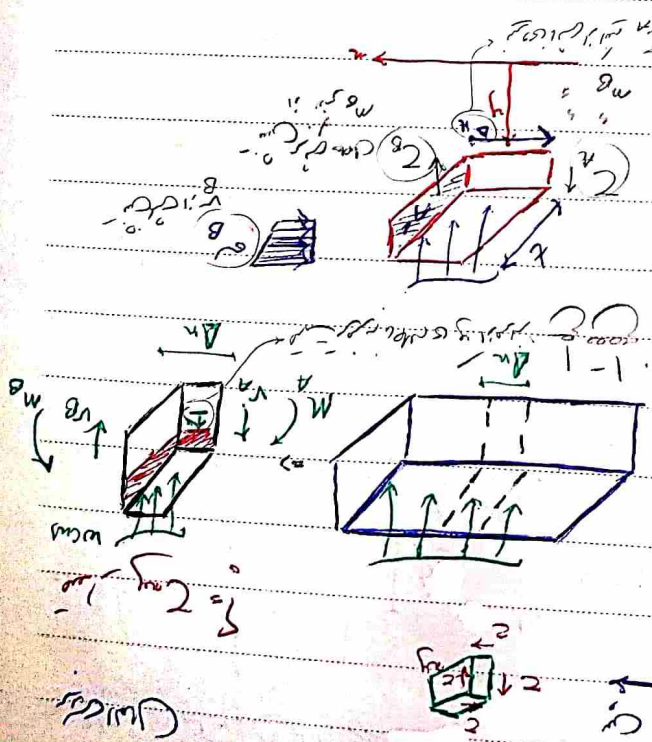




توانایی تحمل تنش را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{M_A}{I} = \frac{M_B}{I} + \frac{f_x dx}{2}$$

$$\frac{M_A}{I} = \frac{M_B}{I} + \frac{f_x dx}{2}$$



$$Q = \int y dA$$

$$M_A - M_B = \Delta M$$

$$\Delta M = Q \Delta H$$

$$\frac{1}{I} \Delta M = \frac{Q}{I} \Delta H$$

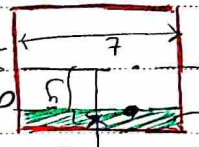
$$\frac{dM}{dx} = V \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{I} M \right) = \frac{Q}{I} V$$

$$\frac{1}{I} \frac{dM}{dx} = \frac{Q}{I} V$$

$$\frac{1}{I} \frac{dM}{dx} = \frac{Q}{I} V$$

$$\Delta H = \frac{1}{2} \Delta H = \frac{1}{2} \Delta H$$

$$\frac{1}{I} \Delta M = \frac{Q}{I} \Delta H$$

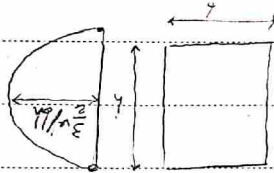


$$\frac{1}{I} \Delta M = \frac{Q}{I} \Delta H$$

توانایی تحمل تنش را می توان به صورت زیر نوشت:

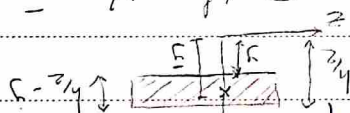


۱- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۲- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۳- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۴- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۵- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۶- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۷- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۸- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۹- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)
 ۱۰- (۱۰۰٪) (۱۰۰٪)



$$Z = \sqrt{c} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} (y_1 + y_2) \right) \left(\sqrt{\frac{1}{2}} (y_1 - y_2) \right) = \frac{1}{2} (y_1^2 - y_2^2)$$

$$\int_C (z^2 + \frac{1}{z}) \times g(z) dz = \int_C (z^2 + \frac{1}{z}) \times g(z) dz = 0$$



2) $\frac{1}{6}bh^3 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1^3 = \frac{1}{6}$

II

$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

b

h

c

y

x

$$C_0 = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2}$$

تجارتی (Commercial) اور صنعتی (Industrial)

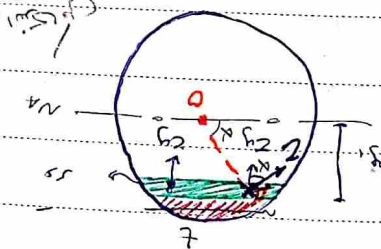
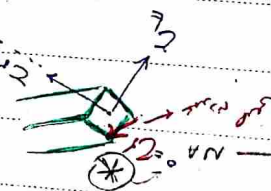
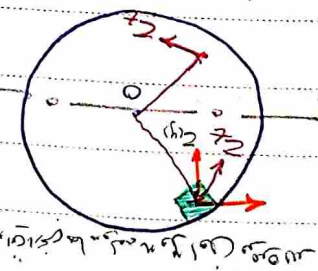
2nd row

2000

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

الف - تم ادخال الف الى الف

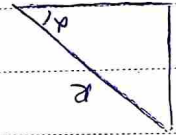
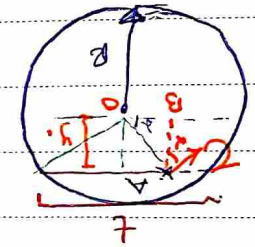
$$2^{\max} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$z_1 = \frac{4R^3 - 3Ry_1^2}{4(R^2 - y_1^2)^{3/2}}$$

یہی ہے کہ اگر ہم ایک دائرہ کے ایک حصے کا مرکز معلوم کرنا چاہیں تو اس کے لیے ہم اس کے مرکز سے ایک عمود اُتاتے ہیں جس کی لمبائی y_1 ہو۔ پھر ہم اس کے لیے z_1 کی قیمت نکالتے ہیں۔

اسی طرح اگر ہم ایک دائرہ کے ایک حصے کا مرکز معلوم کرنا چاہیں تو اس کے لیے ہم اس کے مرکز سے ایک عمود اُتاتے ہیں جس کی لمبائی y_1 ہو۔ پھر ہم اس کے لیے z_1 کی قیمت نکالتے ہیں۔



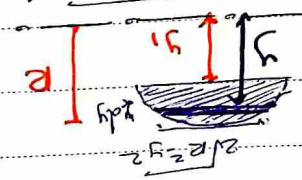
$$C_{gx} = \frac{R}{2} \sin \alpha$$

$$C_{gy} = \frac{R}{2} \cos \alpha$$

$$I = \frac{R^3}{4}$$

$$z_1 = \frac{4R^3 - 3Ry_1^2}{4(R^2 - y_1^2)^{3/2}}$$

$$Q = \int y \delta A = \int y \times 2 \sqrt{R^2 - y^2} dy$$



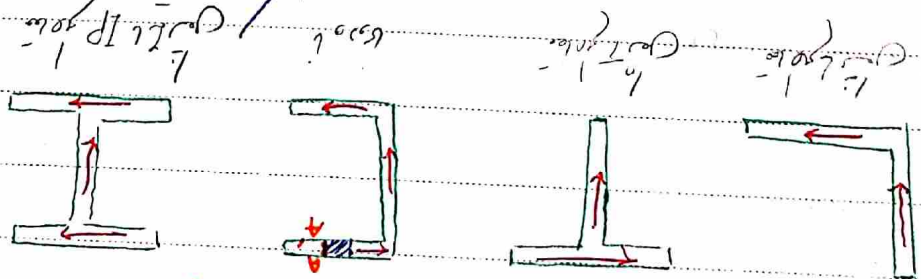
$$\delta A = 2 \sqrt{R^2 - y^2} dy$$

$$C_{gy} = \frac{4}{3} \frac{R^3 (R^2 - y_1^2)^{3/2}}{R^4} = \frac{4}{3} \frac{R^3 (R^2 - y_1^2)^{3/2}}{R^4}$$

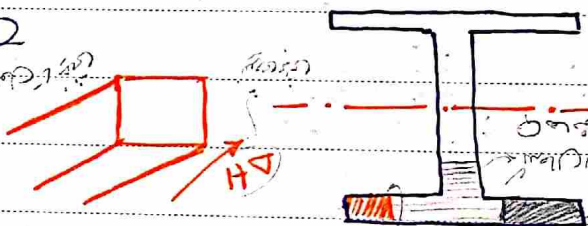
$$C_{gx} = \frac{4}{3} \frac{R^3 (R^2 - y_1^2)^{3/2}}{R^4}$$

$$I_{max} = \frac{4 \times 4^3}{12} = \frac{256}{3}$$

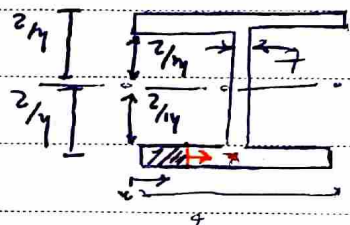
$$I_{min} = \frac{4 \times 4^3}{12} = \frac{256}{3}$$



The diagrams show the L-section, T-section, and I-section with their respective moments of inertia I_x and I_y indicated. The L-section has $I_x = I_y$. The T-section has $I_x > I_y$. The I-section has $I_x > I_y$.



The diagrams show the L-section, T-section, and I-section with their respective moments of inertia I_x and I_y indicated. The L-section has $I_x = I_y$. The T-section has $I_x > I_y$. The I-section has $I_x > I_y$.



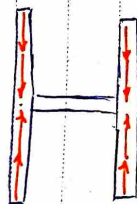
$$I = \frac{bh^3}{12} + 2 \left[b \times (h - t) \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 + \frac{t_w h^3}{12} \right]$$

$$I_{xc} = I_{yc} = \frac{bh^3}{12} + \frac{t_w h^3}{12}$$

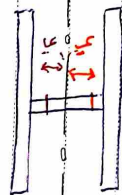
$$Q = x \times (y_2 - y_1) \left(\frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

$$I_{xc} = I_{yc} = \frac{bh^3}{12} + \frac{t_w h^3}{12}$$

20 Mar



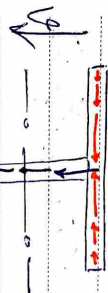
2017



$$Q_2 = \left(\frac{h_2 - i_{h_2}}{2} \right) x b \lambda \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2 - h_{1c}}{2} \right) + t \left(\frac{h_2 - y_1}{2} \right) \left(y_1 + \frac{h_{1c} - y_1}{2} \right)$$



0 0 0
Min, Max, SC

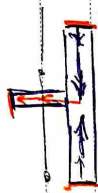


مِنْ بَابِهَا، عِزَّاهَا إِلَى



بازگشت به سرکار

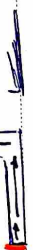
10



5

20

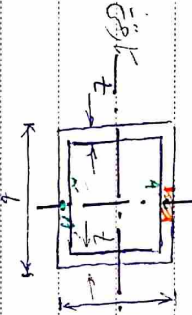
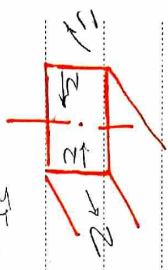
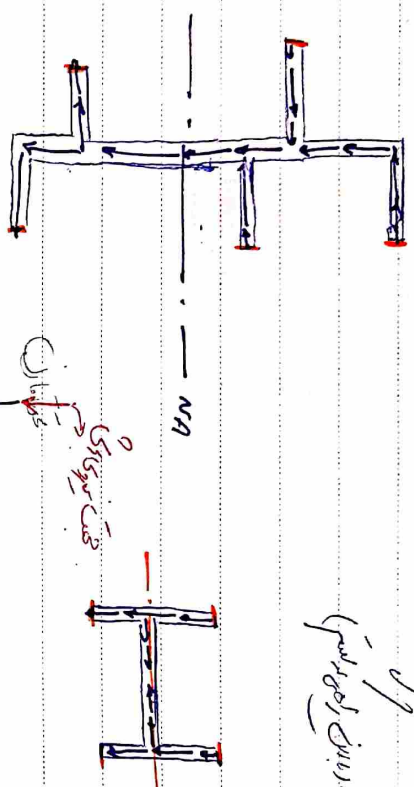
۵۰۰



۱۰۰

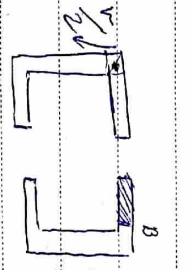
REPO

مثال ۱
 محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)

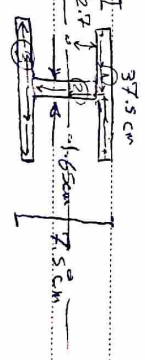
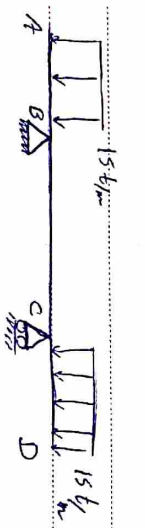
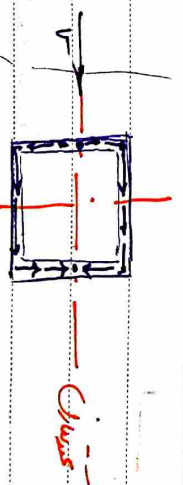
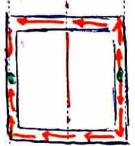


محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)

محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)



محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)



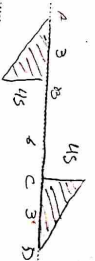
محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)

محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)

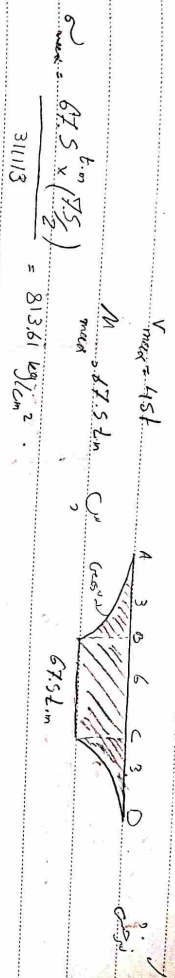
محاسبه تنش برشی در یک مقطع (با استفاده از فرمول)

Subject _____
Date _____

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad \tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$



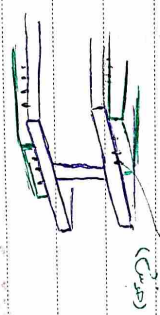
مقطع عرضی



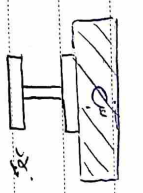
$$I = 31113 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{max} = \frac{45 \times (2.7 \times 37.5 \times \frac{7.5}{2} + (2.7 - 2.7) \times (1.65 \times \frac{7.5}{2}))}{31113 \times 1.65 \text{ cm}} = 5108.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t}$$



مقطع عرضی



shearing stress

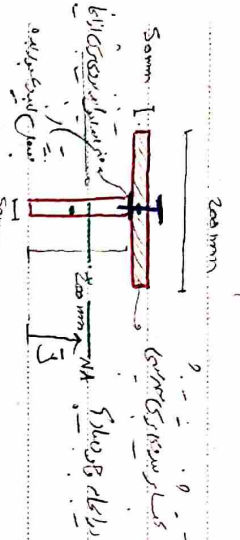
normal stress

$$\sigma \times F = F_v$$

مقطع عرضی

مقطع عرضی

PAPCO



مثال ۲
 دایره‌های متشابه در طول و به اندازه‌های مختلف از یکدیگر
 این دایره‌ها در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر
 در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر

این دایره‌ها در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر
 در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر

$$I = \frac{VQ}{H}$$

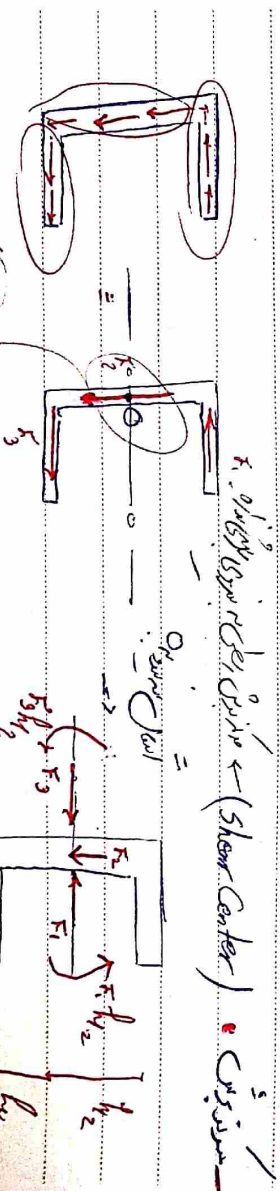
ردیف	Area	$\bar{x}_1$	$\bar{y}_1$
1	200 x 50	225	
2	200 x 50	100	

$$I = \left[\frac{200 \times 50^3}{12} + 200 \times 50 \times (225 - 162.5)^2 \right] + \left[\frac{50 \times 200^3}{12} + 200 \times 50 \times (100 - 162.5)^2 \right] = 113,54 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{1000 \times (50 \times 200 \times (225 - 162.5))}{113,54 \times 10^6} = 5.5 \text{ N/mm}$$

$$\tau_{max} = \frac{600}{5.5} = 109.09$$

این دایره‌ها در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر
 در یک خط عمودی قرار دارند و به یکدیگر متصل شده‌اند و به یکدیگر

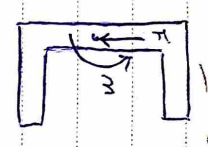


تعیین مرکز جرم و مرکز ثقل

11

معمولاً مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.



→ مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

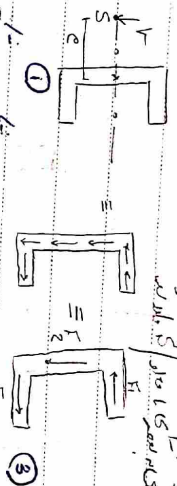
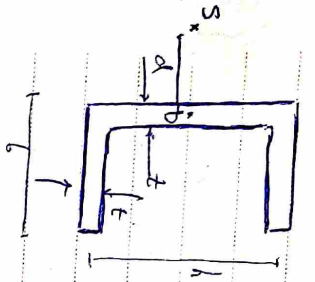
مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

مرکز ثقل را با مرکز جرم یکی می‌دانند.

در این مسئله مرکز ثقل را می‌توانیم با مرکز جرم یکی بدانیم.

محل ۵: محاسبه نیروی کشش و فشار



نیروی کشش و فشار در هر یک از اجزای ۱، ۲ و ۳

۱- ۲- ۳

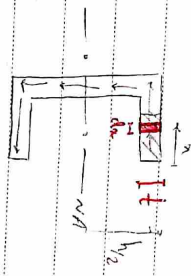
$$\sum F_{x,0} = F_1 = F_2 = F_3$$

$$\sum F_{y,0} = -V = -F_1 = F_2 = F_3$$

$$\sum M_{0,0} = F_1 \cdot h/2 + F_2 \cdot h/2 + F_3 \cdot h/2 \Rightarrow V \cdot e = F_1 \cdot h$$

$$e = \frac{F_1 \cdot h}{V}$$

محاسبه نیروی کشش و فشار در هر یک از اجزای ۱، ۲ و ۳



$$\sum V_{Q,0} = \frac{b \cdot h}{2} \cdot V$$

$$Q = \frac{b \cdot h}{2} \cdot V$$

$$F_1 = \int \tau \cdot dA = \int \frac{V}{I_y} \cdot dA \cdot y = \frac{V}{I_y} \cdot \int y \cdot dA \cdot y = \frac{V}{I_y} \cdot \int y^2 \cdot dA = \frac{V}{I_y} \cdot I_{y,1}$$

محاسبه

$$F_1 = \int \frac{V}{I_y} \cdot dA \cdot y = \frac{V}{I_y} \cdot \int y^2 \cdot dA = \frac{V}{I_y} \cdot I_{y,1}$$

$$C_{y,0} = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{b}{2} \cdot h$$

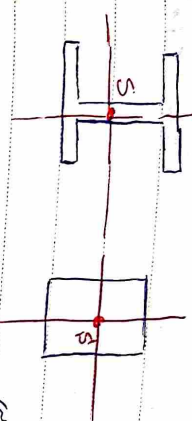
$$I_{y,1} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

محاسبه نیروی کشش و فشار در هر یک از اجزای ۱، ۲ و ۳

$$I = \frac{b^3}{12} + 2 \left[\frac{b^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right]$$

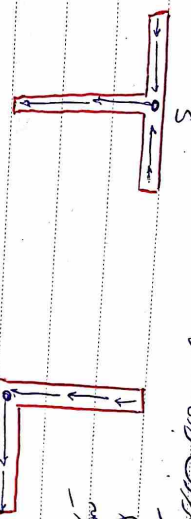
محاسبه نیروی کشش و فشار در هر یک از اجزای ۱، ۲ و ۳

محاسبه نیروی کشش و فشار در هر یک از اجزای ۱، ۲ و ۳

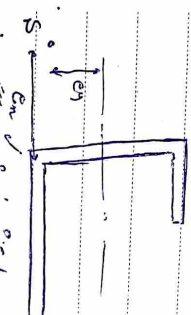


عالم

المحلل بين المصفوفات بين مع صيغة المصفوفات المصفوفة



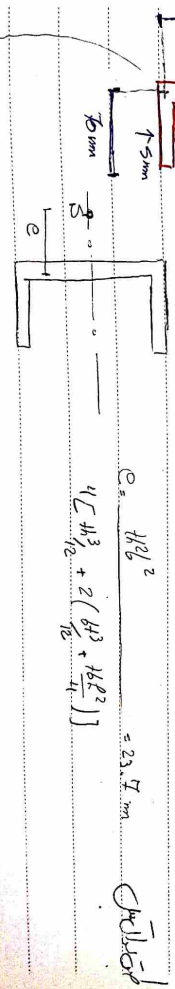
عالم



المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة

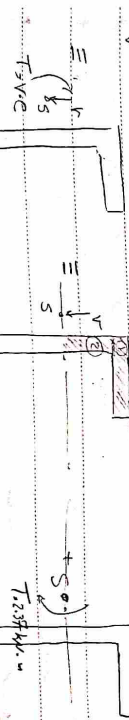
المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة

المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة المصفوفة



$$I = \frac{1}{12} [bh^3 + 2(bh^3 + \frac{bh^3}{4})] = 23.7 \text{ m}$$

المحلل

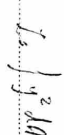


PAPCO (I)

المحلل

میرزا محمد علی خان

Cydonia oblongifolia



حزق الله

از انک عذوبت غار در دلش می نالد

۱۰۰



$$\begin{array}{r} m \\ 22 \overline{) 484} \\ \underline{44} \\ 44 \\ \underline{44} \\ 0 \end{array}$$

$$\rho = \frac{1}{(1+y^2)}$$

$$\frac{8 \times 10^{-32}}{[1.9 \times 10^{-2}]^{3/2}} = \frac{M}{EL}$$

July 25. 1888

$$\delta = \frac{M}{EI}$$

مجلسه اول

24/12/2020

$$d_{\text{rel}} = \frac{M_{\text{un}}}{I T} \int d m_i \left(\frac{m_{\text{un}}}{E T + C_1 m_1^2 m_2} \right) \left(\frac{m_{\text{un}} d_{\text{rel}}}{E T + C_1 m_1^2 m_2} \right)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 0$$

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

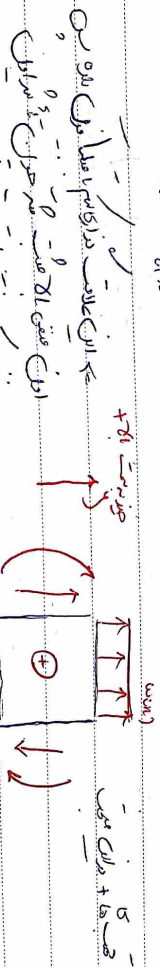
این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:



این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

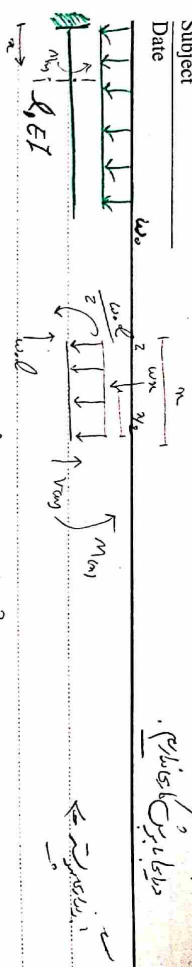
این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

این معادلات را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

Subject _____
Date _____

پیش فرضها



$$\sum M_A = 0 \rightarrow M(x) + w \cdot l \cdot \frac{l}{2} - w \cdot l \cdot x + \frac{w \cdot x^2}{2} = 0$$

$$\frac{w \cdot l^2}{2}$$

$$M(x) = -\frac{w}{2} (x-l)^2 = E I y''$$

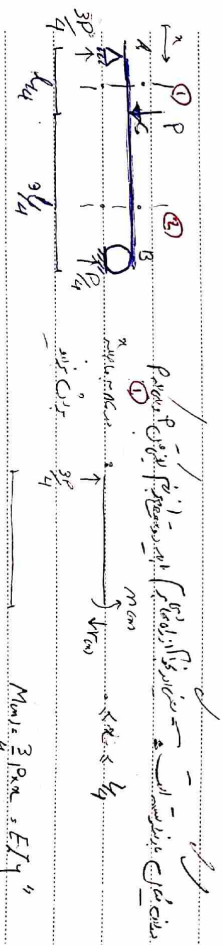
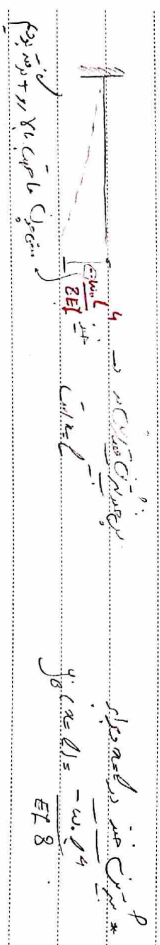
$$\left\{ \begin{aligned} E I y' &= -\frac{w}{6} (x-l)^3 + C_1 \\ E I y &= -\frac{w \cdot l^3}{24} (x-l)^4 + C_1 x + C_2 \end{aligned} \right.$$

$$y = 0 \text{ at } x = l \rightarrow C_1 = 0$$

$$y = 0 \text{ at } x = 0 \rightarrow C_2 = \frac{w \cdot l^4}{24}$$

$$\text{if } y: \frac{w \cdot l^3}{6} + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = -\frac{w \cdot l^3}{6}$$

$$y = \frac{1}{E I} \left[-\frac{w}{2} (x-l)^3 - \frac{w \cdot l^3}{6} \right] \text{ and } y = \frac{1}{E I} \left[\frac{-w(x-l)^4}{24} - \frac{w \cdot l^3}{24} x + \frac{w \cdot l^4}{24} \right]$$



$$E I y' = C_1$$

$$M(x) = \frac{w \cdot l^2}{2} - w \cdot l \cdot x + \frac{w \cdot x^2}{2} = E I y''$$

$$M_{(y)} = \frac{3}{8} \rho \alpha \cdot E I y'' \rightarrow \begin{cases} E I y' = \frac{3}{8} \rho \alpha^2 + C_1 \\ E I y = \frac{3}{24} \rho \alpha^3 + C_1 \alpha + C_2 \end{cases}$$

$$BC \Rightarrow M_{(y)} = \frac{P L}{4} - \frac{\rho \alpha}{4} E I y'' \rightarrow \begin{cases} E I y' = \frac{\rho L}{4} \alpha - \frac{\rho \alpha^2}{8} + C_3 \\ E I y = \frac{\rho L}{8} \alpha^2 - \frac{\rho \alpha^3}{24} + C_3 \alpha + C_4 \end{cases}$$

$$AC \Rightarrow 1) \quad A_8 \quad \alpha = 0 \quad y = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

3) $\frac{P L}{8} \alpha^2 - \frac{\rho \alpha^3}{24} + C_3 \alpha + C_4 = 0$

$$BC \Rightarrow 2) \quad B: \quad \alpha = L \quad y = 0 \rightarrow \frac{P L}{8} L^2 - \frac{\rho L^3}{24} + C_3 L + C_4 = 0$$

$$(3) \quad y_c' = y_c'' = \frac{3}{24} \rho \left(\frac{L}{4}\right)^3 + C_1 \left(\frac{L}{4}\right) + C_2 = \frac{\rho L}{8} \left(\frac{L}{4}\right)^2 - \frac{\rho \left(\frac{L}{4}\right)^3}{24} + C_3 \left(\frac{L}{4}\right) + C_4$$

$$y_c' = y_c'' \rightarrow \frac{3}{8} \rho \left(\frac{L}{4}\right)^2 + C_1 = \frac{\rho L}{4} \left(\frac{L}{4}\right) - \frac{\rho}{8} \left(\frac{L^2}{4}\right) + C_3$$

$$C_1 C_3 \text{ غير معلوم} \rightarrow \begin{matrix} C_1 = -\frac{7}{128} \rho L^2 & C_3 = -\frac{11}{128} \rho L^2 & C_4 = \frac{\rho L^3}{384} \end{matrix}$$

النتيجة النهائية هي:

$$y = \frac{\rho L^4}{384 E I} \left(\frac{3}{8} \left(\frac{x}{L}\right)^4 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L}\right)^3 + \frac{1}{4} \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right)$$

$$f_{(m)} = \left(\alpha - \alpha' \right)' \xrightarrow{n \neq 0} \alpha \gamma \alpha \rightarrow (\alpha - \alpha')^n$$

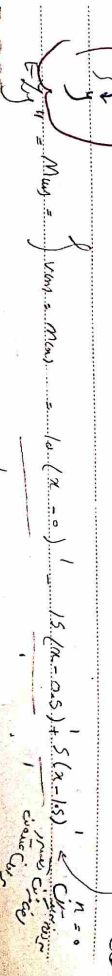
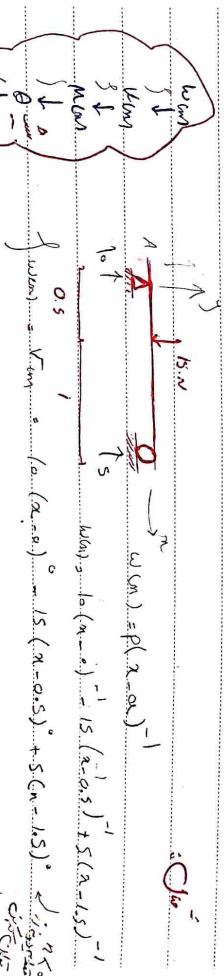
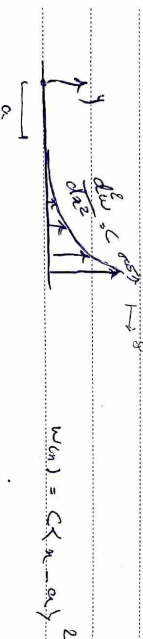
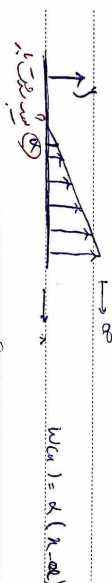
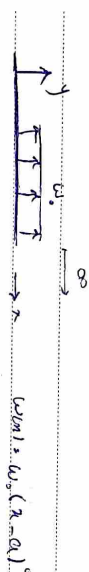
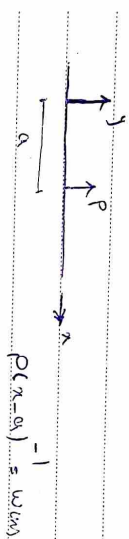
$$\alpha \leftarrow \alpha \rightarrow (0)^n = 0$$

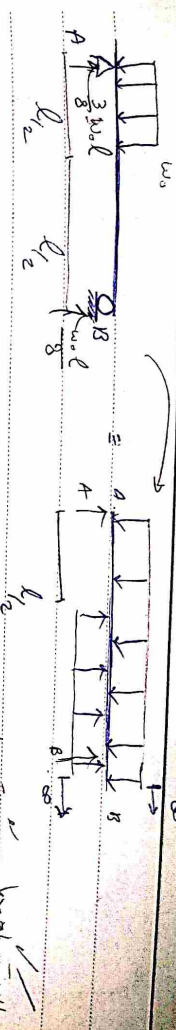
$$\left(\alpha - \alpha' \right)' \xrightarrow{n=0} \begin{cases} 1 & \alpha = \alpha' \\ 0 & \alpha \neq \alpha' \end{cases}$$

Papco

$$\alpha = -1, -2, \dots \quad \left(\alpha - \alpha' \right)' = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \langle x-a \rangle^n dx = \frac{\langle x-a \rangle^{n+1}}{n+1} ; n=1,2 \int_{-\infty}^{\infty} (x-a)^n dx = (x-a)^{n+1}$$





$$w(x) = -wx(a-x) + w_0(a-\frac{x}{2}) + \frac{3}{8}w_0L(a-x) + \frac{w_0L}{8}(a-x)$$

$$\int V(x) dx = M(x) = -\frac{w}{2}(x)^2 + \frac{w_0}{2}(a-\frac{x}{2})^2 + \frac{3}{8}w_0L(x) + \frac{w_0L}{8}(a-x)$$

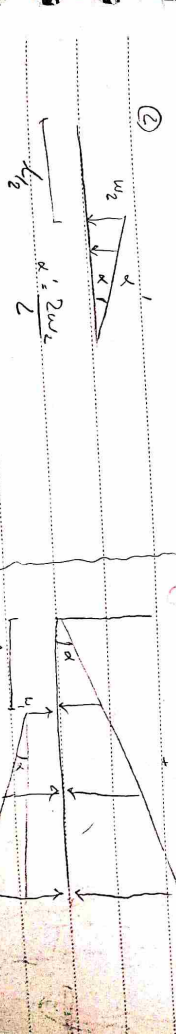
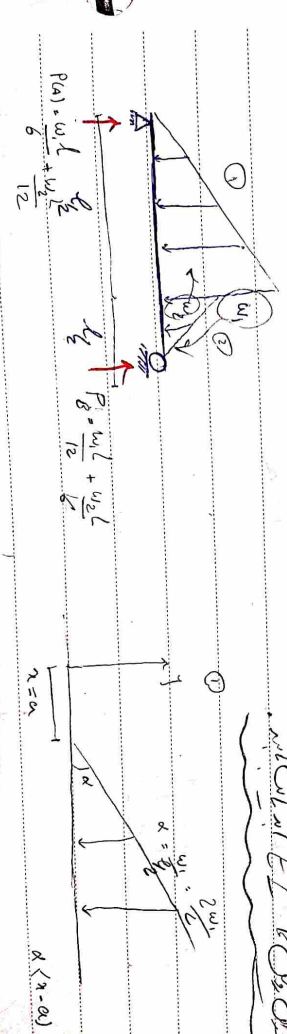
$$M(x) = EI y'''' \rightarrow EI y' = -\frac{w}{6}(x)^3 + \frac{w_0}{6}(a-\frac{x}{2})^3 + \frac{3}{16}w_0L(x)^2 + \frac{w_0L}{16}(a-x)^2$$

$$EI y = -\frac{w}{24}(x)^4 + \frac{w_0}{24}(a-\frac{x}{2})^4 + \frac{3}{48}w_0L(x)^3 + \frac{w_0L}{48}(a-x)^3$$

$$A_2 = x^2 y = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$B_2 = x^2 y = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

Final Answer



$$w(x) = \left(\frac{w_1 L}{6} + \frac{w_2 L}{12} \right) (x)^{-1} + \left(\frac{w_1 L}{12} + \frac{w_2 L}{6} \right) (x-L)^{-1} - \frac{2w_1}{L} (x)^1 + w_1 \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{2w_2}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^1$$

$$- \frac{w_2}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{2w_2}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^1$$

$$V(x) = \left(\frac{w_1 L}{6} + \frac{w_2 L}{12} \right) x^0 + \left(\frac{w_1 L}{12} + \frac{w_2 L}{6} \right) (x-L)^0 - \frac{2w_1}{2L} (x)^2 + w_1 \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{2w_2}{2L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2$$

$$w_2 \left(x - \frac{L}{2} \right)^1 + \frac{2w_2}{2L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2$$

$$M(x) = \left(\frac{w_1 L}{6} + \frac{w_2 L}{12} \right) (x)^1 + \left(\frac{w_1 L}{12} + \frac{w_2 L}{6} \right) (x-L)^1 - \frac{2w_1}{6L} (x)^3 + \frac{w_1}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{2w_2}{6L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3$$

$$- \frac{w_2}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{2w_2}{6L} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3$$

Deflection Equation

$$M(x) = EI y'' \rightarrow y' \rightarrow y$$

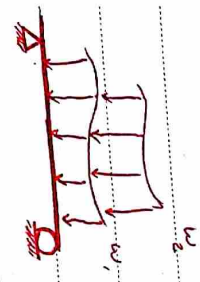
دو بارهای یکنواخت

در انتهای هر یک از تکیه‌گاه‌ها

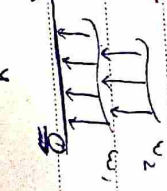
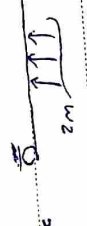
②

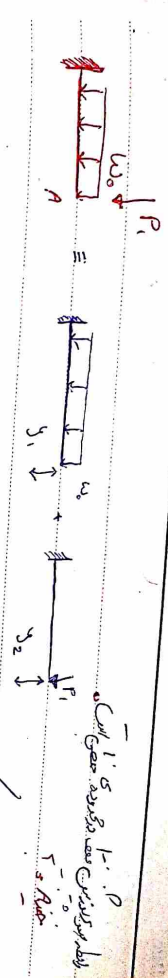
$$f(x) = \langle x-a \rangle^n \rightarrow y' \rightarrow y \rightarrow M(x) = EI y'' \rightarrow y' \rightarrow y$$

$$EI y^{(4)} = w_1 + w_2 \rightarrow y = y_1 + y_2$$



$$EI y_1^{(4)} = w_1$$





$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_A - \frac{wL^2}{2} + R_B L = 0 \rightarrow M_A = -R_B \cdot \frac{L \cdot wL^2}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -wL + R_A + R_B = 0 \rightarrow R_A = wL - R_B$$

$$M_A = \frac{wL^2}{2} - R_B L$$

$$M_B = \frac{wL^2}{2} - R_A L$$

$$M_B = \frac{wL^2}{2} - (wL - R_B)L$$

$$M_B = \frac{wL^2}{2} - wL^2 + R_B L$$

$$M_B = -\frac{wL^2}{2} + R_B L$$

$$EI y'''' = -\frac{w}{2} x^3 + (wL - R_B) \frac{x^2}{2} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x}{2}$$

$$EI y''' = -\frac{w}{6} x^3 + (wL - R_B) \frac{x^2}{2} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x}{2}$$

$$EI y'' = -\frac{w}{24} x^4 + (wL - R_B) \frac{x^3}{6} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^2}{2}$$

$$EI y' = -\frac{w}{240} x^5 + (wL - R_B) \frac{x^4}{24} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^3}{6}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

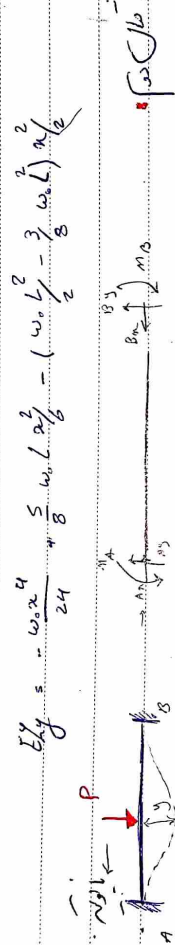
$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

$$EI y = -\frac{w}{2880} x^6 + (wL - R_B) \frac{x^5}{120} - \left(\frac{wL^2}{2} - R_B L \right) \frac{x^4}{24}$$

کدام به مرکز دایان از این سه اصل بر می آید و معادله آن را بنویسید
در حال استراحت

اول به سمت راست
دوم به سمت چپ
سوم به سمت راست

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$



حال در نظر بگیرید که این بار را به صورت یک بار متمرکز در مرکز قرار دهیم. در این صورت داریم:

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

از این معادله می توانیم به راحتی ثابت کنیم که این بار متمرکز در مرکز قرار دارد. در این صورت داریم:

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$E_y = \frac{w \cdot l^2}{24} + \frac{5}{8} w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \left(w \cdot l \cdot \frac{w^2}{6} - \frac{3}{8} w \cdot l^2 \cdot \frac{w^2}{6} \right) \frac{w}{2}$$

$$B: \text{and } y=0 \rightarrow \frac{w_0}{6} l^3 - \frac{M_A}{2} l^2 - \frac{P}{6} \left(\frac{l}{2}\right)^3 = 0$$

$$\text{and } y'=0 \rightarrow A_y l^2 - M_A l - \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 0$$

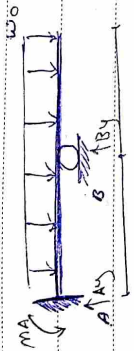
$$A_y = \frac{P}{2}$$

$$M_A = \frac{Pl}{8}$$

15
المعادلة

المعادلة

$$EI y = \frac{P}{12} \langle x \rangle^3 + \frac{P}{12} \langle x - l \rangle^3 - \frac{P}{6} \langle x - l \rangle^3 - \frac{Pl}{16} \langle x \rangle^2 + \frac{Pl}{16} \langle x - l \rangle^2$$



$$a, b, a+b=l$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_A = \frac{w_0(a+b)^2}{2} - B_y a \quad (*)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = w_0(a+b) - B_y$$

$$W(x) = -M_A \langle x \rangle^{-2} + A_y \langle x \rangle^{-1} + B_y \langle x - a \rangle^0 - w_0 \langle x \rangle^0$$

$$V(x) = -M_A \langle x \rangle^{-1} + A_y \langle x \rangle^0 + B_y \langle x - a \rangle^0 - w_0 \langle x \rangle^1$$

$$M(x) = -M_A \langle x \rangle^0 + A_y \langle x \rangle^1 + B_y \langle x - a \rangle^1 - \frac{w_0}{2} \langle x \rangle^2 = EI y''$$

$$-M_A \langle x \rangle^1 + A_y \langle x \rangle^2 + \frac{B_y}{2} \langle x - a \rangle^2 - \frac{w_0}{6} \langle x \rangle^3 + C_1 = EI y'$$

$$-\frac{M_A}{2} \langle x \rangle^2 + \frac{A_y}{6} \langle x \rangle^3 + \frac{B_y}{6} \langle x - a \rangle^3 - \frac{w_0}{24} \langle x \rangle^4 + C_1 x + C_2 = EI y$$

$$C_1 = 0, C_2 = 0 \rightarrow C_1 = 0, C_2 = 0$$

$$B: \quad a = a - y = 0 \rightarrow -\frac{M_A}{2} a^2 + \frac{A_y}{6} a^3 + \frac{B_y}{6} (a)^3 - \frac{w_0}{24} a^4 = 0$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{3}{8} w_0 a + w_0 b + \frac{3 w_0 b^2}{4 a}$$

$$A_y = \frac{5}{8} w_0 a - \frac{3 w_0 b^2}{4 a}$$

شکل اول برشهای ۱

(I) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(II) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(III) $B_y = \frac{3}{8} w L$

از جدول حالتها می توانیم بدست آوریم:

(I) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(II) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(III) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(IV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(V) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(IX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(X) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXXIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XL) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(L) $B_y = \frac{3}{8} w L$

شکل دوم برشهای ۱

(I) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(II) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(III) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(IV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(V) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(VIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(IX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(X) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XXIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XL) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLV) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVI) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLVIII) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(XLIX) $B_y = \frac{3}{8} w L$

(L) $B_y = \frac{3}{8} w L$